

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня

бакалавр

(назва освітнього ступеня)

на тему:

Моделювання та проектування

системи керування для цивільних безпілотних літальних апаратів

Виконав(ла): студент(ка) IV курсу, групи КТЗс-41

спеціальності 174 – Автоматизація, комп'ютерно-

інтегровані технології та робототехніка

(шифр і назва спеціальності)

_____ Андрієнко А.О.

Керівник

_____ (підпис)

Золотий Р.З.

_____ (прізвище та ініціали)

Нормоконтроль

_____ (підпис)

Чихіра І.В.

_____ (прізвище та ініціали)

Завідувач кафедри

_____ (підпис)

Голотенко О.С.

_____ (прізвище та ініціали)

Рецензент

_____ (підпис)

Оробчук Б.Я.

_____ (прізвище та ініціали)

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Факультет Факультет прикладних інформаційних технологій та електроінженерії
(повна назва факультету)
Кафедра комп'ютерно-інтегрованих технологій
(повна назва кафедри)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
Голотенко О.С.
(підпис) (прізвище та ініціали)
« » 2026 р.

**ЗАВДАННЯ
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ**

на здобуття освітнього ступеня бакалавр
(назва освітнього ступеня)

за спеціальністю 174 Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка
(шифр і назва спеціальності)

Студенту Андрієнко Анастасії Олександрівні
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Моделювання та проектування системи керування для цивільних
безпілотних літальних апаратів

Керівник роботи Золотий Роман Захарійович, кандидат технічних наук, доцент кафедри КТ
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Затверджені наказом ректора від «14» квітня 2026 року № 4/9-184

2. Термін подання студентом завершеної роботи 18 червня 2026р.

3. Вихідні дані до роботи Технічні вимоги щодо керування цивільними БПЛА

4. Зміст роботи (перелік питань, які потрібно розробити)

Вступ

Аналітична частина

Проектна частина

Спеціальна частина

Безпека життєдіяльності, основи охорони праці

Висновки

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень, слайдів)

Титульний слайд

Актуальність роботи

Завдання роботи

Основна частина

Висновки

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Безпека життєдіяльності,			
основи охорони праці			

7. Дата видачі завдання _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1.	Ознайомлення з завданням до кваліфікаційної роботи	20.05.2026	
2.	Підбір джерел по темі роботи	22.05.2026-24.05.2026	
3.	Опрацювання публікацій та збір даних по темі роботи	24.05.2026-27.05.2026	
4.	Виконання роботи згідно мети	27.05.2026-29.05.2026	
5.	Оформлення першого та другого розділів	29.05.2026-31.05.2026	
6.	Оформлення третього розділу	31.05.2026-11.06.2026	
7.	Оформлення четвертого розділу	11.06.2026-13.06.2026	
8.	Підготовка презентації	14.06.2026	
9.	Підготовка доповіді	15.06.2026	
10.	Оформлення кваліфікаційної роботи	15.06.2025	
11.	Нормоконтроль	16.06.2025	
12.	Перевірка на плагіат	16.06.2025	
13.	Попередній захист кваліфікаційної роботи	16.06.2025	
14.	Захист кваліфікаційної роботи	18.06.2025	

Студент

(підпис)

Андрієнко А.О.

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи

(підпис)

Золотий Р.З.

(прізвище та ініціали)

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота бакалавра складається з пояснювальної записки та графічної частини (ілюстративний матеріал – слайди).

Об'єм графічної частини кваліфікаційної роботи становить _____.

Об'єм пояснювальної записки складає ____ друкованих сторінок формату А4.

В роботі використано ____ літературних джерел.

Значна частина роботи зосереджена на моделюванні динаміки системи. Нелінійна модель з 6 ступенями свободи була розроблена та змодельована в Simulink. Аналіз статичної та динамічної стійкості також був виконаний в Datcom, одній з найбільш широко використовуваних програм для аеродинамічного аналізу літальних апаратів.

Для подальшого спрощення процесу проектування контролера було представлено аналітичну лінеаризацію моделі. Крім того, було розроблено різні контури керування для стабілізації системи та забезпечення відстеження опорного сигналу як по поздовжній, так і поперечній осі.

Було проведено різні симуляції для аналізу роботи контролера в умовах невизначеності системи. Зокрема, було досліджено вплив змін маси БПЛА та положення центру ваги. На основі отриманих результатів можна зробити висновок, що контролер функціонує належним чином з прийнятною надійністю. Це також означає, що лінеаризація моделі була певною мірою точною: оскільки контролер був розроблений на основі лінійної системи, але був протестований на нелінійній симуляційній моделі.

Ключові слова: КОНТРОЛЕР, АВТОМАТИЗОВАНА СИСТЕМА ЛІТАЛЬНИЙ АПАРАТ, ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ, АВТОМАТИЧНИЙ КОНТРОЛЬ.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ.....	6
ВСТУП	7
1. АНАЛІТИЧНА ЧАСТИНА	9
1.1 Огляд методів моделювання та створення систем керування БПЛА	9
1.2 Опис динамічної моделі для керування літальним апаратом.....	13
1.3 Опис лінеаризованих рівнянь руху літального апарату	18
2. ПРОЄКТНА ЧАСТИНА	28
2.1. Розробка системи керування.....	28
2.2 Керованість та спостережуваність	29
2.3 Лінійний квадратичний регулятор	31
2.4 Проектування ПД-контролера.....	35
3 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА.....	37
3.1 Створення Моделі Simulink для комп'ютерного моделювання роботи системи керування літальним апаратом	37
3.1.1 Нелінійна модель моделювання	37
3.1.2. Моделювання динаміки SmartFly	39
3.2 Моделювання контурів керування	44
4 БЕЗПЕКА ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ, ОСНОВИ ХОРОНИ ПРАЦІ	48
4.1 Ергономічні проблеми безпеки життєдіяльності при роботі за комп'ютером.....	48
4.2 Організація безпечної роботи електроустаткування задіяного при роботі системи електронного навчання	51

ВИСНОВКИ.....	54
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	55

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ, СКОРОЧЕНЬ І ТЕРМІНІВ

α	Кут атаки
c^-	Хорда крила
β	Кут бокового ковзання
δ_a	Кут відхилення елеронів
δ_e	Кут відхилення ліфта
δ_T	Відкриття дросельної заслінки
φ	Кут крену
ψ	Кут риски
ρ	Щільність повітря
θ	Кут нахилу
b	Розмах крил
Компакт-диск	Коефіцієнт сили опору
C_D	Коефіцієнт підйомної сили
C_L	Коефіцієнт моменту кочення
C_I	Коефіцієнт моменту кидання
C_M	Коефіцієнт моменту ризкування

AHRS (англ. Attitude and Heading Reference System) - Система відліку положення та курсу.

AoA (англ. Angle of Attack) - Кут атаки.

CG (англ. Center of Gravity) - Центр тяжіння.

ВСТУП

Термін «дрон» зазвичай використовується засобами масової інформації та громадськістю та стосується всіх типів безпілотних літальних апаратів. Однак з технічної точки зору існують суттєві відмінності між різними типами безпілотних літаків. Безпілотні літальні апарати класифікуються на три групи: безпілотні літальні апарати (БПЛА), дистанційно пілотовані літальні апарати (ДПЛА) та дрони. Різниця між категоріями головним чином зумовлена типом місії, діапазоном польоту, розміром і, найголовніше, рівнем автономності експлуатації. Наприклад, ДПЛА відрізняються від БПЛА тим, що, як випливає з назви, керуються та контролюються з наземної станції, тоді як БПЛА можуть працювати автономно, без будь-якого пульта дистанційного керування. Тим не менш, термін БПЛА буде використовуватися в цьому тексті як загальний термін і включає всі типи безпілотних літальних апаратів.

З 1990-х років БПЛА знайшли своє відображення на цивільному ринку, головним чином завдяки розвитку мікроелектроніки. Малорозмірні БПЛА з того часу використовуються дослідниками в різних дисциплінах завдяки простоті їхньої експлуатації та доступності. Ці системи зазвичай використовують комерційні готові до використання автопілоти, які здебільшого використовують традиційні пропорційно-інтегрально-диференціальні контролери. Переваги простоти та відносно хорошої продуктивності пропорційно-інтегрально-диференціальних (ПІД) регуляторів не позбавлені недоліків. Процес налаштування ПІД-регулятора є трудомістким і може бути складним для оператора, який, найімовірніше, не володіє теоретичними знаннями про контури керування. Крім того, оскільки для багатьох систем БПЛА динаміка або не повністю зрозуміла розробнику системи керування, або є занадто складною та дуже нелінійною, часто ПІД-

контролери не можуть гарантувати високу надійність, яка потрібна для деяких застосувань.

Головною метою цього роботи, є впровадження більш надійної схеми контролера та більш інтуїтивно зрозумілої процедури налаштування коефіцієнта посилення. Розроблені контролери повинні відповідати наступним технічним вимогам:

- Диспетчер повинен досягти стабілізації швидкості польоту приблизно на рівні ≈ 10 м/с. Це фактично нормальна крейсерська швидкість;
- Диспетчер повинен досягти стабілізації постійної висоти навколо нормальної висоти польоту, яка становить ≈ 150 м;
- Диспетчер повинен забезпечувати регулювання опорного сигналу для висоти та швидкості повітря;
- Контролер повинен досягти стабілізації, коли існує дисбаланс маси БПЛА, в діапазоні від 50 до 300 грамів;
- Контролер повинен досягти стабілізації, коли існує зміна положення центру тяги максимум 4 см (2 см вперед і 2 см позаду від початкового положення центру ваги);

1. АНАЛІТИЧНА ЧАСТИНА

1.1 Огляд методів моделювання та створення систем керування БПЛА

У цій роботі було використано планер невеликого літаючого крила під назвою SmartFly, виготовленого компанією SmartPlanes Co. SmartPlanes має майже десятирічний досвід у проектуванні та розробці цивільних безпілотних літальних апаратів. Їхній основний продукт — персональна система аерокартографування, яка широко використовується у світі для різноманітних застосувань у аерокартографуванні. Рис. 1.1 ілюструє конфігурацію планера та таблиця 1.1 містить параметричні дані.

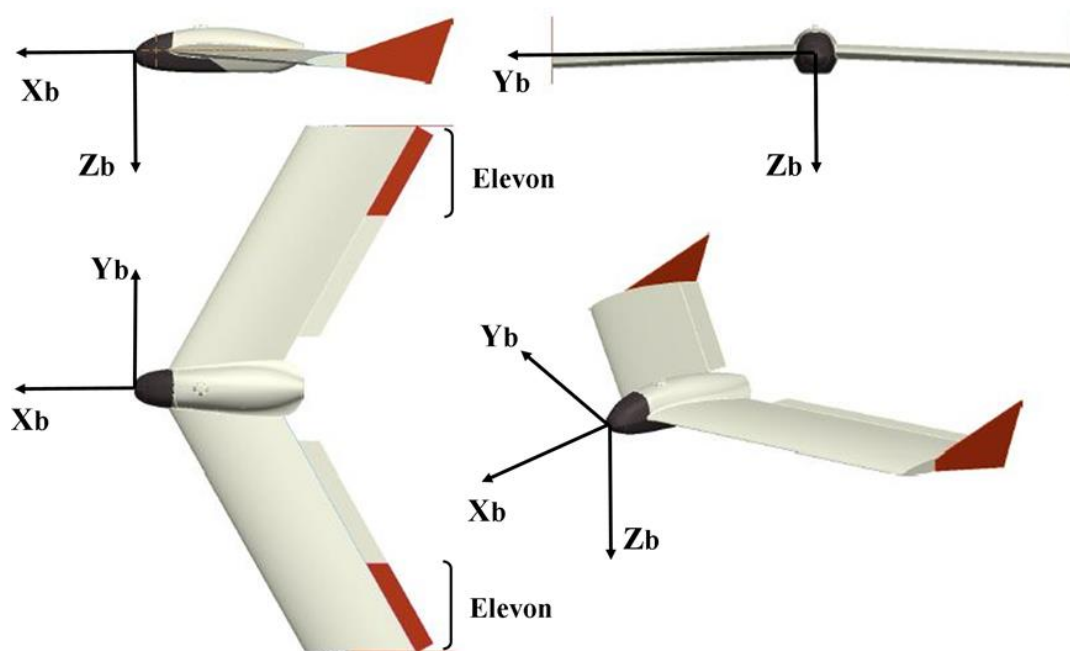


Рисунок 1.1 – Загальний вигляд БПЛА SmartFly

SmartFly — це літаюче крило. Вважається, що літаючі крила є аеродинамічно ефективними планерами. Це пов'язано з тим, що звичайні стабілізатори видалені. Тим не менш, проектування надійної системи керування літаючими крилами є непростим завданням. Оскільки відстань між центром

тягаря та керуючою поверхнею невелика, невеликі прогини на будь-якій керуючій поверхні створюватимуть великі моменти. Іншими словами, літак дуже чутливий до прогину керуючої поверхні.

Літак оснащений елеронами як керуючими поверхнями на задній кромці кожного крила. Різні рухи правого та лівого елерону створюють момент навколо осі X_b літака та змінюють кут крену, тоді як одночасний рух обох поверхонь створює момент навколо осі Y_b літака та змінює кут тангажу. SmartFly можна керувати у трьох різних режимах: ручному, з підтримкою та автоматичному. Оператор може легко перемикатися між кожним із режимів роботи за допомогою перемикача, розташованого на радіоконтролері. Огляд готової системи до роботи показана на рис. 1.2.



Рисунок 1.2 – Вигляд тестованої системи керування

Згідно з інструкцією користувача БПЛА у ручному режимі: «Пілот має безпосереднє керування сервоприводами та дросельною заслінкою через RC-передавач, як у звичайному RC літаку. Ручний режим польоту призначений переважно для діагностичних цілей». Показники положення літака, виражені у вигляді кутів Ейлера. Дані (крен (ϕ), тангаж (θ) та ролування (ψ)) надаються бортовою системою визначення положення та курсу (AHRS) та передаються на наземну станцію керування із заданою швидкістю. Пілоту також доступна інформація про швидкість транспортного засобу (у м/с) та ємність акумулятора.

У режимі допоміжного керування: «Автопілот стабілізує літак, а пілот керує тангажем, креном та дросельною заслінкою. Це звичайний режим польоту під час зльоту та посадки, оскільки він забезпечує найкраще та найбезпечніше керування. Керування пом'якшується, що забезпечує розслаблюючі характеристики польоту».

В автоматичному режимі: «літальний апарат летить відповідно до завантаженого плану польоту та команд польоту, отриманих від наземної станції управління».

Побудова моделі є найважливішим структурним блоком у процесі проектування системи керування. В авіації математична модель фізичної платформи отримується з фундаментальних законів фізики та зазвичай виводиться за допомогою методу Ейлера-Лагранжа або підходу Ньютона. Хоча математичні моделі є необхідним компонентом, крім системного моделювання, вони є недостатніми, і інженер також повинен розробити числову модель системи. Зазвичай це досягається за допомогою комп'ютерного програмного забезпечення (наприклад, Advance Aircraft Analysis, цифровими датками), або випробуванням в аеродинамічній трубі.

