УДК 319.216
Є.Лозінська; С.Лупенко, канд.техн.наук; Л.Щербак, докт.техн.наук
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА МЕТОДИ ОБРОБКИ КАРДІОІНТЕРВАЛОГРАМИ ПРИ ФІЗИЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ В ЗАДАЧАХ ДІАГНОСТИКИ АДАПТИВНИХ МОЖЛИВОСТЕЙ ОРГАНІЗМУ ЛЮДИНИ

Запропоновано нову математичну модель кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях у вигляді суми детермінованої аперіодичної послідовності та лінійної стаціонарної випадкової послідовності. Обгрунтовано статистичні методи оцінювання імовірнісних характеристик кардіоінтервалограми.

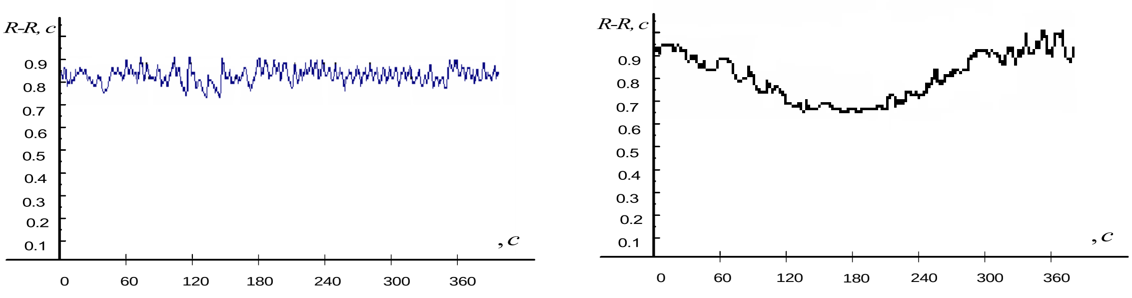
Вступ

Організм людини є цілісною системою, в якій її складові підсистеми функціонально та структурно взаємопов’язані між собою. Це дає змогу визначати характеристики одних його структурних одиниць за значеннями характеристик інших. Дослідження адаптивно-регулятивних характеристик живого організму є актуальною проблемою сучасної медицини, а розробка комп’ютерної системи та відповідного програмного забезпечення для автоматизованої діагностики таких можливостей організму є важливою науково-технічною проблемою.

Одним із перспективних, високоінформативних методів діагностики адаптивних можливостей організму є дослідження ритму серця шляхом реєстрації кардіоінтервалограми (послідовність значень, які рівні часовим інтервалам між піковими значеннями R-зубців електрокардіограми (ЕКГ) в послідовно ідучих серцевих циклах), оскільки ритм серцевих скорочень є чутливим індикатором ступеня узгодження, впорядкованості у функціонуванні організму як цілісної системи.

Комп’ютерному аналізу реальної кардіоінтервалограми та її моделюванню присвячено значну кількість наукових праць [2,7-9]. Більшість із них стосуються досліджень кардіоінтервалограми, записаної в стані спокою організму людини. Графік типової реалізації кардіоінтервалограми в стані спокою подано на рисунку 1.а. Проте важливим є дослідження цієї кривої, коли організм людини і, зокрема, серцево-судинна система функціонує під впливом фізичного навантаження. На рисунку 1.б подано графік зміни значень кардіоінтервалограми, записаної при фізичному навантаженні. Відмітимо, що графіки кардіоінтервалограми подано з використанням лінійної інтерполяції тривалостей R-R інтервалів. Записана в стані спокою кардіоінтервалограма не відображає деякі види прихованих патологій та розладів у функціонуванні організму

[3-6,9]. Тому, актуальною науково-технічною задачею є побудова математичної моделі та методів обробки кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях.



а) б)

Рис.1 Кардіоінтервалограми, записані в стані спокою (а) та в стані фізичного навантаження (б)

1. Огляд існуючих математичних моделей кардіоінтервалограми

Існуючі методи аналізу серцевого ритму (кардіоінтервалогами) в основному базуються на двох теоретичних підходах – детермінованому та стохастичному. Коротко розглянемо їх.

Використання математичних моделей кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях у вигляді детермінованих функцій грунтується на припущенні, що характер зміни серцевого ритму в часі є відомим [2,9]. В основному для опису кардіоінтервалограми в рамках детермінованого підходу використовують лінійну чи експоненційну апроксимації, що будуються шляхом визначення їх параметрів за початковим, кінцевим та декількома проміжними відліками зареєстрованої кардіоінтервалограми. Детерміновані моделі не враховують випадковий характер зміни тривалостей R-R-інтервалів і тому є досить спрощеними, що не дозволяє їх використовувати для високоінформативної діагностики.

