УДК.53.05:617.735

О. Мацюк

ДІАГНОСТИКА ЗОРОВОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ ЕЛЕКТРОРЕТИНОГРАМ З ДОПОМОГОЮ КРИТЕРІЮ НЕЙМАНА-ПІРСОНА

Розглядаючи електроретинограму як нестаціонарний випадковий процес, проведено попередній статистичний аналіз електроретинограми і знайдено діагностичні признаки.

Використовуючи критерій Неймана-Пірсона проведено діагностування захворювання зорового аналізатора різних пацієнтів.

Незважаючи на досить велику кількість методів обстеження, діагностики, лікування зорової системи, питання встановлення точного діагнозу захворювання залишається актуальним. Серед відомих методів діагностики особливу увагу в останій час привертає метод викликаних потенціалів. Його суть полягає в встановленні діагнозу захворювання шляхом аналізу електроретинограми (ЕРГ). Кожна з яких являє собою відгук на подразнення у вигляді короткочасного імпульсу світла певної інтенсивності, тривалості і кольору.

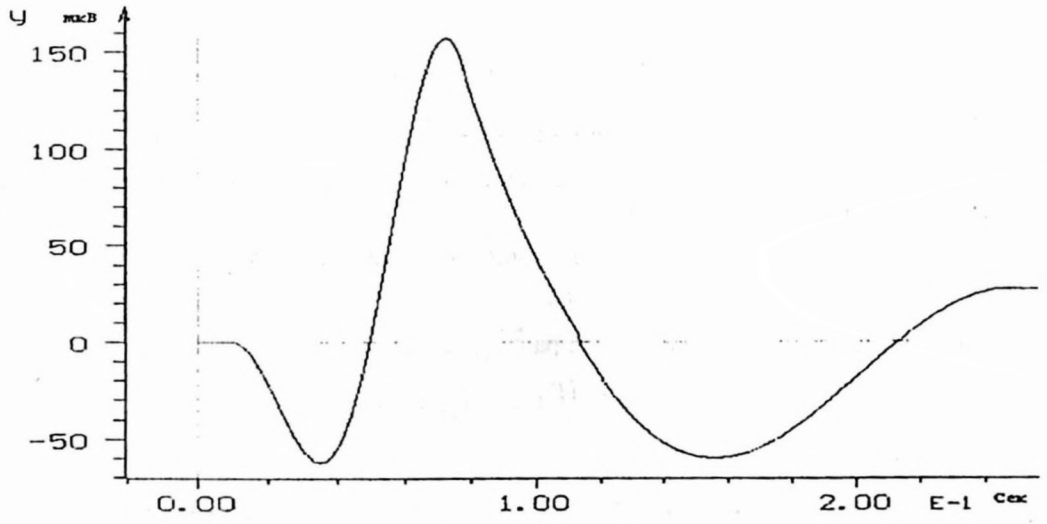

Рис.1. Загальний вигляд ЕРГ

Попередній аналіз ЕРГ показує наступне. ЕРГ ведуть себе як нестаціонарний процес, що пояснюється впливом багатьох факторів, в тому числі артефактів (темнова адаптація, загальний стан організму, вік пацієнта). Крім цього певні характеристики ЕРГ, представленні на рис.1. (амплітуда екстремумів, кут α і кут β та ін.) ведуть себе по різному, приймаючи відповідні значення. Грунтуючись на зроблених зауваженнях, вивчення і аналіз ЕРГ з метою встановлення діагнозу зорової системи проводиться з використанням методів математичної статистики.

В попередній роботі [1] були виявленні діагностичні ознаки (інформативні параметри) ЕРГ. Продовжуючи дослідження в даній статті розглядається питання вибору діагностичних просторів (етап навчання), а також побудова правил і прийняття рішень по діагностуванню.

Для подальших викладок введемо наступні позначення. Через $\Xi_m = (\xi_1,\ldots,\xi_i,\ldots,\xi_m)$ позначимо вектор випадкових величин, кожна з компонент якого $\xi_i, i = \overline{1,m}$ являє собою відповідні інформаційні параметри. В цьому випадку реалізацією вектора Ξ_m буде матриця

$$\begin{pmatrix} \xi_1^{(1)},\ldots,\xi_i^{(1)},\ldots,\xi_m^{(1)} \\ ---------- \\ \xi_1^{(k)},\ldots,\xi_i^{(k)},\ldots,\xi_m^{(k)} \\ ---------- \\ \xi_1^{(n)},\ldots,\xi_i^{(n)},\ldots,\xi_m^{(n)} \end{pmatrix} \qquad (1)$$

$\Xi_m^{(k)}$ - апріорний вектор випадкових величин в k - му експеременті.