Робота [2] зосереджена на моделюванні поздовжньої динаміки системи БПЛА для стаціонарного режиму польоту (прямий, горизонтальний, неприскорений політ). Для цього автори спочатку обчислюють аеродинамічні коефіцієнти та похідні за допомогою Digital Datcom [3]. Програмне забезпечення. Datcom обчислює числові значення аеродинамічних коефіцієнтів (наприклад,

CL, CD, CY, Cl, CM, CN), необхідних для динамічного моделювання різних типів літальних апаратів, використовуючи геометричну інформацію про конструкцію літального апарата. В [2] також представлено емпіричну модель (з числовими значеннями) БПЛА для тих самих умов польоту. Значення були отримані за допомогою інструментарію ідентифікації системи Matlab [4]. Оскільки для емпіричного моделювання системи потрібно було обробляти значення різних давачів, для зменшення впливу шуму було використано фільтр Калмана. Обидві моделі були перевірені в умовах моделювання, де стаціонарний режим польоту був збурений відхиленням керма висоти.

Робота [5] також аналізує динаміку БПЛА та витягує модель простору станів системи за допомогою Datcom та Simulink. Вони починають з використання стандартних 6 ступенів свободи (DoF) для літальних апаратів, які складаються з рівнянь сили, моменту та кінематики. Потім автори лінеаризують рівняння відносно точки рівноваги, що є прямолінійним та горизонтальним, неприскореним польотом, використовуючи теорію малих збурень. Слід зазначити, що числові значення аеродинамічних коефіцієнтів та похідних обчислюються в Datcom, подібно до [1].

Робота [6] використовує підхід Ейлера-Лагранжа для виведення рівнянь руху БПЛА Sky-Sailor. Цей метод використовує поняття кінетичної та потенційної енергій для опису динаміки системи. Слід зазначити, що оскільки більшість БПЛА, що досліджуються тут, є дозвуковими апаратами з обмеженими діапазонами польоту, їх можна розглядати як тверде тіло масою (m) у тривимірному просторі з 6 ступенями свободи, що означає, що впливом аеросервопружності та пружності можна знехтувати. Застосування методу Ейлера-Лагранжа призвело до шести рівнянь (трьох рівнянь сили та трьох рівнянь моменту), які потім (після простих модифікацій) були використані для проектування контролера. Існує дві задачі керування.

Задача планування шляху, для якої було розроблено контролер високого рівня (HLC), та задача стійкості системи, для якої було використано контролер

низького рівня (LLC) на основі LQR. Автор перевінив функціональність системи, реалізувавши обидва контролери на платформі БПЛА Sky-Sailor.

1.2 Опис динамічної моделі для кервання літальним апаратом

Для того, щоб продовжити динамічне моделювання літака, необхідно відповідно визначити кількість систем відліку (також відомих як системи осей). Зазвичай для моделювання літаків використовуються три системи відліку: система «Тіло», яка кріпиться до корпусу літака (звідси й назва «Вісь тіла»), система «Земля», яка закріплена на поверхні землі, та система «Стабільність», яка використовується як система відліку для аеродинамічних сил.

Як загальна домовленість, найчастіше для систем відліку Землі використовується так звана система координат «Північний схід-Нижній» (NED). NED складається з трьох векторів, які разом утворюють правосторонню ортогональну систему. N представляє положення вздовж північної осі (X_e), E представляє положення вздовж східної осі (Y_e), а D представляє положення вздовж вектора локальної сили тяжіння (Z_e). Система осей тіла також складається з трьох ортогональних векторів. Початок системи координат осі тіла розташований у точці центру ваги. X_b вказує вперед, до голови літака, Y_b вказує на правий борт транспортного засобу, а Z_b вказує вниз. Слід зазначити, що центр системи осей тіла вважається таким, що збігається з центром ваги літака. Це припущення допоможе спростити рівняння руху. Рис. 1.3 ілюструє системи осей тіла та інерції разом із відповідними кутами Ейлера.

Тепер ми можемо обчислити так званий кут атаки (AoA), який визначається як кут між лінією хорди крила (уявною лінією, що з'єднує передню кромку із задньою кромкою крила) та відносною швидкістю (відтепер ми позначатимемо її як повітряна швидкість V_{air}).

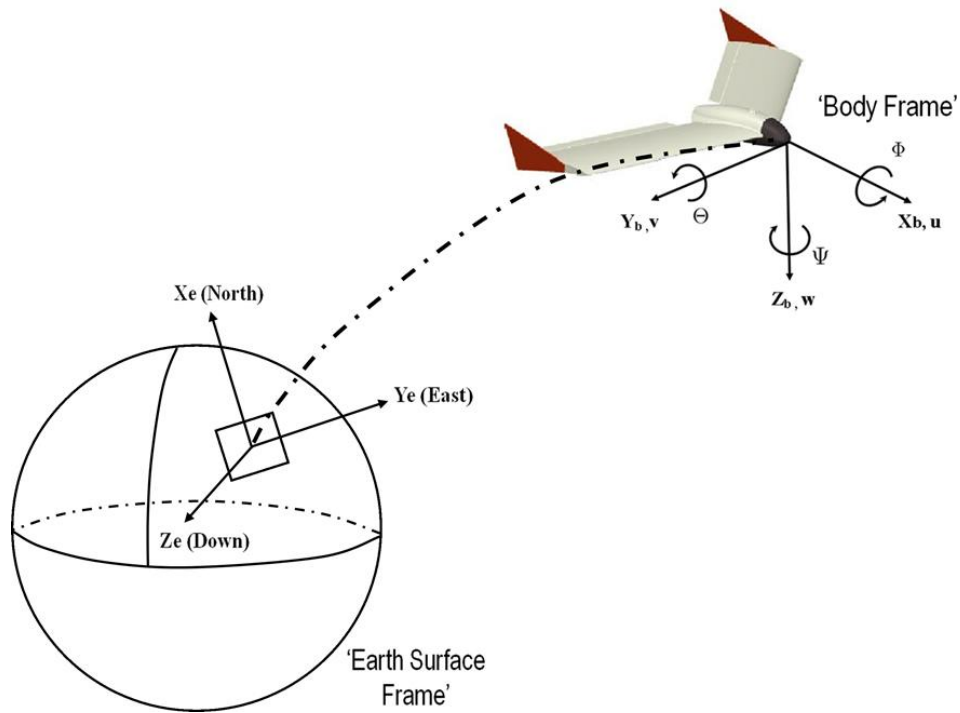


Рисунок 1.3 - Системи відліку поверхні, землі та тіла

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{w}{u} \right) \quad (1.1)$$

$$V_{air} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (1.2)$$

Системи осей тіла та стійкості збігаються при АоА, що дорівнює нулю ($\alpha = 0$). У багатьох випадках зручно конвертувати сили, виражені в осі стійкості, в осі тіла на початку всіх розрахунків. Це пов'язано з тим, що всі розрахунки, засновані на аеродинамічних характеристиках (тобто швидкості літака, силах та моментах), є більш зрозумілими, коли вони виражені в каркасі тіла. Підйомна сила та сила опору, які спочатку виражаються в осі стійкості, тому конвертуються в осі тіла за допомогою рівняння 1.4. Рівняння моментів подібні як для стійкості, так і для осі тіла, оскільки обидві системи координат мають свій початок у точці центру тяги. Бічна сила С_Y також однакова для обох систем осей, коли β (кут бокового ковзання) дорівнює нулю. Рівняння 1.3 показує, як можна знайти β , і рис. 1.4 ілюструє підйомну силу, силу опору, нормальні та осьові сили.

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{v}{\sqrt{u^2 + w^2}} \right) \quad (1.3)$$

$$C_X = C_L \sin(\alpha) - C_D \cos(\alpha) \quad (1.4)$$

$$C_Z = -C_D \sin(\alpha) - C_L \cos(\alpha)$$

У багатьох практичних застосуваннях, особливо коли йдеться про навігацію літаків, потрібен систематичний спосіб опису положення та орієнтації літака відносно фіксованої системи координат (системи відліку Землі). Орієнтацію літака можна повністю описати за допомогою кутів Ейлера (ϕ , θ та ψ). Перетворення між віссю корпусу літака та інерційною віссю можна обчислити за допомогою наступної матриці обертання:

$$R_b^e = \begin{bmatrix} C_\theta C_\psi & S_\phi S_\theta C_\psi - C_\phi S_\psi & C_\phi S_\theta C_\psi + S_\phi S_\psi \\ C_\theta S_\psi & S_\phi S_\theta S_\psi + C_\phi C_\psi & C_\phi S_\theta S_\psi - S_\phi C_\psi \\ -S_\theta & S_\theta C_\theta & C_\phi C_\theta \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

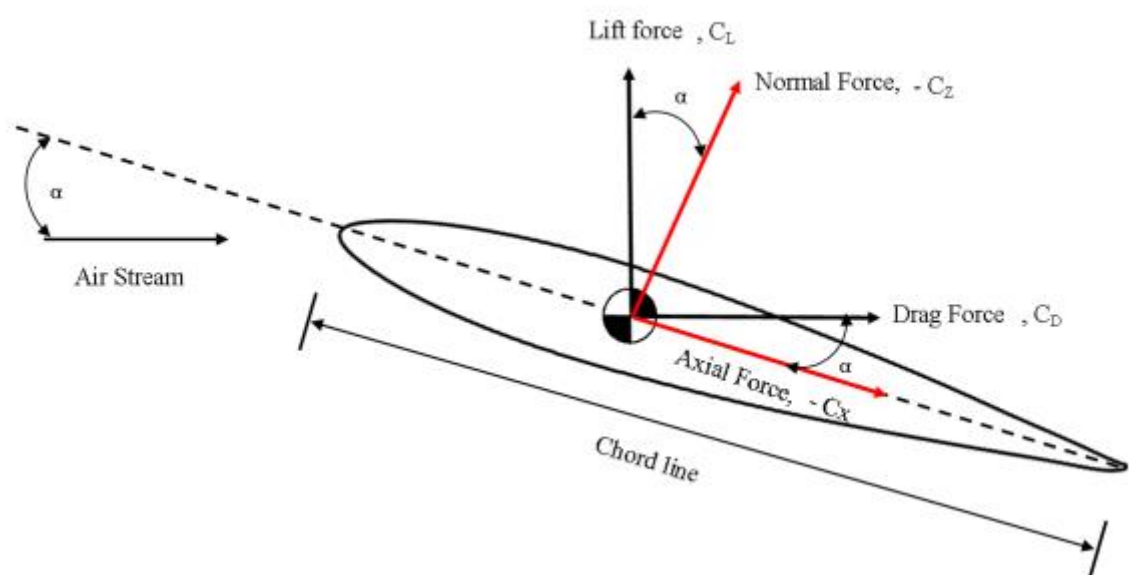


Рисунок 1.4 - Сили стійкості та вісь тіла

Рівняння 1.6 є рівнянням, яке можна використовувати для знаходження кутів Ейлера, необхідних для перетворення системи відліку. Це рівняння відображає зв'язок між кутовою швидкістю літака в системі відліку тіла (p, q, r) та швидкістю зміни кутів Ейлера ($\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$). Отже, кути Ейлера можна просто знайти, інтегруючи наступне рівняння:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S_{\phi} \tan(\theta) & C_{\phi} \tan(\theta) \\ 0 & C_{\phi} & -S_{\phi} \\ 0 & S_{\phi} \sec(\theta) & C_{\phi} \sec(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Наприклад, якщо нас цікавить швидкість літака в інерціальній системі відліку, ми можемо використовувати кути Ейлера:

$$\begin{bmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{\theta} C_{\psi} & S_{\phi} S_{\theta} C_{\psi} - C_{\phi} S_{\psi} & C_{\phi} S_{\theta} C_{\psi} + S_{\phi} S_{\psi} \\ C_{\theta} S_{\psi} & S_{\phi} S_{\theta} S_{\psi} + C_{\phi} C_{\psi} & C_{\phi} S_{\theta} S_{\psi} - S_{\phi} C_{\psi} \\ -S_{\theta} & S_{\theta} C_{\theta} & C_{\phi} C_{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Існує два поширених методи виведення рівнянь руху в літальних апаратах: метод Ейлера-Лагранжа та підхід Ньютона. Динамічні моделі, що використовуються в цьому дослідженні, базуються на методі Ньютона. Перш ніж переходити до рівнянь, слід врахувати наступні моменти. У літаку з низьким діапазоном швидкостей (як той, що досліджується тут) впливом стисливості та пружності можна знехтувати, і літак можна розглядати як тверде тіло з 6 ступенями свободи. Крім того, оскільки літак, що використовується в цьому експерименті, використовує двигун з електричним приводом, маса літака є постійною під час польоту. Ці два припущення дозволять нам спростити рівняння руху.

Другий закон руху Ньютона є основою виведення рівнянь руху. Ці рівняння пояснюють взаємозв'язки між силами в системі координат (F_X, F_Y, F_Z), моментами (L, M, N) та лінійною (u, v, w) та кутовою (p, q, r) швидкостями літака.

$$\begin{aligned}
F_X &= m(\dot{u} + qw - rv) \\
F_Y &= m(\dot{v} + ru - pw) \\
F_Z &= m(\dot{w} + pv - qw)
\end{aligned} \tag{1.8}$$

$$\begin{aligned}
L &= I_x \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + qr(I_z - I_y) - I_{xz}pq \\
M &= I_y \dot{q} + rp(I_x - I_z) + I_{xz}(p^2 - r^2) \\
N &= -I_{xz} \dot{p} + I_z \dot{r} + pq(I_y - I_x) + I_{xz}qr
\end{aligned} \tag{1.9}$$

де m – маса БПЛА;

g – гравітаційне прискорення, що становить $\approx 9,8 \text{ м/с}^2$.

Компоненти сили та моменту можна додатково розбити на три підкомпоненти: тягу (створену двигуном літака), гравітаційну складову (через силу земного тяжіння) та аеродинамічну складову (створену завдяки керівним правилам аеродинаміки).

У каркасі корпусу гравітаційна сила є функцією орієнтації літака в просторі. Точніше, сила, що створюється гравітацією, залежить від кутів тангажу (θ) та крену (ϕ). Оскільки гравітація діє через центр ваги БПЛА, вона не створює моменту. Компоненти сили, який виникає внаслідок дії сили тяжіння, вираженої в системі координат тіла, можна обчислити як:

$$\begin{aligned}
(F_X)_{gravity} &= -mg \sin(\theta) \\
(F_Y)_{gravity} &= mg \cos(\theta) \sin(\phi) \\
(F_Z)_{gravity} &= mg \cos(\theta) \cos(\phi)
\end{aligned} \tag{1.10}$$

θ та ϕ – кути тангажу та крену літака відповідно.

