УДК 519.6

М.Ленюк, докт. фіз.-мат. наук; М.Петрик, канд. техн. наук
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АДСОРБЦІЙНОГО МАСОПЕРЕНОСУ З СПЕКТРАЛЬНИМ ПАРАМЕТРОМ ДЛЯ НЕОДНОРІДНИХ n – ІНТЕРФЕЙСНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБМЕЖЕНИХ МІКРОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩ З ПОРОЖНИНОЮ

Методами інтегрального перетворення Лапласа і фундаментальних функцій Коші побудовано точний аналітичний розв'язок математичної моделі адсорбційного масопеносу для неоднорідного циліндричного обмеженого адсорбційного середовища зі симетричною порожниною і системою n інтерфейсних меж із заданими 2n+2 нестаціонарними режимами масопереносу на масообмінних межах. Розроблено нові рекурентні алгоритми та обчислювальні процедури для побудови матриць функцій впливу, породжених неоднорідностями системи, крайовими умовами та системою інтерфейсних умов.

Умовні позначення

$\Delta^*_{A_k} I_{\nu\alpha_k}(q_k r) + \Delta^*_{B_k} K_{\nu\alpha_k}(q_k r), k=\overline{1,n+1}$ - визначники, утворені з головного визначника системи $\Delta^*_{\nu\alpha}(p)$ заміною *2k* – го стовпчика стовпчиком правої частини системи та множенням *2k +1*– го стовпчика на $I_{\nu\alpha_k}(q_k r), K_{\nu\alpha_k}(q_k r)$ $k=\overline{1,n+1}$;

$A_{\overline{1,2k}}$ – визначник, утворений з визначника системи $\Delta^*_{\nu\alpha}(p)$ шляхом викреслювання перших *2k* рядків і стовпців (під номерами $\overline{1,2k}, k=\overline{1,n}$);

$A'_{\overline{1,2k}}$ – визначник, утворений з визначника системи $\Delta^*_{\nu\alpha}(p)$ шляхом викреслювання перших *2k+1* рядків за винятком *2k*–го (під номерами $\overline{1,2k-1}, 2k+1; k=\overline{1,n}$) і перших *2k* стовпців (під номерами $\overline{1,2k}, k=\overline{1,n}$);

$\Delta_{\overline{1,2k}}$ – визначник, утворений з перших *2k* рядків і стовпців (під номерами $\overline{1,2k}, k=\overline{1,n}$) із визначника системи $\Delta^*_{\nu\alpha}(p)$;

$\Delta'_{\overline{1,2k}}$ – визначник, утворений з перших *2k+1* рядків за винятком *2k*–го (під номерами $\overline{1,2k-1}, 2k+1; k=\overline{1,n}$) і перших *2k* стовпців (під номерами $\overline{1,2k}, k=\overline{1,n}$) із визначника системи.

Вступ

Розвиток сучасних нанотехнологій створення новітніх наноструктур і матеріалів ставить нові завдання до дослідження механізмів кінетики та інтенсифікації дифузійно-адсорбційного масопереносу в багатошарових неоднорідних і пористих середовищах (**heterogeneous and porous multilayer medias**) різної конфігурації. Це потребує розробки нових методів моделювання масопереносу в неоднорідних і нанопористих середовищах, що дозволяють описувати складні механізми системи інтерфейсних взаємодій між складовими переносу, умови динамічної рівноваги та нестаціонарні режими масопереносу на масообмінних поверхнях. Проблеми математичного моделювання дифузійно-адсорбційного масопереносу в однорідних і неоднорідних пористих середовищах та методи побудови математичних розв’язків таких моделей розглянуті в роботах Ликова [6], Федоткіна [7], Fraissard, Springuel-Huet, N’Gokoli-Kekele Laurence, Conner [12-14], Barrer [8], Chen, Degan, Smith [9], Karger, Pfeier, Ruthven [10,11]. Для однорідних середовищ переносу застосовувлись методи інтеґральних перетворень Фур’є, Лапласа, Вебера, Ганкеля і Гільберта.