Сучасні стохастичні методи аналізу кардіоінтервалограми базуються переважно на її двох імовірнісних моделях – модель у вигляді випадкової величини та модель у вигляді стаціонарної дискретної послідовності. Проте такі моделі є адекватними лише для випадку, коли кардіоінтервалограма реєструється в стані спокою. У випадку ж реєстрації кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях необхідно враховувати нестаціонарний, перехідний характер зміни тривалостей R-R-інтервалів.

2. Математична модель кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях

Отже, нова математична модель повинна враховувати перехідний стохастичний характер зміни тривалостей R-R-інтервалів ЕКГ при фізичних навантаженнях, а також давати змогу розробити на її основі зручні, ефективні методи діагностування адаптивних можливостей організму та імітаційного моделювання кардіоінтервалограми засобами сучасних інформаційних технологій.

В даній роботі автори пропонують використовувати математичну модель кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях у вигляді суми дискретної детермінованої аперіодичної послідовності, яка відображає динаміку зміни (тренд) тривалостей R-R- інтервалів та стаціонарної лінійної випадкової послідовності, що враховує випадковий характер змін (флуктуацій) тривалостей R-R-інтервалів:

$$\xi(\omega,k) = f(k) + \xi_1(\omega,k), \quad \omega \in \mathbf{\Omega}, \quad k \in \mathbf{Z}, \tag{1}$$

де $f(k) = \sum_{n=0}^{N} C_n \cdot k^n$ - ряд степеневих функцій;

$\xi_1(\omega,k)$ - лінійний стаціонарний дискретний випадковий процес з нульовим математичним сподіванням, який можна подати у вигляді ковзного середнього

$$\xi_1(\omega,k)=\sum_{i=-\infty}^{k}\varphi(k-i)\cdot\nu(\omega,k),\quad \omega\in\mathbf{\Omega},\quad i,k\in\mathbf{Z},\tag{2}$$

де $\{\varphi(k-i),\quad i,k\in\mathbf{Z}\}$ - ядро лінійного випадкового процесу , що задовольняє умову

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty}|\,\varphi\,(i)\,|^2<\infty\,;$$

$\{\nu(\omega,i),\quad \omega\in\mathbf{\Omega},\, i\in\mathbf{Z}\}$ - дискретний стаціонарний випадковий процес з незалежними (некорельованими) значеннями і безмежно подільним законом розподілу, який називають дискретним білим шумом. Ядро лінійного випадкового процесу може бути визначене на основі методу Юла-Уолкера [10] за заданою кореляційною функцєю процесу (2).

3. Діагностичні ознаки та метод їх статистичного оцінювання

Діагностичними ознаками при визначенні адаптивних можливостей організму людини є імовірнісні характеристики (математичне сподівання, кореляційна функція та щільність розподілу) процесу $\xi(\omega,k)$. Так, математичне сподівання цього процесу:

$$\mathbf{M}\{\xi(\omega,k)\}=\mathbf{M}\{f(k)+\xi_1(\omega,k)\}=\mathbf{M}\{f(k)\}=f(k)=\sum_{n=0}^{N}C_n\cdot k^n\,,\tag{3}$$

оскільки $\mathbf{M}\{\xi_1(\omega,k)\}=0$.

Отже, для визначення математичного сподівання $\mathbf{M}\{\xi(\omega,k)\}$ достатньо обчислити множину коефіцієнтів $\{C_n,\quad n=\overline{0,N}\}$.

Кореляційна функція процесу (1)

$$\begin{aligned}R_\xi\,(k,l)&=\mathbf{M}\{(\xi(\omega,k)-\mathbf{M}\{\xi(\omega,k)\})\cdot(\xi(\omega,l)-\mathbf{M}\{\xi(\omega,l)\})\}=\\&=\mathbf{M}\{(f(k)+\xi_1(\omega,k)-f(k))\cdot(f(l)+\xi_1(\omega,l)-f(l))\}=\\&=\mathbf{M}\{(\xi_1(\omega,k))\cdot(\xi_1(\omega,l))\}=R_{\xi_1}(k,l)=R_{\xi_1}(k-l)=R_{\xi_1}(\tau),\quad \tau=k-l.\end{aligned}\tag{4}$$

Тобто, кореляційна функція випадкового процесу (1) рівна кореляційній функції стаціонарного лінійного випадкового процесу $\xi_1(\omega,k)$.

