ПРИЛАДОБУДУВАННЯ

УДК 621.37.1:519.21

І. Бойко, Б. Марченко

ОРТОГОНАЛЬНІ СТОХАСТИЧНІ ФУНКЦІОНАЛИ В ТЕОРІЇ НЕЛІНІЙНИХ РАДІОТЕХНІЧНИХ КІЛ

Побудована ортогональна система стохастичних функціоналів від процесів із незалежними приростами. Досліджені її властивості та особливості розкладу на її основі нелінійних стохастичних функціоналів в ортогональні ряди. Наведено приклад аналізу нелінійних перетворень негауссівських випадкових сигналів в теорії радіотехнічних кіл.

У статистичній радіотехніці досить часто доводиться розв'язувати задачі, пов'язані з аналізом відгуку деякого пристрою на випадкову дію. Способи і ефективність вирішення таких задач істотно залежать від математичної моделі, що описує вхідний вплив. За останній час для цих цілей широке застосування знаходять так звані лінійні випадкові процеси [1, 2, 3, 4, 16]. Останні відкривають широкі можливості для застосування властивостей добре відомих у теорії імовірностей безмежно подільних розподілів при вирішенні прикладних задач. Окрім того, лінійна модель випадкового впливу дозволяє задовільно описувати широкий клас реальних радіофізичнихшумів, таких, наприклад, як дробовий шум, тепловий, Фліккер-шум, різного роду імпульсні завади (як внутрішні, так і зовнішні) і т.і.

В нинішній час привертають увагу методи аналізу нелінійних радіотехнічних пристроїв, які грунтуються на використанні функціональних рядів, тобто на розкладові відгуку в ряд. Такі методи дозволяють здійснити загальний підхід до опису та аналізу роботи нелінійних радіотехнічних пристроїв і, особливо, інерційних нелінійностей. Більше того, такі методи, як частковий випадок, включають у себе дослідження і лінійних пристроїв.

Серед можливих зображень відгуків у вигляді функціональних рядів слід відмітити функціональні поліноми Вольтерра [5, 6] і стохастичні ортогональні ряди [1, 7, 8, 9, 12, 16]. Ми будемо розглядати тут ортогональні розклади, тому що вони мають більшу перевагу у порівнянні з поліномами Вольтерра у прикладному плані.

Основні труднощі, пов'язані з використанням ортогональних розкладів, і, зокрема, при аналізі нелінійних радіотехнічних пристроїв, виникають при побудові елементів ортонормованих базисів стохастичних функціоналів. У цій статті пропонується один із можливих методів побудови ортогональних систем стохастичних функціоналів від процесів з незалежними приростами, які є своєрідним узагальненням ортогональних вінерівських функціоналів [7]. Доводиться теорема про ортогональність і досліджуються властивості таких функціоналів.

Згідно з роботами [1 - 3, 16], лінійним будемо називати випадковий процес $\xi(t)$, $t \in T$, що допускає зображення у вигляді стохастичного інтеграла:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\eta(\tau), \qquad (1)$$

де - $\eta(\tau)$, $P\{\eta(0)=0\}=1$, $\tau \in (-\infty,\infty)$ - центрований стохастично неперервний випадковий процес другого порядку з незалежними приростами, а $\varphi(\tau,t)$ - дійсна, що інтегрується з вагою $d\rho(\tau)=M|d\eta(\tau)|^2$ у квадраті функція. Зазначимо, що стохастичний інтеграл у нашому випадку визначається як межа у середньоквадратичному відповідних інтегральних сум.

