

УДК 518.001.57:627.157:627.40

С.Барановський

ПРО МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ДЕФОРМАЦІЇ НЕЗВ'ЯЗНОГО ПІЩАНОГО ДНА БІЛЯ ОКРЕМИХ ТИПІВ ГІДРОТЕХНІЧНИХ СПОРУД

Пропонується математична модель процесу деформації незв'язного піщаного русла біля окремих типів гідротехнічних споруд, в якій відриг, вертикальний підйом, перенесення та відкладення частинок ґрунту під впливом турбулентного потоку розглядається як їх дифузія у рідину в області із змінною в часі ділянкою границі. Вказано межі застосування такої моделі.

Однією з головних причин порушення нормальної роботи та руйнування таких гідротехнічних споруд, як мостові опори, заплавні і руслові опори високовольтних ліній електропередач, руслорегулятивні і берегозахисні півзагати є розмивання основ їх фундаментів, викликаний розвитком значних руслових деформацій поблизу головних частин цих споруд. Тому дослідження цих процесів та створення нових ефективних методів прогнозування параметрів розмивання поблизу такого роду споруд залишається важливим та актуальним.

Оскільки в основі руслових процесів лежить взаємодія водного потоку і русла, виражена, зокрема, в обміні наносами за рахунок їх постійного відкладення та змуслення, пропонуємо математичну модель процесу деформації незв'язного піщаного русла, в якій відриг, вертикальний підйом, перенесення та відкладення частинок ґрунту під впливом водного потоку розглядається як їх дифузія у рідину з деяким "фіктивним" коефіцієнтом в області із змінною в часі ділянкою границі (поверхнею дна). Відома дифузійна теорія перенесення наносів була запропонована В.М.Маккавеевим [1] для обчислення розподілу наносів у потоці за умови незмінності положення поверхні дна. Приклади ж застосування такої моделі для обчислення процесів деформації русла при відкладенні наносів у водосховищах та відстійниках можна знайти в роботах, зокрема, Г.І.Шамова [2].

Розглянемо процес деформації дна, що виникає при обтіканні зазначених вище типів гідротехнічних споруд водним потоком, розподіл компонентів швидкості якого на поверхні рідини наближений до відповідного випадку потенційного руху. Використовуючи залежність показникового виду для вертикального розподілу, подамо ці компоненти з урахуванням впливу зміни положення поверхні дна ($z=l(x,y,t)$) як [3,4]:

$$u(x,y,z,t) = \frac{u_0(x,y)l_0}{(1+\alpha)^m l} \left(\frac{l-z}{l} + \alpha \right)^m; \quad v(x,y,z,t) = \frac{v_0(x,y)l_0}{(1+\alpha)^m l} \left(\frac{l-z}{l} + \alpha \right)^m; \quad (1)$$

$$w(x,y,z,t) = \frac{l_0(l'_x u_0(x,y) + l'_y v_0(x,y))}{(1+\alpha)^m l^2} \left(\frac{l-z}{l} + \alpha \right)^m, \quad (2)$$

де α - досить мале число; l_0 - положення поверхні дна до початку розмивання; u_0, v_0 - компоненти вектора швидкості рідини на її поверхні, які можна визначити методами конформного відображення.

Вважатимемо, що наноси у потоці переносяться переважно за рахунок конвекції, а самі частинки настільки дрібні, що можна знехтувати їх впливом на кінематичні та турбулентні характеристики водного потоку. Тоді, переходячи спочатку від змінних x, y до φ, ψ - відповідно потенціалу та функції течії даного фіктивно ідеального горизонтального потоку, а потім до змінних s, h, r :

$$s = \varphi, \quad h = \psi, \quad r = \frac{l_0 z}{l(\varphi, \psi, t)}, \quad (3)$$

