

УДК 681.3.06

О.Дуда, М.Дуда, канд.техн.наук, М.Бубняк

(Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя)

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРІЇ ПРО ІСТОТНІ ТА ФІКТИВНІ ЗМІННІ В БУЛЕВИХ І ЛІНІЙНИХ ФУНКЦІЯХ

Розглянуто використання теорії про істинні та фіктивні змінні двозначної алгебри логіки при перетвореннях у булевих формулах, у визначеннях класичних елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1", лінійних функцій. Доведено, що тільки при перетвореннях у булевих формулах можна використовувати теорію про істинні та фіктивні змінні і помилково їх використовувати у визначеннях класичних елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1", лінійних функцій.

Умовні позначення

$f(X) \in \{0; 1\}$ - функція двозначної алгебри логіки, в якій $X = \{x_i\}$,
де: $x_i \in \{0; 1\}$ та $i = 1, 2, \dots, n$ - вихідний алфавіт n змінних (аргументів).
 P_2 - системи всіх функцій двозначної алгебри логіки над змінними множини X .
 T_0, T_1, S, M, L - класи для характеристики булевих функцій.

У двозначній алгебрі логіки використовується теорія про істинні та фіктивні змінні при перетвореннях у булевих формулах, у визначеннях класичних елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1", лінійних функцій. При цьому згідно з визначенням у [1], у класичних елементарних функціях "Константа 0" і "Константа 1" змінні множини X , де $X = \{x_i\}$, $x_i \in \{0; 1\}$ та $i = 1, 2, \dots, n$, вважаються тільки фіктивними, тобто не є істинними змінними. Їх булеві записи такі:

$$f_1(X) = 0 - \text{"Константа 0"} \text{ і } f_2(X) = 1 - \text{"Константа 1"},$$

причому використання цих функцій у двозначній алгебрі логіки не зовсім коректне. Так, у їх булевих записях не використовуються пропозиційні зв'язки відповідного вигляду; до цих булевих записів, крім визначення, не застосовується теорія про істинні та фіктивні змінні. У лінійних функціях також не зовсім коректно використовується теорія про істинні та фіктивні змінні, зокрема для класичних елементарних функцій "Константа 0" та "Константа 1". Для фіктивних змінних множини X ця теорія застосовується, а для цих же функцій без фіктивних змінних ні. Внаслідок цього виникають такі запитання: чи класичні функції "Константа 0" і "Константа 1" є елементарними; чи справді у класичних елементарних функціях "Константа 0" і "Константа 1" змінні множини X фіктивні; чи можна використовувати булеві записи цих функцій без відповідних пропозиційних зв'язків; чи доцільно використовувати теорію про істинні та фіктивні змінні у класичних елементарних функціях "Константа 0" і "Константа 1", лінійних функціях.

На ці запитання відповідає дана стаття.

У двозначній алгебрі логіки для змінних множини X використовується ряд аксіом [2], зокрема, для змінної x_i :

1. Закони вилучення третього:

$$x_i \vee \neg x_i = 1; \tag{1}$$

$$\neg (x_i \vee \neg x_i) = 0. \tag{2}$$

2. Закон співвідношення для констант

$$1 \wedge x_i = x_i. \tag{3}$$

3. Закони вираження одних функцій через інші для неklasичних елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1"¹:

$$\sqcup x_i = \neg (x_i \vee \neg x_i); \quad (4)$$

$$\sqcap x_i = x_i \vee \neg x_i, \quad (5)$$

тощо.

Окрім того, в двозначній алгебрі логіки мають місце такі визначення:

Визначення 1 [2]. Булевою (логічною) називається функція $f(X) \in \{0; 1\}$, де $X = \{x_i\}$, $x_i \in \{0; 1\}$ та $i = 1, 2, \dots, n$.

