Д. Бреславський
(Харківський державний політехнічний університет)

РІВНЯННЯ СТАНУ ПОВЗУЧОСТІ МЕТАЛЕВИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ ШВИДКОГО ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

У роботі пропонуються рівняння стану динамічної повзучості металевих матеріалів з урахуванням процесу ізотропного зміцнення.

Елементи конструкцій сучасного машинобудування часто експлуатуються за умов підвищених температур, коли у їхньому матеріалі розвиваються за часом нелінійні деформації повзучості. Також досить поширеними є випадки сумісної дії статичного та вібраційного навантаження конструкцій. Явище такого нелінійного деформування матеріалу отримало назву "динамічної повзучості" [1]. У дослідженнях цього явища найбільш поширеним є використання теорії течіння [1,2], або, інакше, закону Удквіста, що є прямим узагальненням закону Нортона на випадок складного напруженого стану. У даній роботі пропонуються рівняння стану динамічної повзучості з урахуванням ізотропного зміцнення, що дозволяють виконувати більш точний опис нелінійної поведінки матеріалів у початкові моменти процесу повзучості внаслідок сумісної дії статичних та циклічних навантажень.

Вивід та термодинамічне обгрунтування рівнянь у роботі проводиться на базі концепцій так званої раціональної механіки твердого деформованого тіла, започаткованих у роботах Трусдела, Жермена, Леметра, Шабоша та інших. Згідно цих підходів, для опису еволюції матеріалу внаслідок динамічної повзучості оберемо як незалежні змінні тензор повних деформацій $\varepsilon=\varepsilon^e+c$ та температуру T; як внутрішні - девіатор тензору деформацій повзучості **c** та структурні параметри. Тензор напружень σ, ентропію η та термодинамічні сили A_k розглядатимемо як асоційовані змінні.

Припустимо, згідно з принциповою угодою, сформульованою в роботі [2], що питома вільна енергія Ψ залежатиме від пружньої деформації ε^e, температури T та структурних параметрів q_k:

$$\Psi = \Psi\left(\varepsilon^e, T, q_k\right) \tag{1}$$

Тензор напруження та ентропія є термодинамічними змінними, що асоційовані з ε^e та T :

$$\sigma = \rho\frac{\partial\Psi}{\partial\varepsilon^e} \qquad \eta = -\rho\frac{\partial\Psi}{\partial T}, \tag{2}$$

де ρ - массова густина матеріалу.

Для опису повзучості з ізотропним зміцненням оберемо один структурний скалярний параметр q_1 (параметр Удквіста, або накопичена деформація повзучості):

$$q_l = \int_0^t \left(\frac{2}{3}\dot{c}(\tau)\cdot\cdot\dot{c}(\tau)\right)^{\frac{1}{2}} d\tau \qquad (3)$$

Згідно з традиційною концепцією нелінійної механіки твердого деформованого тіла, приймемо гіпотезу щодо можливості декомпозиції питомої вільної енергії на частини, пов'язані з чисто пружньою поведінкою та зміцненням:

$$\Psi = \Psi_c\left(\varepsilon^e;T\right) + \Psi_c\left(R;T\right), \qquad (4)$$

де $R = A_l = \rho\dfrac{\partial\Psi_c}{\partial q_l}$ - термодинамічні сили, асоційовані з q_l.

Для визначення закону повзучості, яка пов'язана з процесами розсіювання енергії в матеріалі, треба постулювати існування дисипаційного потенціалу, як неперервної та опуклої функції змінних течіння, де змінні стану q_l та T з'являються як параметри:

$$\Omega = \Omega\left(\sigma,R;T,q_l\right) \qquad (5)$$

Далі розглядатимемо "матеріал Мізеса", використуючи припущення нестисливості та ізотропії та нехтуючи впливом третього інваріанту:

$$\Omega = \Omega\left(\sigma_i,R;T,q_l\right) \qquad (6)$$

де $\sigma_i = \left(\frac{3}{2}s\cdot\cdot s\right)^{\frac{1}{2}}$ - інтенсивність напружень; s - девіатор напружень та рівняння стану за умов закону градієнтальності, що матимуть вигляд кинетичних законів повзучості:

$$\dot{c} = \frac{\partial\Omega}{\partial\sigma} \qquad \dot{q}_l = -\frac{\partial\Omega}{\partial R}, \qquad (7)$$

Змінна R пов'язана з розміром поточної області, що змінюється завдяки дисипації за умов зміцнення.

