УДК 617.735

М. Фриз

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ СПОНТАННОЇ ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАМИ В ЗАДАЧАХ ОФТАЛЬМОДІАГНОСТИКИ ПО ЗОРОВИХ ВИКЛИКАНИХ ПОТЕНЦІАЛАХ

На основі аналізу спектрально-кореляційних властивостей електроенцефалограми ідентифіковано ядра її лінійних стаціонарних компонент. Досліджено особливості експериментального оцінювання параметрів отриманої моделі, пов'язані з областю її застосування.

Зорові викликані потенціали (ЗВП) становлять собою сумарну градуальну електричну реакцію великих популяцій нейронів кори головного мозку на аферентне подразнення [1, 2]. Реєстрація та аналіз ЗВП дозволяє проводити електрофізіологічні дослідження важливих структур зорового апарату (зорових провідних шляхів, зорових відділів кори та ін.). Цінність їх застосування в комплексі засобів діагностики очних захворювань людини не викликає сумнівів. Однак, на сьогодні, питання про механізми і джерела генерації ЗВП, а також, пов'язані з ними проблеми розпізнавання та оцінювання інформативних діагностичних параметрів, функціонально пов'язаних з тою чи іншою патологією не знаходять якогось більш-менш однозначного вирішення. В руслі розв'язання цих завдань у статті розглянуто деякі властивості складової досліджуваного процесу, яка традиційно трактується як шум (спонтанна електроенцефалограма (ЕЕГ)), а також способи оцінювання її параметрів, відповідних цим властивостям.

На рис. 1 наведено узагальнену структурну схему автоматизованої інформаційно-вимірювальної системи, призначеної для реєстрації та аналізу зорових викликаних потенціалів (система такої структури використовується також для досліджень в рамках інших електрофізіологічних методів офтальмодіагностики, зокрема, при реєстрації електроретинограм [3]).

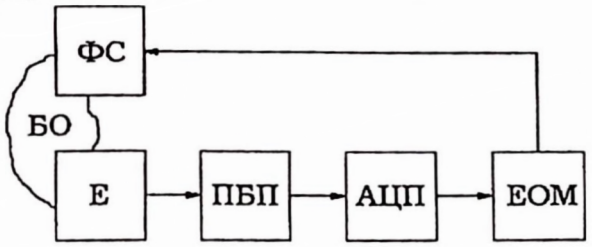

Рис. 1. Структурна схема системи реєстрації ЗВП.
БО - біологічний об'єкт;
Е - блок електродів;
ПБП - підсилювач біопотенціалів;
АЦП - аналого-цифровий перетворювач;
ФС - блок фотостимуляції

При відведенні потенціалів з поверхні скальпа реєструються реалізації процесу, який можна подати у вигляді:

$$s(\omega,t) = v(\omega,t) + y(\omega,t),\ \omega \in \Omega,\ t \in T, \qquad (1)$$

де $v(\omega,t)$ - викликаний потенціал;

$y(\omega,t)$ - фонова електроенцефалограма;

Ω - множина елементарних подій (вважається заданим деякий імовірнісний простір $\{\Omega, \mathcal{F}, P_r\}$;

$T = \{n\Delta t\}_{n=0}^{N}$ - множина моментів часу;

Δt - період дискретизації.

(тут і далі будемо розглядати процеси з дискретним часом, зважаючи на принципи функціонування вищезгаданої системи).

Складову $v(\omega,t)$, яка в даному випадку є інформативною, можна трактувати як відгук деякої системи на вплив дельта-імпульсу. Не аналізуючи тут властивостей цієї системи, зазначимо тільки, що вона є каузальною, стійкою та, в загальному випадку, неінваріантною в часі.