Сила, зумовлена аеродинамікою, є функцією різних змінних. Вони будуть повністю пояснені пізніше в цьому розділі. Але поки що просто припустимо, що сума аеродинамічних сил та сил тяги дорівнює X , Y та Z . Замінивши рівняння 1.10 та нові визначення сили, зумовленої аеродинамікою, та тяги назад до рівняння 1.8, ми отримуємо

$$\begin{aligned}
X - mg \sin(\theta) &= m(\dot{u} + qw - rv) \\
Y + mg \cos(\theta) \sin(\phi) &= m(\dot{v} + ru - pw) \\
Z + mg \cos(\theta) \cos(\phi) &= m(\dot{w} + pv - qw)
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Отже, рівняння 1.6, 1.9 і 1.11 представляють динаміку та кінематику БПЛА

1.3 Опис лінеаризованих рівнянь руху літального апарату

Теорія малих збурень

Основна ідея теорії малих збурень полягає в лінеаризації розвитку нелінійної моделі навколо стаціонарного стану (коректований політ). Якщо припустити, що відхилення від цього рівноважного стану невеликі, очікується, що лінеаризована модель забезпечить корисне та досить точне представлення нелінійної системи.

У цій теорії кожна змінна в моделі рівнянь 1.9 і 1.11 передбачається, має номінальне значення (при коректованому польоті, індексованому 0), плюс значення збурення (наприклад, u_0 – це номінальне значення лінійної швидкості вздовж осі X_b тіла, а Δu – це мале збурення. Отже, $u = u_0 + \Delta u$).

Таблиця 1.1 показує значення обмежень. Використовуючи ту саму логіку, можна розрахувати невеликі зміни кожної сили та моменту елементів (ΔX , ΔY , ΔZ , ΔL , ΔM , ΔN) в результаті зміни певної змінної (u , w , δ , ...)

Як приклад, розглянемо X (силу вздовж осі тіла X_b), як описано в рівнянні 1.11. Вводячи позначення малого збурення в це рівняння та спрощуючи результат, буде отримано наступне рівняння:

$$\Delta X - mg \Delta \theta \cos \theta_0 = m \Delta \dot{u} + m w_0 \Delta q \tag{1.12}$$

де ΔX – це зміна сили вздовж напрямку X_b (внесок аеродинамічної сили та тяги).

ΔX можна виразити через змінні збурень, використовуючи ряд Тейлора. Припускаючи, що ΔX залежить від Δu , Δw , $\Delta \delta_e$ та $\Delta \delta_T$, вираз для ΔX можна отримати як:

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial \delta_e} \Delta \delta_e + \frac{\partial X}{\partial \delta_T} \Delta \delta_T \quad (1.13)$$

Таблиця 1.1 – Обмежуючі значення параметрів моделювання

Variable	Value
u_0	9.7 m/s
v_0	0 m/s
w_0	1.2 m/s
p_0	0 m/s
q_0	0 m/s
r_0	0 m/s
α_0	6.9°
β_0	0°
V_{air}	9.7739 m/s
h_0	150 m
ϕ_0	0°
θ_0	6.9°
ψ_0	0°

Часткові похідні вищенаведеного рівняння відомі як похідні стійкості.

Тепер можна підставити зворотне рівняння 1.13 у рівняння сили 1.12 та отримати:

$$\left(\frac{d}{dt} - X_u \right) \Delta u - X_w \Delta w + (g \cos \theta_0) \Delta \theta = X_{\delta_e} \Delta \delta_e + X_{\delta_T} \Delta \delta_T + w_0 \Delta q \quad (1.14)$$

Зверніть увагу, що нові позначення X_u , X_w є лише частинними похідними рівняння 1.13 поділено на масу літака ($X_u = \partial X / \partial u / m$, $X_w = \partial X / \partial w / m$ тощо).

Давайте тепер підсумуємо процес лінеаризації рівняння сили X , який щойно було пояснено, за допомогою покрокової процедури. Цю процедуру можна використовувати для лінеаризації рівнянь сили та моменту по всіх осях і вона виглядає наступним чином:

1. Замініть усі змінні в нелінійній моделі рівняння 1.9і 1.11 за допомогою позначень, введених у теорії малих збурень. Тобто, номінальне значення плюс значення збурення (або пертурбації);
2. Розкладіть отримане рівняння в ряд Тейлора, враховуючи лише змінні, що мають суттєвий вплив на рівняння сили або моменту в певному напрямку (вплив деяких змінних на силу та момент у певному напрямку незначний, наприклад, сила вздовж осі X_b майже не залежить від v , швидкості вздовж осі Y_b тіла, і тому нею можна знехтувати);
3. Підставте результат розкладу Тейлора назад у рівняння;
4. Поділіть похідні стійкості (члени з частинними похідними) на масу (для рівнянь сили) та значення інерції (для рівнянь моменту), щоб отримати остаточний вигляд похідних стійкості.

Розрахунок похідних стабільності

Поздовжня вісь

Повернемося до нелінійного рівняння (1.11) ще раз і розглянемо X рівняння сили. Його можна переписати так:

$$\dot{u} = rv - qw - g \sin \theta + \frac{X}{m} \quad (1.15)$$

де X являє собою комбінацію аеродинамічних та рушійних сил (тобто $X = F_{X_{aero}} + F_{X_{prop}}$). Припускаючи, що $\phi = p = r = \beta = v = 0$, F_{aero} та F_{prop} можна обчислити як:

$$\begin{aligned} F_{X_{aero}} &= \frac{\rho(u^2 + w^2)S}{m} [C_{x_0} + C_{x_\alpha} \alpha + C_{x_{\delta_e}} \delta_e] + \frac{\rho \sqrt{u^2 + w^2} S}{m} C_{x_q} \bar{c} q \\ F_{X_{prop}} &= \frac{1}{2} \rho S_{prop} ((K_{motor} \delta_T)^2 - V_{air}^2) \end{aligned} \quad (1.16)$$

де ρ – густина повітря;

u та w – швидкості вздовж осі x та осі z тіла відповідно;

C_{X0} – коефіцієнт осової сили;

$C_{X\alpha}$ – похідна осової сили відносно α ;

$C_{X\delta_e}$ – похідна осової сили відносно δ_e ;

$\bar{c}$ – хорда крила.

Підстановка зворотного рівняння 1.16 в 1.15 з припущенням, що $\phi = p = r = \dot{\beta} = v = 0$, отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{u} = & -qw - g \sin \theta + \frac{\rho(u^2 + w^2)S}{2m} [C_{x_0} + C_{x_\alpha} \alpha + C_{x_{\delta_e}} \delta_e] + \frac{\rho\sqrt{u^2 + w^2}S}{m} C_{X_q} \bar{c}q \\ & + \frac{1}{2m} \rho S_{prop} ((K_{motor} \delta_T)^2 - V_{air}^2) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Цю процедуру слід повторити для всіх нелінійних сил і моментів. Результат (поздовжні члени) буде таким:

$$\begin{aligned} \dot{u} = & -qw - g \sin \theta + \frac{\rho(u^2 + w^2)S}{2m} [C_{x_0} + C_{x_\alpha} \alpha + C_{x_{\delta_e}} \delta_e] + \frac{\rho\sqrt{u^2 + w^2}S}{2m} C_{X_q} \bar{c}q \\ & + \frac{1}{2m} \rho S_{prop} ((K_{motor} \delta_T)^2 - V_a^2) \\ \dot{w} = & qu + g \cos \theta \cos \phi + \frac{\rho(u^2 + w^2)S}{2m} [C_{z_0} + C_{z_\alpha} \alpha + C_{z_{\delta_e}} \delta_e] + \frac{\rho\sqrt{u^2 + w^2}S}{2m} C_{Z_q} \bar{c}q \\ \dot{q} = & \frac{1}{2I_y} \rho(u^2 + w^2) \bar{c} S [C_{m_0} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_{\delta_e}} \delta_e] + \frac{1}{2I_y} \rho \sqrt{u^2 + w^2} \bar{c} S C_{m_q} \bar{c}q \\ \dot{\theta} = & q \cos \phi - r \sin \phi = q \end{aligned} \quad (1.18)$$

Тепер ми можемо застосувати теорію малих збурень до вищенаведеного рівняння. Точніше, слід замінити всі змінні в рівнянні 1.17 з номінальним значенням плюс значення збурення, та візьміть лінійні апроксимації отриманого рівняння, використовуючи якобіани 1.19.

Зауважте, що u_c – це вектор керуючих сигналів ($u_c = [\delta_e \delta_T]^T$), але u – скаляр і представляє лінійну швидкість вздовж X_b . Зрештою, поздовжня лінеаризована модель матиме вигляд 1.20.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \dot{w}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial u} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial w} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial q} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \theta} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial f}{\partial u_c} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{u}}{\partial \delta_e} & \frac{\partial \dot{u}}{\partial \delta_T} \\ \frac{\partial \dot{w}}{\partial \delta_e} & \frac{\partial \dot{w}}{\partial \delta_T} \\ \frac{\partial \dot{q}}{\partial \delta_e} & \frac{\partial \dot{q}}{\partial \delta_T} \\ \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \delta_e} & \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \delta_T} \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{u} &= X_u \Delta u + X_w \Delta w + X_q \Delta q - g \cos \theta \Delta \theta + X_{\delta_e} \Delta \delta_e + X_{\delta_T} \Delta \delta_T + w_0 \Delta q \\ \Delta \dot{w} &= Z_u \Delta u + Z_w \Delta w + Z_q \Delta q - g \sin \theta_0 \Delta \theta + Z_{\delta_e} \Delta \delta_e - w_0 \Delta q \\ \Delta \dot{q} &= M_u \Delta u + M_w \Delta w + M_q \Delta q + M_{\delta_e} \Delta \delta_e \\ \Delta \dot{\theta} &= \Delta q \end{aligned} \quad (1.20)$$

Бічна вісь

Рівняння для поперечної осі будуть отримані так само, як і для поздовжньої осі. Формули для розрахунку похідних поперечної стійкості наведено в таблиці 1.2.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\beta} &= \frac{Y_\beta}{u_0} \Delta \beta + \frac{Y_p}{u_0} \Delta p - \left(1 - \frac{Y_r}{u_0}\right) \Delta r + g \cos \theta_0 \Delta \phi \\ \Delta \dot{p} &= L_\beta \Delta \beta + L_p \Delta p + L_r \Delta r + L_{\delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta \dot{r} &= N_\beta \Delta \beta + N_p \Delta p + N_r \Delta r + N_{\delta_a} \Delta \delta_a \\ \Delta \dot{\phi} &= \Delta p + (\cos \phi_0 \tan \theta_0) \Delta r + (q_0 \cos \phi_0 \tan \theta_0 - r_0 \sin \phi_0 \tan \theta_0) \Delta \phi \end{aligned} \quad (1.21)$$

Зверніть увагу, що зручніше використовувати кут $\Delta \beta$ замість бічної швидкості Δv ($\Delta \beta \approx \frac{\Delta v}{u_0}$). Також, згідно з умовою підгонки з таблиці 1.1, $\phi_0 = q_0 = r_0 = 0$, отже, $\Delta \phi \approx \Delta p + 0,121 \Delta r$.

Таблиця 1.2 - Похідні латеральної стійкості

Lateral Derivatives	Formula
Y_{β}	$\frac{QS}{m} C_{Y_b}$
Y_p	$\frac{QSb}{2u_0m} C_{Y_p}$
Y_r	$\frac{QSb}{2u_0m} C_{Y_r}$
$Y_{\delta a}$	$\frac{QS}{m} C_{Y_{\delta a}}$
N_{β}	$\frac{QSb}{I_z} C_{N_b}$
N_p	$\frac{QSb^2}{2u_0I_x} C_{N_p}$
N_r	$\frac{QSb^2}{2u_0I_x} C_{N_r}$
$N_{\delta a}$	$\frac{QSb}{I_z} C_{N_{\delta a}}$
L_{β}	$\frac{QSb}{I_x} C_{l_b}$
L_p	$\frac{QSb^2}{2u_0I_x} C_{l_p}$
L_r	$\frac{QSb^2}{2u_0I_x} C_{l_r}$
$L_{\delta a}$	$\frac{QSb}{I_x} C_{l_{\delta a}}$

де $Q = 1 \rho V^2$ – динамічний тиск;

m – маса літака в кг;

S – площа крила;

b – розмах крила.

Таблиця 1.3 - Числові значення для похідних латеральної стійкості

Variable	Y-Force Derivative	L-Moment Derivative	N-Moment Derivative
β	$Y_{\beta} = -2.6648$	$L_{\beta} = -11.1699$	$N_{\beta} = 0.0664$
p	$Y_p = 0.0730$	$L_p = -1.0893$	$N_p = 0.3634$
r	$Y_r = 0$	$L_r = 0.2319$	$N_r = -0.0655$
δ_a	$Y_{\delta a} = 0$	$L_{\delta a} = 15.830$	$N_{\delta a} = -0.7353$

Похідні стійкості, отримані вище, є функціями коефіцієнтів статичної та динамічної стійкості. Ці коефіцієнти залежать від аеродинамічної характеристики типових БПЛА. Серед різних методів, доступних для знаходження аеродинамічних коефіцієнтів, комп'ютерне програмне

забезпечення було розумним вибором для цього дослідження, враховуючи прохідність та доступність. Однією з найпоширеніших комп'ютерних програм для аналізу стійкості та керування літаком є USAF Digital Datcom [3].

Digital Datcom забезпечує аеродинамічний аналіз літаків з фіксованим крилом. Результат, серед багатьох інших корисних даних, містить зокрема статичні та динамічні дані. Динамічна стійкість та похідні керування. Вхідний файл для програми повинен містити геометричну інформацію про літак (включаючи форму та розміри корпусу, дані про аеродинамічний профіль крил тощо), умови польоту (тобто швидкість та число Маха, висоту) та рухи керуючих поверхонь (для динамічного аналізу). Коефіцієнти стійкості та керування, отримані з Datcom, наведено в таблиці 1.4. Деякі з цих значень також використовуються для моделювання нелінійної моделі БПЛА в Simulink.

Можна було б зрозуміти, що числові значення коефіцієнта підйомної сили C_L та коефіцієнта сили опору C_D виражені на осі стійкості літака. Було б зручно перетворити їх на вісь тіла перед розрахунком. Для цього рівняння 1.1 використовується для перетворення підйомної сили та сили опору в нормальну та осьову силу (C_Z та C_X).

Представлення лінеаризованої моделі в просторі станів

Перш ніж продовжити, може бути корисним підсумувати рівняння руху та представити інтуїтивно зрозуміле представлення лінеаризованих рівнянь.

Нелінійні рівняння руху, виведені на основі другого закону Ньютона вище, важко використовувати для проектування систем керування: окрім того факту, що вони є дуже нелінійними, члени, що описують поздовжній та поперечний рух системи, пов'язані між собою. Тому, використовуючи теорію малих збурень, було розраховано лінеаризовану форму динамічних рівнянь (1.20 і 1.21). Ці лінеаризовані рівняння базуються на похідних стійкості.