Математична теорія інтеґральних перетворень та їх застосувань для задач масопереносу для неоднорідних і пористих середовищ з урахуванням системи механізмів інтерфейсних взаємодій між елементами переносу та нестаціонарних режимів масообміну на масообмінних поверхнях (врахування спектрального параметру в крайових умовах та системі умов інтерфейсу) авторами розроблена в [4]. В праці [2] нами розглянута математична модель адсорбційного масопереносу в неоднорідному напівобмеженому n-інтерфейсному нанопористому середовищі, побудований точний аналітичний розв’язок моделі та виписані компоненти матриць впливу (головних розв’язків) системи. Пропонована робота є логічним продовженням досліджень, поданих в [2].

Математичний опис проблеми. Розглядається адсорбційний масоперенос в неоднорідному обмеженому циліндричному n- інтерфейсному по координаті r адсорбційному середовищі, заповненому n адсорбентами з різними фізико-хімічними характеристиками. Математична модель такого переносу з урахуванням нестацінарності масообміну на масообмінних поверхнях (крайових поверхнях і поверхнях контакту $r = R_{j-1},\ j=\overline{1,n}$) та фізичних припущень, поданих в [2-4], може бути описана у вигляді такої змішаної крайової задачі: побудувати обмежений в області $D_n = \left\{ (t,r) : t>0, r\in \bigcup_{j=1}^{n+1} (R_{j-1}, R_j), R_0>0, R_{n+1}\le\infty \right\}$ розв’язок системи диференціальних рівнянь в частинних похідних

$$\frac{\partial C_j(t,r)}{\partial t} + \frac{\partial a_j(t,r)}{\partial t} + \eta_j^2 C_j = D_{r_j} B_{\nu\alpha_j}\left[C_j \right] + f_j(t,r) \tag{1}$$

$$\frac{\partial a_j}{\partial t} = \beta_j (C_j - \gamma_j a_j) \tag{2}$$

за початковими умовами:

$$C_j(t,r)_{t=0} = C_{0_j}(r); a_j(t,r)_{t=0} = a_{0_j}(r); \tag{3}$$

крайовими умовами та системою умов інтерфейсу по геометричній координаті r :

$$\begin{gathered}[(\alpha_{12}^0 + \delta_{12}^0 \frac{\partial}{\partial t})\frac{\partial}{\partial r} + (\beta_{12}^0 + \gamma_{12}^0 \frac{\partial}{\partial t})]C_1(t,r)\Big|_{r=R_0} = \omega_1(t);\\ [(\alpha_{22}^{n+1} + \delta_{22}^{n+1} \frac{\partial}{\partial t})\frac{\partial}{\partial r} + (\beta_{22}^{n+1} + \gamma_{22}^{n+1} \frac{\partial}{\partial t})]C_{n+1}(t,r)\Big|_{r=R_{n+1}} = \omega_{n+1}(t);\end{gathered} \tag{4}$$

$$\left[[(\alpha_{i1}^j + \delta_{i1}^j \frac{\partial}{\partial t})\frac{\partial}{\partial r} + (\beta_{i1}^j + \gamma_{i1}^j \frac{\partial}{\partial t})]C_j(t,r) - [(\alpha_{i2}^j + \delta_{i2}^j \frac{\partial}{\partial t})\frac{\partial}{\partial r} + (\beta_{i2}^j + \gamma_{i2}^j \frac{\partial}{\partial t})]C_{j+1}(t,r) \right]\Bigg|_{r=R_j} = 0; \tag{5}$$

$j=\overline{1,n}; i=\overline{1,2}$

Тут $B_{\nu\alpha_j} = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}(2\alpha_j+1)\frac{d}{dr} - (\nu_j^2 - \alpha_j^2) r^{-2}$ - оператор Бесселя для *n*- інтерфейсного середовища ; C_j, a_j- масові концентрації адсорбтиву відповідно в рідинній фазі (міжчастинковий простір) та твердій фазі (в мікро - і нанопорах зерен адсорбенту) для *j*–го шару адсорбційного середовища , $j=\overline{1,n+1}$.