Складова $y(\omega,t)$ (шум) є нестаціонарним випадковим процесом, який можна подати у вигляді:

$$y(\omega,t) = \gamma(\omega,t) + z(\omega,t), \qquad (2)$$

де $\gamma(\omega,t)$ - випадковий нестаціонарний тренд (як правило, поліноміального характеру);

$z(\omega,t)$ - кусково-стаціонарний процес, що зображається як

$$z(\omega,t) = \sum_{j=1}^{J} \xi_j(\omega,t) I(t,T_j), \qquad (3)$$

де $\xi_j(\omega,t)$ - стаціонарний в широкому розумінні випадковий процес з математичним сподіванням $M\left[\xi_j(\omega,t)\right] = 0$;

$I(t,T_j) = \begin{cases} 1, & при \quad t \in T_j, \\ 0, & при \quad t \notin T_j. \end{cases}$ - індикаторна функція;

T_j - j-а множина моментів часу;

$$T_j \subset T, \quad \bigcup_{j=1}^{J} T_j = T, \quad T_k \bigcap_{k \neq j} T_j = \varnothing, \quad k,j = \overline{1,J}.$$

Беручи до уваги сучасні теорії генезису електроенцефалограми, що грунтуються на уявленні про ЕЕГ, як про результат випадкової дії великої кількості елементарних джерел електричного поля [1], процес $\xi_j(\omega,t)$ можна розглядати як

$$\xi_j(\omega,t) = \sum_{\tau=0}^{\infty} \varphi_j(\tau)\eta_j(\omega,t-\tau), \quad \tau \in \{n\Delta t\}_{n=0}^{\infty}, \qquad (4)$$

де $\varphi_j(\tau)$ - ядро процесу, $\sum_{\tau=0}^{\infty} \left|\varphi_j(\tau)\right|^2 < \infty$;

$\eta_j(\omega,\tau)$ - породжуючий білий шум в широкому розумінні з математичним сподіванням $M\left[\eta_j(\omega,\tau)\right] = 0$ та дисперсією $D\left[\eta_j(\omega,\tau)\right] = \sigma_{\eta_j}^2$.

Однією з найважливіших властивостей моделі (4) є можливість однозначного визначення $\varphi_j(\tau)$ та $\sigma_{\eta_j}^2$ по реалізації процесу $\xi_j(\omega,t)$, отриманій в експерименті (в даному випадку це буде реалізація процесу $z(\omega,t)$ при $t \in T_j$). Це відкриває шлях до застосування цієї моделі для вирішення задач вимірювання та діагностики. Розглянемо проблему визначення характеристик $\varphi_j(\tau)$ та $\sigma_{\eta_j}^2$ детальніше (очевидно, що спосіб її

розв'язання не залежить від T_j, тому далі для спрощення позначень будемо символи j всюди опускати). В загальному випадку це завдання ефективно вирішується, якщо врахувати, що (4) є розв'язком лінійного стохастичного різницевого рівняння

$$\xi(\omega,t) = -\sum_{i=1}^{p} a_i \xi(\omega, t - i\Delta t) + \sum_{i=1}^{q} b_i \eta(\omega, t - i\Delta t) + \eta(\omega, t), \qquad (5)$$

задання параметрів a_i, b_i, σ_η^2 якого еквівалентно повному визначенню моделі (4).

Рівняння (5) відоме як модель авторегресії ковзного середнього (АРКС). Використовуються також часткові випадки моделі АРКС, зокрема, при $q = 0$ маємо модель авторегресії (АР) p-го порядку:

$$\xi(\omega,t) = -\sum_{i=1}^{p} a_i \xi(\omega, t - i\Delta t) + \eta(\omega, t), \qquad (6)$$

при $p = 0$ отримаємо модель ковзного середнього (КС) порядку q:

$$\xi(\omega,t) = \sum_{i=1}^{q} b_i \eta(\omega, t - i\Delta t) + \eta(\omega, t). \qquad (7)$$

Для оцінювання параметрів a_i, b_i, σ_η^2 розроблено багато методів та ефективних обчислювальних алгоритмів.

