Г. Аніщенко, Д. Бреславський
(Харківський державний політехнічний університет)

ПОВЗУЧІСТЬ ТА РУЙНУВАННЯ ПЛОСКИХ ТІЛ З НАДРІЗАМИ ТА ОТВОРАМИ ЗА УМОВ ШВИДКОГО ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Розглядаються закономірності повзучості та руйнування циклічно навантажених плоских тіл. Здійснено математичну постановку задачі та розв'язання задачі повзучості двовимірного тіла, навантаженого силами, що мають статичну та циклічну складові.

Дослідження закономірностей повзучості та руйнування циклічно навантажених плоских тіл є змістом роботи. Наведено математичну постановку задачі повзучості

двовимірного тіла у разі його навантаження силами, що мають статичну та циклічну складові. З використанням методу асимптотичних розкладень задача зведена до інтегрування двох пов'язаних систем диференціальних рівнянь, що відповідають руху системи за "повільним" (повзучість) та "швидким" часом (вимушені коливання). Для розв'язку першої, початково-крайової задачі використано метод скінчених елементів (крайова) та багатокроковий метод прогнозу-корекції (початкова задача). Задача вимушених коливань, також у скінчено-елементній постановці, розв'язується за допомогою модифікованого фронтального методу.

Методи розрахунку, що розроблені для моделювання циклічної повзучості плоских тіл, є основою створеного програмного забезпечення для IBM-сумісних комп'ютерів, яке використане для чисельного аналізу процесів повзучості та накопичення прихованих пошкоджень.

Наведено результати аналізу повзучості титанових пластин з гострими надрізами. Проаналізовано вплив кута гострих надрізів на час прихованого руйнування пластин.

Для пластин з отворами, що розлянуті у статті, проаналізовано вплив параметру асиметрії циклу на процеси повзучості та накопичення прихованих пошкоджень.

1. Постановка задачі.

Система рівнянь задачі повзучості для циклічно навантаженого тіла при плоскому напруженому стані у будь-який момент часу має такий вигляд [1,2]:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = \rho\ddot{u}_i, (i,j = 1,2),\ x_1, x_2 \in V; \tag{1}$$

$$\sigma_{ij} n_j = p_i^0 + p_i^1 \Phi(\Omega t),\ x_1, x_2 \in S_2;$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}\right) = C_{ijkl}\dot{\sigma}_{kl} + \alpha_{ij}\Delta\dot{T} + \dot{c}_{ij},$$

$$u_i = u_{/S_1}^{*}, x_1, x_2 \in S_1,$$

$$u_i(x_1, x_2, 0) = u_{i0}(x_1, x_2),\quad c_{ij}(x_1, x_2, 0) \equiv 0,$$

де s_{ij}, e_{ij}, u_i -тензори напружень, деформацій та переміщень, ρ - масова густина, $\dot{c}_{ij}$- тензор швидкостей деформацій повзучості; C_{ijkl}- тензор пружних сталих матеріалу.

У зв'язку з великими труднощами безпосереднього інтегрування системи (1), для її розв'язку використовано асимптотичні розкладення методу двох масштабів часу [1]. На основі асимптотичних рівностей система (1) перетворюється у дві системи сумісних рівнянь. Перша з них визначає початково-крайову задачу термоповзучості з початковими умовами, що відповідають пружному стану тіла при миттєвому прикладенні статичної складової навантаження:

$$\sigma^0_{ij,j} + f_i = \underline{\rho\ddot{u}_i^0},\ \forall x_1, x_2 \in V;$$

$$\sigma^0_{ij} n_j = p^0_{in},\ \forall x_1, x_2 \in S_2;$$

$$\dot{\varepsilon}^0_{ij} = C_{ijkl}\dot{\sigma}^0_{kl} + \alpha_{ij}\Delta\dot{T} + \dot{c}^0_{ij},\ \forall x_1, x_2 \in V;$$

$$\varepsilon^0_{ij} = 1/2\left(u^0_{i,j} + u^0_{j,i}\right),\ \forall x_1, x_2 \in V; \tag{2}$$

$$u_i = u_i^{*},\ \forall x_1, x_2 \in S_1;$$

$$u^0_i(x_1, x_2, 0) = u_{i0}(x_1, x_2),$$

$$\upsilon^0_i(x_1, x_2, 0) = c^0_{ij}(x_1, x_2, 0) \equiv 0,$$

де усі невідомі функції основного руху є такими, що повільно змінюються у масштабі макроскопічного часу t (нехтуємо тут підкресленим доданком).