Визначення 2 (для системи всіх функцій двозначної алгебри логіки над змінними множини X , яку умовно позначають P_2) [1]. Функція $f(x_1, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_n)$ з P_2 істотно залежить від аргумента x_i , якщо є такі значення $a_1, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_n$ змінних $x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n$, коли

$$f(a_1, \dots, a_{i-1}, 0, a_{i+1}, \dots, a_n) \neq f(a_1, \dots, a_{i-1}, 1, a_{i+1}, \dots, a_n).$$

Тут змінна x_i називається *істотною*. Якщо змінна x_i не є істотною, то вона називається *неістотною*, або *фіктивною*, змінною.

Визначення 3 [1]. Функції f_1 і f_2 називаються рівними, якщо функцію f_2 можна одержати з f_1 додаванням або вилученням фіктивних змінних.

При цьому для характеристики булевих функцій використовуються лінійні функції, що визначаються так.

Визначення 4 [4]. Лінійною називається функція:

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_0 + c_1 x_1 + \dots + c_n x_n \pmod{2}, \quad (6)$$

де $f(x_1, \dots, x_n) \in \{0; 1\}$, $x_i \in \{0; 1\}$ та $i = 1, 2, \dots, n$, а $c_j \in \{0; 1\}$ та $j = 0, \dots, n$; істотні змінні входять з коефіцієнтом 1, фіктивні – з коефіцієнтом 0.

На основі цих аксіом і визначень розглянемо на прикладах використання теорії про істотні та фіктивні змінні у булевих формулах складних функцій, у визначеннях класичних елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1", лінійних функцій.

Приклад 1. Дана булева функція $f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3)$ (табл. 1). Чи є цій функції змінна x_3 фіктивною?

Розв'язування. Згідно з теорією про істотні та фіктивні змінні у булевих функціях потрібно відповісти на такі запитання:

1. Чи можна записати згідно з визначенням 2 функцію $f_3(x_1, x_2, x_3)$ з фіктивною змінною x_3 як функцію без фіктивної змінної x_3 , тобто $f_4(x_1, x_2)$ (булеву формулу і таблицю істинності)?
2. Чи є функція $f_4(x_1, x_2)$ булевою, тобто чи відповідає визначенню 1?
3. Чи є рівними згідно з визначенням 3 функції $f_3(x_1, x_2, x_3)$ і $f_4(x_1, x_2)$?
4. Чи мають однакові властивості згідно з визначеннями 3 і 4 функції $f_3(x_1, x_2, x_3)$ і $f_4(x_1, x_2)$, тобто чи однаково належать класам T_0, T_1, S, M і L ?

При цьому, якщо на запитання п. 1, 2, 3 і 4 даного прикладу відповіді позитивні, то змінна x_3 у функції $f_3(x_1, x_2, x_3)$ є фіктивною, а якщо хоча б на одне з цих запитань негативна відповідь, то змінна x_3 у цій функції не фіктивна.

Для даної функції $f_3(x_1, x_2, x_3)$ отримаємо такі відповіді на подані вище запитання:

1. Застосуємо "Закон вилучення третього" (1) і "Закон співвідношення для констант" (3):

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge 1 = x_1 \wedge x_2 \quad (7)$$

(таблиця 2), а тому $f_4(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2$ і на запитання п.1 відповідь позитивна.

2. Функція $f_4(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2$ є булевою (таблиця 2), тобто на запитання п.2 відповідь позитивна.

¹ Закони 4 і 5 запропоновані авторами. Некласичні елементарні функції "Константа 0" і "Константа 1" запропоновані у [3].

3. Функції $f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3)$ (таблиця 1) і $f_4(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2$ (таблиця 2) є рівними, тобто $f_3(x_1, x_2, x_3) = f_4(x_1, x_2)$, а тому на запитання п.3 відповідь позитивна.
4. $f_3(x_1, x_2, x_3) \in \{T_0, T_1, M\}$ і $f_3(x_1, x_2, x_3) \notin \{S, L\}$, а $f_4(x_1, x_2) \in \{T_1, T_1, M\}$ і $f_4(x_1, x_2) \notin \{S, L\}$ (таблиця 3, в якій символ "+" означає належність функції класові, символ "-" – навпаки, а символ "?" означає, що належність функції класові невідомо, як визначити), тобто функції $f_3(x_1, x_2, x_3)$ і $f_4(x_1, x_2)$ мають властивості однакові, а на запитання п. 4 відповідь позитивна.

