УДК.519.246

О. Мацюк

ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОРЕТИНОГРАМИ ПОЛІНОМІАЛЬНИМИ СПЛАЙНАМИ

Перспективним методом діагностики захворювань зорової системи людини являється метод аналізу електроретинограми. Виникло питання обробки інформації для знаходження інформативних параметрів та опису електроретинограми. Проведено порівняльний аналіз опису електроретинограми з допомогою алгебраїчних многочленів і поліноміальних сплайнів. Отримані результати наведені в статті.

Серед усіх сенсорних систем людини важливе місце займає зорова система, яка забезпечує приймання інформації з навколишнього середовища. Тому поряд з використанням відомих методів діагностики зорової системи актуальним залишається розробка нових методик, що забезпечують більшу достовірність діагностики. людини

Перспективним в цьому напрямку вважається підхід, що грунтується на аналізі електроретинограми (ЕРГ).

Електроретинограма являє собою графічне вираження електричної реакції множини клітинних елементів сітківки ока на зовнішнє світлове подразнення (різної довжини хвилі, інтенсивності, частоти повторення).

Попередній аналіз ЕРГ, приклади якого приведенні на рис.1., показує що вони ведуть себе як реалізація нестаціонарного випадкового процесу

$$\xi(t), t \in (0,T) \qquad (1)$$

де $(0,T)$ - інтервал задання процесу.

В даному випадку постає природнє питання: які методи статистичного аналізу використати для дослідження процесу (1).

Згідно багатьох робіт теоретичного і прикладного характеру, практично єдиним залишається метод з використанням ансамблю реалізацій нестаціонарного процесу, тобто сукупності ЕРГ [1,2].

Мета роботи: 1) оцінка середнього ЕРГ;

2)побудова поліноміального сплайна, що описує середнє.

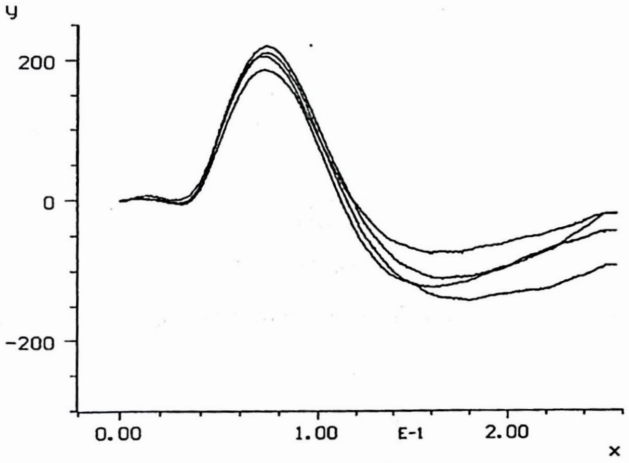

Рис.1.Електроретинограми одного пацієнта

Спочатку оцінимо середнє процесу $\xi(t)$, що описує ЕРГ. Для цього через $x_i(t)$ - позначимо i - ту реалізацію процесу (1).

Оцінкою $M\xi(t)$ використовується [1,2]

$$m(t)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i(t). \tag{2}$$

Задаю на (0,T) рівномірну сітку $\Delta_i^N=\{t_0,t_1,\dots t_N\}$. Згідно (2)

$$m(t_k)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i(t_k). \tag{3}$$

Оцінка середнього отримана за формулою (2) приведена на рис.2.

Спочатку використаємо алгебраїчний інтерполяційний многочлен

$$y(t)=\sum_{k=0}^{N}a_k x^k. \tag{4}$$

Коефіцієнти a_k - обчислюються з допомогою методу найменших квадратів, тобто знаходим розв"язок задачі мінімізацією функціоналу