отримаємо таку модель задачі:

$$\varepsilon \frac{l_0^2}{l^2(s, h, t)} \frac{\partial}{\partial r} \left(D(V(s, h, r, l(s, h, t))) \frac{\partial c}{\partial r} \right) - \frac{(u_0^2(s, h) + v_0^2(s, h))_0 \left(\frac{l_0 - r}{l_0} + \alpha \right)^m}{(1 + \alpha)^m l(s, h, t)} \frac{\partial c}{\partial s} - \frac{l_0 w_0}{l(s, h, t)} \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{\partial c}{\partial t} \quad (4)$$

$$c(s, h, r, t) \Big|_{r=0} = c_* e^{-\frac{\gamma l_0}{\varepsilon}} \approx 0, \quad c(s, h, r, t) \Big|_{r=l_0} = c_*, \quad \frac{\partial c(s, h, r, t)}{\partial h} \Big|_{h=0} = 0; \quad (5)$$

$$c(s, h, r, 0) = \bar{c}(s, h, r); \quad (6)$$

де $c(s, h, r, t)$ - концентрація частинок у точці (s, h, r) в момент часу t , w_0 - швидкість осідання частинок в стоячій воді, n - вектор нормалі до границі області, орієнтований на її середину, $\vec{V}(u(s, h, r, t), v(s, h, r, t), w(s, h, r, t))$ - вектор швидкості потоку, V - його модуль. Тут εD - "фіктивний" коефіцієнт дифузії, ε - малий параметр. Рівняння (6.2) описує умову балансу маси наносів на поверхні дна. Концентрацію наносів у початковий момент часу задаватимемо відповідно до дифузійної теорії змулення дрібних частинок [1, 5].

Провівши дискретизацію часу t з настільки малим кроком Δt , що на кожному із проміжків $[t_k, t_{k+1})$ можна знехтувати зміною вільної ділянки границі, розв'язуємо задачу (3)-(6) наближено при $t_k < t < t_{k+1}$ в області з фіксованою границею $z = l_k(s, h, t_k)$ ($r = l_0$) у вигляді асимптотичного ряду [6, 3, 4].

Коефіцієнт εD пов'язаний з інтенсивністю проникнення частинок ґрунту в рідину, а тому залежить як від характеристик турбулентного потоку, так і від параметрів частинок ґрунту, з яких складається поверхня дна. Зауважмо, що у дифузійній теорії перенесення змулених наносів пропонуються різні форми залежності для коефіцієнта дифузії. Так, згідно з гіпотезою Маккавеса про коефіцієнт турбулентного обміну [1] він запропонував вважати коефіцієнт дифузії пропорційним середній швидкості потоку. Подібну форму залежності використовує у своїх роботах і А.В.Караушев [5]. У загальному ж вигляді цю залежність можна подати у вигляді:

$$\varepsilon D = \chi V^\lambda, \quad (7)$$

де χ, λ - певні числа (параметри).

При використанні формули (7) у запропонованій вище математичній моделі процесу деформації незв'язного піщаного дна русла отримаємо максимальне зниження обчислюваного положення поверхні дна в області з найбільшими значеннями середньої швидкості потоку, що узгоджується з результатами експериментальних та натурних досліджень процесу розмивання поблизу головних частин незатоплених косо та нормально розташованих півзагат. Тому для обчислення процесу деформації русла поблизу такого роду споруд у рамках математичної моделі (4)-(6) пропонується використовувати формулу (7) як модельне співвідношення для "фіктивного" коефіцієнта дифузії. При цьому коефіцієнти χ та λ , які належать до співвідношення (7), для практичного обчислення параметрів розмиву визначалися на основі чисельних експериментів при різних значеннях цих коефіцієнтів, характеристик потоку і русла та порівнянням і аналізом їх результатів з відомими даними експериментальних та натурних досліджень. Для випадку обтікання нормально та косо розміщених незатоплених півзагат у результаті такого аналізу отримані такі значення цих коефіцієнтів: $\lambda = 2$, $\chi = 0,016 u_\infty^{-1,5} d^{-0,46}$, де u_∞ - швидкість потоку, d - діаметр частинок.

На рис.1 подані порівняльні графіки залежності максимальної глибини вирви розмивання поблизу нормально розташованої півзагати від швидкості набігаючого потоку u_∞ (рис.1,а) та діаметра частинок ґрунту d (рис.1,б), побудовані за залежностями

різних авторів (Ципіна В.Ш., Бузунова І.А., Руруа Г.Б., Маглакелідзе В.А.) та за результатами обчислень на основі запропонованої дифузійної моделі. При цьому відхилення числових значень глибини вирви розмивання для такого випадку, знайдених за дифузійною моделлю від обчислювальних значень цієї величини за формулами Руруа Г.Б. та Маглакелідзе В.А., експериментальні дослідження яких були покладені в основу підбору параметра χ , не перевищували 7-10%.