Друга - визначає задачу пружних коливань:

$$\sigma^1_{ij,j} = \rho u^1_{i,\xi\xi}, \quad \forall x_1, x_2 \in V;$$

$$\sigma^1_{ij} n_j = p^1_i \cdot \Phi(\xi), \quad \forall x_1, x_2 \in S_2;$$

$$\varepsilon^1_{ij} = 1/2\left(u^1_{i,j} + u^1_{j,i}\right) = C_{ijkl}\dot{\sigma}^1_{kl} \quad \forall x_1, x_2 \in V; \tag{3}$$

$$u_i = 0, \quad \forall x_1, x_2 \in S_1;$$

$$u^1_i(x_1, x_2, 0) = \dot{u}^1_i(x_1, x_2, 0) = 0,$$

$$c^1_{ij}(x_1, x_2, 0) \equiv 0, \; 0 \le \xi \le 1,$$

де усі невідомі функції змінюються у масштабі швидкого часу ξ.

У системі (3) розділяємо змінні за координатами та часом, за рівняннями $\sigma^1_{ij} = \sigma^1_{ij\bullet}(x_1, x_2)\varphi(\xi)$, $u^1_i = u^1_{i\bullet}(x_1, x_2)\varphi(\xi)$, так, що крайова задача для амплітудних значень "швидких" змінних матиме вигляд:

$$\sigma_{ij\bullet,j} + \Omega^2 \rho u^1_{i\bullet} = 0, \quad \forall x_1, x_2 \in V;$$

$$\sigma^1_{ij\bullet} n_j = p^1_{in\bullet}, \quad \forall x_1, x_2 \in S_2;$$

$$\varepsilon^1_{ij\bullet} = \frac{1}{2}\left(u^1_{i\bullet,j} + u^1_{j\bullet,i}\right) = C_{ijkl}\sigma^1_{kl\bullet}, \quad \forall x_1, x_2 \in V; \tag{4}$$

$$u^1_{i\bullet} = 0, \quad \forall x_1, x_2 \in S_1;$$

Отримані системи не є незалежними та пов'язані рівняннями стану.

2.Рівняння стану. У роботі будемо користуватися варіантом теорії повзучості Ю.М.Работнова зі структурними параметрами:

$$\dot{c}^0_{kl} = \frac{3}{2}\frac{\dot{c}^0_i}{\sigma^0_i} s^0_{kl}, \quad \dot{c}^0_i = \dot{c}^0_i\left(c^0_i, \sigma^0_i, \omega\right), \tag{5}$$

Тут $s^0_{kl} = \sigma^0_{kl} - \sigma^0\delta_{kl}$, $\sigma^0 = \frac{1}{3}\sigma^0_{ij}\delta_{ij}$, $\sigma^0_i = \left(\frac{2}{3}s^0_{kl}s^0_{kl}\right)^{1/2}$ - девіатор, середнє напруження, інтенсивність напружень, що визначаються по тензору напружень σ^0_{ij}. При складному напруженому стані залежність еквівалентної швидкості деформації $\dot{c}^0_i$ від напружень та структурного параметру ω (пошкодженість у точці тіла) співпадає зі встановленою при одноосному циклічному навантаженні [2]:

$$\dot{c}^0_i = \mu_f(A) B \frac{\sigma^{0n}_i}{\left(1 - \omega^{0r}\right)^m}$$

$$\mu_f(A) = 1 + H(A,n)\nu_f(A), \quad \nu_f(A) = \exp\left(\pi\frac{A^2}{A^2_{kp}}\right), \tag{6}$$

