

УДК 621.867.42

Роман Рогатинський, д.т.н., проф.; Олена Дмитрів, к.т.н., доц.; Лілія Рогатинська;
Ігор Головач; Андрій Скоропляс

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

КОЛИВАННЯ БЕЗВАЛЬНИХ СПІРАЛЬНИХ ШНЕКІВ

Анотація. Розглянуто навантаження консольно закріпленого безвального спірального шнека. Побудовано модель його коливань на основі відомих рівнянь коливань криволінійного стержня. Побудовано відповідну модель коливань консолі з приведеними параметрами, зокрема приведеним моментом інерції, що змінюється в часі, для випадку дії лише згинальних навантажень.

Ключові слова. Безвальний спіральний шнек, коливання криволінійного стержня, приведений перемінний момент інерції, надійність конвеєрів.

Roman Rogatynskyi, Dr., Prof.; Olena Dmytriv, Ph.D., Assoc.prof.; Liliya Rogatynska,
Igor Holavach, Andrii Skoroplyas.

VIBRATIONS OF SHAFTLESS SCREW CONVEYORS

Abstract: The loading of a cantilevered shaftless screw conveyor is considered. A model of its vibration is constructed based on the well-known vibration equations of a curved rod. A corresponding vibration model of a cantilever with reduced parameters, specifically a time-varying reduced moment of inertia, is developed for bending vibrations only.

Keywords: Shaftless screw conveyor, vibrations of a curved rod, reduced time-varying moment of inertia, conveyor reliability .

На відміну від класичного шнека, де гвинтова стрічка наварена на центральний вал, безвальний шнек складається лише з масивної спіралі, яка обертається всередині жолоба (чи труби) і розміщується консольно чи спирається на спеціальний вкладиш у жолобі. Відсутність центрального валу дозволяє транспортувати продукти, що схильні до налипання, волокнисті матеріали, або матеріали, які можуть забивати центральну частину звичайного шнека. Попри такі переваги у безвальних спіральних шнеках, зокрема із консольним розміщенням спіралі, є низка недоліків. Зокрема вони чутливі до нерівномірної подачі вантажу, коли консоль зазнає динамічних ударів. Крім того асиметрія при закріпленні спіралі у приводі та асиметрія геометрії спіралі при виготовленні викликають значне биття при обертанні. Це призводить до складних коливних хвильових процесів, які призводять до зниження надійності і довговічності шнека, через високу ймовірність втомного зламу у кріпленні, пластичному прогину спіралі при перевантаженні та входженні вільного кінця консолі у резонанс з різким збільшення амплітуди коливань та можливим руйнуванням корпусу. Спіраль при цьому працює в режимі втомного навантаження, а її ресурс у великій мірі залежить від циклічності роботи та коливних процесів під час роботи. А тому дослідження коливних процесів з метою підвищення динамічної стабільності та, відповідно, надійності та довговічності безвальних спіральних шнеків, є актуальними.

Метою дослідження є підвищення надійності роботи безвальних спіральних шнеків шляхом розробки динамічної моделі їх функціонування при змінному навантаженні та визначення параметрів коливного процесу і запобігання резонансу та перевантаження..

Розглянемо процес коливання спіралей безвального шнека, виконаного у вигляді гвинтового пружного стрижня кроком T , відповідно зовнішнім D та внутрішнім d діаметрами із прямокутним перерізом висотою $H = D - d$ та шириною B , $B < H$, які

установлені консольно. За розрахункове значення радіального параметру спіралі приймаємо середній радіус витка $R = (D - d)/2$, при якому вплив кривини спіралі на перерозподіл напружень буде мінімальний. Відповідно, рівняння гвинтової лінії, що проходить через центри прямокутних перерізів витків, в інерційній системі координат $Oxyz$, де вісь Oz спрямована по осі конвеєра, прийме вид [1]:

$$x = R \cos(\psi + \omega t + \psi_0); \quad y = R \sin(\psi + \omega t + \psi_0); \quad z = \frac{T \psi}{2\pi}, \quad (1)$$

де ψ - незалежний кутовий параметр спіралі; ψ_0 - початковий монтажний кут спіралі, що визначає напрямок розміщення перерізу витка в момент часу $t = 0$.