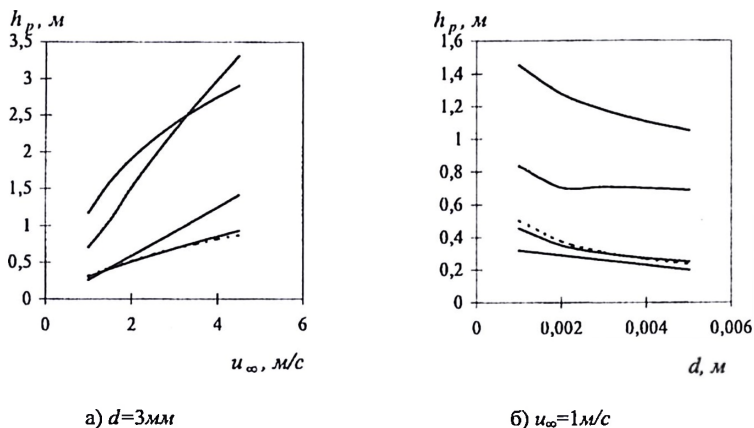


Рис. 1. Залежність максимальної глибини вирви розмивання поблизу нормально розташованої півзагати довжиною 1м при глибині набігаючого потоку 1м, від швидкості u_{∞} (а) та діаметра частинок d (б): 1 - Ципіна В.Ш.; 2 - Бузунова І.А.; 3 - Руруа Г.Б.; 4 - Маглакелідзе В.А.; 5 - обчислення за дифузійною моделлю

У випадку обтікання циліндричної перешкоди (мостової опори) процес формування вирви розмивання відрізняється від такого поблизу півзагат. Розмивання починається біля поверхні циліндричної опори з боків. Поглиблення, що утворилися, поступово рухаються і з'єднуються згодом перед перешкодою. Потік сповільнюється перед опорою, енергія його руху переходить у потенційну, що підвищує інтенсивність турбулентності у цій зоні [7,8]. Тому у випадку обтікання циліндричних мостових опор використання співвідношення (7) для "фіктивного" коефіцієнта дифузії при моделюванні і дослідженні процесу деформації русла на основі запропонованої вище моделі можливе лише у початковий момент часу. В наступні ж моменти часу необхідно враховувати зону сповільнення та підвищення швидкості потоку перед опорою. Тобто "фіктивний" коефіцієнт дифузії має залежати не тільки від швидкості потоку, але і від її градієнта. З іншого боку, виходячи з фізичного змісту розглядуваного процесу, функція ϵD повинна набувати невід'ємних значень. На основі вищесказаного для "фіктивного" коефіцієнта дифузії пропонуємо модельне співвідношення

$$\epsilon D = \chi \lambda^{\mu} V^{\beta} \frac{\partial V}{\partial \Phi}, \quad (8)$$

де χ , λ , μ , β - певні числа (параметри), які, як і в попередньому випадку, підбиралися шляхом порівняння результатів числових експериментів з даними відомих експериментальних та натурних досліджень (за основу бралися дослідження Журавльова М.М. та Гарде Р.). У результаті такого аналізу для випадку обтікання

циліндричних мостових опор отримані такі значення цих параметрів: $\lambda=2$; $\mu=0,75$; $\beta=1,5$; $\chi = 0,05R^{3,4}d^{-0,13}e^{1,1u_\infty}$, де R - радіус опори.

На рис.2 подані порівняльні графіки залежності глибини розмивання від швидкості u_∞ та діаметра частинок ґрунту побудовані за формулами різних авторів та отриманих за результатами обчислення параметрів розмивання на основі поданої дифузійної моделі деформації дна русла.