Методолоґія побудови аналітичного розв’язку моделі та рекурентні алґоритми обчислень матриць головних розв’язків(функцій впливу) системи. В припущенні, що шукані вектор – функції $C(t,r), a(t,r)$ є оригіналами за Лапласом, застосуємо до крайової задачі (1)-(5) інтеґральне перетворення Лапласа стосовно часової змінної t [5]. В результаті отримаємо крайову задачу: побудувати обмежений на множині $I_n = \left\{ r : r \in \bigcup_{j=1}^{n+1} (R_{j-1}, R_j), R_0 > 0, R_{n+1} < \infty \right\}$ розв'язок системи диференціальних рівнянь Бесселя для модифікованих функцій:

$$\left[B_{\nu\alpha_j} - q_j^2(p) \right] C_j^*(p,r) = -\mathrm{F}_j^*(p,r) \tag{6}$$

за крайовими умовами

$$[\alpha_{12}^0 \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{12}^0] C_1^*(p,r)\Big|_{r=R_0} = \omega_{R_0}^*(p); [\alpha_{22}^{n+1} \frac{\partial}{\partial r} + \beta_{22}^{n+1}] C_{n+1}^*(p,r)\Big|_{r=R_{n+1}} = \omega_{R_{n+1}}^*(p); \tag{7}$$

та умовами інтерфейсу по координаті r :

$$\left[(\alpha_{i1}^j \frac{d}{dz} + \beta_{i1}^j \frac{d}{dt}) C_j^*(p,z) - (\alpha_{i2}^k \frac{d}{dz} + \beta_{i2}^k \frac{d}{dt}) C_{j+1}^*(p,r) \right]\Bigg|_{r=R_j} = \omega_{ij}; \; j = \overline{1,n}; i = \overline{1,2}. \tag{8}$$

Тут $\mathrm{F}_j^*(p,r) = \dfrac{1}{D_{r_j}} [f_j^*(p,r) + C_{o_j}(r) + \dfrac{\beta_j \gamma_j}{p + \beta_j \gamma_j} a_{0_i}(r)];$ (9)

$$\omega_{R_0}^*(p) = \omega_1^*(p) + \left(\delta_{12}^0 \frac{d}{dr} + \gamma_{12}^0 \right) C_{0_1}(R_0) \equiv \omega_1^*(p) + \omega_{1,1};$$

$$\omega_{R_{n+1}}^*(p) = \omega_{n+1}^*(p) + \left(\delta_{22}^{n+1} \frac{d}{dr} + \gamma_{22}^{n+1} \right) C_{0_{n+1}}(R_{n+1}) \equiv \omega_{n+1}^*(p) + \omega_{n+1,1}; \tag{10}$$

$$\omega_{ij} = \left[\left(\delta_{i1}^j \frac{d}{dr} + \gamma_{i1}^j \right) C_{0_i}(r) - \left(\delta_{i2}^j \frac{d}{dr} + \gamma_{i2}^j \right) C_{0_{j+1}}(r) \right]\Bigg|_{r=R_j}; \tag{11}$$

$$q_j^2(p) = \frac{1}{D_{r_j}\left(p + \beta_j \gamma_j \right)} \left[p^2 + p\left(\beta_j (1+\gamma_j) + \beta_j \gamma_j \cdot \eta_j^2 \right) \right]; \tag{12}$$