Головна особливість процесів виду (1) полягає у тому, що вони належать до класу безмежно подільних випадкових процесів. У відповідності з [16], дійсний або комплексно-значний сепарабельний випадковий процес $\xi(t)$, $t \in T$, введений на імовірнісному просторі, (Ω, **F**, P), де $T \subseteq R^1$- одновимірна множина з підмножиною сепарабельності $T_0=\{t_j: t_j \in T; j=1,2,\ldots\}$ називається безмежно подільним, якщо всі його n-вимірні маргінальні розподіли (n=1, 2,...) є безмежно подільними n-вимірними розподілами. Отже, характеристична функція будь-якої розмірності процесу виду (1) може бути подана у формі, що подібна канонічній формі Колмогорова, Леві або Леві-Хінчина [1, 2].

Ще однією властивістю класу лінійних випадкових процесів є їх замкнутість відносно лінійних перетворень. При лінійному перетворенні змінюється лише ядро $\varphi(\tau,t)$ початкового лінійного процесу і ми знову отримуємо лінійний випадковий процес з новим, перетвореним ядром і з тим же породжуючим процесом.

Прикладами реальних радіофізичних явищ і процесів, які можуть бути описані лінійними випадковими процесами (1), є, по-перше, відгуки лінійних радіотехнічних пристроїв при дії на їх входи процесів типу білого шуму $d\eta(\tau)/d\tau$, де $\eta(\tau)$ - однорідний процес з незалежними приростами. У цьому випадку невипадкове ядро $\varphi(\tau,t)$, подане в (1), описує імпульсну перехідну характеристику відповідного лінійного пристрою. По-друге, моделлю (1) добре описуються шуми, що являють собою результат дії великої кількості елементарних випадкових імпульсів, що задовольняють умовам рівномірної нескінченної малості [16]. При цьому функція $\varphi(\tau,t)$ описує елементарний випадковий імпульс, що з'явився у момент τ і розглядається у момент часу t.

Лінійний випадковий процес є зручною моделлю для імовірнісного аналізу як лінійних, так і нелінійних радіотехнічних пристроїв. Але при дослідженні нелінійностей, виникає необхідність у використанні випадкових процесів і більш складного виду, а саме - однорідних стохастичних функціоналів

$$\Phi_n(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty}K_n(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n;t)d\eta(\tau_1)\ldots d\eta(\tau_n), \qquad (2)$$

де $K_n(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n;t)$ - дійсна, що інтегрується з вагою $M|d\eta(\tau_1)d\eta(\tau_2)\ldots d\eta(\tau_n)|^2$ у квадраті функція при будь-якому $t \in T$, а $\eta(t)$ визначається як в (1). Для процесу (2) породжуючим є тепер уже випадкове поле $H(\tau_1,\ldots,\tau_n)=\eta(\tau_1)\ldots\eta(\tau_n)$. Частковим випадком процесу виду (2) є однорідний поліноміальний стохастичний функціонал, ядро якого має вигляд [1]:

$$K_n(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n;t)=\sum_{k=1}^{N}a_k\prod_{j=1}^{n}\varphi_{kj}(\tau_j,t), \qquad (3)$$

де $\{a_k, k=1,2,\ldots,N\}$ - деякі дійсні невипадкові числа, а функції $\{\varphi_{kj}(\tau_j,t), k=1,2,\ldots,N; j=1,2,\ldots,n\}$ визначаються як в (1).

Як для поліноміальних функціоналів з ядром (3), так і для функціоналів загального виду (2) справедлива

ТЕОРЕМА 1. Нехай $\Phi_n(t)$ і $\Phi_m(s)$, $t,s\in T$ однорідні стохастичні функціонали виду (2) з одним і тим же породжуючим процесом $\eta(\tau)$, для якого семіінваріант $(n+m)$ -го порядку $\kappa_{n+m}[\eta(1)]<\infty$. Позначимо $K_{n+m}(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_{n+m};t,s)=\tilde{K}_n(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n;t)\,\tilde{K}_m(\tau_{n+1},\tau_{n+2},\ldots,\tau_{n+m};s)$, де знак ~ означає симетризацію відповідного ядра по змінних τ. Тоді