Таблиця 1.4 - Аеродинамічні коефіцієнти та похідні

Longitudinal Coefficients	Value	Lateral Coefficients	Value
C_{L_0}	0.2615	C_{Y_0}	0
C_{D_0}	0.029	C_{l_0}	0
C_{M_0}	0	C_{n_0}	0
C_{L_α}	3.4424	C_{Y_β}	-0.06972
C_{D_α}	0.8477	C_{l_β}	-0.093
C_{M_α}	-0.4438	C_{n_β}	0.001002
$C_{L_{\delta_e}}$	0.7450	$C_{Y_{\delta_a}}$	0
$C_{D_{\delta_e}}$	0	$C_{l_{\delta_a}}$	0.1318
$C_{M_{\delta_e}}$	-0.3438	$C_{n_{\delta_a}}$	-0.0069
		C_{Y_p}	0.0539
		C_{l_p}	-0.256
		C_{n_p}	0.0854

Таблиця 1.5 - Похідні поздовжньої стійкості

Longitudinal Derivatives	Formula
X_u	$\frac{u\rho S}{m} [C_{x_0} + C_{x_\alpha} \alpha + C_{x_{\delta_e}} \delta_e] - \frac{\rho S w C_{x_\alpha}}{2m} - \frac{\rho S_{prop} C_{prop} u}{m}$
X_w	$\frac{w\rho S}{m} [C_{x_0} + C_{x_\alpha} \alpha + C_{x_{\delta_e}} \delta_e] - \frac{\rho S u C_{x_\alpha}}{2m} - \frac{\rho S_{prop} C_{prop} u}{m}$
X_q	$-w + \frac{\rho V_a S C_{x_q} c}{2m}$
X_{δ_e}	$\frac{\rho V_a^2 S C_{x_{\delta_e}}}{2m}$
X_{δ_T}	$\frac{\rho S_{prop} C_{prop} K \delta_T}{m}$
Z_u	$\frac{u\rho S}{m} [C_{Z_0} + C_{Z_\alpha} \alpha + C_{Z_{\delta_e}} \delta_e] - \frac{\rho S w C_{Z_\alpha}}{2m}$
Z_w	$\frac{w\rho S}{m} [C_{Z_0} + C_{Z_\alpha} \alpha + C_{Z_{\delta_e}} \delta_e] - \frac{\rho S u C_{Z_\alpha}}{2m}$
Z_q	$u + \frac{\rho V_a S C_{Z_q} c}{2m}$
Z_{δ_e}	$\frac{\rho V_a^2 S C_{Z_{\delta_e}}}{2m}$
M_u	$\frac{u\rho S c [C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e]}{J_y} - \frac{\rho S c C_{M_\alpha} w}{2J_y}$
M_w	$\frac{w\rho S c [C_{M_0} + C_{M_\alpha} \alpha + C_{M_{\delta_e}} \delta_e]}{J_y} - \frac{\rho S c C_{M_\alpha} u}{2J_y}$
M_q	$\frac{\rho V_a S c^2 C_{M_q}}{2J_y}$
M_{δ_e}	$\frac{\rho V_a^2 S c C_{M_{\delta_e}}}{2J_y}$

Отже, тепер, коли у нас є роз'єднані, прості лінійні звичайні диференціальні рівняння з постійними коефіцієнтами (для малих відхилень від

укороченого стану польоту) їх можна записати як набір диференціальних рівнянь першого порядку у формі моделі простору станів [1]. Три рівняння, що описують поздовжній рух БПЛА (рівняння 1.20) тепер можна записати у вигляді (1.22).

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{w} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q + w_0 & -g \cos \theta_0 \\ Z_u & Z_w & Z_q - w_0 & -g \sin \theta_0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_T} \\ Z_{\delta_e} & 0 \\ M_{\delta_e} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_T \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Аналогічним чином, представлення у просторі станів для лінеаризованих латеральних рівнянь наведено у (1.23).

Таблиця 1.6 - Числові значення для похідних поздовжньої стійкості

Variable	X-Force Derivative	Z-Force Derivative	M-Moment Derivative
u	$X_u = -0.0543$	$Z_u = -2.7791$	$M_u = -0.3403$
w	$X_w = -0.5332$	$Z_w = -10.3435$	$M_w = -2.0302$
δ_e	$X_{\delta_e} = 2.4224$	$Z_{\delta_e} = -20.2054$	$M_{\delta_e} = -18.4384$
δ_T	$X_{\delta_T} = 0.0224$	$Z_{\delta_T} = -0.0020$	$M_{\delta_T} = 0$

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\beta} \\ \Delta \dot{p} \\ \Delta \dot{r} \\ \Delta \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_0} & \frac{Y_p}{u_0} & -\left(1 - \frac{Y_r}{u_0}\right) & \frac{g \cos \theta_0}{u_0} \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ L_{\delta_a} \\ N_{\delta_a} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_a \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Де нульовий індекс позначає умову польоту з балансуванням (θ_0 – кут тангажу для умови балансування, u_0 – лінійна швидкість вздовж осі X_b тіла тощо). Те, що ми отримали в рівняннях 1.22 і 1.23 дає нам зв'язок між вектором стану та вектор керування ($\dot{X} = AX + Bu$, $y = CX + Du$). Замінивши числові значення похідних стійкості у матриці A та B рівнянь 1.22 і 1.23 можна отримати вхідні матриці. Також, припускаючи, що ми можемо виміряти всі стани, матриця

С є одиничною як для поздовжньої, так і для поперечної осей. Матриця D вважається нульовою.

$$A_{long} = \begin{bmatrix} -0.0543 & -0.5332 & 0 & -9.7295 \\ -2.7791 & -10.3435 & 8.5100 & -1.1732 \\ -0.3403 & -2.0302 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{long} = \begin{bmatrix} 2.4224 & 0.0224 \\ -20.2054 & 0 \\ -18.4384 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

$$C_{long} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{long} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

$$A_{lat} = \begin{bmatrix} -0.2331 & 0.0730 & -11.4320 & 9.7627 \\ -0.9771 & -1.0893 & 0.2319 & 0 \\ 0.0058 & 0.3634 & -0.0655 & 0 \\ 0 & 1 & 0.121 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{lat} = \begin{bmatrix} 0 \\ 15.8300 \\ -0.4571 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

$$C_{lat} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad D_{lat} = 0 \quad (1.27)$$

2. ПРОЄКТНА ЧАСТИНА

2.1. Розробка системи керування

Властива нестабільність та нелінійність, пов'язані з польотними крилами, додають складності проектуванню надійного контролера для цього типу БПЛА. Лінеаризація моделі спростила б завдання проектування контролера та дозволила б інженеру-керувальнику скористатися інструментами теорії лінійних систем. Тим не менш, недоліком використання лінійної моделі та теорії лінійного керування є те, що продуктивність не може бути гарантована для всіх режимів польоту. Однак у випадку цього експерименту, оскільки профіль польоту БПЛА дещо обмежений (діапазон швидкостей, стеля експлуатації, вага тощо), лінійний контролер може бути розумним рішенням.

Таким чином, для керування як поздовжніми, так і поперечними рухами площини використовувалися лінійні стратегії керування. Зокрема, для стабілізації системи та забезпечення відстеження висоти, швидкості та кута крену було використано метод лінійного квадратичного регулятора (LQR) разом із PID-контролером. Основна ідея використання двох контролерів послідовно для однієї системи полягає в тому, що LQR, як оптимальний контролер зі зворотним зв'язком за станом, стабілізує систему шляхом відповідного розташування полюсів замкнутої системи. Згодом, PID -регулятор може бути розроблений для стабільної системи, щоб відстежувати вхідні опорні сигнали. Блок-схема показана на рис. 2.1 ілюструє концепцію запропонованої архітектури.

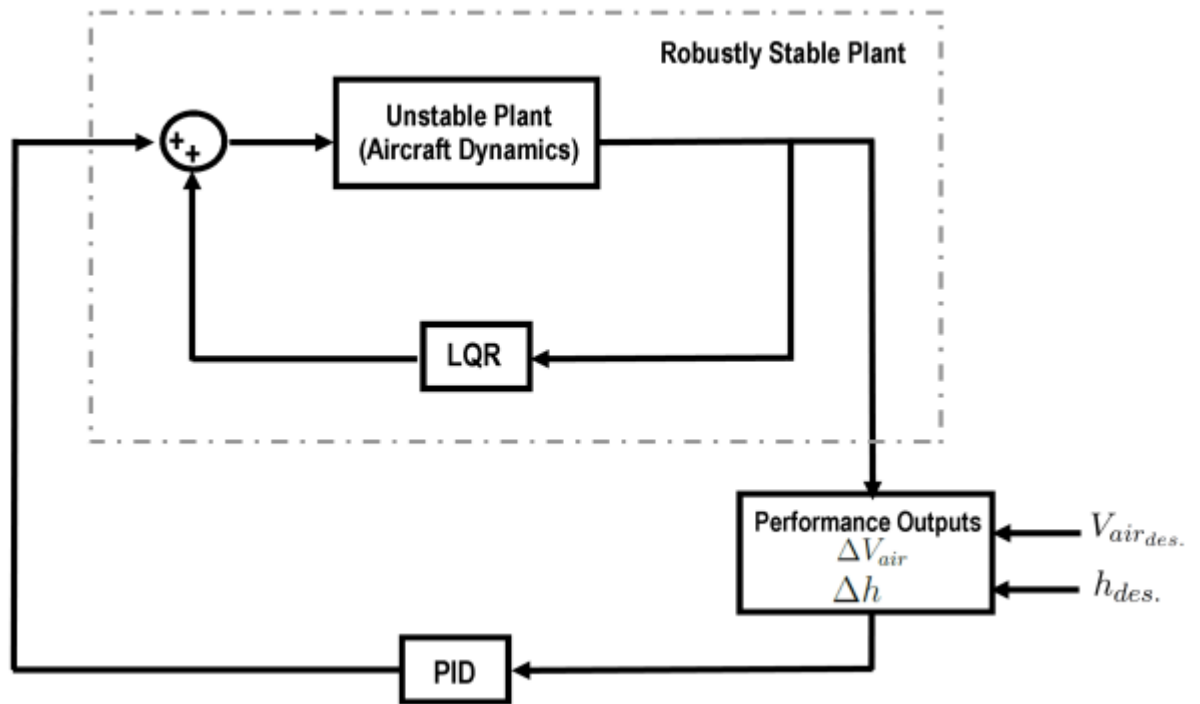


Рисунок 2.1 - Блок-схема запропонованого контролера для поздовжнього регулятора

2.2 Керованість та спостережуваність

Динаміка нашої системи БПЛА, використовуючи представлення простору станів матиме наступний вигляд:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\tag{2.1}$$

де $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – це так званий стан системи;
матриця $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ – це матриця системи;
 $u(t) \in \mathbb{R}^m$ – це вхід системи;
 $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ – це вхідна матриця;
 $y(t) \in \mathbb{R}^p$ – це вихід системи;
 $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ – це вихідна матриця;
 $D \in \mathbb{R}^{p \times m}$ називається матрицею прохідного зв'язку.

Перевагою запису системи у форматі простору станів є можливість легко визначити деякі важливі характеристики системи. Дві з цих ключових

характеристик - це керованість та спостережуваність. Керованість визначає, чи можливо змусити стани системи ' $x(t)$ ' розвиватися в часі так, як ми хочемо, використовуючи вхідні дані ' $u(t)$ '. Щоб перевірити, чи є конкретна система керованою, матрицю 2.2 можна було б використовувати. Якщо ця матриця має повний ранг, то система називається керованою.

$$C = [B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] \quad (2.2)$$

З іншого боку, спостережуваність полягає в тому, щоб перевірити, чи можливо визначити всі стани ' $x(t)$ ' з вихідного сигналу ' y ' та вхідного сигналу ' u '. Система називається спостережуваною, якщо матриця 2.3 є повним рангом. Ці матриці представлені тут без доведення.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Функції `Matlabctrb(A,B)` та `obsv(A,C)` обчислюють керованість та матриці здібностей відповідно. У випадку цього експерименту, як поздовжня, так і поперечна осі (1.27 і 1.26) є контрольованими та спостережуваними.

Два вищезазначені визначення призводять до наступного аргументу: коли система є керованою, то можна розмістити власні значення замкнутої системи в де-вибране місце розташування для досягнення певних полюсів замкнутого циклу, які визначають показники продуктивності (час встановлення, рівень перевищення тощо). Це можна зробити за допомогою зворотного зв'язку. Хоча це твердження теоретично правильне, воно не було б таким корисним для практичного застосування. Це пояснюється тим, що досягнення певних характеристик продуктивності – Точність у керованій системі, хоча теоретично можлива, може вимагати керуючого сигналу, який є занадто великим для створення фізичним виконавчим механізмом. Такі обмеження, за яких певний

вибір коефіцієнта посилення зворотного зв'язку був би неможливим з точки зору реалізації, потрібен більш систематичний метод розрахунку коефіцієнта посилення зворотного зв'язку. Проектування LQR пропонує метод часткового подолання таких проблем шляхом знаходження компромісу... між характеристиками твееп та величиною керуючого сигналу. Теорія такої конструкції буде пояснена в наступному розділі.

2.3 Лінійний квадратичний регулятор

Лінійний квадратичний регулятор (LQR) – це метод, який генерує статичну матрицю коефіцієнтів посилення зворотного зв'язку 'K'. Динаміка замкнутої системи, утворена з 'K', задається формулою:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (2.4)$$

Коефіцієнт посилення зворотного зв'язку, розрахований за допомогою LQR, вважається оптимальним для виконання... вихідна потужність (іноді позначається як 'z') у тому сенсі, що це мінімізує енергію. Розглянемо наступну схематичну діаграму, яку зазвичай називають узагальненою схемою установки.