$$H(A,n) = \int_0^1 \left(1 + A(x,t)\sin 2\pi\xi\right)^n d\xi - 1.$$

Сталі, що входять у (6), визначаються обробкою кривих статичної та циклічної повзучості. Коефіцієнти у функціях впливу $\nu_f(A)$, $\mu_f(A)$ знаходяться при коефіцієнті асиметрії циклу напружень $A = \sigma_{\bullet i}/\sigma^0_i$. Тут $\sigma_{\bullet i} = \left(3/2 s_{\bullet ij} s_{\bullet ij}\right)^{1/2}$ -

еквівалентне напруження, $s_{\bullet ij} = \sigma_{\bullet ij} - \sigma_{\bullet}\delta_{ij}$ - девіатор та $\sigma_{\bullet} = \frac{1}{3}\sigma_{\bullet ij}\delta_{ij}$ - середнє напруження, що визначаються розв'язком системи (4). $A_{кр}$ - константа матеріалу при фіксованій температурі, так зване критичне значення коефіцієнту асиметрії циклу напружень, яке поділяє процеси переважної дії накопичення прихованих пошкоджень внаслідок повзучості ($A<A_{кр}$) чи втоми ($A>A_{кр}$).

Руйнування при циклічному навантаженні внаслідок дії механізмів втомної пошкодженості та пошкодженості внаслідок повзучості опишемо за допомогою кінетичного рівняння, запропонованого у [2], записуючи його для складного напруженого стану:

$$\dot{\omega}^0 = \alpha_f(A)D\frac{\sigma_e^{0k^*}}{\left(1-\omega^{0q}\right)^l} + \beta_f(A)F_a\frac{\sigma_{\bullet e}^{n_a}}{\left(1-\omega^0\right)^{k_a}},$$

$$\beta_f(A) = 1 - \exp(\pi\frac{A^2}{A_{kp}^2}), \quad \alpha_f(A) = 1 + K(A,k)v_f(A), \tag{7}$$

$$K(A,k) = \int_0^1 \left(1 + A(x,t)\sin 2\pi\xi\right)^k d\xi - 1$$

$$\omega^0(0) = 0, \omega^0(t_f) = t_f$$

Константи, що входять у (7), визначаються після обробки експериментальних даних, отриманих в одновісних випробуваннях зразків до руйнування при повзучості та втомі при симетричному циклі навантаження. Як і у (6), коефіцієнти у функціях впливу $\alpha_f(A)$, $\beta_f(A)$ визначаються за значеннями коефіцієнта асиметрії циклу напружень $A = \sigma_{\bullet i}/\sigma_i^0$. Функції $\alpha_f(A)$, $\beta_f(A)$ можуть пояснюватись впливом рівня ймовірності переходу до типу руйнування мікрооб'єму середовища, що розглядається, внаслідок повзучості чи втоми.

При одноосному навантаженні з (5) - (7) слідують співвідношення, що точно відповідають відомим моделям динамічної й статичної повзучості, що раніше розглянуті в [2], та які узагальнюють гіпотези Бейлі-Нортона та автомодельне рівняння втоми.

Отримані початково-крайові задачі розв'язуються за допомогою МСЕ та багатокрокових методів інтегрування за часом. Детальний опис алгоритмів може бути знайдений у роботі [5].

3. Повзучість та руйнування пластин з гострими надрізами. Розглянемо результати розрахунків довготривалої міцності пластин, виготовлених з титанового сплаву Ti-6Al-2Cr-2Mo, при T=673 K, дані про фізико-механічні характеристики якого наведені в [3] та прийняті рівними $B = 0.138\cdot10^{-23}$ $(МПа)^{-n}/г$, $D = 1.08\cdot10^{-20}$ $(МПа)^{-m}/г$, n=m= 6.8, k =l = 5.79.Досліджувались розподіл напружено-деформованого стану, процес накопичення пошкоджень внаслідок повзучості та встановлено час закінчення прихованого руйнування для пластин з базовою довжиною $L=12\cdot10^{-3}$m, товщиною $2\cdot10^{-3}$m, з гострими надрізами глибиною $1\cdot10^{-3}$m та розхилом кута у вершині 50°, 60°, 70° при постійної ширині пластин $H=7.2\cdot10^{-3}$m.