$$M[\Phi_n(t)\Phi_m(t)]=$$

$$=n!\,m!\sum_{\nu=1}^{n+m}\sum_{\sum_1^\nu n_jp_j=n+m}\prod_{j=1}^{\nu}\frac{\kappa_{p_j}^{n_j}[\eta(1)]}{(p_j!)^{n_j}n_j!}\sum_{k=1}^{\binom{n+m}{n}}\int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty}K_{n+m}(\tau_{k_1}^{(p_1)},\tau_{k_2}^{(p_1)},$$

$$\ldots,\tau_{k_{n_1}}^{(p_1)},\tau_{k_{n_1+1}}^{(p_2)},\ldots,\tau_{k_{n_1+n_2}}^{(p_2)},\ldots,\tau_{k_{n_1+n_2+\ldots+n_{\nu-1}+1}}^{(p_\nu)},\ldots,$$

$$\tau_{k_{n_1+n_2+\ldots+n_\nu}}^{(p_\nu)};t,s)d\tau_1d\tau_2,\ldots,\tau_{\sum_1^\nu n_j}, \qquad (4)$$

де друга сума поширюється на всі можливі способи неупорядкованих розбиттів числа $(n+m)$ на суму ν різноманітних цілих додатних доданків p_j з кратностями n_j; підсумовування по k поширюється на всі можливі перестановки між підмножинами аргументів $\{\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n\}$ і $\{\tau_{n+1},\tau_{n+2},\ldots,\tau_{n+m}\}$; $\tau_k^{(p)}=\underbrace{(\tau_k,\tau_k,\ldots,\tau_k)}_{(p\text{ разів})}$.

Доведення цієї теореми міститься у роботах [1, 16], тому ми не будемо тут на ньому зупинятись.

Розглянемо тепер нескінченну послідовність лінійно незалежних однорідних стохастичних функціоналів:

$$\{\Phi_n(t), n=1,2,\ldots;\Phi_0(t)\equiv 1\}. \qquad (5)$$

Внаслідок того, що за означенням $M\Phi_n^2(t)<\infty, t\in T, n=0,1,2,\ldots$, то елементи послідовності (5) належать до гільбертового простору випадкових процесів $L_{2,p}$ зі скалярним добутком $(\Phi_n(t),\Phi_m(t))=M[\Phi_n(t)\Phi_m(t)]$, який для елементів послідовності (5) обчислюється за формулою (4) згідно з теоремою 1.

Послідовність (5) можна ортогоналізувати, наприклад, за методом Грама-Шмідта. Такий випадок розглянуто у роботі [1]. Тут пропонується інший спосіб ортогоналізації, більш простий як за самою процедурою ортогоналізації, так і відносно виду членів ортогональної системи.

Розглянемо функцію $I_n(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n)$, що визначається співвідношенням:

$$I_n(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n) = \begin{cases} 1, & \text{як що } \tau_1 \neq \tau_2 \neq \ldots \neq \tau_n, \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

$$n = 2,3,\ldots; I_1(\tau) = 1.$$

Назвемо цю функцію індикатором відсутності однакових аргументів або просто індикаторною функцією.

Якщо тепер помножити ядра послідовності функціоналів (5) на відповідні індикаторні функції, то ми отримаємо послідовність стохастичних функціоналів $\{G_n(t)\}_{n=0}^{\infty}$ з елементами виду:

$$G_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{-\infty}^{\infty} K_n(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n; t) I_n(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n) \prod_{j=1}^{n} d\eta(\tau_j),$$

$$n = 1,2,\ldots; G_0(t) \equiv 1, \qquad (6)$$

для яких справедлива

ТЕОРЕМА 2. Нехай $\{G_n(t)\}_{n=0}^{\infty}$ система стохастичних функціоналів (6). Тоді при $t, s \in T$

$$M[G_n(t)G_m(s)] =$$

$$= \delta_{nm} n! \kappa_2^n[\eta(1)] \int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{K}_n(\tau_1, \ldots, \tau_n; t) \tilde{K}_n(\tau_1, \ldots, \tau_n; s) d\tau_1 \ldots d\tau_n, \qquad (7)$$