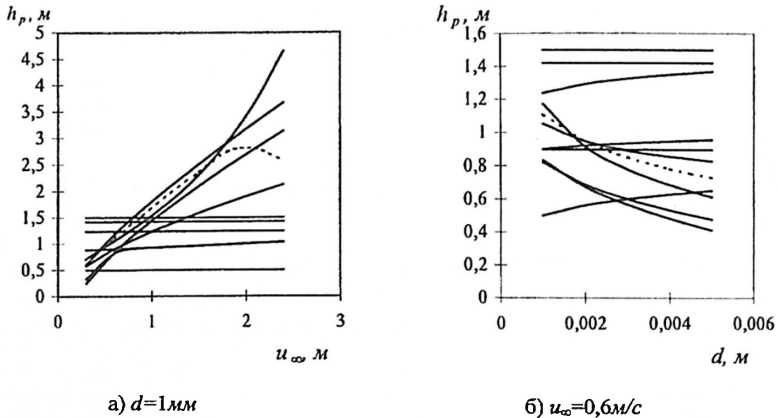


Рис. 2. Графіки залежності глибини вири розмивання поблизу циліндричної опори ($R=1\text{м}$) при глибині потоку 1м від швидкості u_∞ (а) та діаметра частинок ґрунту d (б) при обчисленні за формулами: 1 - Журавльова М.М.; 2 - Гарде Р.; 3 - Муромова В.С. з урахуванням транспорту наносів; 4 - розрахунок за дифузійною моделлю; 5 - Шена Х.В.; 6 - Лаурсена Е.М.; 7 - Ларрасса І; 8 - Джайна С.К.; 9 - Муромова В.С. для освітлених потоків; 10 - Ципіна В.Ш.; 11 - Латішенкова А.М.

Зауважмо, що форму залежності (8) при відповідному підборі параметрів λ , μ , β , χ можна використати і при моделюванні та дослідженні процесів деформації русла поблизу незатоплених півзагат.

Потрібно також зауважити, що запропонована математична модель має свої межі застосування, зумовлені характером руху наносів, і стосується випадків, коли руслоформівні наноси переносяться потоком переважно у змуленому стані. За Нікітіним І.К. [9] область змулених руслоформівних та транзитних наносів для рівномірного турбулентного потоку знаходиться у межах $w_0/v_* < 3,15$, де v_* - динамічна швидкість.

Mathematical model of incoherent sand bottom deformation processes near hydrotechnical constructions of special type in what tearing off, vertical raising, transference and spread over of bed particle under influence of turbulence flow regard as they diffusion into water in domain with boundaries variable in time is proposed. The using limits for model are indicated.

Література

- Маккавеев В.М. К теории турбулентного режима взвешивания наносов // Известия ГТИ. -1931. - № 32. - С.5-26.
- Шамов Г.И. Речные наносы. - Л.: Гидрометеоздат, 1959. - 378 с.
- Барановський С.В., Бомба А.Я. Про асимптотичне наближення розв'язків одного класу нелінійних задач конвективної дифузії в областях із вільними межами та проблеми моделювання розмивів / Волинський математичний вісник. - Рівне: РДПІ. - 1998. - № 5. - С. 15-20.
- Бомба А.Я., Барановський С.В., Щодро О.Є. Покрокова асимптотика розв'язку сингулярно збурених задач конвективної дифузії у скінчених областях з вільними межами та проблеми моделювання

- планових деформацій дна русла // Вісник УДАВГ. - Рівне: УДАВГ. - 1998. - №1. - С. 21-27.
5. Караушев А.В. Тсория и методы расчета речных наносов. - Л.: Гидрометеиздат, 1973.
6. Бомба А.Я. Про асимптотичний метод розв'язання однієї задачі масопереносу при фільтрації в пористому середовищі // Укр.мат.журн. - 1982. - Т.4. - №4. - С.493-496.
7. Щодро А.Е. Физические основы расчетов местного размыва у речных гидротехнических сооружений // Гидравлика и гидротехника. - Київ : Техніка. - 1998. Випуск 59. - С. 100-107.
8. Большаков В.А., Радченко Т.П. Кинематические характеристики потока, стесненного мостовой опорой // Руслловые процессы и методы их моделирования. - Л: ВНИИГ "Энергия". - 1977. - С.100-104.
9. Никитин И.К. Турбулентный русловой поток и процессы в придопной области. - К.: Изд. АН УССР, 1963. - 142 с.

Стаття представлена до друку докт. фіз.-мат. наук, проф. В.С.Дейнека