Зауважимо, що біля надрізів пластин при розтязі має місце концентрація напружень, величина якої при пружньому деформуванні може бути окремо визначена за формулами Нейбера. Розрахунками напруженого стану пластин при визначенні коефіцієнтів концентрації та порівнянні їх з відомими [4] встановлено достатній ступінь дискретизації розрахункових областей. Із врахуванням симетрії пластин у розрахунках розглянуто їхні 1/8 частини.

Розрахунки повзучості з урахуванням пошкодженості пластин при розтязі ($\sigma_{ном}$=600МПа, $\sigma_{прик}$=433МПа) показали, що збільшення кута надрізу в розглянутих

випадках істотно впливає як на зміну рівня максимальних напружень в період прихованого руйнування, так і на час закінчення прихованого руйнування t_c. Так, для надрізу з кутом 50° : $\sigma_i^{max}(0)$=1328 МПа, $\sigma_i(t_c)$=255 МПа, t_c=160 год; 60°: $\sigma_i^{max}(0)$=1257 МПа, $\sigma_i(t_c)$=171 МПа, t_c=191 год; 70°: $\sigma_i^{max}(0)$=1240 МПа, $\sigma_i(t_c)$=162 МПа, t_c=198 год. Як ілюстрація, на рис. 1 наведено рівні еквівалентних напружень ($\sigma_e \cdot 10^{-1}$,МПа) для надріза з кутом 60° у початковий момент та у момент закінчення прихованого руйнування.

Накопичення пошкоджень за час прихованого руйнування проілюстровано для області, що межує з контуром надрізу (рис.2). Видно, що максимальні значення параметра пошкодженості локалізовані безпосередньо біля вершин надрізів, причому чим менший кут надрізу, тим на меншу площу розповсюдились не тільки максиальні напруження, але й значення $0.05 \geq \omega \geq 0.01$.