де

$$\delta_{nm} = \begin{cases} 1, & n = m, \\ 0, & n \neq m. \end{cases}$$

Доведення. Застосовуючи теорему 1 до функціоналів (6), легко показати, що всі доданки у (4), для яких хоча б для одного значення j маємо $p_j \geq 3$, стають нульовими, тому що у цьому випадку добуток індикаторних функцій $I_n(\cdot) I_m(\cdot)$ дорівнює нулю внаслідок наявності хоча б у одному із співмножників подібних аргументів. Якщо ж у деякому доданку з'явиться індекс $p_j = 1$, то такий доданок обертається в нуль завдяки множнику $\kappa_1[\eta(1)] = 0$. Отже, у правій частині (4) залишиться тільки один доданок із $\nu = 1, n_j = (n + m) / 2$, тому, що решта доданків перетворюються в нуль.

Розглянемо випадок, коли $n \neq m$. Якщо $(n + m)$ непарне число, то права частина (4) переходить у нуль, тому що у цьому випадку не виконується комбінація $\nu = 1, n_j = (n + m) / 2$ і $p_j = 2$. Якщо ж $(n + m)$ - парне, то завжди у одній із індикаторних функцій буде хоча б на два подібних аргументи більше, ніж у другій. Отже, виходить, що і у цьому випадку права частина (4) переходить у нуль. Цим самим встановлюється ортогональність функціоналів виду (6).

Якщо $n = m$, то права частина (4) відрізняється від нуля і містить доданок з $\nu = 1, n_j = n$ і $p_j = 2$ і при цьому елементи будь-якої ототожненої пари аргументів завжди знаходяться у складі аргументів різних індикаторних функцій. Внаслідок симетрії підінтегральних функцій в (4), у кожному із доданків, що розглядаються (мається на увазі підсумовування по

індексу k), не змінюючи їх значення, аргументи завжди можна вважати розміщеними по порядку згідно зі збільшенням їх індексів. Таким чином, у всіх доданках інтеграли однакові і мають вигляд:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{K}_n(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_n;t)\,\tilde{K}_n(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_n;s)d\tau_1 d\tau_2\dots d\tau_n\ .$$

Якщо підставити у (4) $\nu=1, n_j=n, p_j=2$, то легко знаходимо коефіцієнт, що стоїть перед інтегралом у (7)

$$\frac{(n!)^2 2^n}{(2!)^n n!}\kappa_2^n[\eta(1)] = n!\,\kappa_2^n[\eta(1)]\ ,$$

чим і доводиться справедливість теореми при $n=m$.

Підставляючи у ліву частину формули (7) замість одного із функціоналів, наприклад, $G_m(s)$, одиницю і використовуючи властивості індикаторної функції, бачимо, що

$$M[G_n(t)] = 0, \quad n = 1,2,\dots \tag{8}$$

Та ж формула (7) дозволяє легко обчислити норму функціонала (6)

$$\|G_n(t)\| = \left[n!\,\kappa_2^n[\eta(1)]\int_{-\infty}^{\infty}\dots\int_{-\infty}^{\infty}\tilde{K}_n^2(\tau_1,\dots,\tau_n;t)d\tau_1\dots d\tau_n\right]^{1/2}. \tag{9}$$

Тоді елементи виду

$$\overline{G}_n(t) = G_n(t)\left[\|G_n(t)\|\right]^{-1}, \quad n = 0,1,2,\dots \tag{10}$$

утворюють ортонормовану систему стохастичних функціоналів. Якщо позначити через $L_{2,\wp}$ замикання лінійної оболонки, що породжена послідовністю функціоналів (6), де $\wp$ позначає імовірнісну міру, що відповідає цим функціоналам, то послідовність (10) буде становити собою ортонормований базис в $L_{2,\wp}$