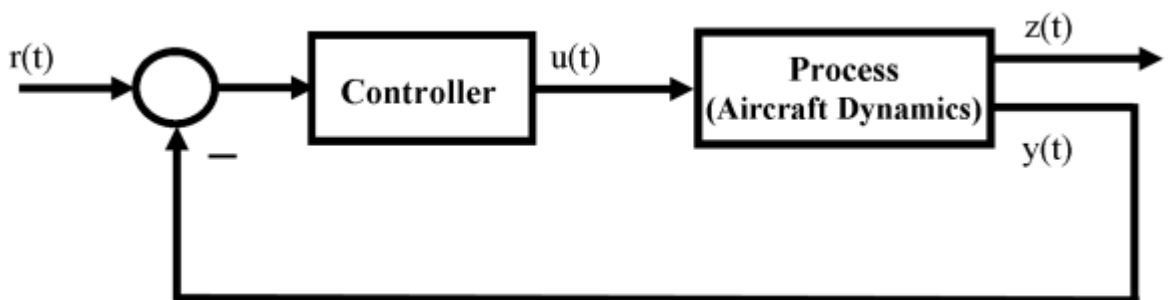


Рисунок 2.2 - Узагальнений вигляд системи керування

Модель простору станів процесу в узагальненому об'єкті, зображеному на рисунку 2.2 виглядає наступним чином:

$$\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\
y(t) &= C_1 x(t) \\
z(t) &= \begin{bmatrix} C_2 x(t) \\ D u(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

' $y(t)$ ' позначає вимірюваний вихідний сигнал системи, а ' $z(t)$ ' – це так звана константа контролю виходу, що визначає певний показник продуктивності. Тут, у випадку поздовжньої осі, вимірюваними виходами є Δu , Δw , Δq та $\Delta \theta$, тому C_1 – одинична матриця. Однак, керованими виходами є повітряна швидкість ΔV_{air} та висота літака Δh . Їх можна розрахувати з вимірюваних виходів (станів поздовжньої осі), використовуючи такі рівняння:

$$\begin{aligned}
V_{air} &= \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad Z = \begin{bmatrix} \Delta h \\ \Delta V_{air} \end{bmatrix} \\
\Delta V_{air} &\approx \cos \theta_0 \Delta u + \sin \theta_0 \Delta w \\
\Delta h &= \sin \theta_0 \Delta u - \cos \theta_0 \Delta w + (u_0 \cos \theta_0 + w_0 \sin \theta_0) \Delta \theta
\end{aligned}
\tag{2.6}$$

Матрицю C_2 можна знайти для умови польоту з балансуванням у таблиці 1.1, використовуючи рівняння 2.6:

$$C_2 = \begin{bmatrix} -0.1193 & 0.9929 & 0 & -9.7350 \\ 0.9929 & 0.1193 & 0 & 0 \end{bmatrix}
\tag{2.7}$$

Для поперечної осі єдиним контрольованим вихідним значенням є кут крену $\Delta \phi$: $y(t)_{lat} = \Delta \phi$.

Таким чином, $C_{2lat} = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$, а C_{1lat} – одинична матриця.

Задачу оптимального керування тепер можна сформулювати як задачу знаходження контролера, який мінімізує функцію витрат ' J ', що виражається наступним чином:

$$J = \int_0^\infty \|z(t)\|^2 dt = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt
\tag{2.8}$$

Можна помітити, що J – це енергія вихідної продуктивності 'z'. Таким чином, ми маємо:

$$\|z(t)\|^2 = \begin{bmatrix} C_2 x \\ D u \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C_2 x \\ D u \end{bmatrix} = x^T C_2^T C_2 x + u^T D^T D u \quad (2.9)$$

Отже, $Q = C_2^T C_2$ та $R = D^T D$. Отже, ми можемо знайти матрицю Q як для поздовжньої, так і для поперечної осей на основі C_2 , представленій раніше:

$$Q_{long} = \begin{bmatrix} 1.0001 & 0 & 0 & 1.1614 \\ 0 & 1.0001 & 0 & -9.6659 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.1614 & -9.6659 & 0 & 94.7702 \end{bmatrix}, \quad Q_{lat} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Тепер нам потрібно знайти R . Щоб пояснити, як можна налаштувати R , розглянемо поздовжній рух БПЛА, як це описано рівнянням 1.22. У цьому рівнянні система мала чотири стани: Δu , Δw , Δq , $\Delta \theta$ ($x(t) \in R^4$) та два керуючі входи: $\Delta \delta e$, $\Delta \delta T$ ($u(t) \in R^2$). Відповідно, R має бути матрицею 2×2 . Ми отримуємо таку форму функції вартості 'J' для поздовжніх рівнянь:

$$J = \int_0^\infty \left(\begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} & q_{14} \\ q_{12} & q_{22} & q_{23} & q_{24} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} & q_{34} \\ q_{14} & q_{24} & q_{34} & q_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta e \\ \Delta \delta T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{12} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta e \\ \Delta \delta T \end{bmatrix} \right) dt \quad (2.11)$$

Тепер, з рівняння можна помітити 2.11, що діагональні елементи матриці R впливають на окремі керуючі сигнали, а недіагональні елементи впливають на комбінацію керуючих входів. Отже, якщо існують обмеження на величину керуючих сигналів, можна встановити велике число для відповідного елемента в R , щоб більше погіршити цей сигнал. З огляду на це, ми отримали наступні

матриці R . У процесі вибору відповідного R також використовувався метод спроб і помилок.

$$\mathcal{R}_{long} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad \mathcal{R}_{lat} = 5000 \quad (2.12)$$

Рішення проблеми LQR

Досі ми розглядали, як сформулювати задачу LQR та представили підхід до вибору вагових матриць Q та R . Але початкове формулювання задачі полягало в тому, щоб знайти матрицю коефіцієнтів посилення зворотного зв'язку ' K ', яка є оптимальною з точки зору енергії показника продуктивності в системі (у цьому випадку показник продуктивності - це енергія вихідної продуктивності ' $z(t)$ ', яка виражається як функція вартості рівняння 2.8. У цьому розділі пояснюється, як насправді розраховується « K ».

Використаємо метод розв'язання LQR з використанням так званого алгебраїчного рівняння Ріккати (ARE):

$$u = -Kx = -R^{-1}B^T P \quad (2.13)$$

де ' P ' – стабілізуючий розв'язок для ARE наступного вигляду:

$$Q + PA + A^T P = PBR^{-1}B^T P \quad (2.14)$$

Це рівняння враховує системну матрицю ' A ', матрицю керування ' B ', матриці Q та R , а потім ви можете розв'язати його та знайти ' P '. Функція Matlab `lqr(A, B, Q, R)` обчислює розв'язок для ARE, а також повертає матрицю оптимального коефіцієнта підсилення ' K '. У випадку цього експерименту було використано два окремих скрипти Matlab: один для поздовжнього та один для поперечного руху.

Обчислені матриці посилення зворотного зв'язку K для поздовжньої та поперечної осей наведено нижче:

$$\mathbb{K}_{long} = \begin{bmatrix} 0.5560 & 0.0331 & -0.7552 & -4.7789 \\ 0.3925 & -0.0375 & 0.0589 & -0.1932 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathbb{K}_{lat} = \begin{bmatrix} -0.0006 & 0.1087 & -0.4669 & 0.4282 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Завершимо цей розділ покроковим описом того, як можна спроектувати лінійний квадратичний регулятор для типової лінійної динамічної системи:

1. Опишіть динаміку лінійної системи керування, використовуючи представлення у просторі станів та ідентифікація станів системи, керуючого сигналу та вимірюваних виходів;
2. Проаналізуйте систему, щоб зрозуміти, чи є вона керованою та/або спостережуваною, за допомогою 2.2 і 2.3;
3. Сформувати матриці Q та R з урахуванням обмежень доступних сигналів керування;
4. Сформуйте алгебраїчне рівняння Ріккати наступним чином: 3.14 і розв'яжіть для 'P';
5. Знайдіть матрицю коефіцієнтів посилення зворотного зв'язку 'K' за допомогою рівняння 2.13 і утворюють замкнуту систему.

2.4 Проектування ПІД-контролера

Пропорційні, інтегральні, диференціальні (ПІД) контролери широко використовуються в багатьох галузях промисловості—пробні застосування. Ці типи контролерів відносно легше проектувати та впроваджувати, порівняно з іншими типами контролерів. Пропорційна дія забезпечує внесок, який залежить від миттєвого значення помилки керування. Простіше кажучи, чим більша похибка, тим більший сигнал керування (похибка виражається як різниця між опорним сигналом і вихідним: $E(s) = R(s) - Y(s)$). Інтегральна дія забезпечує

вихідний сигнал контролера, пропорційний накопиченій похибці; та похідна, діє на швидкість зміни похибки керування.

ПД-регулятор представлений в області Лапласа як:

$$C(s) = \frac{(K_d + \frac{K_p}{N})s^2 + (K_p + \frac{K_i}{N})s + K_i}{s(1 + \frac{s}{N})} \quad (2.17)$$

Тоді виникає питання, як вибрати так звані коефіцієнти підсилення ПД-регулятора, а саме K_P , K_I , K_D та N (коефіцієнт фільтра). Існує ряд методів знаходження коефіцієнтів підсилення ПД-регулятора (розміщення полюсів, метод коливань Циглера-Ніколса (ZN) тощо). Однак у цьому експерименті ПД-регулятор було налаштовано за допомогою автоматичного ПД-тюнера, який доступний як частина інструментарію системи керування в Simulink. Для поперечної осі використовувався один ПД-контролер, щоб забезпечити відстеження кута крену за заданою точкою. Один ПІ-контролер використовувався для відстеження висоти, а інтегратор забезпечував відстеження швидкості польоту. У наступній таблиці наведено коефіцієнти підсилення для кожного контролера.

Таблиця 2.1 - Коефіцієнти посилення ПД-регулятора

Axis	Reference Signal	K_P	K_I	K_D	N
Longitudinal	Altitude (h)	0.8645	0.0114	0.0199	15.92
	Airspeed (V_{air})	0	3.2674	0	0
Lateral	Roll angle (Φ)	5.3301	0.800	2.004	38.7852

3 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА

3.1 Створення Моделі Simulink для комп'ютерного моделювання роботи системи керування літальним апаратом

Рівняння, представлені в розділі 1 є математичним описом системи БПЛА. Математичні моделі є наближенням фактичної системи. Це означає, що вони здатні представити фізичну платформу з певним рівнем невизначеності. Потрібно визначити, чи модель, розроблена раніше, є достатньо точною та точно описує фактичну систему. Також було б розумно мінімізувати ризик, пов'язаний з реалізацією системи керування, шляхом її моделювання та аналізу її поведінки. Matlab/Simulink надають досить потужний інструмент для інженерів фахівців з різних дисциплін для моделювання та аналізу математичних моделей і систем керування. Спеціальний набір блоків та функцій доступний як частина Matlab: «Набір інструментів/блоків для аерокосмічної галузі», «Набір інструментів для системи керування Matlab». Вони широко використовуються інженерами для моделювання динаміки та керування літаками. Основна увага в цьому розділі приділяється моделюванню моделі та контролера БПЛА, розроблених у розділах 1 і 2.

3.1.1 Нелінійна модель моделювання

Датком

Для моделювання літака за допомогою аерокосмічного інструментарію необхідні попередні знання про повітряні. Необхідні геометрія судна, статичні та динамічні характеристики стійкості. Ці формування вже було використано один раз у розділі 1 для лінеаризації моделі БПЛА. Тут ми зосереджуємося на імпорті вихідного файлу Datcom у Matlab та використовуємо його для моделювання SmartFly у Simulink.

Ця функція зберігає всю інформацію з Datcom у масиві комірок Matlab (який називається SmartFly). Цей масив може містити різні структурні елементи (у цьому випадку лише два), які додатково містять інформацію з різних аналізів Datcom (статичний, динамічний, різне число Маха тощо). Скрипт також витягує корисні масиви комірок з Datcom та зберігає їх у вектори нормальних даних та матриці (типу double) у робочому просторі Matlab для легшого доступу. Іноді доцільно побудувати графік деяких аеродинамічних характеристик БПЛА в Matlab. Наприклад, так звана крива підйомної сили проілюстрована на рисунку 3.1. Деякі інші важливі параметри також показані на рис. 3.2 - 3.4.