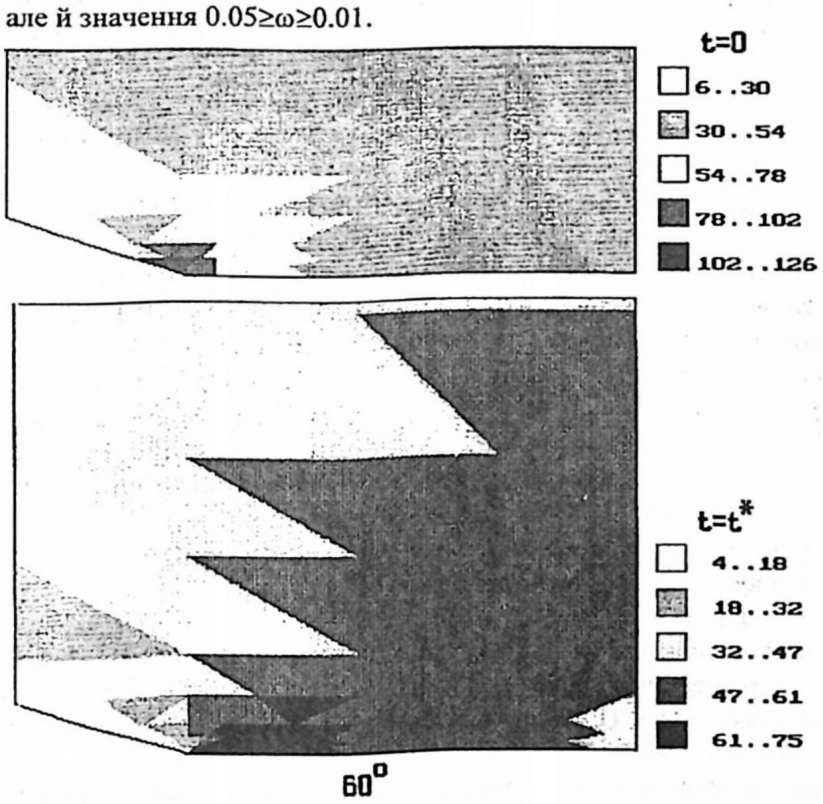

Рис.1

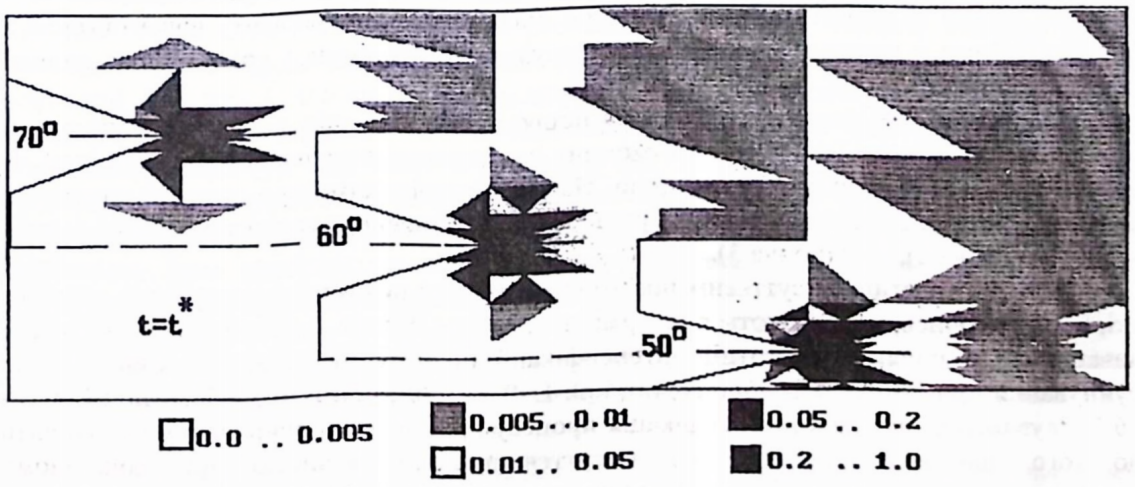

Рис. 2

На основі одержаних результатів можна зробити висновок про те, що чим менший кут гострого надрізу, тим вищий рівень максимальних напружень біля контуру надрізу (коефіцієнт концентрації $K = \frac{\sigma_e^{max}}{\sigma_{NOM}}$=2.2; 2.096; 2.085) та менший період прихованого руйнування t_c=160, 191, 198 годин.

Пластини з кутом надрізу 60° чисельно та експериментально вивчались раніше у роботі [3]. За результатами розрахунків напруженого стану та часу прихованого руйнування проведено порівняння даних та встановлена цілком прийнятна їх відповідність: по напруженням максимальна різниця не перевищує 15%, значення часу прихованого руйнування відрізняються неістотно (191 та 200 годин). Дані порівняння результатів розрахунків за двома різними методиками з експериментом є певним свідченням спроможності отримувати достовірні прогнози з руйнування завдяки запропонованих методик.

4. Циклічна повзучість та руйнування пластини з отвором. Розглянемо повзучість з руйнуванням квадратної пластини (a=0.1 м) з коловим отвором (r=0.01 м) при її осьовому розтязі напруженням, що циклічно змінюється за законом $S=S_0(1+L\sin\Omega t)$, де $L=S_a/S_0$ - параметр асиметрії, Ω - частота зовнішнього навантаження. У розрахунках прийнято: S_0=150МПа, Ω=20Гц.