Нехай закон зв'язку між вхідними сигналами і відгуками деякого нелінійного пристрою задається системним оператором $F(\cdot)$. Якщо покласти, що на вході такого пристрою діє сигнал, що описується лінійним випадковим процесом $\xi(t)$ (1), то на виході відгук $y(t) = F[\xi(t)]$. Зробимо припущення, що нелінійний пристрій, який розглядається, є стійкий і $My^2(t) < \infty$. Окрім цього, нехай $y(t) \in L_{2,\wp}$[1]. Тоді у відповідності з рівністю Парсеваля, відгук нелінійного пристрою $y(t)$ може бути записаний у вигляді узагальненого ряду Фур'є:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(t)\overline{G}_n(t)\ , \tag{11}$$

де рівність розуміється у середньоквадратичному значенні, а $C_n(t) = M[y(t)\overline{G}_n(t)]$ - узагальнений коефіцієнт Фур'є $y(t)$, який обчислюється у відповідності з теоремою 1 (формула (4)).

---

[1]Якщо вказана умова не виконується, то все, що розглядається нижче, буде вірним для ортогональної проекції $F_1(\cdot) = F(\cdot) \setminus F_2(\cdot)$, де $F_1(\cdot) \in L_{2,\wp}, F_2(\cdot) \perp L_{2,\wp}$, а $F(\cdot) \in L_{2,p}$.

Використовуючи тепер розклад (11) і враховуючи властивості ортогональних функціоналів (6), отримаємо вирази для обчислення математичного сподівання та кореляційної функції (або їх оцінок, якщо $y(t) \notin L_{2,\xi}$) відгуку $y(t)$:

$$m(t) = My(t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(t) M\overline{G}_n(t) = C_0(t), \quad t \in T, \tag{12}$$

$$B_y(t_1, t_2) = M\left[y(t_1) - m(t_1)\right]\left[y(t_2) - m(t_2)\right] =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} C_n(t_1) C_n(t_2) M\left[\overline{G}_n(t_1)\overline{G}_n(t_2)\right], \quad t \in T. \tag{13}$$

Як видно із співвідношень (12) і (13), для обчислення математичного сподівання та кореляційної функції необхідно визначити узагальнені коефіцієнти Фур'є відгуку та виконати їх підсумовування. Відмінною рисою такого підходу до кореляційного аналізу нелінійних пристроїв з використанням лінійної моделі виду (1) як вхідної дії є те, що для обчислення моментних функцій відгуку використовуються не функції розподілу вхідного сигналу, як це робиться традиційно, а невипадкове ядро $\varphi(\tau, t)$ зображення (1) і характеристична функція (або послідовність семіінваріантів) породжуючого процесу $\eta(\tau)$. Внаслідок цього, запропонований метод дозволяє, по-перше, охопити досить широкий клас реальних радіофізичних сигналів, як флуктуаційних, так і імпульсних, для опису яких можна застосувати безмежно подільні розподіли. Сюди, в першу чергу, слід віднести гаусівські та пуасонівські (в тому числі і складні пуасонівські) процеси як стаціонарні, так і нестаціонарні. По-друге, самі нелінійні пристрої можуть бути як безінерційні, так і інерційні.

Для ілюстрації розглянемо конкретний

ПРИКЛАД. Нехай на вході безінерційної ланки, характеристика якої описується поліномом p-го степеня

$$F(x) = \sum_{n=1}^{p} a_n x^n \ ,$$

де $\{a_n, \quad n = 1,2,\ldots,p\}$ - деякі дійсні числа, діє лінійний випадковий процес виду (1), для якого $\varphi(\tau, t) = \varphi(t - \tau) = e^{-\alpha(t-\tau)}U(t - \tau)$, де $U(\tau)$ - одинична функція Хевісайда, а $\eta(\tau) = \gamma(\tau)$ - гама-процес з незалежними приростами і послідовністю семіінваріантів $\kappa_n\left[\gamma(\tau)\right] = \varepsilon^n \beta^n (n-1)!|\tau|, \quad n = 2,3,\ldots; \kappa_1\left[\gamma(\tau)\right] = 0; \beta$ - параметр гама-розподілу; $\varepsilon = sign(\tau)$. Потрібно знайти кореляційну функцію і математичне сподівання відгуку нелінійної ланки.