У роботі розглядатимемо процеси циклічного деформування матеріалу в умовах повзучості, коли напруження у точці матеріалу може бути представлено як

$$\sigma = \sigma^0 + \sigma^a \sin\omega t, \qquad (8)$$

та коефіцієнт асиметрії циклу

$$A(t) = \frac{\sigma_i^a}{\sigma_i^o} < 1, \qquad (9)$$

де $\sigma_i^0 = \left(\frac{3}{2}s^0\cdot\cdot s^0\right)^{\frac{1}{2}}$, $\sigma_i^a = \left(\frac{3}{2}s^a\cdot\cdot s^a\right)^{\frac{1}{2}}$, за умов, коли період циклу $\frac{1}{2\pi\omega} << 1c$.

Розглянемо редукцію (8) на випадок простого напруженого стану, коли зразок навантажено напруженням σ з постійним (σ_0) та циклічно змінним за законом синусу (σ_a) компонентами.

Швидкість деформації повзучості c будемо апроксимувати за варіантом теорії зміцнення:

$$\dot{c} = \Lambda(c)\cdot F(\sigma) \qquad (10)$$

Опис процесу динамічної повзучості здійснюватимемо за допомогою методики асимптотичних розкладень та осереднювання на періоді, яка запропонована у роботі [4]. Згідно підходів цієї роботи, невідомі системи рівнянь початково-крайової задачі динамічної повзучості представляються асимптотичними розкладеннями у двох масштабах часу - повільному t (індекс 0) та швидкому ξ (індекс 1), так, що:

$$\sigma \cong \sigma^0(t) + \mu\sigma^1(\xi), \qquad (11)$$

де $\mu = \frac{t}{\xi}$ - малий параметр. Використуючи техніку асимптотичних розкладень для рівняння (10)

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{1}{\mu}\frac{\partial c}{\partial \xi} = \Lambda(c)F\left(\sigma^0\left(1 + A\sin\omega\xi\right)\right) \tag{12}$$

та співвідношення (11), після осереднення на періоді, припускаючи, що $\frac{1}{\mu}c_{,\xi} \cong 0$, одержуємо вираз для швидкості деформації динамічної повзучості:

$$\dot{\varepsilon}^0 = \Lambda(c^0) \cdot \left\langle F(\sigma^0(1 + A\sin\omega\xi)) \right\rangle, \tag{13}$$

де $A = \frac{\sigma^a}{\sigma^0}$. У разі однорідності функції F:

$$\dot{c}^0 = \Lambda(c^0) \cdot F(p^0) \cdot H(A) \tag{14}$$

$$H(A) = \int_0^1 F(1 + A\sin\omega\xi)d\xi \tag{15}$$

Узагальнення рівняння (14) та формули (15) на випадок складного напруженого стану здійснемо, виходячи з традиційного для теорії повзучості постулату відповідності співвідношень між величинами напружень та швидкостей деформацій при простому напруженому стані та їхніх інтенсивностей при складному. Аналізуючи рівняння (10) та (14), визначаємо, що аналогом функції $F(\sigma^0)\cdot H(A)$ при складному напруженому стані має бути здобуток $F(\sigma_i^0)H(A(t))$ - функція інваріантів σ_i^0 та σ_i^a.

Розглянемо далі вираз для потенціалу дисипації. У зв'язку з тим, що у роботі розглядаються режими циклічного навантаження, які характеризуються умовою (9), вважаємо, що процес циклічної повзучості відбувається без розвантаження та потенціал дисипації складається тільки з частинки, пов'язаної з течінням матеріалу Ω_T:

$$\Omega = \Omega_T \tag{16}$$

Тепер виразимо потенціал дисипації як функцію $\varphi(A(t))\sigma_i^0$-R-k, де k - початкова границя зміпної за часом дисипації.

$$\Omega = \Omega\left(\varphi\left(A(t)\right)\cdot\sigma_i^0 - R - k; T, q_1\right) \tag{17}$$

Припустимо далі, що потенціал дисипації може бути виражено у формі [2]:

$$\Omega = \Omega\left(\varphi(A(t))\cdot\sigma_i^0 - R - k + h'(q_1)\right)\cdot\zeta\left(q_1^0\right) \tag{18}$$

Звичайно використується степенева форма для Ω та ζ :

$$\Omega = \frac{K}{N+1}\left(\frac{\varphi(A(t))\cdot\sigma_i^0 - R - k - h'(q_1)}{K}\right)^{N+1}\cdot\left(q_1^0\right)^{\gamma}. \tag{19}$$