Матеріал пластини - жароміцний сплав ЕП 109, що широко використується у турбінобудуванні, має пружні характеристики $E=1.33\cdot10^5$ МПа, υ=0.3 [6]. Після обробки експериментальних даних з повзучості та руйнування внаслідок повзучості та втоми, що наведені в роботах [6,7], отримані значення матеріальних сталих: $B=4.98\cdot10^{-21}$ $(МПа)^{-n}/г$, n=m= 6.7, $D = 1.8\cdot10^{-19}$ $(МПа)^{-m}/ч$, k =3.3,l = 3, $F = 3.5\cdot10^{-47}$ $(МПа)^{-n}/г$, , $n_a=k_a$=17.34.

Розрахунками визначено розподіл напружень у пластині, що розглядається. Пружний розв'язок задачі з співвідношенням розмірів a/r=10 відповідає задачі, що відома як задача Кірша. Чисельно отримане значення коефіцієнта концентрації K_σ=2.92 добре погоджується з теоретичним значенням K^T_σ=3.

Проведено цикл досліджень, метою яких було встановлення характеру впливу коефіцієнта асиметрії циклу на процес накопичення прихованих пошкоджень та на значення часу до руйнування пластин. У розрахунках розглянуто значення параметру L, що відповідає статичному (L=0) та циклічному навантаженню в режимі динамічної повзучості (L=0.3, 0.5, 0.6).

Розподіл пошкоджень (для чверті пластини, внаслідок її симетрії) у момент перед закінченням процесу прихованого руйнування наведено на рис.3, де ліва верхня чверть відповідає чисто статичному навантаженню (L=0), ліва нижня - циклічному з L=0.3. У правій половині наведено розподіл пошкоджень для варіанту навантаження з L=0.6, причому у нижньої чверті надано результати, отримані з урахуванням впливу втомних пошкоджень.

Максимальне значення параметру пошкодженості в усіх варіантах отримане у точці контуру отвору, що визначає момент завершення прихованого руйнування та початок позповсюдження макротріщини. На рис. 4 проілюстровано процеси зростання параметру пошкодженості в точці, де руйнування завершене, у варіантах з L=0.6 (крива 1), L=0.3 (крива 2), L=0 (крива 3).

Точки пластини з суттєвим пошкодженням при повзучості утворюють області, які, поширюючись, наближаються до краю пластини. Вплив циклічної складової навантаження полягає в істотній інтенсифікації процесу руйнування матеріалу: час руйнування при L=0 складає 686 годин, при L=0.3 - 290 , при L=0.5 - 48.7, при L=0.6 - 26.1. Зауважимо, що така інтенсифікація процесу прихованого руйнування призводить до того, що величина областей з суттєвою пошкодженістю при циклічному навантаженні скорочується(рис. 3): пошкодження у середині пластини не встигають

набути того ж рівня, як при статичному навантаженні.