$$\rho(y(t)-m(t_i))=\sum_{i=0}^{N}(y(t_i)-m(t_i))^2. \tag{5}$$

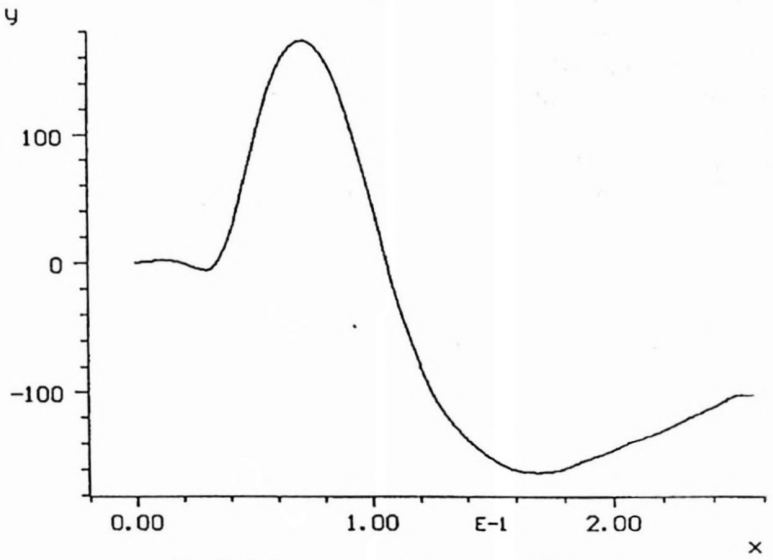

Рис.2. Оцінка середнього значення ЕРГ

Результати опису ЕРГ алгебраїчним многочленом приведені на рис.3.

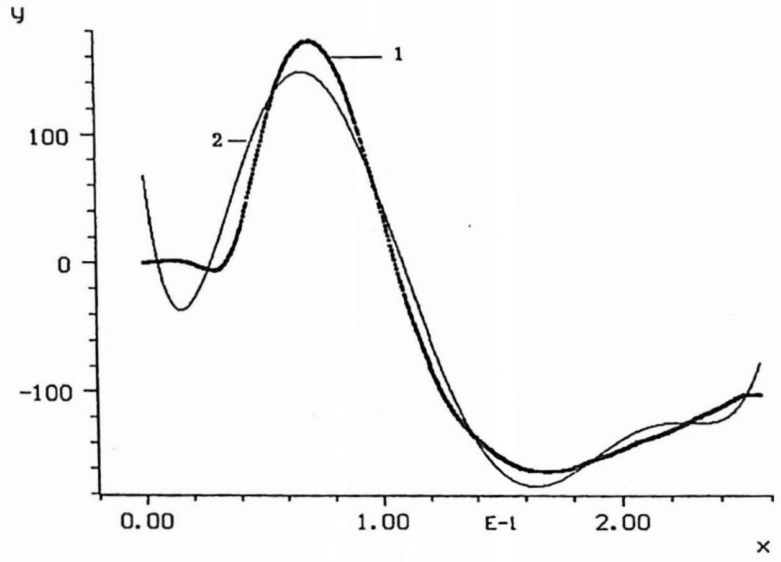

Рис.3.Опис ЕРГ алгебраїчним многочленом (1 - ЕРГ, 2 - алгебраїчний многочлен)

При розрахунках проявилися недоліки алгебраїчних многочленів (поліномів):

1) алгебраїчний многочлен не збігається до інтерпольованої функції;

2) використання поліномів великих степенів, що ускладнює розрахунки.

До того як будувати поліноміальний сплайн, що описує середнє ЕРГ приведемо означення.

Стохастичними сплайнами називають функції, які "склеєні" з кусків різних многочленів (поліномів), таким чином, щоб забезпечити необхідну гладкість отриманної функції.

Для вирішення поставленної задачі використовуємо кубічний сплайн.

Означення. Інтерполяційним кубічним сплайном (m=2) дефекта (d=1), інтерполюючим функцію f(t) в вузлах сітки Δ_N, називають функцію $S_{3,1}(f,\Delta_N,t)\equiv S_3(t)$, яка являється многочленом третьої степені на кожному з відрізків

$[t_{j-1}, t_j]$, $j = 1,2,\dots N$, належить класу двічі диференційованих на відрізку $[0,T]$ функцій і задовільняє умовам $S_3(t_j) = f(t_j)$, $j = 0,1,\dots N$ [3]

Виходячи з означення задаю на відрізку $[0,T]$ рівномірну сітку $\Delta_N = \{t_j\}_{j=0}^{N}$. Кожен з утворених відрізків $[t_{j-1}, t_j]$, $j = 1,2,\dots N$ описується кубічним сплайном

$$S_3(t) = M_{j-1}\frac{h_j^2}{6}V_j^3(t) + M_j\frac{h_j^2}{6}R_j^3(t) + (y_{j-1} - \frac{M_{j-1}h_j^2}{6})V_j(t) +$$
$$+ (y_j - \frac{M_j h_j^2}{6})R_j(t); \qquad (6)$$
$$t \in [t_{j-1}, t_j], \quad j = 1,2,\dots N$$

де $h_j = t_j - t_{j-1}$, $V_j = \frac{t_j - t}{h_j}$, $R_j = \frac{t - t_{j-1}}{h_j}$, $j = 1,2,\dots N$

Побудований стохастичний сплайн $S_3(t)$ являє собою многочлен 3-ї степені, який залежить від невідомих коефіцієнтів M_{j-1}, M_j.