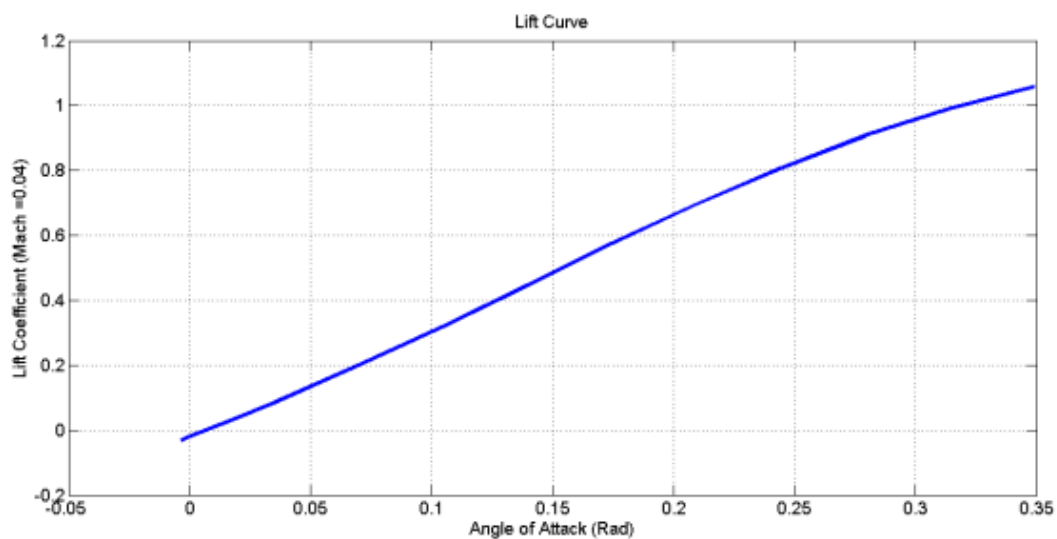


Рисунок 3.1 - Коефіцієнт підйомної сили C_L через зміну α

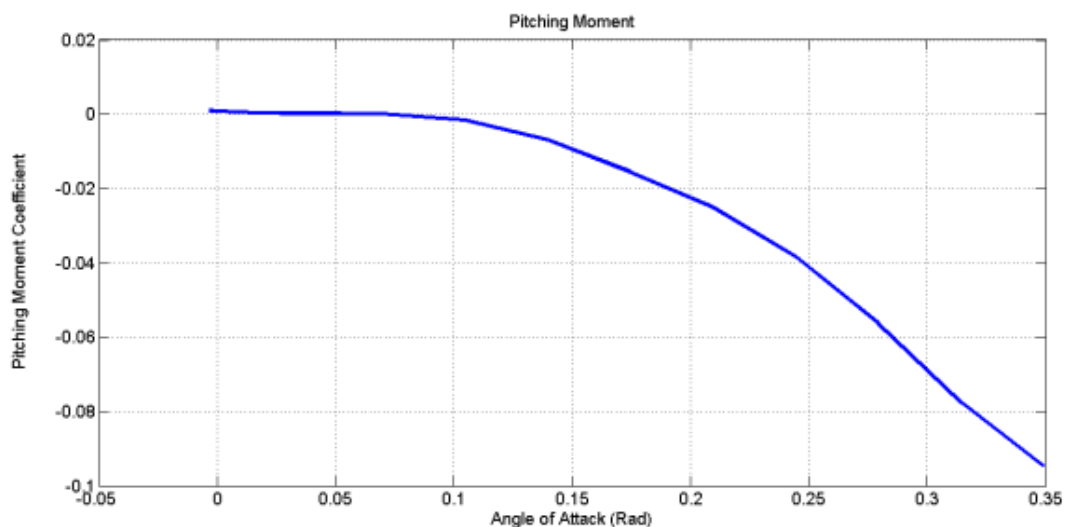


Рисунок 3.2 - Момент кидання СМ внаслідок зміни α

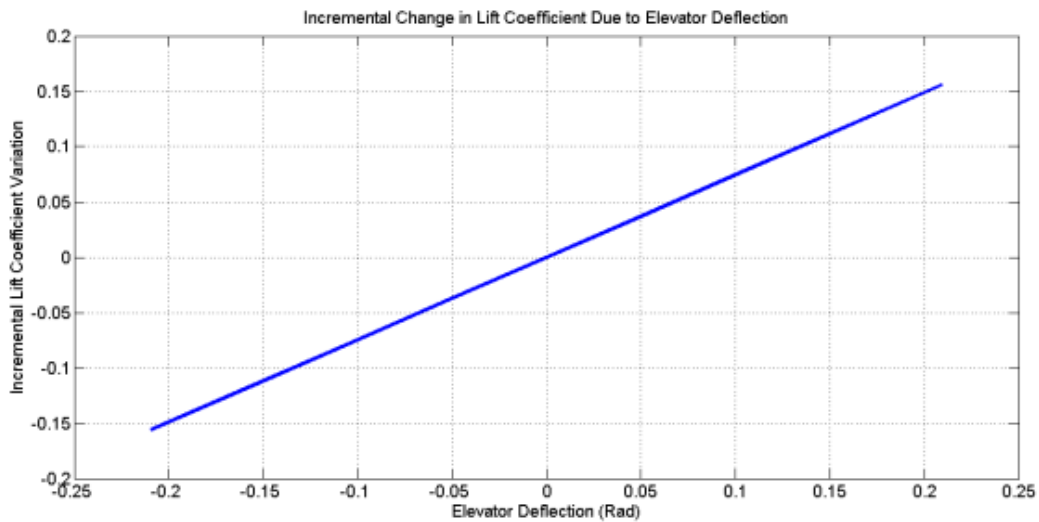


Рисунок 3.3 - Збільшення зміни C_L через відхилення ліфта δ_e

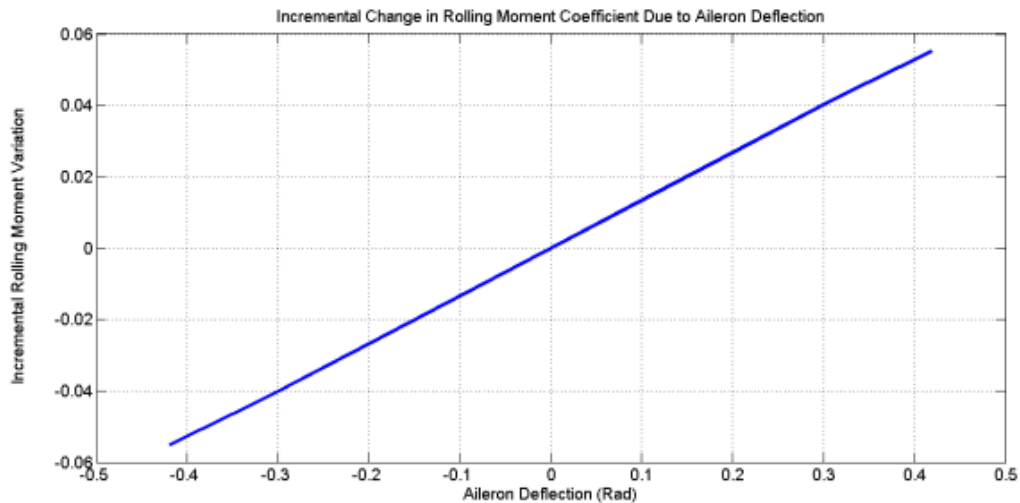


Рисунок 3.4 - Збільшення змін коефіцієнта моменту крену C_l внаслідок відхилення елеронів δ_a

3.1.2. Моделювання динаміки SmartFly

Після імпорту інформації Datcom у робочий простір Matlab, ми можемо продовжити моделювання динаміки системи в Simulink. Огляд симуляційної моделі, що містить контролер та динаміку, проілюстровано на рис. 3.5.

Блок моделювання, розроблений для динаміки БПЛА, називається «Нелінійна система» та позначений зображенням SmartOne. Блок нелінійної системи складається з двох основних підблоків: Умови польоту та Динаміка

БПЛА. Це показано на рис. 3.6. Помаранчевий блок імітує умови польоту. По суті, він попередньо обробляє та обчислює необхідні параметри для блоку динаміки. Ці параметри включають число Маха, яке розраховується на основі швидкості та висоти літака, динамічний тиск (позначається Q), кутову площину (α) та прості перетворення одиниць вимірювання (градуси в радіанс для кутів).

Динаміка БПЛА Блок є серцем імітаційної моделі. Цей блок отримує два основні набори інформації: параметри умов польоту разом з даними Datcom та керуючі сигнали від поздовжніх та поперечних блоків контролера. Метою такого блоку є моделювання нелінійної динаміки БПЛА. У блоку динаміки БПЛА є чотири основні підблоки (рис. 3.7): «Розрахунок сили тяги», «Розрахунок аеродинамічної сили/моменту» (також відомий як «Аероблок»), «Гравітаційна Сила» та блок «6 кутів Ейлера ступенів свободи». Давайте пояснимо кожен блок окремо, починаючи з розрахунку сили тяги.

Можна було б згадати з розділу 1, що загальна сила, що діє на літальний апарат, складається з трьох елементів: сили тяги, сили тяжіння та аеродинамічної сили. Сила тяги безпосередньо створюється рушійною системою літального апарату. Завданням цього блоку є обчислення внеску сили тяги в загальну силу та момент БПЛА.

У моделі вважається, що сила тяги, що створюється гвинтом, діє безпосередньо вздовж осі x корпусу БПЛА (отже, не створює моменту) і розраховується наступним чином:

$$F_{prop} = \frac{1}{2} \rho S_{prop} ((K_{motor} \delta T)^2 - V_{air}^2) \quad (3.1)$$

- де ρ – густина повітря;
 S_{prop} – площа, що обертається гвинтом;
 K_{motor} – константа двигуна;
 δT – відкриття дросельної заслінки;
 V^2 – квадрат швидкості повітря.

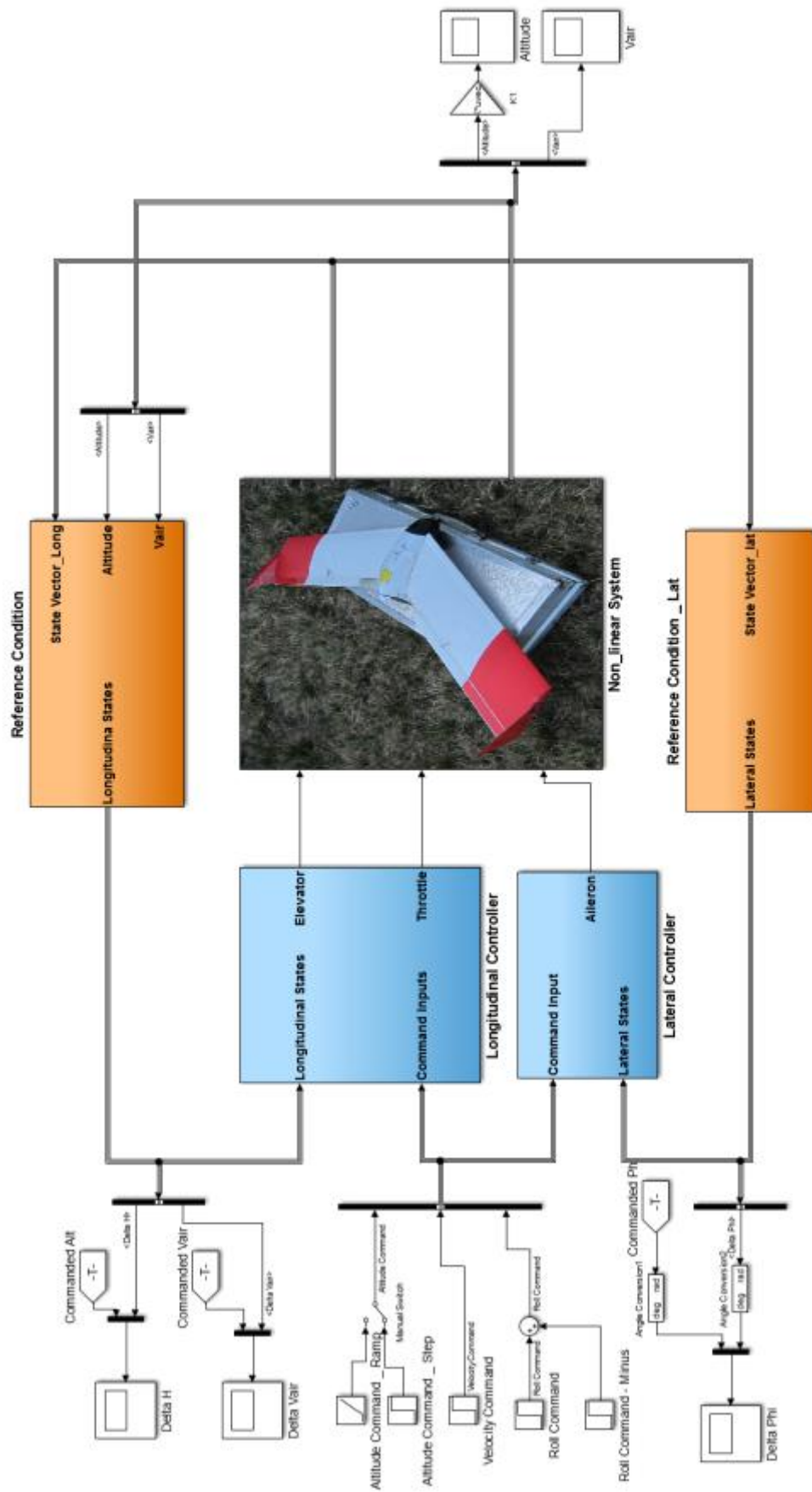


Рисунок 3.5 - Огляд симуляційної моделі

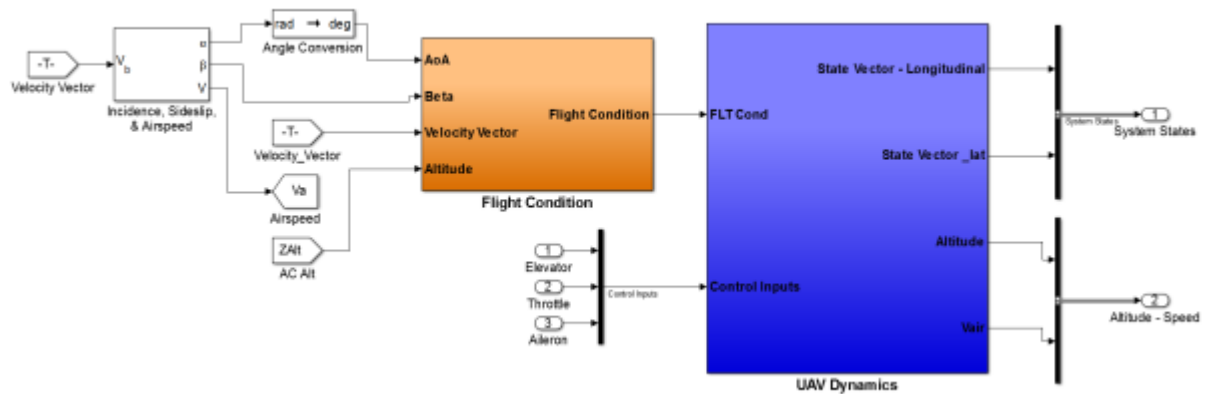


Рисунок 4.6 - Нелінійна система

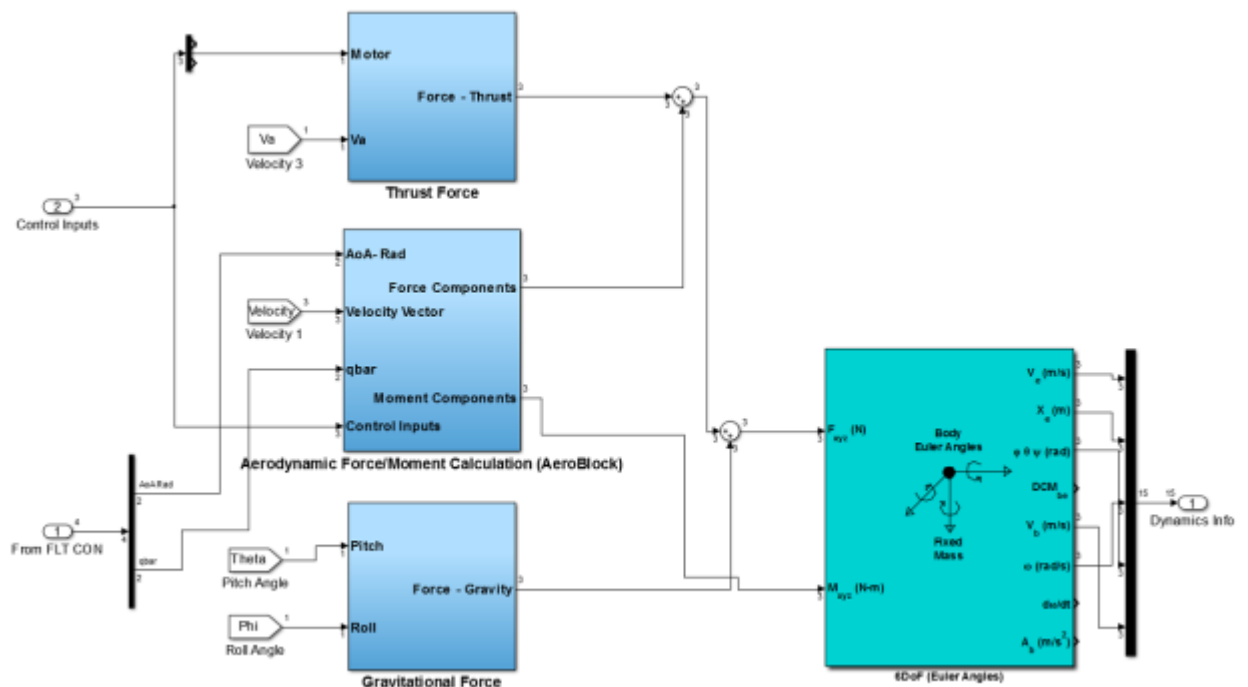


Рисунок 3.7 - Динаміка БПЛА

Завданням аероблоку є розрахунок внеску аеродинамічних сил та моментів. Це досягається за допомогою аеродинамічних характеристик БПЛА. Вигляд аероблоку зсередини показано на рис. 3.8.

Аеродинамічні сили та моменти є функціями аеродинамічних коефіцієнтів. Ці коефіцієнти отримані з Datcom для різних AoA та відхилень керуючої поверхні. Іншими словами, аеродинамічні коефіцієнти слід оцінювати для

заданих α , δ_e та δ_a . Це досягається всередині Aeroblock за допомогою блоку попереднього пошуку та блоку інтерполяції.