Таблиця 1

x_1, x_2, x_3	$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3)$
0,0,0	0
0,0,1	0
0,1,0	0
0,1,1	0
1,0,0	0
1,0,1	0
1,1,0	1
1,1,1	1

Таблиця 2

x_1, x_2	$f_4(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2$
0,0	0
0,1	0
1,0	0
1,1	1

Таблиця 3

№ пп	Функція	Булевий запис	Класи					
			T_0	T_1	S	M	L	
1	$F_3(x_1, x_2, x_3)$	$x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3)$	+	+	-	+	-	
2	$f_4(x_1, x_2)$	$x_1 \wedge x_2$	+	+	-	+	-	
3	"Константа 0"	З фіктивними змінними множини X	$f_1(X) = 0$		+	-	+	+
4	"Константа 1"		$f_2(X) = 1$		-	+	-	+
5	"Константа 0"	Без фіктивних змінних множини X	?	?	?	?	?	?
6	"Константа 1"		?	?	?	?	?	?

Висновок. Для функції $f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3)$ на всі чотири запитання відповіді позитивні, а тому в цій функції змінна x_3 справді фіктивна змінна.

Розв'язування прикладу 1 завершено.

Приклад 2. За якими законами двозначної алгебри логіки з булевої формули функції $f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3)$ вилучається фіктивна змінна x_3 ?

Розв'язування. При вилученні змінної x_3 з булевої формули функції $f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \wedge (x_3 \vee \neg x_3)$ використовуються "Закон вилучення третього" (1) і "Закон співвідношення для констант" (3), а тому є характерні перетворення (7).

Розв'язування прикладу 2 завершено.

Приклад 3. Задані булеві функції $f_3(x_1) = x_1 \vee \neg x_1$ і $f_6(x_1) = \neg(x_1 \vee \neg x_1)$. Чи в цих функціях змінна x_1 фіктивна?

Розв'язування. При вилученні змінної x_1 з функцій $f_3(x_1) = x_1 \vee \neg x_1$ і $f_6(x_1) = \neg(x_1 \vee \neg x_1)$ можна використати "Закони вилучення третього" відповідно (1) і (2). Тоді $f_3(x_1) = 1$, $f_6(x_1) = 0$ і задані функції у правій частині булевих формул не матимуть змінної x_1 , тобто ці функції не відповідають визначенню 1, а отже, втрачається їх зміст як булевих функцій. Тому змінна x_1 у функціях $f_3(x_1) = x_1 \vee \neg x_1$ і $f_6(x_1) = \neg(x_1 \vee \neg x_1)$ не є фіктивною, а тільки істотною змінною. Крім того, для булевих записів функцій $f_3(x_1) = x_1 \vee \neg x_1$ і $f_6(x_1) = \neg(x_1 \vee \neg x_1)$ можна використати "Закони вираження одних функцій через інші" відповідно (5) і (4), внаслідок чого $f_3(x_1) = \sqcup x_1$, $f_6(x_1) = \sqcap x_1$ і масмо неklasичні елементарні функції "Константа 1" і "Константа 0", в яких змінна x_1 є істотною.

Висновок. У булевих функціях $f_3(x_1) = x_1 \vee \neg x_1$ і $f_6(x_1) = \neg(x_1 \vee \neg x_1)$ змінна x_1 не фіктивна, а істотна. Булеві записи цих функцій є вираженням неklasичних елементарних функцій "Константа 1" і "Константа 0" за допомогою елементарних функцій Заперечення і Диз'юнкції.

Розв'язування прикладу 3 завершено.

Наслідок 1. Із розв'язків прикладів 1, 2 і 3 випливає, що при фіктивних змінних у будь-якій булевій функції дана функція не може бути елементарною, а тільки складною функцією двозначної алгебри логіки.