Використуючи рівняння стану за умов градієнтальності (7), одержимо:

$$\dot{c}^0 = \frac{\partial\Omega}{\partial\sigma^0} = \frac{3}{2}\dot{q}_1\varphi(A(t))\frac{s^0}{\sigma_i^0} \tag{20}$$

$$\dot{q}_1^0 = -\frac{\partial\Omega}{\partial R} = \left(\frac{\varphi(A(t))\cdot\sigma_i^0 - R - k + h'(q_1^0)}{K}\right)^{N}\cdot\left(q_1^0\right)^{\gamma} \tag{21}$$

K, M, N - у співвідношеннях (19-21) - експериментально визначені константи. Приймаючи до уваги, що

$$R = \rho\frac{\partial\Psi}{\partial q_1^0} = h'(q_1^0) \tag{22}$$

виключаємо R із закону течіння:

$$\dot{q}_1^0 = -\frac{\partial\Omega}{\partial R} = \left(\frac{\varphi(A(t))\cdot\sigma_i^0 - k}{K}\right)^N \cdot \left(q_1^0\right)^\gamma \tag{23}$$

Вважаючи, що k=0, тобто що будь-яке напруження ініціює процеси повзучості, та що $c^\gamma = c^{-N/M}$, одержуємо рівняння стану циклічної повзучості зі зміцненням:

$$\dot{c}^0 = \frac{3}{2}\dot{q}_1^0\varphi\left(A(t)\right)\frac{s^0}{\sigma_i^0} = \frac{3}{2}\left(\frac{\sigma_i^0}{K\left(q_1^0\right)^{1/M}}\right)^N \cdot \varphi\left(A(t)\right)^{N+1}\cdot\frac{s^0}{\sigma_i^0} \tag{24}$$

Згідно з співвідношеннями (14) та (15),

$$\varphi\left(A(t)\right) = \left(H\left(A(t)\right)\right)^{\frac{1}{N+1}}, \text{ де}$$

$$H\left(A(t)\right) = \int_0^1 (1 + A(t)\sin\omega\xi)^N d\xi$$

Остаточно отримуємо рівняння стану у наступному вигляді:

$$\dot{c}^0 = \frac{3}{2}\left(\sigma_i^0\right)^{N-1}\left(q_1^0\right)^{-N/M}\frac{H\left(A(t)\right)}{K^N}s^0 \tag{25}$$

Одержане рівняння стану за формою (за винятком функції впливу динамічної повзучості H(A(t)) відповідає відомим та широко вживаним рівнянням повзучості зі зміцненням [2, 5], що робить можливим його легке використання у практичних розрахунках повзучості металевих конструкцій.

Рівняння стану будуть фізично допустимими, якщо виконується другий закон термодинаміки, та його наслідок - нерівність Клаузіуса-Дюгема $\Omega \geq 0$. Розглянемо вираз для внутрішньої дисипації, одержаний у роботі [2] для рівнянь повзучості зі зміцненням:

$$\Omega = \dot{c}\left(\sigma_i - R\right). \tag{26}$$

Для виду потенціалу дисипації у формі здобутку (9), що використано у роботі, дисипація буде позитивною, якщо, згідно з (22), функція h буде постійною (незалежною від q_1) та $R = h'(q_1) = 0$. Механічна дисипація тоді зводиться до $\sigma\cdot\dot{c}$, що означає, що уся потужність повзучості незворотньо розсіюється.

Ідентифікація одержаних рівнянь, тобто визначення констант, що входять до них, проводиться за допомогою експериментів на повзучість при розтязі при простому напруженому стані. Перевага сформульованих рівнянь є у можливості їхньої ідентифікації за чисто статичними експериментами, а вид функції H(A) визначається згідно з співвідношеннями (15). Вона може бути визначена безпосереднім інтегруванням при цілих N після попереднього розкладення $F(1+A\sin\omega\xi)$ в біноміальний ряд (A<<1), як наведено у роботі [4]. Для нецілих N слід використовувати лінійну інтерполяцію за даними, визначеними для найближчих цілих значень. У роботі [6] наведено побудований за результатами інтерполяції графік залежності логарифму функції H(A) від показника степені N.

При простому напруженому стані рівняння (14) має такий вигляд:

$$\dot{c}^0 = \left(\frac{\sigma^0}{Kc^{1/M}}\right)^N H(A) \tag{27}$$

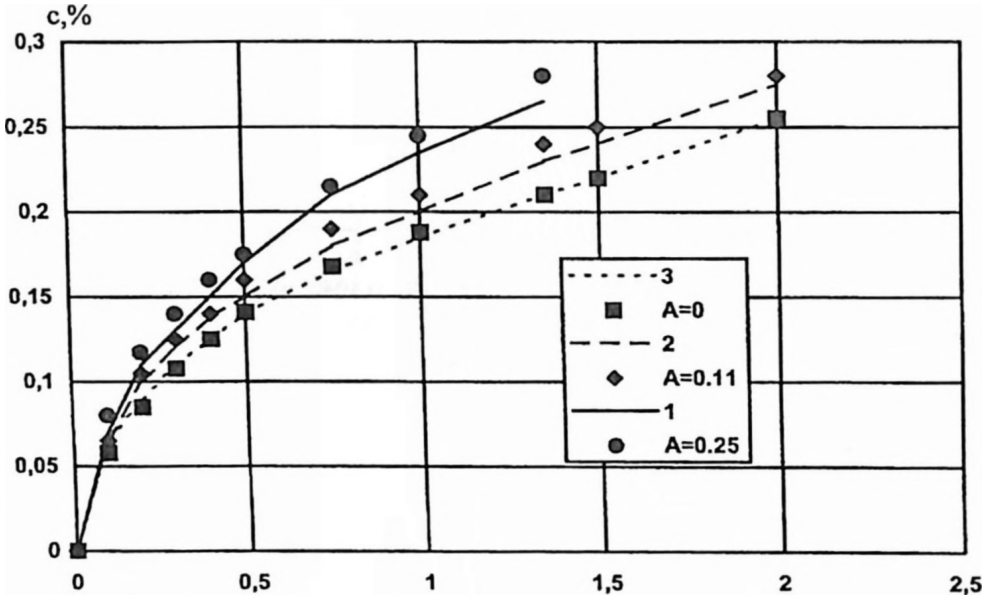
Найпоширеніший спосіб визначення констант - це одержання з (27), після його

інтегрування у зв'язку з можливістю розділення змінних, закону повзучості типу Андраде:

$$c^0 = \left(\frac{M+N}{M} \left(\frac{\sigma^0}{K} \right)^N t \right)^{\frac{M}{N+M}} H(A), \qquad (28)$$

Для ілюстрації наведемо результати обробки кривих динамічної повзучості сплаву Al 99.5% (Mg, Mn,Cu по 0.05%, Fe - 0.3%, Si- 0.093%) при температурі T=573K. Дослідження проводились у лабораторії міцності кафедри динаміки та міцності машин Харківського державного політехнічного університету. Обладнання та методику експерименту, засоби вимірювань описано у роботі [7].

Проведено дослідження при статичному та циклічному навантаженнях. В експериментах застосовувались циліндричні зразки, виготовлені з дроту однієї серії (діаметр $7 \cdot 10^{-3}$м, довжина робочої частини $7 \cdot 10^{-2}$м, СТМ 2700-203-81 ЦНІІТМаш, м. Москва). Усього було досліджено 22 зразки.



У дослідженнях реалізовано синусоїдальний цикл із частотою 45 Гц. Статична складова навантаження σ=12.9 МПа була однаковою в усіх експериментах. Значення амплітуд циклічних напружень дорівнювали 3.32, 1.45 та 0 МПа. За результатами досліджень, наведеними на графіку, встановлено факт інтенсифікації процесу динамічної повзучості (криві 1,2) у порівнянні з чисто статичним (крива 3).

Після статистичної обробки експериментальних даних методом найменших квадратів визначено значення констант: N=7.15, M=6.39, $K=9.54 \cdot 10^{-6}$ МПа. На графіку наведено експериментальні (точки) та розрахункові дані (лінії).

Порівняння експериментальних та розрахункових даних, що відрізняються максимум на 8%, свідчить про цілком прийнятний ступінь достовірності опису кривих динамічної повзучості.

Summary. Equation of the metallic materials creep state considering isotropic strengthening is proposed in the article.

Література

1. Тайра С., Отани Р. Теория высокотемпературной прочности материалов// Перевод с японск.-М.: Металлургия, 1986.-280 с.
2. Lemaitre J., J.-L.Chaboche. Mechanics of solid materials. Cambridge, University press, 1994. -556 p.

3. Trusdell C., Noll W. The nonlinear field theories of mechanics// Enciclopedia of Physics, v.III/3, New-York, Springer-Verlag N.Y., 1965.
4. Морачковский О.К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля // Прикл.мех.- 1992. -Т.28. - N 8.- С. 17-23.
5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975.-399 с.
6. Breslavsky D.V., Morachkovsky O.K., Zolochevsky A.A. Dynamic creep behaviour of structures // Proc. of Second European Conference on Structural Dynamics, Eurodyn'93, Trondheim.1993, Rotterdam: Balkema press.- P.795-801.
7. D.Breslavsky, O.Morachkovsky. New experiments in dynamic creep// Proc. of XV Symposium on Experimental Mechanics. Warsaw. 1992. -P.29-31.