Довжина стрижня зв'язана з параметром ψ залежністю

$$l = \int_0^\psi \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} d\psi = \psi \sqrt{R^2 + \frac{T^2}{4\pi^2}}. \quad (2)$$

Потенціальна енергія деформації та кінетична енергія коливних переміщень для випадку згину криволінійного стрижня, [2]

$$U = \frac{1}{2} \int_0^l EF \left(\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{w}{R_k} \right)^2 ds + \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[\frac{\partial^2 w}{\partial s^2} - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{u}{R_k} \right) \right]^2 ds; \quad (3)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^l \rho F \left[\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 \right] ds,$$

де E та ρ - модуль пружності та густина матеріалу гвинтового стрижня; I та F - осьовий момент інерції та площа перерізу спіралі, R_k - радіус кривизни гвинтового стрижня $R_k = [R^2 + T^2 / (4\pi^2)] / R$; u та w відповідно, поперечні та радіальні прогини спіралі; ds - малий приріст (диференціал) довжини l витків спіралі.

Площа гвинтового стрижня буде $F = B \cdot H$. Центральні осьові моменти інерції відносно нормалі I_n , біномалі I_b , а також умовний полярний момент інерції відносно центру I_t будуть, відповідно:

$$I_n = B^3 H / 12; \quad I_b = B H^3 / 12; \quad I_t = \beta B^3 H. \quad (4)$$

Тут β - коефіцієнт Сен-Венана, який залежить від співвідношення висоти профілю до ширини. Так для $\eta = H / B = 6 \dots 8$ можна прийняти $\beta \approx 0,3$.

Рівняння коливань криволінійного стрижня будуть такими, [3]:

$$-\frac{\partial}{\partial \lambda} \left[EF \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{w}{n} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \lambda} \left\{ \frac{EI}{R_k} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \lambda^2} - \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{u}{R_k} \right) \right] \right\} + \rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = q_1(\lambda, t); \quad (5)$$

$$\frac{EF}{R} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{w}{R_k} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \left\{ EI \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \lambda^2} - \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{u}{R_k} \right) \right] \right\} + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q_2(\lambda, t),$$

де $q_1(\lambda, t)$ та $q_2(\lambda, t)$ - відповідно закони розподілу осьового та поперечного навантаження на спіральний елемент в часі;

З метою спрощення, враховуючи суттєву жорсткість спіралі і незначні прогини осі шнека, замінимо криволінійний стержень консоллю з приведеними параметрами.

Нехай в загальному випадку в довільному січенні консолі будуть діяти крутний момент M_z , згинальні моменти M_x та M_y , а також осьова P_z сила, що задаються зовнішнім навантаженням.

Розглянемо розкладання складових результуючого моменту $\bar{M}$ та осі супроводжуючого тригранника природньої системи координат, а саме нормаль $\mathbf{n}$, дотичну $\mathbf{t}$ та бінормаль $\mathbf{b}$. Нехай зовнішнє навантаження на елемент витка створює згинальний момент M_x тільки відносно осі Ox та крутний момент M_z . Момент M_z на осі тригранника природньої системи координат, суміщеного з елементом витка, розкладається, як $\bar{M}_z = M_z(-\cos \alpha \cdot \bar{b} + \sin \alpha \cdot \bar{t})$, а осьова сила P_z створює момент $\bar{M}_p = -PR (\sin \alpha \cdot \bar{b} + \cos \alpha \cdot \bar{t})$.

Відповідно, складові рівнодійного моменту мають вид:

$$\begin{aligned} M_b &= -M_z \cos \alpha - M_p \sin \alpha - M_x \sin \psi \sin \alpha ; \\ M_n &= M_x \cos \psi ; \\ M_t &= M_z \sin \alpha - M_p \cos \alpha - M_x \sin \psi \cos \alpha . \end{aligned} \quad (6)$$

Вважаємо, що на згинальні коливання домінуючим буде вплив моменту згину. Елементарна накопичена енергія по кожній із осей природньої системи координат тільки від згинального моменту M_x для елемента приведенної консолі довжиною $d\lambda$, без врахування M_p та M_z , буде рівна:

$$\begin{aligned} dU_b &= \frac{M_b^2 d\lambda}{2EI_b} = \frac{6M_x^2 \sin^2 \psi \sin^2 \alpha}{EBH^3} d\lambda ; \\ dU_n &= \frac{M_n^2}{2EI_n} d\lambda = \frac{6M_x^2 \cos^2 \psi}{EB^3H} d\lambda ; \\ dU_t &= \frac{M_t^2}{2GI_t} d\lambda = \frac{M_x^2 \sin^2 \psi \cos^2 \alpha}{2\beta GB^3H} d\lambda \end{aligned} \quad (7)$$

Робота зовнішнього моменту M_x при згині спіралі довжиною $dz = \sin \alpha \, d\lambda$:

$$dA = \frac{M_x d\varphi}{2} = \frac{M_x \sin \alpha}{2} \frac{d\varphi}{dz} d\lambda, \quad (8)$$

де $\frac{d\varphi}{dz} = k$ – кривизна осі пружної консолі.