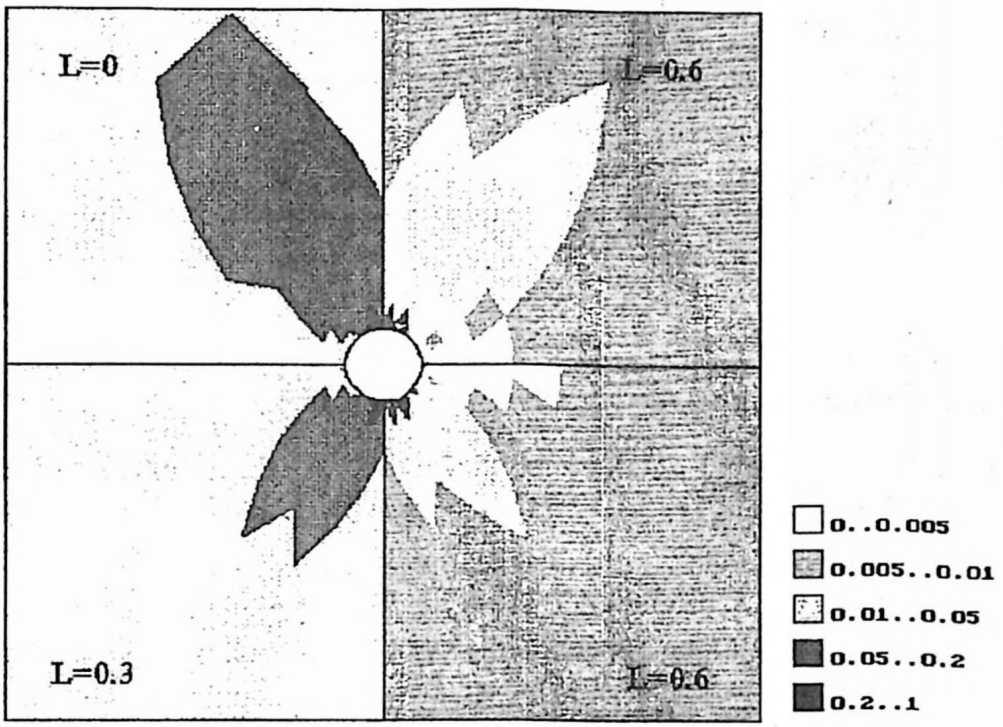

Рис.3

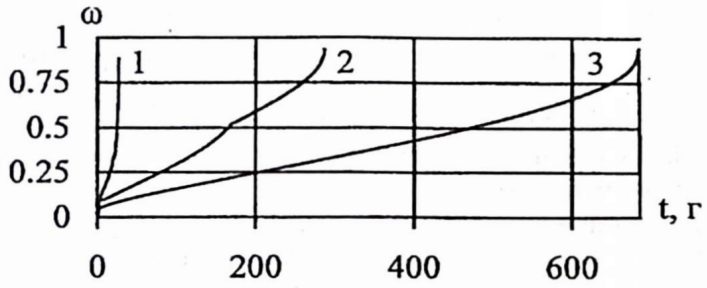

Рис. 4

Такий же характер розвитку має процес прихованого руйнування з врахуванням втомних пошкоджень, які починають розвиватися у районі поблизу контуру отвора внаслідок істотної релаксації напружень при повзучості за рахунок росту коефіцієнта асиметрії. Так, при L=0.6 вже за кілька перших годин повзучості значення коефіцієнта асиметрії циклу напружень A починають перевищувати величину критичного коефіцієнта амплітуд $A_{кр}$=0.85, й доходять до 3..4 перед завершенням процесу прихованого руйнування. Урахування втомних механізмів пошкоджень кількісно зменшує значення часу до руйнування на 30% (з 26.1 до 20 годин). Це пояснює важливість ролі втомних пошкоджень при руйнуванні та підвищує адекватність розрахункових методів, що запропоновані в роботі.

Summary. Appropriatness of flat bodies creep and destruction under cyclic loading is considered. Mathematic solution of the problem of double sizing body creep under static and cyclic loading is settled.

Література:

1. Морачковский О.К. О нелинейных задачах ползучести тел при воздействии быстро осциллирующего поля // Прикл.мех.- 1992. -Т.28. - № 8.- С. 17-23.

2. D.Breslavsky, O.Morachkovsky. Cyclic creep constitutive equations with consideration of creep - fatigue interaction / Proc. of 1st International Conference on Mechanics of Time Dependent Materials. SEM, Bethel,USA, 1995. - P.61-66.
3. Walczak J., Sieniawski J., Bathe K. On the analysis of creep stability and rupture // Computers & structures. - Vol. 17. - N 5-6, - 1983. - P. 783-792.
4. Савин Г.М., Тульчій В.І. Довідник з концентрації напружень. - Київ: Вища школа, 1976. - 412 с.
5. Анищенко Г.О., Бреславский Д.В. Ползучесть и повреждаемость в телах при плоском напряженном состоянии// Динамика и прочность машин. Респ. межвед. н.-т. сборник.- Харьков, ХГПУ.- Вып.55, 1997.-С. 23-32.
6. Масленков С.Б. Жаропрочные стали и сплавы. М.: Металлургия, 1983. -192 с.
7. Голуб В.П. Циклическая ползучесть жаропрочных никелевых сплавов.- Киев: Наук.думка, 1983.- 224 с.