Наслідок 2. При перетвореннях у булевих формулах функцій двозначної алгебри логіки можна використовувати теорію про істинні та фіктивні змінні.

Приклад 4. Дано класичні елементарні функції "Константа 0" ($f_1(X)=0$) і "Константа 1" ($f_2(X)=1$) таблиці 4, значення яких не залежать від значень змінних множини X , а тому згідно з визначеннями в [1] всі змінні в цих функціях вважаються фіктивними і $f_1(X) \in \{T_0, M, L\}$, $f_1(X) \notin \{T_1, S\}$, а $f_2(X) \in \{T_1, M, L\}$ і $f_2(X) \notin \{T_0, S\}$ (табл. 3). Чи всі змінні множини X у цих функціях є фіктивними?

Розв'язування. Припустімо, що в даних функціях всі змінні множини X фіктивні. Але це суперечить визначенню елементарної функції двозначної алгебри логіки, тобто втрачається зміст визначень <Елементарна функція "Константа 0"> і <Елементарна функція "Константа 1">. Поряд з цим, якщо в даних функціях всі змінні множини X фіктивні, то відповідно до теорії про істинні та фіктивні змінні в булевих функціях потрібно відповісти на такі запитання:

1. Як записуються згідно з визначенням 2 функції "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X (булеві формули і таблиці істинності)?
2. Чи є функції "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X булевими, тобто чи відповідають вони вимогам визначення 1?
3. Чи є рівними згідно з визначенням 3 функції "Константа 0" і "Константа 1" з фіктивними змінними множини X та відповідні функції "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X ?
4. Чи однаково належать класам T_0 , T_1 , S , M і L згідно з визначеннями 3 і 4 функції "Константа 0" і "Константа 1" з фіктивними змінними множини X та відповідні функції "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X , тобто, як заповнити нижню частину табл. 3 (де символ "?")?

Розглянемо кожний з цих пунктів.

1. Булеві функції "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X класично зображають як відповідні числа "0" та "1" і розглядають як "функції від пустої множини змінних" [1]. Ці "функції від пустої множини змінних" не мають змінних і булевих формул, а також таблиць істинності. Відповідно на запитання п.1 даного прикладу є тільки така класична позитивна.
2. Оскільки класичні булеві функції "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X , тобто числа "0" та "1" не мають змінних, булевих записів таблиць істинності, то їх зображення не відповідає вимогам функції двозначної алгебри логіки (визначенню 1). Тому фіктивність змінних множини X у класичних

елементарних функціях "Константа 0" і "Константа 1" є надуманою і неправильною. Тому на запитання п.2 даного прикладу немає позитивної відповіді.

- Оскільки числа "0" і "1" (класичні функції "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X) не є булевими, то вони не дорівнюватимуть відповідним класичним елементарним функціям "Константа 0" і "Константа 1" з фіктивними змінними множини X , котрі є булевими функціями. Тому на запитання п.3 даного прикладу також немає позитивної відповіді.

Таблиця 4

$x_1, \dots, x_{n-1}, x_n$	Константа 0	Константа 1
0, ..., 0, 0	0	1
0, ..., 0, 1	0	1
0, ..., 1, 0	0	1
0, ..., 1, 1	0	1
.	.	.
.	.	.
.	.	.
1, ..., 1, 0	0	1
1, ..., 1, 1	0	1

- Оскільки у числах "0" і "1", тобто у класичних функціях "Константа 0" і "Константа 1" без фіктивних змінних множини X немає змінних, то неможливо визначити їх належність класам T_0 , T_1 , S , M і L відповідно до визначень цих класів, а отже, неможливо заповнити нижню частину табл. 3 (де символ "?"). Тому на запитання п.4 даного прикладу також немає позитивної відповіді.

Висновок. У класичних елементарних функціях "Константа 0" і "Константа 1" фіктивність змінних множини X є надуманою, штучною і не відповідає науковій істині, тобто є неправильною, а тому змінні цієї множини в даних функціях можуть бути тільки істотними змінними.