$\alpha_{im}^j = \alpha_{im}^j + \delta_{im}^j \cdot p; \beta_{im}^j = \beta_{im}^j + \gamma_{im}^j \cdot p; \; j = \overline{1,n}; i,m = \overline{1,2}$. Тут p – комплексно значний спектральний параметр інтеґрального перетворення Лапласа, що присутній в крайових та умовах інтерфейсу (7), (8). При цьому

$$a_j^*(p,r) = \frac{a_{0j}(r)}{p + \beta_j \gamma_j} + \frac{\beta_j(r)}{p + \beta_j \gamma_j} C_j^*(p,r); \; j = \overline{1, n+1}. \tag{13}$$

Зафіксувавши вітку дволистої функції $q_j(p)$, на якій $\operatorname{Re} q_j(p) > 0$, внаслідок властивостей функцій які утворюють фундаментальну систему розв'язків рівняння Бесселя (6), розв'язок неоднорідної крайової задачі (6)-(8) будуємо методом функцій Коші [4]:

$$C_j^*(p,r) = A^j \cdot I_{\nu\alpha_j}(q_j r) + B^j \cdot K_{\nu\alpha_j}(q_j r) + \int_{R_{j-1}}^{R_j} \mathrm{E}_{\nu\alpha_j}^*(p,r,\rho) \mathrm{F}_j^*(p,\rho) \rho^{2\alpha_j+1} d\rho; \; j = \overline{1,n+1}; \tag{14}$$

де $\mathrm{E}_{\nu\alpha_j}^*(p,r,\rho), j = \overline{1,n+1}$ - функції Коші:

$$\begin{cases} \mathrm{E}_{\nu\alpha_j}^*(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho+0} - \mathrm{E}_{\nu\alpha_j}^*(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho-0} = 0; \\ \dfrac{d}{dr} \mathrm{E}_{\nu\alpha_j}^*(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho+0} - \dfrac{d}{dr} \mathrm{E}_{\nu\alpha_j}^*(p,r,\rho)\Big|_{r=\rho-0} = -\rho^{-(2\alpha_j+1)}. \end{cases} \tag{15}$$

Функції Коші $\mathrm{E}_{\nu\alpha_j}^*(p,r,\rho), \; j = \overline{1,n+1}$ шукаємо у такому вигляді :

$$\mathrm{E}^{*}_{\nu\alpha_j}(p,r,\rho)=\begin{cases}\mathrm{E}^{-*}_{\nu\alpha_j}=D_{1_j}I_{\nu_j\alpha_j}(q_j r)+E_{1_j}K_{\nu_j\alpha_j}(q_j r);R_{j-1}<r<\rho<R_j\\ \mathrm{E}^{+*}_{\nu\alpha_j}=D_{2_j}I_{\nu_j\alpha_j}(q_j r)+E_{2_j}K_{\nu_j\alpha_j}(q_j r);R_{j-1}<\rho<r<R_j\end{cases}, \qquad (16)$$

що задовольняють ще додаткові однорідні умови для :

$$\left.\left(\alpha^{j-1}_{12}\frac{d}{dr}+\beta^{j-1}_{12}\right)\mathrm{E}^{-*}_{\nu\alpha_j}\right|_{r=R_{j-1}}=0$$ (перша права умова *j-1*- го інтерфейсу – на межі $r=R_{j-1}$), (17)

$$\left.\left(\alpha^{j}_{11}\frac{d}{dr}+\beta^{j}_{11}\right)\mathrm{E}^{+*}_{\nu\alpha_j}\right|_{r=l_j}=0$$ (перша ліва умова *j* - го інтерфейсу – на межі $r=R_j$). (18)

Введемо в розгляд функції:

$$U^{j1}_{\nu\alpha_{im}}(q_sR_j)=\left.(\alpha^j_{im}\frac{d}{dz}+\beta^j_{im})I_{\nu_j\alpha_j}(q_sr)\right|_{r=R_j}=(\alpha^j_{im}\frac{\nu_j-\alpha_j}{R_j}+\beta^j_{im})I_{\nu_j\alpha_j}(q_sR_j)+\alpha^j_{im}R_jq_s^2I_{\nu_j+1,\alpha_j+1}(q_sR_j)$$