Для проведення експериментальних досліджень з метою визначення характеристик моделі (4) використовувалась вищезгадана система реєстрації ЗВП (рис. 1). Реєстрація ЕЕГ здійснювалась в умовах методики та вимог до реєстрації ЗВП, описаних, наприклад, в [2, 4], але без використання блоку ФС, що дозволило обійтися без необхідності здійснювати розклад (1) (оскільки в даному випадку $v(\omega,t) = 0$). Щоб отримати реалізації процесу $z(\omega,t)$ з реєстрованих реалізацій процесу $y(\omega,t)$ виділялась постійна складова та поліноміальний тренд 1-го та 2-го порядку.

Особливістю моделі (7) є те, що автокореляційна функція (АКФ) КС-послідовності $R(m\Delta t) = 0$ для всіх $|m| > q$, що не характерно для ЕЕГ. Тому в даному випадку використовувались лише моделі АРКС та АР. Причому, АР-модель виявилась більш зручною, зважаючи на наявність великої кількості ефективних алгоритмів оцінювання її параметрів з добре вивченими, на відміну від АРКС, статистичними властивостями [5].

АР-параметри оцінювались за алгоритмом Юла-Уокера з використанням рекурсії Левінсона, а також коваріаційним методом із застосуванням швидкого алгоритму, приведеного в [5].

Зважаючи на те, що автокореляційна функція та, відповідно, спектральна щільність потужності (СЩП) стаціонарного лінійного процесу повністю визначаються параметрами стохастичного різницевого рівняння, що його описує, застосування АР-моделі дозволило дослідити спектрально-кореляційні властивості досліджуваної електроенцефалограми. В даному випадку це дало можливість по-іншому підійти до проблеми ідентифікації характеристик моделі (4).

На рис. 2 наведено приклад параметричного оцінювання АКФ та СЩП електроенцефалограми, що моделювалась як АР-послідовність 10-го порядку. Оцінку параметрів АР-моделі в даному випадку здійснено коваріаційним методом по реалізації сигналу, тривалістю 250 мс (Δt =0.5 мс). АКФ та СЩП оцінено згідно виразів:

$$\overline{R}(m\Delta t) = -\sum_{i=1}^{p} \hat{a}_i \overline{R}((m - i)\Delta t), \quad |m| > p, \qquad (8)$$

де $\overline{R}(m\Delta t)$ - рекурентна оцінка нормованої АКФ, послідовність значень якої при $0 \le m \le p$ є незміщеними оцінками нормованої АКФ по реалізації сигналу;

$$\overline{S}(\nu)=\frac{\Delta t\hat{\sigma}_{\eta}^{2}}{\left|1+\sum_{i=1}^{p}\hat{a}_i\exp(-j2\pi\nu i\Delta t)\right|^{2}},\quad \nu\in\left[-\frac{1}{2\Delta t},\frac{1}{2\Delta t}\right], \tag{9}$$

де $\overline{S}(\nu)$ - параметрична оцінка СЩП;

$\hat{a}_i$, $\hat{\sigma}_{\eta}^{2}$ - оцінки параметрів АР-моделі.