Одновимірна функція щільності розподілу $p_{\xi_1}(x,k)$ стаціонарної компоненти $\xi_1(\omega,k)$ не змінюється при зсуві за параметром k, що можна подати так:

$$p_{\xi_1}(x,k)=p_{\xi_1}(x,k+j)=p_{\xi_1}(x),\qquad k,\,j\in\mathbf{Z}\,.$$

Таким чином, діагностичними ознаками при проведенні діагностики стану адаптивно-регулятивних можливостей організму при фізичних навантаженнях на основі вище запропонованої моделі будуть коефіцієнти $\{C_n,\quad n=\overline{0,N}\}$ розкладу математичного сподівання $f(k)$ випадкового процесу $\xi(\omega,k)$, кореляційна функція $R_{\xi_1}(\tau)$ та функція щільності розподілу $p_{\xi_1}(x,k)$ стаціонарної компоненти $\xi_1(\omega,k)$ моделі (1).

Виходячи із вищезапропонованих діагностичних ознак, наведемо методи їх статистичного оцінювання.

Оцінювання сукупності коефіцієнтів $\{C_n,\quad n=\overline{0,N}\}$, а відповідно і математичного сподівання $f(k)$ легко здійснити на основі методу найменших квадратів. Нехай $\{\xi_\omega(k)\}$, $k=\overline{1,K}$ реалізація кардіоінтервалограми, отриманої при фізичних навантаженнях. Побудуємо криву нелінійної регресії, що буде оцінкою математичного сподівання $f(k)$, у вигляді многочлена степені N

$$\hat{f}(k)=\sum_{n=0}^{N}\hat{C}_n\cdot k^n. \tag{5}$$

Згідно з методом найменших квадратів, коефіцієнти $\{\hat{C}_n,\quad n=\overline{0,N}\}$ визначають із системи лінійних рівнянь, які формують шляхом прирівнювання до нуля похідних по змінним $\hat{C}_n$ суми квадратів відхилень виду:

$$S(C_0,...,C_N)=\sum_{k=1}^{K}\left[\xi_\omega(k)-\hat{f}(k)\right]^2=\sum_{k=1}^{K}\left[\xi_\omega(k)-\sum_{n=0}^{N}\hat{C}_n\cdot k^n\right]^2. \tag{6}$$

Це приводить до формування системи з $N+1$ рівнянь

$$\sum_{n=0}^{N}C_n\cdot\sum_{k=1}^{K}k^{n+m}=\sum_{k=1}^{K}\xi_\omega(k)\cdot k^m,\quad m=\overline{0,N}. \tag{7}$$

Таким чином, задавшись степенем многочлена N і розв'язавши систему рівнянь (7), отримаємо оцінки коефіцієнтів розкладу $\{\hat{C}_n,\quad n=\overline{0,N}\}$, що еквівалентно оцінюванню математичного сподівання $f(k)$, $k\in\mathbf{Z}$ випадкового процесу (1).

Статистичне оцінювання кореляційної функції $\hat{R}_{\xi_1}(\tau)$ здійснюється за реалізацією стаціонарної компоненти (2)

$$\xi_{1_\omega}(k)=\xi_\omega(k)-\hat{f}(k),\ \omega\in\mathbf{\Omega},\ k\in\mathbf{Z} \tag{8}$$

відповідно до алгоритму

$$R_{\xi_1}(\tau)=\frac{1}{K-\tau}\cdot\sum_{k=1}^{K-\tau}\xi_{1_\omega}(k)\cdot\xi_{1_\omega}(k+\tau). \tag{9}$$

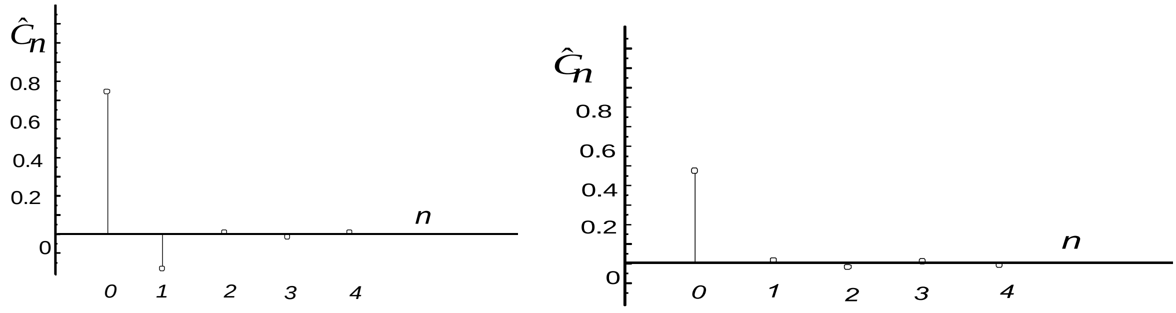
Оцінювання функції щільності розподілу $p_{\xi_1}(x)$ здійснюється шляхом побудови гістограми ергодичного відносно функції розподілу випадкового процесу $\xi_1(\omega,k)$.