Розв'язування прикладу 4 завершено.

Приклад 5. Дані класичні елементарні функції "Константа 0" і "Константа 1" таблиці 4, значення яких не залежать від значень змінних множини X . Якщо в цих функціях всі змінні множини X згідно з визначеннями в [1] вважати фіктивними, то:

- За якими законами двозначної алгебри логіки вилучаються фіктивні змінні з булевих формул цих функцій?
- Чи можна використовувати ці функції без ідентичних функцій "Константа 0" і "Константа 1", в яких немає жодної змінної з множини X ?
- Чи правильне класичне визначення "У функціях "Константа 0" і "Константа 1" є тільки фіктивні змінні і немає істотних змінних.?"
- Чи правильні класичні записи булевих формул $f_1(X)=0$ (елементарна функція "Константа 0") і $f_2(X)=1$ (елементарна функція "Константа 1")?

Розв'язування.

- Відповідно до висновку прикладу 4 у класичних елементарних функціях "Константа 0" і "Константа 1" змінні множини X не можуть бути фіктивними, а тільки істотними. Тому з булевих формул цих функцій не можна вилучати жодної змінної, а отже, ніяких законів вилучення змінних двозначної алгебри логіки не можна використати для булевих формул класичних елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1". Додамо, що хоч при описі класичних елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1" змінні множини X і вважаються фіктивними, але ніхто із спеціалістів двозначної алгебри логіки не вилучає їх з булевих записів $f_1(X)=0$ і $f_2(X)=1$, а треба, тому що неможлива позитивна відповідь на чотири запитання прикладу 4.
- Не можна використовувати такі класичні елементарні функції "Константа 0" і "Константа 1". Це суперечить теорії про істотні та фіктивні змінні в булевих

функціях і зокрема, визначенню 3. Але такі функції використовуються в [1], тобто у класичній двозначній алгебрі логіки виявлено “науковий” обман.

3. Неправильне. Це випливає з розв'язку прикладу 4.

4. Неправильні, оскільки в них не використовуються відповідні пропозиційні зв'язки, як в інших елементарних функціях двозначної алгебри логіки, наприклад, зв'язок “ $\wedge$ ” в елементарній функції *Кон'юнкція*, зв'язка “ $\vee$ ” в елементарній функції *Диз'юнкція* тощо.

Розв'язування прикладу 5 завершено.

Наслідок 3. *Із розв'язків прикладів 4 і 5 випливає, що використання теорії про істинні та фіктивні змінні у визначеннях класичних елементарних функцій “Константа 0” і “Константа 1” є помилковим, внаслідок чого зображення цих функцій у двозначній алгебрі логіки є неправильними.*

Наслідок 4. *Із розв'язків прикладів 3, 4 і 5 випливає, що неklasичні функції “Константа 0” і “Константа 1” справді є елементарними функціями двозначної алгебри логіки. В них змінні тільки істинні.*

Приклад 6. *Довести доцільність і необхідність використання у двозначній алгебрі логіки лінійних функцій згідно з визначенням 4 для характеристики булевих функцій. Які наукові результати використання лінійних функцій при характеристиці булевих функцій?*

Розв'язування. Доведення доцільності і необхідності використання у двозначній алгебрі логіки лінійних функцій для характеристики булевих функцій у науковій літературі нема. Саме визначення 4 лінійної функції тільки дивує. Зокрема, у ньому є твердження, що в лінійній функції істинні змінні входять з коефіцієнтом 1, а фіктивні – з коефіцієнтом 0. Та якщо будь-яке значення фіктивної змінної x_i з множини $\{0; 1\}$, де $i = 1, 2, \dots, n$, помножити згідно з визначенням 4, на коефіцієнт $c_i = 0$, то результат добутку завжди дорівнюватиме 0, а такий результат при його додаванні за *mod* 2 згідно із формулою (6) ніколи нічого не змінить у значенні результату лінійної функції. Простіше подати таке визначення лінійної функції:

Визначення 7. *Лінійною функцією називається функція*

$$f(x_1, \dots, x_n) = c_0 + x_1 + \dots + x_n \pmod{2},$$

де $f(x_1, \dots, x_n) \in \{0; 1\}$, $x_i \in \{0; 1\}$ та $i = 1, 2, \dots, n$, а $c_0 \in \{0; 1\}$, причому в цій функції використовуються тільки істинні змінні і не використовуються фіктивні.