Перш за все запишемо вираз для відгуку. Він дорівнює:

$$y(t) = F\left[\xi(t)\right] = \sum_{n=1}^{p} a_n \xi^n(t) = \sum_{n=1}^{p} a_n \Phi_n(t), \tag{14}$$

де

$$\Phi_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{n} e^{-\alpha(t-\tau_i)} U(t - \tau_i) d\gamma(\tau_i). \tag{15}$$

З урахуванням (15) і (6) приходимо до ортогональної системи:

$$G_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \ldots \int_{-\infty}^{\infty} \prod_{i=1}^{n} (e^{-\alpha(t-\tau_i)} U(t - \tau_i)) I_n(\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_n) \prod_{i=1}^{n} d\gamma(\tau_i),$$

$$n = 1,2,\ldots; \quad G_0(t) \equiv 1.$$

Норма для елементів такої системи

$$\|G_n\| = \beta^n \left[\frac{n!}{(2\alpha)^n}\right]^{1/2}, n = 0,1,2,\ldots$$

Тоді ортонормована система має вигляд:

$$\overline{G}_n(t) = \frac{(2\alpha)^{n/2}}{(n!)^{1/2}\beta^n} \int_{-\infty}^{\infty}\ldots\int_{-\infty}^{\infty}\prod_{i=1}^{n}\left[e^{-\alpha(t-\tau_i)}U(t-\tau_i)\right] I_n(\tau_1,\tau_2,\ldots,\tau_n)\times$$

$$\times\prod_{i=1}^{n} d\gamma(\tau_i), \quad n = 1,2,\ldots; \quad \overline{G}_0(t) \equiv 1.$$

Тепер можна записати відгук (14) у вигляді ортогонального ряду:

$$y(t) = \sum_{n=1}^{p} a_n \sum_{m=0}^{n} C_{nm}(t)\overline{G}_m(t), \tag{16}$$

де, згідно з теоремою 1, узагальнений коефіцієнт Фур'є:

$$C_{nm}(t) = M\left[\Phi_n(t)\overline{G}_m(t)\right] = C_{nm} =$$

$$= \begin{cases} \dfrac{(2\alpha)^{m/2}}{\beta^n} n!(m!)^{1/2} \displaystyle\sum_{\sum_1^{\nu} n_j p_j = n+m} \prod_{j=1}^{\nu} \frac{\beta^{n_j p_j}}{(p_j)^{2n_j} n_j!} \cdot \frac{1}{\alpha^{n_j}}, & m \le n, \\ 0, & m > n, \end{cases} \tag{17}$$

тобто, у цьому прикладі узагальнені коефіцієнти Фур'є не залежать від часу, що характерно для стаціонарних процесів. Зазначимо також, що у формулі (17) доданки з $\kappa_{pj}\left[\gamma(1)\right]$ при $p_j = 1$ дорівнюють нулю.