4. Експериментальна частина

З метою апробації запропонованої моделі (1) та методів оцінювання розглянутих діагностичних ознак було проведено серію експериментів з реєстрації кардіоінтервалограм різних за віком, статтю та станом здоров'я людей при фізичних навантаженнях.

З цією метою опрацьовано ЕКГ пацієнтів, що зареєстрована в двох станах: перший – під час фізичних навантажень, другий – після них. Фізичні навантаження здійснювались згідно зі стандартною медичною методикою, прийнятої у функціональній діагностиці [1,5]. Після вилучення тренду з ЕКГ, детекції R-зубців та визначення тривалостей серцевих скорочень, формувалась та досліджувалась сама кардіоінтервалограма.

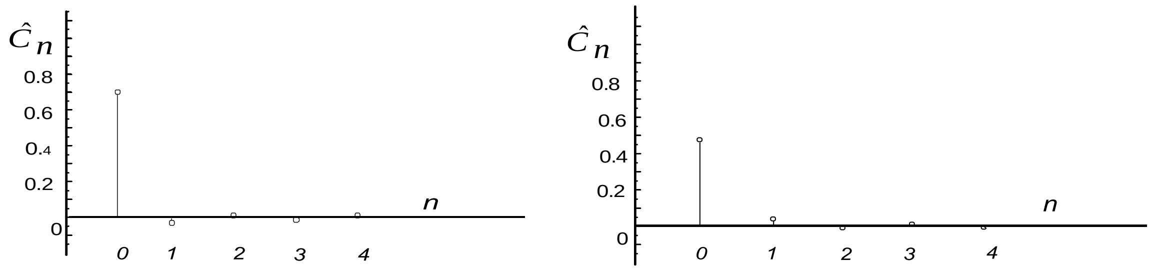
На основі методу найменших квадратів оцінено коефіцієнти послідовності $\{\hat{C}_n,\quad n=\overline{0,N}\}$, що пропонуються як діагностичні ознаки для діагностики адаптивно-регулятивних можливостей організму людини. На рисунках 2-4 наведено спектри перших п’яти оцінених діагностичних ознак.



а) б)

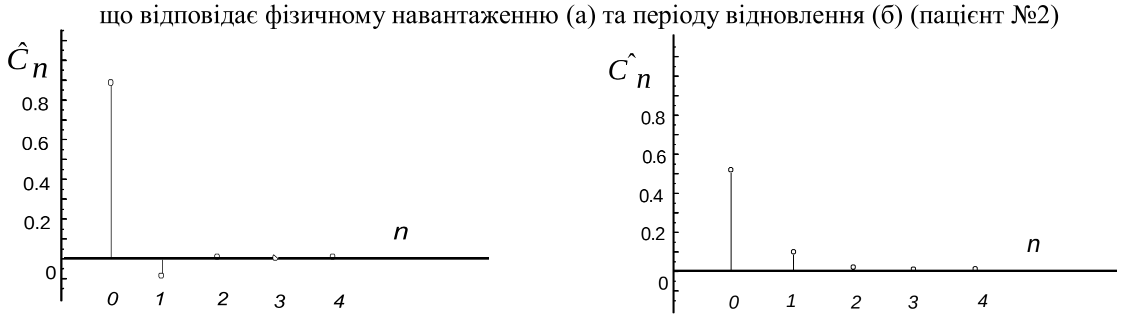
Рис. 2 Спектр оцінок діагностичних ознак, обчислених по ділянці кардіоінтервалограми, що відповідає фізичному навантаженню (а) та періоду відновлення (б) (пацієнт №1)

З наведених послідовностей оцінок коефіцієнтів $\left\{ \hat{C}_n, \quad n = \overline{0, N} \right\}$ видно, що для кожного пацієнта вони є індивідуальними і, в основному, починаючи із третього, є близькими до нуля. З метою зменшення кількості діагностичних ознак, оскільки два останніх коефіцієнти є досить малими, природно враховувати тільки перших три коефіцієнти. За отриманими діагностичними ознаками побудовано оцінки математичного сподівання кардіоінтервалограми для кожного випадку її реєстрації (див. рисунки 5-7).