Тоді не потрібно множити значення фіктивної змінної x_i на 0, нульовий результат добутку додавати за *mod* 2. Очевидна помилковість застосування теорії про істинні та фіктивні змінні як у визначенні лінійної функції, так і у визначеннях класичних елементарних функцій “Константа 0” і “Константа 1”.

Лінійну функцію визначення 4 можна застосовувати для характеристики булевих функцій, але при одній умові: при застосуванні теорії про істинні та фіктивні змінні в булевих функціях, тобто, якщо при твердженні, що в деякій булевій функції є фіктивні змінні, то повинна бути визначена лінійність цієї функції як з фіктивними змінними, так, і обов'язково, лінійність даної функції без фіктивних змінних, а не так, як для класичних елементарних функцій “Константа 0” і “Константа 1” зроблено “науковий” обман (таблиця 3, п. 3, 4, 5 і 6). Але, щоб уникнути “наукового” обману, тобто .помилку при визначенні лінійності булевих функцій, для класичних елементарних функцій “Константа 0” і “Константа 1” доцільно використовувати тільки визначення 7 в двозначній алгебрі логіки.

Розв'язування прикладу 6 завершено.

Наслідок 4. *Розв'язок прикладу підтверджує помилковість застосування теорії про істинні та фіктивні змінні у визначенні лінійної функції.*

ВИСНОВОК.

При перетвореннях у булевих формулах можна використовувати теорію про істинні та фіктивні змінні і помилково її використовувати у визначеннях класичних

елементарних функцій "Константа 0" і "Константа 1", лінійних функцій. Але лінійні функції як клас *L* використовуються для характеристики булевих функцій у теорії про функціональну повноту логічних систем. І якщо помилково є використовувати теорію про істинні та фіктивні змінні у лінійних функціях, то, очевидно, проблематичним є використання класу *L* для характеристики булевих функцій у теорії про функціональну повноту логічних систем. У цьому випадку виникає запитання: а які ж класи потрібні для характеристики булевих функцій в теорії про функціональну повноту логічних систем? Викладення результатів матеріалів, що одержані досі стосуються даного запитання, виходить за рамки тематики даної статті.

Under the conditions in Bull formulas we may use the theory about substantial and fictitious changes and it is a mistake to use them in classic elementary functions "Constanta 0" and "Constanta 1", linear functions. But the linear functions as L-class are used for characterizing of Bull functions in the theory about the functional fullness of logic systems. And if it is a mistake to use the theory about substantial and fictitious change in linear changes it is clear that the usage of L-class aimed at characterizing of Bull functions in the theory about the functional fullness of logic systems is problematic. In this case a question arises: What kind of classes are needed for characterizing of Bull functions in the theory about functional fullness of logic systems. The usage of the theoretical ways obtained by now and which have something in common to that question is out of the article explanation.

Література

2. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: Учеб. пособие для вузов. - М.: Наука, 1986. - 384 с.
3. Цейтлін Г.О.. Алгебра логіки та конструювання програм. Елементи дискретної математики. - Київ: Наукова думка, 1994. - 84 с.
4. Дуда М.А. Применение элементарных функций в алгебре логики. - Тернополь, 1989. - 19 с. - Деп. в УкрНИИИТИ 05.11.89, №2499 - Ук89.
5. Гаврилов Г.П. Функциональные системы дискретной математики: Текст лекций. - М.: 1985. - 40 с.

Статтю подав до друку докт.фіз.-мат.наук, проф. Дразган Я.П.