З урахуванням розкладу (16) і співвідношень (12), (13) і (17) отримуємо:

$$m(t) = m = \sum_{n=1}^{p} a_n C_{n0} = \sum_{n=1}^{p} a_n n! \sum_{\sum n_j p_j = n} \prod_{j=1}^{\nu} \frac{\beta^{n_j p_j}}{(p_j)^{2n_j} n_j!} \cdot \frac{1}{\alpha^{n_j}}$$

і

$$B_y(s) = \sum_{n_1,n_2=1}^{p} a_{n_1} a_{n_2} \sum_{m=1}^{\min(n_1,n_2)} C_{n_1 m} C_{n_2 m} e^{-m\alpha|s|}, \quad s = t_2 - t_1. \tag{18}$$

Після перетворення Фур'є правої частини (18) знаходимо спектральну щільність відгуку:

$$S_y(\omega) = 4\alpha \sum_{n_1,n_2=1}^{p} a_{n_1} a_{n_2} \sum_{m=1}^{\min(n_1,n_2)} C_{n_1 m} C_{n_2 m} \frac{m}{m^2\alpha^2 + \omega^2}, \quad \omega \in [0,\infty).$$

Отже, побудована ортогональна система стохастичних функціоналів від процесів з незалежними приростами (6) дозволяє розв'язувати задачі аналізу в рамках кореляційної теорії нелінійних перетворень широкого класу випадкових сигналів, що описуються безмежно подільними розподілами. Найбільш трудомістка операція при застосуванні методу стохастичних ортогональних розкладів як у задачах аналізу, так і при інших застосуваннях, полягає у обчисленні коефіцієнтів Фур'є $C_n(t)$ ортогонального розкладу (11). На закінчення відзначимо, що запропонований метод може бути легко узагальнений і на випадок дії на нелінійну ланку

адитивної суміші деякого "корисного" сигналу та шуму, що описується моделлю (1).

Summary. An orthogonal system of stochastic functionals of processes with independent increments has been designed. Its properties have been investigated. One of its possible applications for correlational analysis of non-linear transformations of random signals has been shown. An example has been given which relates to the theory of non-linear radiocireuits.

Література

1. Марченко Б.Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. - Киев: Наук. думка, 1973.-192 с.
2. Марченко Б.Г., Щербак Л.Н. Линейные случайные процессы и их приложения. - Киев: Наук. думка, 1975.-144 с.
3. Розанов Ю.А. Введение в теорию случайных процессов. - М.: Наука, 1982.-128 с.
4. Lugannani R. and Thomas J.B. On a Class of Stochastic Processes which Are Closed under Linear Transformations. - Inform. and Control. 1967. -V.10.- N1.-P.1- 21.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. - М.: Сов. радио, 1974.-552 с.
6. Пупков К.А., Капалин В.И., Ющенко А.С. Функциональные ряды в теории нелинейных систем. - М.: Наука, 1976.-448 с.
7. Винер Н. Нелинейные задачи в теории случайных процессов. - М.: ИЛ, 1961.-160 с.
8. Gameron R.H., Martin W.T. The Orthogonal Development of Nonlinear Functionals in Series of Fourier-Hermite Functionals. - Ann. of Math., 1947.- 48.- P. 385 - 392.
9. Ogura H. Orthogonal functionals of the Poisson processes. - IEEE Transactions on Inform. Theory, 1972.-V. IT-18.- N4.- P. 473 - 481.
10. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. - М.: Наука, 1977.-568 с.
11. Леонов В.П., Ширяев А.Н. К технике вычисления семиинвариантов. - Теория вероятностей и ее применения. -1959.- Т. 1V, вып. 3.-С. 342 - 355.
12. Омельченко В.А. Основы спектральной теории распознавания сигналов. - Харьков: Вища школа, 1983.-160 с.
13. Ito K. Multiple Wiener integrals. - J. Math. Soc. Japan. V.3.- 1951.- P. 157-169.
14. Хида Т. Броуновское движение. - М.: Наука, 1987.-308 с.
15. Вентцель А.Д. Курс теории случайных процессов. - М.: Наука, 1975.-320 с.
16. Бойко И.Ф., Марченко Б.Г. Анализ нелинейных преобразований сигналов в системах диагностики с использованием стохастических ортогональных разложений. - Киев: 1987.- N 542. -57 с. - Препринт /АН УССР. Ин-т электродинамики.