Для знаходження коефіцієнтів M_{j-1}, M_j накладемо на сплайн $S_3(t)$ граничні умови:

1) забезпечення неперервності першої похідної сплайна $S'(t_j - 0) = S'(t_j + 0)$;

2) похідна сплайна приймала задані значення на кінцях відрізка.

Отримаємо систему лінійних рівнянь

$$2M_0 + M_1 = \frac{6}{h_1}(\frac{y_1 - y_0}{h_1} - y_0), \qquad \lambda_0 = \frac{1}{2}$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$\mu_j M_{j-1} + 2M_j + \lambda_j M_{j+1} = 6y[t_{j-1}, t_j, t_{j+1}], \quad j = 1, N-1 \qquad (7)$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$M_{N-1} + 2M_N = \frac{6}{h_N}(y'_N - \frac{y_N - y_{N-1}}{h_N}), \qquad \mu_N = \frac{1}{2}$$

де $\mu_j = \frac{h_j}{h_{j+1} + h_j}$, $\lambda_j = \frac{h_{j+1}}{h_{j+1} + h_j}$

Результат розв"язку системи лінійних рівнянь (7) приведено на рис. 4.

Похибки оцінюємо за формулами приведеними в роботі [4].

$$\|R_N(t)\| \le \frac{8}{9}\|\Delta_N\|\omega(f')$$

$$\omega(f') = max\left|f(t'') - f(t')\right|.$$

де $\|\Delta_N\| = \max h_i$;

$$t'', t' \in [a,b], \quad |t'' - t'| \le h$$

В результаті проведенної роботи написана програма для оцінки параметрів ЕРГ з допомогою сплайнів з врахуванням похибок методу.

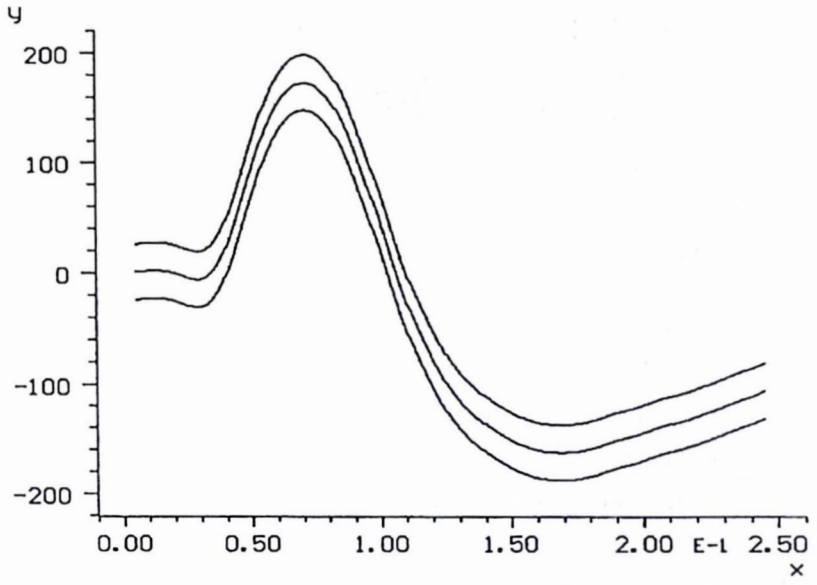

Рис.4.Опис ЕРГ з допомогою кубічного сплайна

Висновок. Отримані результати показали необхідність використання стохастичного підходу до опису електроретинограми.

Summary. Electroretinography is a perspective method of diagnostics of the diseases of mains visual system. The question of information processing for receiving of informative parameters and electroretinogram describing has arisen. The comparative analysis of algebraistic polinomials and polinomial splines has been made. The received results are shown in the article.

Література:

1. Ткачук Р.А., Паламар М.І. Адаптивна комп'ютерна вимірювально-керуюча система для дослідження біопотенціалів ока// Матеріали 3-ї міжнародної конф. "Контроль и управление в технических системах".-Вінниця, 1995.-Т.2.- С. 335-336.
2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей.-М.: Физматгиз, 1962.-356 с.
3. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. -М.: Наука, 1969.- 511 с.
4. Денисюк В.П.,Марченко Б.Г. Сплайны и их приложения в задачах модели-рования и обработки измерительных сигналов.-К.:1995.- 246 с.
5. Завьялов Ю.С. и др. Методы сплайн-функций.-М.:Наука, 1980.- 352 с.
6. Marchenko B.G., Tkachuk R.A., Palamar M.I. Harmonic analysis using in human visual system diagnostics by means of electroretinograms identification // Матеріали 4-ї міжнародної конференції "Pattern recognition and information processing".-Мінськ, 1997.-Т. 1.-С. 209-213.