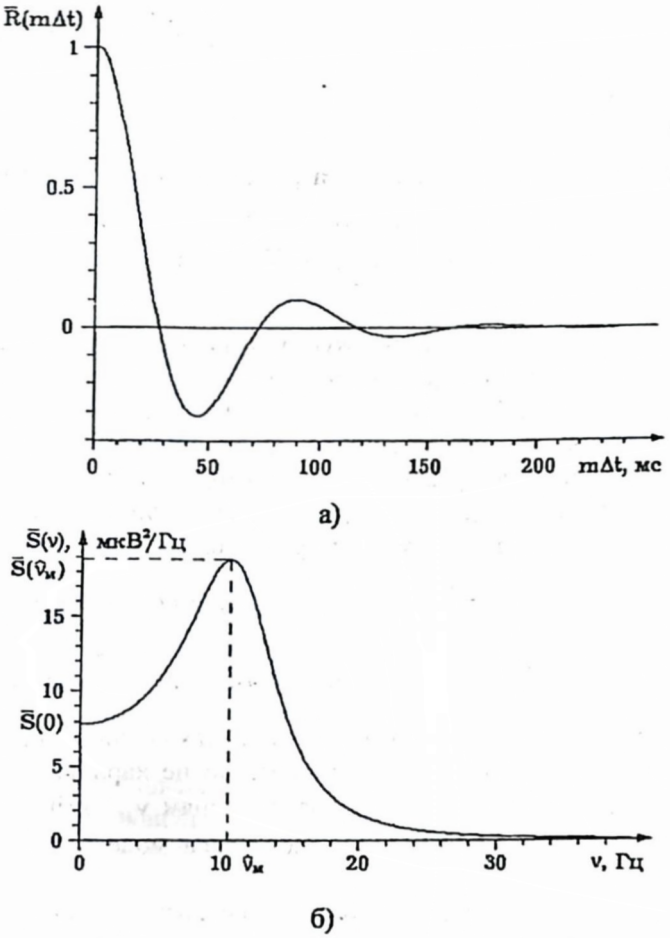

Рис. 2. Параметричні оцінки нормованої АКФ (а) та СЩП (б) ЕЕГ коваріаційним методом; порядок АР-моделі p=10.

Згідно з [6], наявність у функції СЩП єдиного максимуму (в даному випадку в інтервалі $\nu\in\left(0,\frac{1}{2\Delta t}\right)$), що характерно для досліджуваного процесу (рис. 2,б), дозволяє описати ядро $\varphi(\tau)$ виразом лише з двома параметрами:

$$\varphi(\tau)=2\pi\frac{\nu_0^2}{\psi}e^{-2\pi\beta\tau}\sin(2\pi\psi\tau), \tag{10}$$

де $\psi=\sqrt{\nu_0^2-\beta^2}$ - резонансна частота;

β - коефіцієнт згасання;

$\nu_0>\beta$.

Для визначення параметрів ядра (10) можна використати оцінки АКФ чи СЩП модельованого процесу. Зокрема, зважаючи на результати [6], спектральну щільність потужності лінійного стаціонарного процесу з таким ядром можна описати функцією

$$\Phi(\nu) = \Phi(0)\frac{\nu_0^4}{(\nu_0^2+\nu^2)^2 - 4\nu^2\psi^2}, \qquad (11)$$

де $\Phi(0) = D[\eta(\omega,\tau)]$;

яка в інтервалі $\nu \in \left(0, \frac{1}{2\Delta t}\right)$ досягає в деякій точці ν_M максимуму $\Phi(\nu_M)$. Знаючи ν_M, $\Phi(\nu_M)$ та $\Phi(0)$ можна знайти параметри ядра (10):

$$\psi = \sqrt{\frac{\nu_0^2+\nu_M^2}{2}}, \quad \beta = \sqrt{\frac{\nu_0^2-\nu_M^2}{2}}, \qquad (12)$$

де $\nu_0^2 = \nu_M^2\sqrt{\frac{\Phi(\nu_M)}{\Phi(\nu_M)-\Phi(0)}}$.

Для прикладу знайдемо оцінки ψ та β ЕЕГ-процесу, СЩП якого було оцінено вище. Розглядаючи $\hat{\nu}_M$, $\overline{S}(\hat{\nu}_M)$ та $\overline{S}(0)$ (рис. 2,б) в якості оцінок відповідно ν_M, $\Phi(\nu_M)$ та $\Phi(0)$, отримаємо оцінки потрібних величин: $\hat{\nu}_M$=10.5 Гц, $\hat{\nu}_0$=12 Гц, $\hat{\psi}$=11.28 Гц, $\hat{\beta}$=4.11 Гц.