Привівніючи dU та dA отримуємо

$$\frac{M_z dz}{Ed\varphi} = \frac{H^4 \sin \alpha}{6 \sin^2 \psi \sin^2 \alpha + 2 \sin^2 \psi \cos^2 \alpha \frac{E}{2\beta G} + 6 \cos^2 \psi}. \quad (9)$$

Враховуючи те що $\frac{E}{2G} = 1 + \nu$, де ν - коефіцієнт Пуансона, а $\frac{M_x dz}{Ed\psi} = I_K$, де I_K - приведений осьовий момент інерції консолі, то для обертової спіралі $\psi = 2\pi z/T + \omega t$ і приведений осьовий момент інерції пружної спіральної консолі буде

$$I_K = \frac{B^4 \sin \alpha}{\sin^2(\psi + \omega t) \left[\frac{6 \sin^2 \alpha}{\eta^3} + \frac{2(1 - \nu) \cos^2 \alpha}{\beta \eta} \right] + \frac{6 \cos^2(\psi + \omega t)}{\eta}}. \quad (10)$$

Отже, осьовий момент інерції пружної консолі буде функцією і довжини і часу $I_K = I_K(z, t)$. Перемінний у часі момент інерції, створює циклічні напруження, що є головною причиною появи тріщин у металі та зменшення довговічності спіралі.

При поперечних згинальних коливаннях пружної консолі, потенціальна U і кінетична T енергія з прогином консолі w , із врахуванням (10) зв'язана залежностями

$$U = \frac{1}{2} \int_0^z EI_K \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dz; \quad (12)$$

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{\lambda} \rho F \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dz, \quad (13)$$

а згинальні коливання стрижня описуються рівнянням

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(EI_K \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(z, t), \quad (14)$$

де $q(z, t)$ – розподілене, змінне в часі, навантаження спіральних елементів при транспортуванні вантажів. Оскільки безвальний спіральний шнек призначений для роботи у важких умовах, то спрогнозувати характер зміни його навантаження не завжди можливо. В цьому випадку використовують ймовірнісні методи для моделювання його динаміки за умови випадкового розподілу навантаження.

Після розкриття (14), залежність для визначення згинальних коливань приведеної пружинної консолі будуть описуватись рівнянням

$$E \left(\frac{\partial^4 w}{\partial z^4} I_K + 2 \frac{\partial^3 w}{\partial z^3} \frac{\partial I_K}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \frac{\partial^2 I_K}{\partial z^2} \right) + \rho F \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = q(z, t). \quad (15)$$

Граничну умовами (при $z = 0$) будуть $w = 0$; $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$. Дослідження динамічної системи, що описується рівнянням (19) проводиться числовими методами за відомими алгоритмами.

Висновок. Виведене диференціальне рівняння коливання пружної консолі при змінному навантаженні $q = (z, t)$, враховує зміну моменту інерції січення пружної консолі по довжині та в часі і дозволяє моделювати динаміку консольних спіральних елементів безвальних конвеєрів в процесі їх роботи. Аналіз коливного процесу за залежністю (15) дозволяє визначити параметри циклічного процесу та оцінити накопичення пошкоджень від циклічних згинальних напружень і прогнозувати ймовірність відмови конвеєра внаслідок руйнування спіралі. Через високу динамічність конвеєра із консольною спіраллю, робочі частоти обертання можуть збігатися з власними частотами коливань, що призводить до резонансу та передчасного руйнування спіралі безвального конвеєра. Розроблена модель дозволяє на етапі проектування уникнути небажаних коливних процесів шляхом відповідних конструктивних рішень. Зменшення інтенсивності коливання спіралі та уникнення резонансу дозволить також зменшити інтенсивність биття спіралі об стінки жолоба (футеровку) та збільшити строк служби безвального спірального конвеєра.

Перелік посилань

1. Гевко Б.М. Механізми з гвинтовими пристроями / Б.М. Гевко, М.Г. Данильченко, Р.М. Рогатинський та ін. - Львів.- Світ.- 1993.- 208 с.
2. Булгаков В.М. Моделювання коливання робочих органів спіральних сепараторів при робочому навантаженні/ В.М. Булгаков, Р.М. Рогатинський, С.В. Смолінський// Збірник наукових праць НАУ "Механізація сільськогосподарського виробництва" том VIII.- Київ. - НАУ.-2001.- С.289-293.