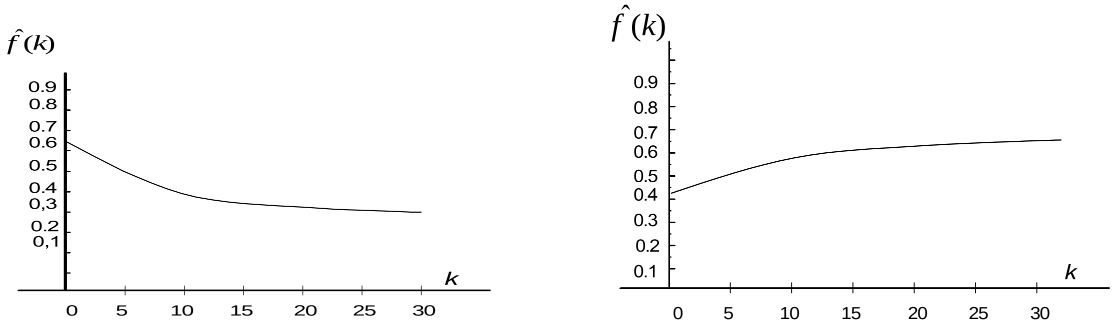
а) б)

Рис. 3 Спектр оцінок діагностичних ознак, обчислених по ділянці кардіоінтервалограми, що відповідає фізичному навантаженню (а) та періоду відновлення (б) (пацієнт №2)



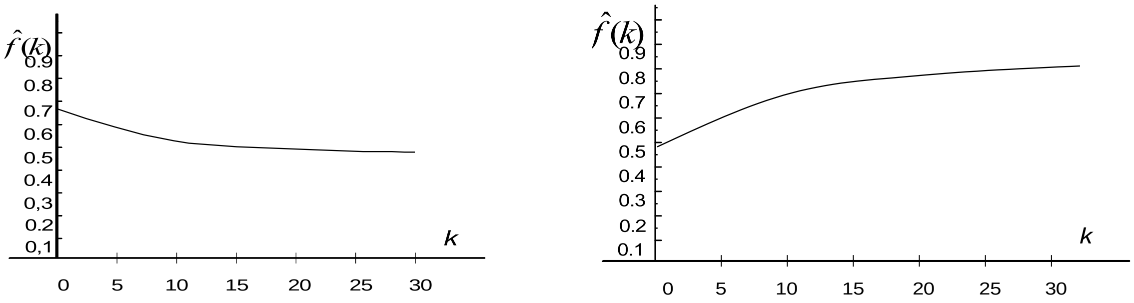
а) б)

Рис. 4 Спектр оцінок діагностичних ознак, обчислених по ділянці кардіоінтервалограми, що відповідає фізичному навантаженню (а) та періоду відновлення (б) (пацієнт №3)



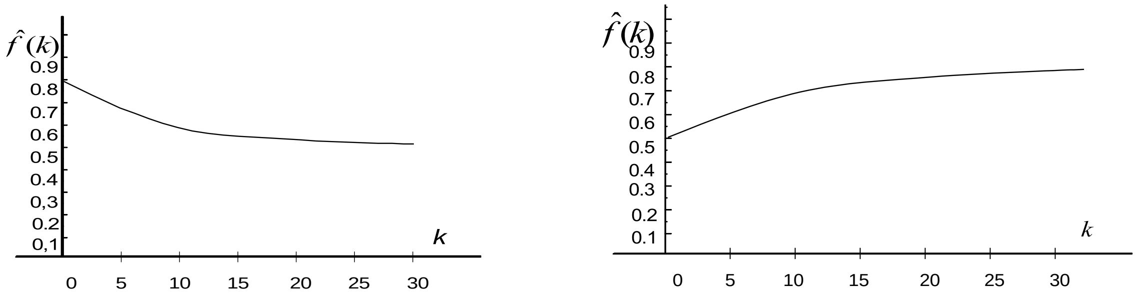
а) б)

Рис.5 Оцінка математичного сподівання кардіоінтервалограми протягом фізичного навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №1)



а) б)

Рис.6 Оцінка математичного сподівання кардіоінтервалограми протягом фізичного навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №2)



а) б)

Рис.7 Оцінка математичного сподівання кардіоінтервалограми протягом фізичного навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №3)

Випадковий характер зміни кардіоінтервалограми відображається другим доданком математичної моделі (1), що є різницею процесу $\xi(\omega,k)$ та його математичного сподівання $f(k)$:

$$\xi_1(\omega,k)=\xi(\omega,k)-f(k),\quad \omega\in\mathbf{\Omega},\quad k\in\mathbf{Z}. \tag{10}$$

Реалізації стаціонарного процесу (10) для різних пацієнтів зображені на рисунках 8-10.