Таким чином, моделюючи досліджуваний процес як АР-послідовність відносно високого порядку та використовуючи характерні особливості її спектральної щільності потужності ми отримали лінійну модель (з ядром (10)), яку в загальному випадку можна представити у вигляді АР-моделі другого порядку.

Звичайно, можна відразу побудувати АР-модель другого порядку, оцінивши її параметри одним із вищезгаданих методів. Однак, вплив ряду факторів, викликаних умовами реєстрації, зокрема, шумом спостереження, величиною періоду дискретизації (оскільки в даному випадку $\frac{\nu_M}{(1/\Delta t)} << \frac{1}{2}$, а для конкретного процесу, оцінку СЩП якого наведено на рис. 2,б $\frac{\nu_M}{(1/\Delta t)} \approx 0.005$), а також особливостями самих алгоритмів оцінки параметрів, приводить до того, що змодельований таким чином процес найчастіше має низькочастотний спектр щільності потужності, що не характерно для ЕЕГ, або ж, в деяких випадках, однорезонансний спектр із значенням ν_M, зміщеним в область вищих частот (як правило, на 5-20 Гц). Тому побудована модель в даному випадку буде неадекватною.

Запропонований підхід дозволяє подолати згадані труднощі шляхом використання оцінок СЩП АР-моделюванням вищого порядку. Слід зазначити, що хоча це, в загальному випадку не повинні бути обов'язково параметричні оцінки, однак, для вирішення розглядуваних в даній роботі завдань варто надати перевагу саме їм, оскільки вони, порівняно з іншими, забезпечують достатню степінь точності визначення спектральних параметрів при задовільній обчислювальній ефективності.

Зокрема, при застосуванні класичних методів спектрального аналізу виникають труднощі, пов'язані із використанням для дослідження відносно коротких реалізацій даних. Так, на рис. 3 наведено приклад оцінювання СЩП по реалізації ЕЕГ, що використовувалась вище. Оцінки зроблено корелограмним методом [5] (об'єм реалізації K=500 відліків):

$$\widetilde{S}(\nu) = \Delta t \sum_{m=-L}^{L} W(m)\widetilde{R}(m\Delta t)\exp(-j2\pi\nu m\Delta t), \qquad (13)$$

де $\widetilde{S}(\nu)$ - корелограмна оцінка СЩП;

$\widetilde{R}(m\Delta t)$ - незміщена оцінка АКФ по реалізації сигналу;

$W(m)=\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\pi m}{L}\right)$ - кореляційне вікно Тюкі [7].

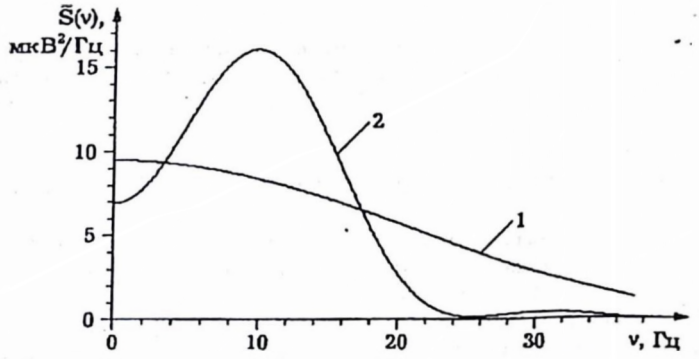

Рис. 3. Корелограмні оцінки СЩП ЕЕГ :
1 - при L=50; 2 - при L=150.

У [5] показано, що прийнятних значень дисперсії $\tilde{S}(\nu)$ можна очікувати в тому випадку, коли L<K/10. Однак, при L=50, як видно з рис. 3, оцінка СЩП даним методом є надто згладженою і не дає можливостей її застосування для вирішення поставлених завдань. При більших ж L великі значення дисперсії $\tilde{S}(\nu)$, очевидно, приведуть до побудови неадекватної моделі.