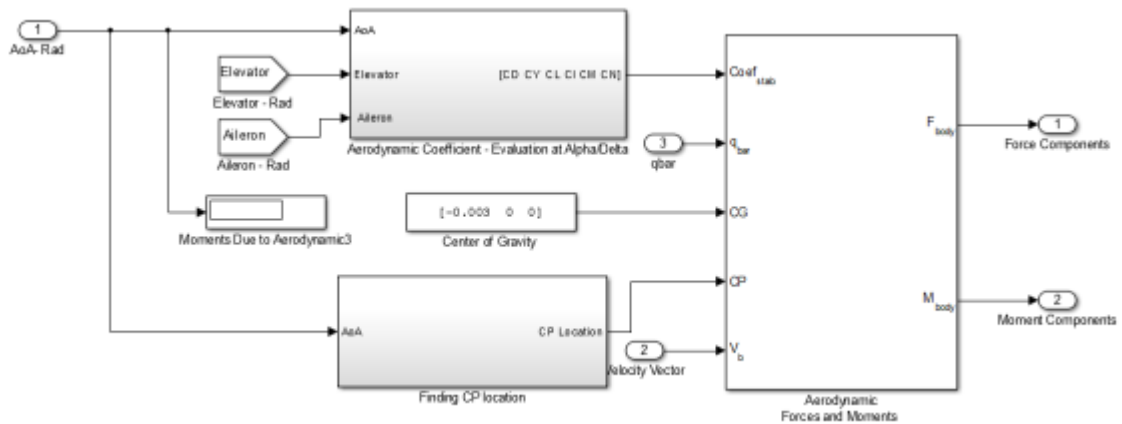


Рисунок 3.8 – Внутрішня реалізація «Аероблоку»

Після оцінки коефіцієнтів при α , δ_e та δ_a , блок Simulink під назвою "Аеродинамічні сили та моменти" отримує ці коефіцієнти та обчислює сили та моменти, зумовлені аеродинамікою. Зверніть увагу, що коефіцієнти визначені на осі стійкості літака, як пояснено в розділі 2.1, але сили та моменти виражаються в каркасі тіла. Перетворення здійснюється всередині блоку шляхом вибору вихідної осі як осі тіла.

Гравітаційна сила розраховується на основі рівнянь 2.10. Вектор тяжіння є позиційним—тивна відносно осі Z тіла (ZB). Результуюча сила отримується шляхом віднімання сили тяжіння від аеродинамічної сили. Як згадувалося раніше, оскільки сила тяжіння діє на центр ваги літака, вона не впливає на момент.

Нарешті, є блок «6 ступенів свободи кута Ейлера». Це вбудований блок Simulink (частина аерокосмічних блоків), який отримує сили та моменти і повертає представлення рівнянь руху у вигляді кута Ейлера з 6 ступенями свободи. Він, по суті, надає інформацію про положення літака (X_e , Y_e , Z_e), орієнтацію (ϕ , θ , ψ) та швидкість (u , v , w , p , q , r).

3.2 Моделювання контурів керування

Опорний блок

Контролери, розроблені в розділі 2 було змодельовано у синіх блоках рис. 3.5. Перш ніж досліджувати ці два блоки, давайте розглянемо помаранчеві блоки під назвою «Блок опорних точок».

У розділі 1, було пояснено, що лінеаризована модель БПЛА є дійсною, коли збурення знаходиться поблизу стаціонарного стану польоту. Також обговорювалося, що результуюче представлення простору станів здійснюється з точки зору відхилення від цього стаціонарного стану, і що ми контролюємо невеликі відхилення від стаціонарного стану значення стану. Функція «Опорного блоку» полягає у знаходженні відхилення від стаціонарного стану для кожного стану в рівнянні 1.22 і 1.23. Це робилося просто шляхом віднімання змінної від її опорного значення: $\Delta u = u(t) - u_0$, $\Delta w = w(t) - w_0$, і так далі.

Поздовжні та поперечні контролери

Тепер розглянемо блок поздовжнього контролера. Огляд змодельованого поздовжнього контролера показано на рис. 3.9. Блок приймає два набори вхідних даних: Вхідні команди та Поздовжні стани. Пам'ятайте, що стани насправді є відхиленнями. -ції з умови обрізання. Для поздовжньої осі маємо: Δu , Δw , Δq , $\Delta \theta$, ΔV_{air} і Δh .

Команда висоти віднімається від поточної висоти для створення сигналу помилки. Цей сигнал помилки подається через ПІ-регулятор, коефіцієнти посилення показані в таблиці 2.1. Те саме стосується команди повітряної швидкості та інтегратора. Вихідні сигнали обох контролерів віднімаються від керуючих сигналів, що генеруються через зворотний зв'язок LQR. Це створює кінцеві, об'єднані керуючі сигнали, які далі проходять через блоки насичення, що представляють обмеження кута відхилення елеронів ($-12^\circ < \delta e < 12^\circ$) та відкриття дросельної заслінки ($0 < \delta T < 1$).

Блок бічного контролера показано на рис. 3.10. Як і раніше, сигнал помилки (у цьому випадку різниця між заданим кутом крену та фактичним кутом крену) подається через ПІД-регулятор та віднімається від бічних станів для створення команди керування ба.

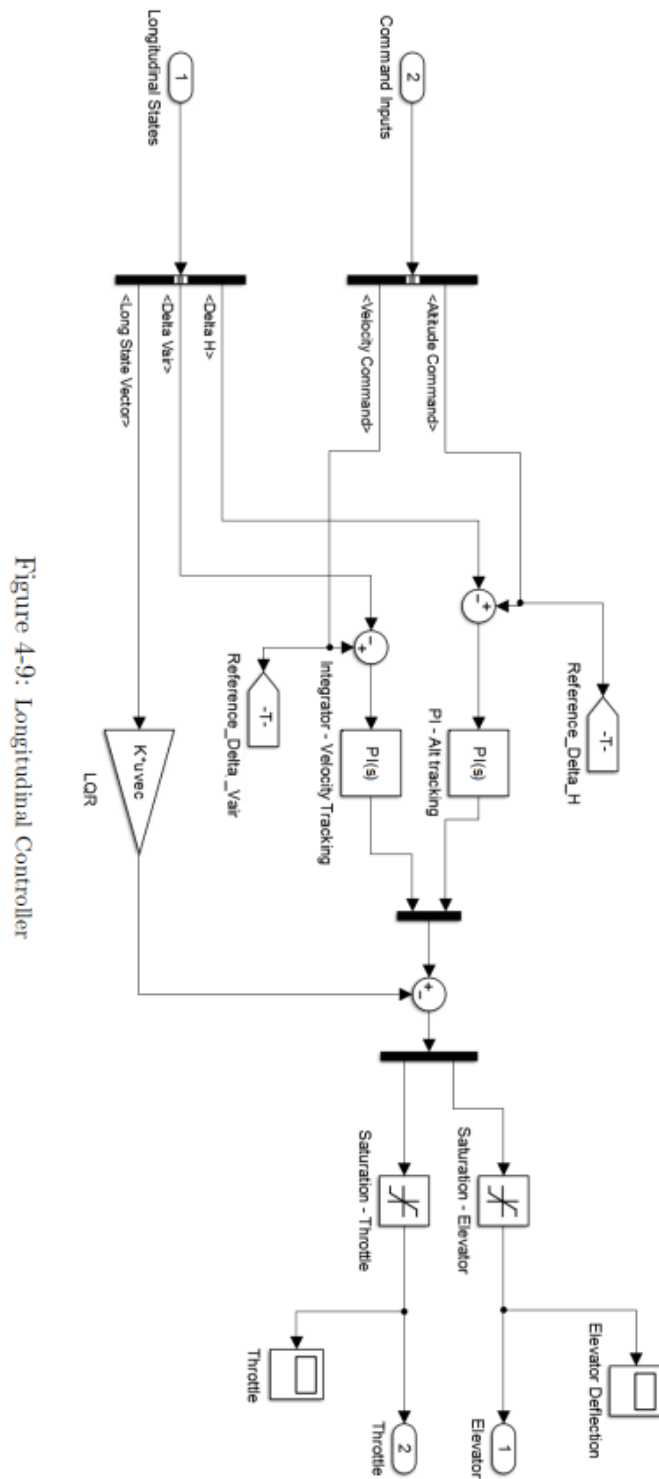


Рисунок 3.9 - Поздовжній контролер

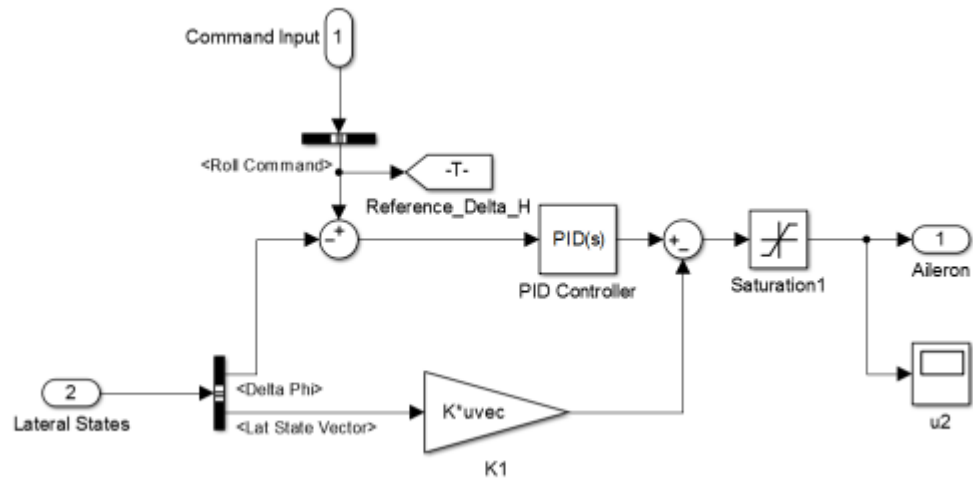


Рисунок 3.10 - Бічний контролер

За розробленою моделлю було проведено розрахунки поведінки літального апарату, представлені на рис. 3.11 та 3.12

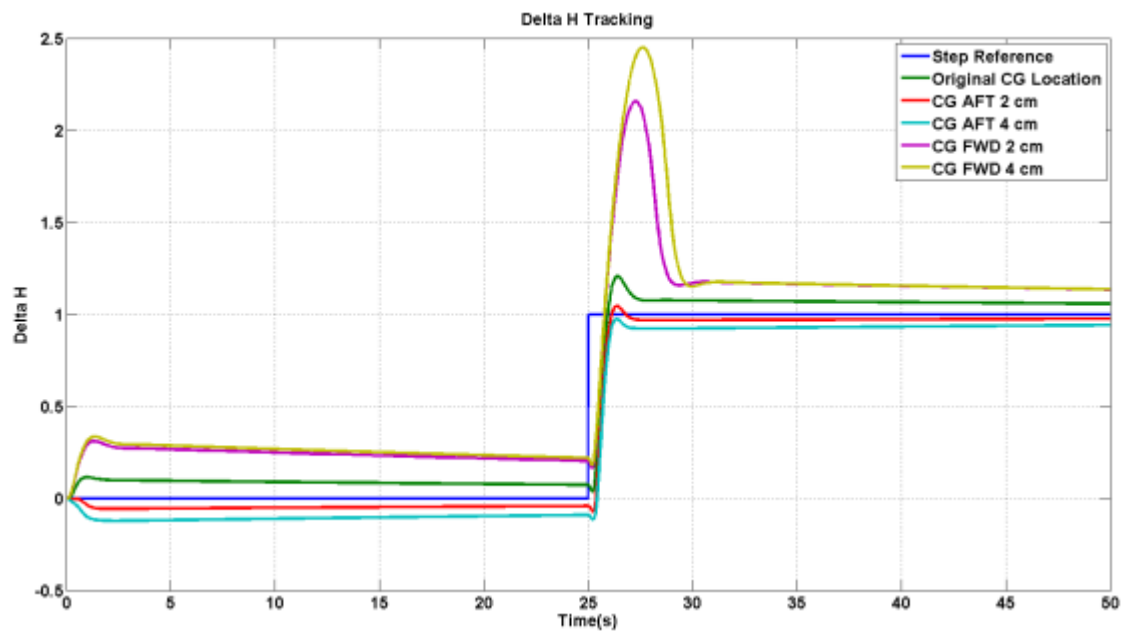


Рисунок 3.11 - Порівняння відстеження висоти для різних положень центру ваги

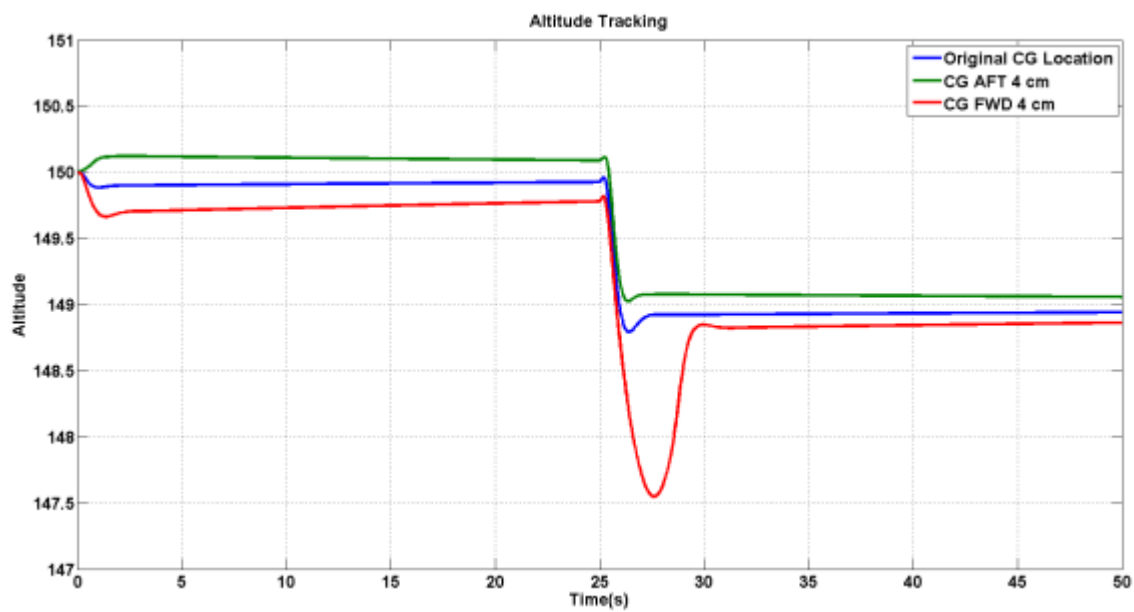


Рисунок 3.15 - Фактична висота для різних положень центру ваги

4 БЕЗПЕКА ЖИТТЄДІЯЛЬНОСТІ, ОСНОВИ ХОРОНИ ПРАЦІ

4.1 Ергономічні проблеми безпеки життєдіяльності при роботі за комп'ютером

У сучасному світі все більше людей проводять значну частину свого робочого часу за комп'ютером, що призводить до ряду ергономічних проблем, які негативно впливають на безпеку та здоров'я людей. Неправильна позиція тіла, незручне розташування робочого місця, тривале сидіння та напружена робота з клавіатурою та мишею спричиняють м'язове напруження, біль у спині та напругу очей, що викликає дискомфорт та незручності.