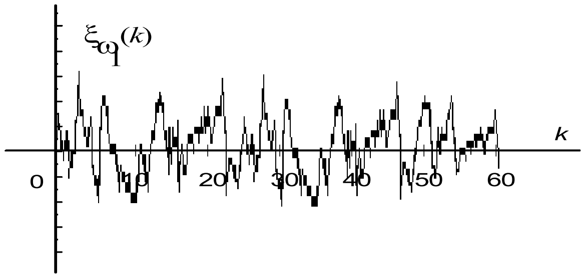


Рис.8 Реалізація стаціонарної компоненти кардіоінтервалограми (пацієнт №1)

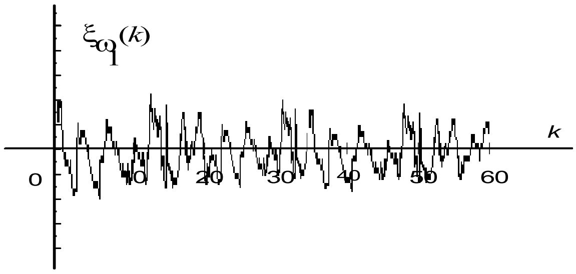


Рис.9 Реалізація стаціонарної компоненти кардіоінтервалограми (пацієнт №2)

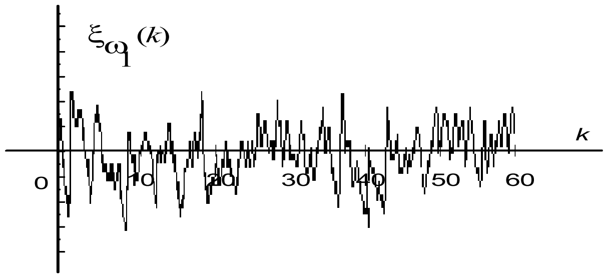
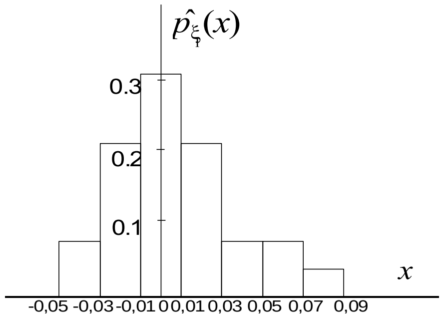
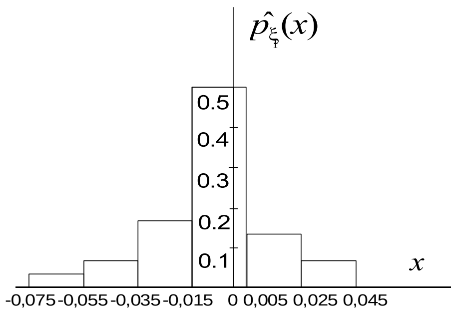


Рис.10 Реалізація стаціонарної компоненти кардіоінтервалограми (пацієнт №3)

Діагностичними ознаками за стаціонарною компонентою будуть гістограми розподілу стаціонарного випадкового процесу (10) та кореляційна функція (4).

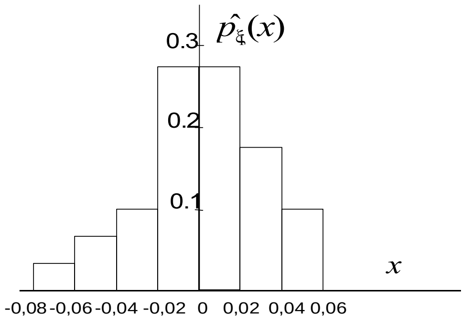


а)

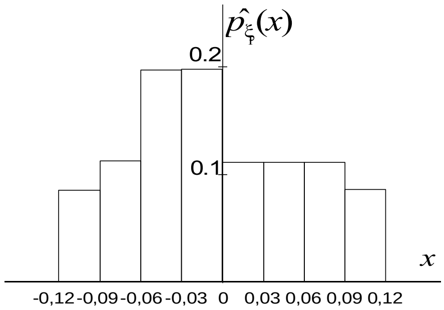


б)