$X = \|x_{jk}\|, j = \overline{1,m}, k = \overline{1,n}$ - матриця реалізацій. Кожен розв'язок якої відповідає одному експеременту, кількість рядків - кількості експерментів, кількість стовпчиків - кількості інформативних параметрів.

Попередній статистичний аналіз компонент ξ_i вектора Ξ_m, показав, що вони підлягають нормальному закону розподілу.

Позначимо середнє значення вектора Ξ_m через $\overline{\theta}$:

$$\overline{\theta} = (\theta_1,\ldots,\theta_i,\ldots,\theta_m), \qquad (2)$$

де $\theta_i = M\xi_i$;

Позначимо кореляційну матрицю компонент цього ж вектора Ξ_m через

$$M = \begin{vmatrix} r_{11},\ldots,r_{1i},\ldots,r_{1n} \\ -------- \\ r_{i1},\ldots,r_{ii},\ldots,r_{in} \\ -------- \\ r_{m1},\ldots,r_{mi},\ldots,r_{mn} \end{vmatrix} \qquad (3)$$

де $r_{ij} = M\left\{\overset{o}{\xi}_i, \overset{o}{\xi}_j\right\}$.

На основі введених позначень густина розподілу вектора Ξ_m має вигляд [3]

$$P(Y) = \frac{|M|^{-\frac{1}{2}}}{(2\pi)^{m/2}} exp\left[-\frac{1}{2}(Y-\theta)^T M^{-1}(Y-\theta)\right], \qquad (4)$$

де M - кореляційна матриця (3);

Y - являє собою аргумент густини розподілу, яка при дослідженні конкретних реалізацій буде приймати їх значення.

При проведенні діагностування конкретних пацієнтів математичне сподівання вектора Ξ_m приймає конкретні значення, це фактично визначає (ідентифікує) захворювання.

Для нормального (здорового) пацієнта введемо вектор $\bar{\theta}^{(0)} = \left(\theta^{(0)},\ldots,\theta_i^{(0)},\ldots,\theta_m^{(0)}\right)$. Відповідно при наявності певного захворювання - $\bar{\theta}^{(1)} = \left(\theta^{(1)},\ldots,\theta_i^{(1)},\ldots,\theta_m^{(1)}\right)$.

При дослідженні пацієнта на наявність хвороби будемо висувати дві гіпотези

$$H_0 \text{ - параметр в (4): } \theta = \bar{\theta}^{(0)}$$

$$H_1 \text{ - параметр в (4): , } \theta = \bar{\theta}^{(1)} \qquad (5)$$

де $\bar{\theta}^{(1)} \neq \bar{\theta}^{(0)}$.

Для прийняття рішення про правильність однієї з гіпотез використаємо теорію запропоновану Нейманом і Пірсоном, яка базується на аналізі логарифма відношення правдоподібності.

Позначимо через $\eta^{(n)}$ логарифм відношення правдоподібності

$$\eta^{(n)} = ln\left\{\prod_{k=1}^{n}\frac{P\left(\Xi_m^{(k)},\bar{\theta}^{(1)}\right)}{P\left(\Xi_m^{(k)},\bar{\theta}^{(0)}\right)}\right\} = \sum_{k=1}^{n}\varsigma^{(k)} \qquad (6)$$

де

$$\varsigma^{(k)} = \Xi_m^{(k)T} M^{-1}\left(\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(0)}\right) - \frac{1}{2}\left(\bar{\theta}^{(1)} + \bar{\theta}^{(0)}\right)M^{-1}\left(\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(0)}\right), k = \overline{1,n}$$

$P\left(\Xi_m^{(k)},\bar{\theta}^{(1)}\right)$ - функція правдоподібності для гіпотези H_1;

$P\left(\Xi_m^{(k)},\bar{\theta}^{(0)}\right)$ - функція правдоподібності для гіпотези H_0.

Елементи послідовності $\zeta^{(k)}, k = \overline{1,n}$ являють собою гаусові величин, кожна з яких лінійно залежить від компонент матриці (1). Тобто $\zeta^{(k)}, k = \overline{1,n}$ можна розглядати як дискретний білий шум або як скалярний гаусів випадковий процес з дискретним аргументом і незалежними значеннями.[3]

Прийняття рішення звязане з вибором однієї з гіпотез (5) характеризується ймовірностями помилок першого і другого роду.