Слід відмітити, що в даному випадку неможливо змінювати значення K чи Δt для покращення статистичних властивостей спектральних оцінок, оскільки ці значення задані, відповідно до властивостей складової $\nu(\omega,t)$, яких ми тут не розглядаємо.

Повертаючись до авторегресійних методів спектрального оцінювання, зазначимо, що обидва вищезгадані алгоритми при їх застосуванні давали, як правило, приблизно однакові оцінки СЩП, однак, в силу своїх особливостей (які описані, наприклад, в [5]) метод Юла-Уокера вимагав для цього використання більшої кількості параметрів АР-моделі, ніж коваріаційний. Тому останній, в цьому розумінні виявився більш ефективним. Для порівняння особливостей застосування цих методів на рис. 2,б та на рис. 4 наведено оцінки СЩП по одній і тій же реалізації сигналу відповідно коваріаційним методом та методом Юла-Уокера.

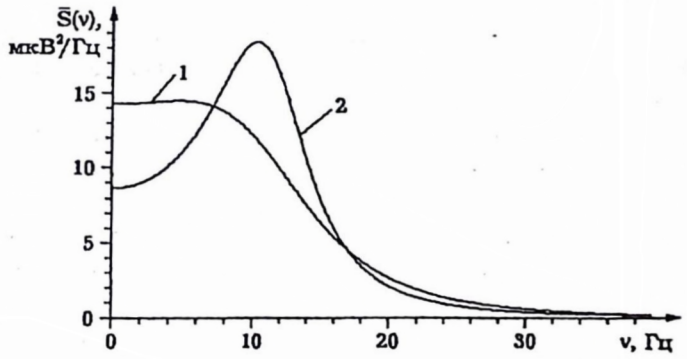

Рис. 4. Параметричні оцінки СЩП ЕЕГ методом Юла-Уокера;
порядок АР-моделі : 1 - p=10; 2 - p=28.

На завершення зазначимо, що створення системи аналізу шумової складової при реєстрації ЗВП, що включає в себе обгрунтовану на базі сучасних уявлень про генезис

електроенцефалограми математичну модель, відповідні засоби попередньої обробки даних, а також методи оцінювання параметрів моделі, розглянуті в даній роботі, може стати додатковим важливим фактором підвищення ефективності діагностики по "корисній" складовій.

Summary. The kernels of the linear stationary components of electroencephalogram have been identified on the basis of its spectral-correlational properties analysis. The experimental estimation of parameters of the obtained model peculiarities caused by area of its application have been investigated.

Література

1. Жадин М.Н. Биофизические механизмы формирования электроэнцефалограммы. - М.: Наука, 1984. - 197 с.
2. Шамшинова А.М., Зислина Н.Н., Яковлев А.А. Зрительные вызванные потенциалы: теоретические основы и принципы практического использования метода в клинике глазных болезней. // Вестник офтальмологии, - 1992. - Т. 108. - №4-6. - с. 47 - 51.
3. Marchenko B.G., Tkachuk R.A., Palamar M.I. Computings measuring system for biopotentials of visual analizer investigation. // Матеріали 1-ї міжнародної конференції Instrumentation in Ecology and Human Safety (IEHS 96). - Ст. Петербург :1996. - с. 114 - 115.
4. Богословский А.И., Жданов В.К. Основные принципы клинической электрофизиологической системы. // Диагностическое значение электрофизиологических показателей при основных заболеваниях зрительно-нервного аппарата. Московский НИИ глазных болезней им. Гельмгольца. Научн. труды. - Вып. 22. - 1976. - с. 22 - 36.
5. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. - М.: Мир, 1990. - 584 с.
6. Марченко Б.Г., Мыслович М.В. Вибродиагностика подшипниковых узлов электрических машин. - К.: Наукова думка, 1992. - 196с.
7. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения. Вып. 1: Пер. с англ. - М.: Мир, 1971. - 317с.