Рис.11 Гістограма стаціонарної компоненти кардіоінтервалограми
в період фізичного навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №1)



а)



б)

Рис.12 Гістограма стаціонарної компоненти кардіоінтервалограми
в період фізичного навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №2)

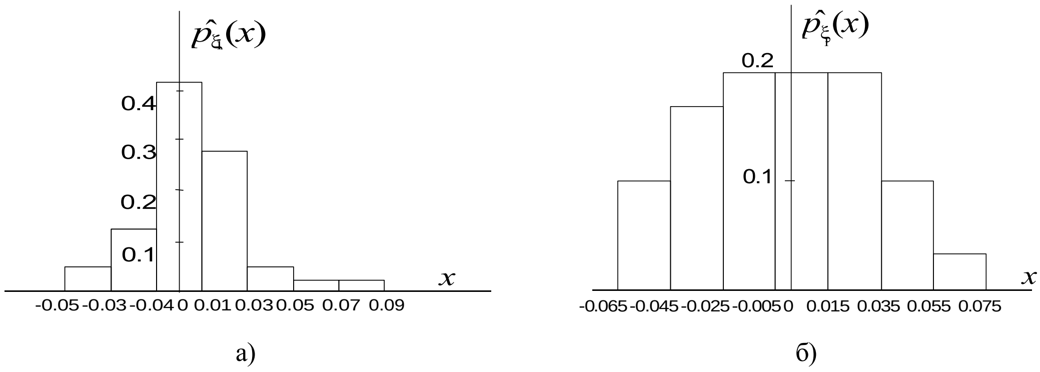


Рис.13 Гістограма стаціонрної компоненти кардіоінтервалограми в період фізичного навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №3)

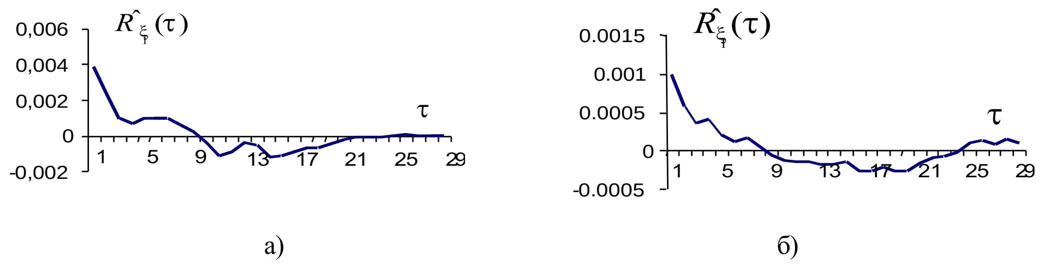


Рис.14 Графік оцінки кореляційної функції кардіоінтервалограми в період навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №1)

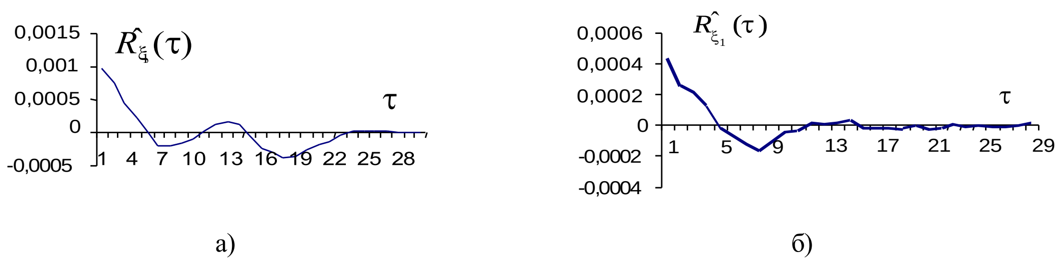


Рис.15 Графік оцінки кореляційної функції кардіоінтервалограми в період навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №2)