Помилка першого роду виникає коли відкидається основна гіпотеза H_0, в тому випадку коли вона вірна

$$\alpha = P(H_1|H_0)$$

де α - рівень значимості кретерія.

Помилка другого роду - приймається гіпотеза H_0, коли вірна гіпотеза H_1

$$\beta = P(H_0|H_1)$$

де $1-\beta$ - потужність критеріо.

Основним в задачі прийняття однієї з гіпотез є вибір на множині допустимих значень процесу $e^{\eta^{(n)}}$ деякого порогу С, для якого при заданому значенні α, фіксованого об'єму вибірки n і найменшому β можна зробити висновок, що має місце гіпотеза H_0 при $\eta^{(n)} \le lnC$ і H_1 при $\eta^{(n)} > lnC$.

Враховуючи (6) критерій прийняття гіпотези H_0 запишемо як

$$\tilde{\Xi}_m M^{-1}\left(\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(0)}\right) \le K \qquad (10)$$

а гіпотези H_1, як

$$\tilde{\Xi}_m M^{-1}\left(\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(0)}\right) > K \qquad (11)$$

де

$$\tilde{\Xi}_m = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} \Xi_m^{(k)T} = \left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_1^{(k)},\ldots,\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_i^{(k)},\ldots,\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\xi_m^{(k)},\right), \qquad (12)$$

де $\xi_i^{(k)}$ - елемент матриці (1).

Формули для розрахунку порогового значення і об'єму вибірки n, приведенні в [3].

$$K = \frac{k_2\left(u_\alpha - u_\beta\right)}{2\left(u_\alpha + u_\beta\right)} + \frac{1}{2}\left(\bar{\theta}^{(1)} + \bar{\theta}^{(0)}\right)^T M^{-1}\left(\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(0)}\right) \qquad (13)$$

$$n = \frac{\left(u_\alpha + u_\beta\right)}{k_2} \qquad (14)$$

де $k_2 = \left(\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(0)}\right)^T M^{-1}\left(\bar{\theta}^{(1)} - \bar{\theta}^{(0)}\right),$ (15)

u_α, u_β - квантілі нормального розподілу.

Проведемо діагностування захворювання зорової системи з допомогою аналізу ЕРГ. На етапі навчання оцінюєм $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_0, M$, параметр $\theta_0 = (31{,}64, 4.24)$ відповідає умовно здоровому пацієнтові, $\theta_1 = (35{,}66, 5.2)$ - хворому. Задаємо значення ймовірності помилок першого і другого роду $\alpha = 0.05, \beta = 0.01$. По таблицях [4] знайдемо квантілі нормального розподілу $u_{1-\alpha} = -1.65$ і $u_{1-\beta} = -2.33$. За

формулою (14) визначаємо об'єм вибірки n, по реалізаціях якої буде проведено діагностування ($n=9$). Використовуючи вирази (13), (14) і (15) визначаємо порогове значення K. Після чого проводимо повторну вибірку об'єму n реалізація якої прямокутна матриця $X=\|x_{jk}\|, j=\overline{1,m}, k=\overline{1,n}.$ Перетворимо матрицю $X=\|x_{jk}\|$ в матрицю-стрічку $\tilde{X}_m=\left(\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_{1k},\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_{2k},\ldots,\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}x_{mk}\right).$

Знаходимо $\tilde{X}_m M^{-1}\left(\bar{\theta}_1-\bar{\theta}_0\right)=-95$ і порівнюючи отримане число з K, визначаємо що має місце гіпотеза H_1. Отже досліджуваний пацієнт хворий.

Summary. Considering electroretinogram to be a nonstationary random process, a preliminary statistic analysis of electroretinogram has been done and the diagnostic signs has been found. The diagnose of diseases jf eyesight analyser of different patient has been held, using the Neiman-Pirson criterion.

Література

1. Marchenko B.G., Tkachuk R.A., Palamar M.I. Computing measuring system for biopotencials of visual analiger investigation/ Матеріали 1-ї міжнародної конференції Instrumentation in Ecology and Human Safety (IEYS96).-Ст.Петербург, 1996.-С.114-115.
2. Мащок О.В., Паламар М.І. Статистична обробка і гармонійний аналіз електроретинограм. Тернопіль, Вісник ТДТУ ім.Івана Пулюя, Т.2 .N 2- С.25-29.
3. Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. К.: Наукова думка, 1992.- 192 с.
4. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики.-М.:Наука,1965.- 482 с.
5. Уилкс С. Математическая статистика.-М.:Наука,1967.- 632 с.