Розташування робочого місця відіграє важливу роль у забезпеченні безпеки та здоров'я під час роботи за комп'ютером. Оптимальна висота столу та стільця є ключовим фактором для забезпечення комфорту і підтримки правильної позиції тіла. Стіл належної висоти, щоб лікті могли спокійно розташовуватися на клавіатурі, а стопи - на підлозі. Стілець обладнаний підтримкою для спини та належними регульованими підлокітниками. Клавіатура розташована на рівні ліктів, монітор - належним чином вирівняний перед очима, а миша - в зоні доступу для зап'ястя.

Правильне розташування робочого місця сприяє уникненню незручностей та проблем зі здоров'ям. Ергономічні пристрої підтримки є корисними для забезпечення комфорту та запобігання напрузі м'язів. Використання регульованих підлокітників та підставок для зап'ястя допомагає знизити напругу на м'язах і запобігти незручностям. Оптимальне розташування робочого місця повинне враховувати індивідуальні особливості користувача та забезпечувати комфортні умови для роботи.

Правильна позиція тіла та рухи є ключовими факторами для забезпечення комфорту та запобігання напрузі м'язів та незручностям.

Важливо пам'ятати про правильну позицію спини та уникати підгорблення або надмірного нахилу голови під час тривалої роботи за комп'ютером. Регулярні перерви для розтяжки та руху є важливими для підтримання здоров'я. Прості фізичні вправи, такі як розтягування шиї, плечей, рук і ніг, допомагають зняти напругу з м'язів та покращити кровообіг. Регулярні перерви дозволяють розслабитися і зберегти енергію для продуктивної роботи. Очі є одними з найбільш вразливих органів під час роботи за комп'ютером. Постійне спрямування погляду на екран призводить до напруження та втому очей.

Для зменшення негативного впливу необхідно використовувати екрани з антиблисковим покриттям, яке знижує відблиск та рефлексію світла. Також важливо налаштовувати яскравість та контрастність екрану для комфортного сприйняття. Щоб зменшити напругу на очі, необхідно робити перерви для відпочинку, фокусуючись на далеких предметах або виконуючи вправи для розслаблення очей.

Використання неправильної клавіатури та миші призводить до м'язового напруження і тунельного синдрому. Важливо використовувати ергономічні клавіатури та миші з додатковою підтримкою для зап'ястя та комфортною формою. Правильна позиція рук та зап'ястя під час роботи з ними має велике значення. Регулярні перерви для розтяжки рук та масажу зап'ястя допомагають уникнути негативних наслідків від тривалого використання клавіатури та миші. Розглядаючи ергономічні проблеми безпеки життєдіяльності при роботі за комп'ютером, варто зазначити, що їх вирішення є ключовим для забезпечення безпеки та здоров'я під час роботи.

Дотримання принципів ергономіки, налагодження робочого місця, правильна позиція тіла та виконання фізичних вправ сприяють покращенню безпеки та створенню здорового робочого середовища. Застосування ергономічних пристроїв підтримки, таких як регульовані підлокітники та підставки для зап'ястя, також сприяє комфорту та попередженню

незручностей. Загальною метою є створення безпечного та здорового робочого середовища для людей, які працюють за комп'ютером та виконують дослідження захищеності веб сервісу електронного навчання Atutor, що забезпечує збереження здоров'я та підвищення продуктивності працівників, сприяє запобіганню травмам та ергономічним проблемам, а також сприяє загальному комфорту та задоволенню від роботи.

Додатково, важливо зазначити, що належна освітленість приміщення також є важливим фактором, який впливає на комфорт та здоров'я під час роботи за комп'ютером. Потрібно забезпечити достатнє природне або штучне освітлення, яке не перевантажує очі. Розміщення робочого місця біля вікна або використання належної освітлювальної техніки допомагає забезпечити оптимальні умови освітлення.

Важливо також уникати відблисків на екрані, розташовуючи монітор під правильним кутом до джерел світла. Безпека та конфіденційність інформації також є важливим аспектом при роботі за комп'ютером. Важливо зберігати конфіденційні дані та захищати їх від несанкціонованого доступу. Використання паролів, шифрування даних та регулярне оновлення програмного забезпечення допомагає забезпечити безпеку інформації.

Крім того, необхідно усвідомлювати потенційні загрози з боку шкідливих програм та фішингових атак і приймати заходи для їх запобігання, такі як використання антивірусного програмного забезпечення та обережне відкривання електронних листів та посилань. Регулярне навчання та свідомість про важливість ергономіки та безпеки при роботі за комп'ютером є важливими.

Працівники повинні мати бути проінформовані про правильні методи роботи, виконання пауз і фізичних вправ, а також процедур безпеки. Організації можуть проводити навчання та інформаційні тренінги, щоб підвищити свідомість та забезпечити правильну поведінку під час роботи за комп'ютером.

Враховуючи всі ці аспекти, створення комфортного, безпечного та здорового робочого середовища є важливим завданням як для працівників, так і для роботодавців. Захист здоров'я та добробуту працівників при роботі за комп'ютером не тільки покращує їхню якість життя, але й сприяє збільшенню продуктивності та задоволення від роботи, що має позитивний вплив на всю організацію.

4.2 Організація безпечної роботи електроустаткування задіяного при роботі системи електронного навчання

Безпечна робота електроустаткування є ключовим елементом для забезпечення стабільної та безперебійної роботи системи електронного навчання. Це включає в себе правильне проектування, встановлення, експлуатацію та обслуговування електроустаткування. Дотримання стандартів і правил охорони праці допомагає мінімізувати ризики електричних ударів, пожеж та інших небезпек.

Перед встановленням електроустаткування необхідно ретельно оцінити його відповідність вимогам системи електронного навчання. Вибір обладнання повинен базуватися на таких критеріях: надійність та безпека: обладнання має відповідати стандартам якості та безпеки, мати сертифікати відповідності та бути розрахованим на довготривалу експлуатацію; відповідність технічним вимогам: обладнання повинно підтримувати необхідні технічні параметри, такі як напруга, потужність, тип з'єднання тощо; сумісність з іншими компонентами: всі компоненти системи повинні бути сумісні між собою, щоб уникнути збоїв та небезпек при експлуатації/

Під час встановлення необхідно дотримуватися таких заходів безпеки:
правильне заземлення: всі пристрої повинні бути заземлені відповідно до норм, щоб уникнути накопичення статичної електрики та можливості удару струмом; використання захисних пристроїв: встановлення автоматичних

вимикачів, пристроїв захисного вимкнення (ПЗВ) та інших захисних засобів є обов'язковим для забезпечення безпеки; професійний монтаж: монтаж повинен виконуватися кваліфікованими спеціалістами з дотриманням всіх норм і правил/

Для забезпечення безпечної експлуатації електроустаткування слід дотримуватися таких рекомендацій: регулярний контроль та технічне обслуговування: обладнання повинно регулярно перевірятися на наявність зношення, перегріву, пошкоджень проводів та інших дефектів. Технічне обслуговування повинно проводитися відповідно до інструкцій виробника; контроль температурного режиму: устаткування не повинно перегріватися. Необхідно забезпечити достатню вентиляцію та уникати розташування пристроїв поблизу джерел тепла; правильне використання: обладнання має використовуватися тільки за призначенням, з дотриманням інструкцій та рекомендацій виробника.

При обслуговуванні та ремонті електроустаткування необхідно дотримуватися таких заходів безпеки: відключення живлення: перед проведенням будь-яких робіт обладнання має бути відключене від джерела живлення; використання засобів індивідуального захисту (ЗІЗ): спеціалісти повинні використовувати відповідні ЗІЗ, такі як діелектричні рукавички, килимки, інструменти з ізоляційними покриттями; дотримання процедур: всі ремонтні роботи повинні проводитися відповідно до технічних інструкцій та нормативних документів;

Управління ризиками та навчання персоналу є невід'ємною частиною забезпечення безпеки електроустаткування: ідентифікація ризиків: постійний аналіз можливих ризиків та їх мінімізація є ключовим аспектом безпеки. Для цього проводяться регулярні оцінки стану обладнання та аналіз умов експлуатації; навчання та інструктажі: персонал повинен проходити регулярні навчання та інструктажі з питань безпечної роботи з електроустаткуванням. Це включає як базові знання, так і спеціальні навички для роботи з

конкретними видами обладнання; розробка та впровадження процедур безпеки: необхідно розробити детальні інструкції та процедури з безпеки, які повинні бути доступними для всіх працівників та регулярно оновлюватися. Таким чином, організація безпечної роботи електроустаткування задіяного при роботі системи електронного навчання вимагає комплексного підходу, що включає вибір надійного обладнання, правильне його встановлення, регулярне технічне обслуговування, навчання персоналу та управління ризиками. Дотримання цих заходів дозволяє забезпечити стабільну та безпечну роботу системи, що є критично важливим для ефективного функціонування освітнього процесу.

ВИСНОВКИ

Значна частина роботи зосереджена на моделюванні динаміки системи. Нелінійна модель з 6 ступенями свободи була розроблена та змодельована в Simulink. Аналіз статичної та динамічної стійкості також був виконаний в Datcom, одній з найбільш широко використовуваних програм для аеродинамічного аналізу літальних апаратів.

Для подальшого спрощення процесу проектування контролера було представлено аналітичну лінеаризацію моделі. Крім того, було розроблено різні контури керування для стабілізації системи та забезпечення відстеження опорного сигналу як по поздовжній, так і поперечній осі. Зокрема, LQR-контролер був розроблений для роботи у співпраці з традиційним ПІД-регулятором.

Було проведено різні симуляції для аналізу роботи контролера в умовах невизначеності системи. Зокрема, було досліджено вплив змін маси БПЛА та положення центру ваги. На основі отриманих результатів можна зробити висновок, що контролер функціонує належним чином з прийнятною надійністю. Це також означає, що лінеаризація моделі була певною мірою точною: оскільки контролер був розроблений на основі лінійної системи, але був протестований на нелінійній симуляційній моделі.

Також можна зробити висновок, що контролер LQR є розумним вибором для малорозмірних БПЛА. Причина полягає в тому, що літаючі літальні апарати зазвичай оснащені комерційними готовими процесорами з обмеженою обчислювальною потужністю. Це обмежує вибір системи керування польотом. Оскільки LQR — це просто матриця коефіцієнтів статичного зворотного зв'язку, його легко реалізувати та він не вимагає високого рівня обчислювальної потужності.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Nelson, R. C. Flight Stability and Automatic Control. 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1998. URL: <https://www.mheducation.com>
2. Triputra, F. R., Trilaksono, B. R., Sasongko, R. A., Dahsyat, M. Longitudinal Dynamic System Modeling of a Fixed-Wing UAV towards Autonomous Flight Control System Development: A Case Study of BPPT Wulung UAV Platform. In: Proc. Int. Conf. on System Engineering and Technology, Bandung, Indonesia, Sept. 2012, pp. 1–6. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6379873>
3. The USAF Stability and Control DATCOM. Vol. 1. Users Manual. McDonnell Douglas Astronautics Company, April 1979. URL: <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/ADA019541.pdf> (apps.dtic.mil in Bing)
4. System Identification Toolbox – MathWorks MATLAB. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.mathworks.se/products/sysid/> (дата звернення: 17.10.2014).
5. Rauf, A., Zafar, M. A., Ashraf, Z., Akhtar, H. Aerodynamic modeling and State-Space model extraction of a UAV using DATCOM and Simulink. In: Proc. Conf. on Computer Research and Development (ICCRD), Shanghai, March 2011, pp. 88–92. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5738941>.
6. Mattio, A. Modeling and Control of the UAV Sky-Sailor. Master's Project Report. Lausanne: Swiss Federal Institute of Technology, 2006. URL: <https://infoscience.epfl.ch/record/97578> (infoscience.epfl.ch in Bing)
7. Zhiping, L., Fang, T. Model Derivation and Control System Simulation for Unmanned Aerial Vehicle. In: Proc. 25th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Guiyang, China, May 2013, pp. 4053–4057. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6561293>
8. Mingxing, X., Xiaoping, Z., Zhou, Z., Bo, Z. Flight Control System Design for a Flying-Wing Aircraft. In: Proc. TENCON 2013, IEEE Region 10 Conference,

- Xi'an, China, Oct. 2013, pp. 1–4. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6718957>.
9. Lei, W., Lixin, W. Nonlinear Flight Control Design of a Combat Flying Wing with High Aspect-ratio. In: Proc. 2nd IEEE Int. Conf. on Computer Application and System Modeling, 2012. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6174663>
 10. Hussain, S. A., Kadri, M. B. Optimal Control Synthesis for UAV. In: Proc. IEEE Int. Conf. on Computer, Control and Communication (IC4), Karachi, Pakistan, Sept. 2013, pp. 1–6. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6656232>
 11. Low, C. B. A Trajectory Tracking Control Design for Fixed-wing Unmanned Aerial Vehicles. In: Proc. IEEE Int. Conf. on Control Applications, part of 2010 IEEE Multi-Conference on Systems and Control, Yokohama, Japan, Sept. 2010, pp. 2118–2123. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/5612773>.
 12. А.Г. Микитишин, М.М. Митник, П.Д. Стухляк, В.В. Пасічник Комп'ютерні мережі. Книга 1. [навчальний посібник] (Лист МОНУ №1/11-8052 від 28.05.12р.) - Львів, "Магнолія 2006", 2013. – 256 с.
 13. А.Г. Микитишин, М.М. Митник, П.Д. Стухляк, В.В. Пасічник Комп'ютерні мережі. Книга 2. [навчальний посібник] (Лист МОНУ №1/11-11650 від 16.07.12р.) - Львів, "Магнолія 2006", 2014. – 312 с.
 14. Микитишин А.Г., Митник, П.Д. Стухляк. Комплексна безпека інформаційних мережевих систем: навчальний посібник – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2016. – 256 с.
 15. Микитишин А.Г., Митник М.М., Стухляк П.Д. Телекомунікаційні системи та мережі : навчальний посібник для студентів спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» – Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2017 – 384 с.
 16. Введення в комп'ютерну графіку та дизайн: Навчальний посібник для студентів спеціальності 174 "Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані

технології та робототехніка"/Укладачі: О.В. Тотосько, П.Д. Стухляк, А.Г. Микитишин, В.В. Левицький, Р.З. Золотий - Тернопіль: ФОП Паляниця В.А., 2023 - 304с. <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/41166>.

17. Пилипець М. І. Правила заповнення основних форм технологічних документів : навч.-метод. посіб. / Уклад. Пилипець М. І., Ткаченко І. Г., Левкович М. Г., Васильків В. В., Радик Д. Л. Тернопіль : ТДТУ, 2009. 108 с. <https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/42995>.