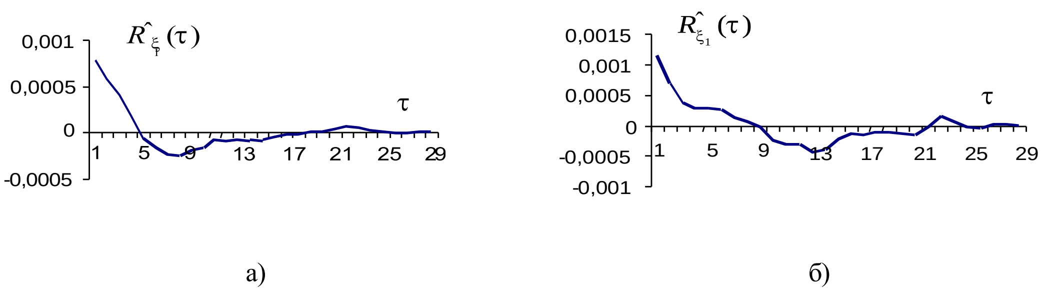


Рис.16 Графік оцінки кореляційної функції кардіоінтервалограми в період навантаження (а) та в період відновлення (б) (пацієнт №3)

Як видно, гістограми розподілу стаціонарної компоненти (рис. 11-13) є інвідуальними для кожного пацієнта. Нормальна гістограма (рис. 11), близька за видом до кривих Гауса, є типовою для здорових людей. Гістограма із ексцесом (рис. 12,13) характерна для виражених стресів та патологічних станів. Аналіз оцінкок кореляційної функції стаціонарної компоненти для кожного пацієнта, що зображена на рисунках 14-16, дозволяє говорити про коливний згасаючий характер серцевого ритму.

Висновки

1. Вперше побудовано математичну модель кардіоінтервалограми у вигляді суми дискретної детермінованої функції та стаціонарної лінійної випадкової послідовності, що дозволило врахувати як нестаціонарний (перехідний) характер, так і стохастичність кардіоінтервалограми, зареєстрованої при фізичних навантаженнях. Крім того, запропонована модель відносно просто дає змогу моделювати реалізації кардіоінтервалограм при фізичних навантаженнях на ЕОМ.
2. Запропоновано нові діагностичні ознаки для діагностики адаптивно-регулятивних можливостей організму людини у вигляді спектра коефіцієнтів $\left\{ C_n, \quad n=\overline{0,N} \right\}$ розкладу математичного сподівання кардіоінтервалограми у ряд степеневих функцій, кореляційної функції та щільності розподілу стаціонарної компоненти математичної моделі.
3. Створено систему комп'ютерних програм для оцінювання запропонованих діагностичних ознак та імітаційного моделювання кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях на базі запропонованої моделі (1).
4. Проведено апробацію розробленої математичної моделі та методів аналізу кардіоінтервалограми при фізичних навантаженнях.

The new mathematical model of cardiointervalogram is written down at physical loadings as the sum determined non-periodical seguence and linear-stationary random sequence. It is proved mathematical estimation's methods probability performances cardiointervalogram

.

Література

1. Аронов Д.М., Лупанов В.П., Михеева Т.Г./Функциональные пробы в кардиологии. Лекции III, IV // Кардиология. – 1995. - N 12. - С.83-93.
2. Баевский Р.М., Кириллов О.И., Клецкин С.З. Математический анализ изменений сердечного ритма при стрессе. М.: Наука. — 1984.— 222 с.
3. Вариабельность сердечного ритма. Стандарты измерения, физиологической интерпретации и клинического использования. Рабочая группа Европейского Кардиологического общества и Северо-Американского общества стимуляции и электрофизиологии // Вестник аритмологии.- 1995. Вып 11.
4. Воскресенский А.Д., Вентцель М.Д. Статистический анализ сердечного ритма и показатели гемодинамики в физиологических исследованиях // Проблемы космической биологии. - М., 1974.- С. 42.
5. Дембо А.Г. Врачебный контроль в спорте. - М.: Медицина, 1998.
6. Зарубин Ф.Е. Вариабельность сердечного ритма: стандарты измерения, показатели, особенности метода. // Вестник аритмологии. -1998. Вып.10.
7. Калакутский Л.И., Манелис Э.С. Мониторинг параметров вариабельности сердечного ритма в медицине критических состояний. Инженерно-медицинский центр "Новые приборы".- Самара: Медицина, фармация. №14, 2001.
8. Рябыкина Г.В., Соболев А.В. Вариабельность ритма сердца. - М.: Стар'Ко, 1998.
9. Управление физическим состоянием организма. Тренерующая терапия./ Хутиев Т.В., Антомонов Ю.Г., Котова А.Б., Пустовойт О.Г. – М.: Медицина, 1991.
10. Ритм моделювання дискретних стаціонарних лінійних випадкових процесів / Литвиненко Я.В., Лупенко С.А., Чупрін Л.И., Щербак Л.М. // Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Дніпропетровськ: Навчальна книга. – 2000. - Т.4. - С. 52-58.

Одержано 13.06.2003 р.