$$U^{j2}_{\nu\alpha_{im}}(q_sR_j)=\left.(\alpha^j_{im}\frac{d}{dr}+\beta^j_{im})K_{\nu_j\alpha_j}(q_sr)\right|_{r=R_j}=(\alpha^j_{im}\frac{\nu_j-\alpha_j}{R_j}+\beta^j_{im})K_{\nu_j\alpha_j}(q_sR_j)-\alpha^j_{im}R_jq_s^2K_{\nu_j+1,\alpha_j+1}(q_sR_j) \qquad (19)$$

$$\Phi^j_{\nu\alpha_{im}}(q_sR_j,q_sr)=U^{j1}_{\nu\alpha_{im}}(q_sR_j)\cdot K_{\nu_j\alpha_j}(q_sr)-U^{j2}_{\nu\alpha_{im}}(q_sR_j)\cdot I_{\nu_j\alpha_j}(q_sr). \ (20)$$

Для визначення сталих $D_{1_k},E_{1_k},D_{2_k},E_{2_k}$ функцій Коші $\mathrm{E}^*_k(p,r,\rho),k=\overline{1,n}$ внаслідок їх властивостей, що визначаються умовами (19), (20), отримаємо алґебраїчну систему рівнянь :

$$(D_{2_k}-D_{1_k})I_{\nu_k\alpha_k}(q_k\rho)+(E_{2_k}-E_{1_k})K_{\nu_k\alpha_k}(q_k\rho)=0;$$

$$(D_{2_k}-D_{1_k})\left(\frac{\nu_k-\alpha_k}{\rho}I_{\nu_k\alpha_k}(q_k\rho)+R_kq_k^2I_{\nu_k+1,\alpha_k+1}(q_k\rho)\right)+$$

$$+(E_{2_k}-E_{1_k})\left(\frac{\nu_k-\alpha_k}{\rho}K_{\nu_k\alpha_k}(q_k\rho)-R_kq_k^2K_{\nu_k+1,\alpha_k+1}(q_k\rho)\right)=-\frac{1}{q_k\cdot\rho^{2\alpha_k+1}};$$

$$D_{1_k}\cdot U^{k-1,1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1})+E_{1_k}\cdot U^{k-1,2}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1})=0; \ (21)$$

$$D_{2_k}\cdot U^{k1}_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k)+E_{2_k}\cdot U^{k,2}_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k)=0.$$

Із системи (21) знаходимо :

$$D_{2_k}-D_{1_k}=-q_k^{2\alpha_k}K_{\nu_k\alpha_k}(q_k\rho);\qquad E_{2_k}-E_{1_k}=q_k^{2\alpha_k}I_{\nu_k\alpha_k}(q_k\rho). \qquad (22)$$

Для визначення сталих $D_{1_{n+1}},E_{1_{n+1}},D_{2_{n+1}},E_{2_{n+1}}$ функції Коші $\mathrm{E}^*_{n+1}(p,z,\xi)$ при $k=n+1$ в останньому рівнянні (21) замість величин $U^{k,1}_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k),U^{k,2}_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k)$ стоятимуть величини $U^{n+1,1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}R_{n+1}),U^{n+1,2}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}R_{n+1})$.

В результаті однозначної розв'язності системи (21) функції Коші $\mathrm{E}^*_k(p,r,\rho);k=\overline{1,n+1}$ визначені і, внаслідок симетрії відносно діагоналі $r=\rho$, мають таку структуру:

$$\mathrm{E}^*_{\nu\alpha_k}(p,r,\rho)=\frac{q_k^{2\alpha_k}}{\Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_{k-1},q_kR_k)}\begin{cases}\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_k\rho)\cdot\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr),R_{k-1}<r<\rho<R_k\\ \Phi_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)\cdot\Phi_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_k\rho),R_{k-1}<\rho<r<R_k\end{cases}. \qquad (23)$$

Тут

$$\Delta_{\nu\alpha_{im}}(q_k R_{k-1}, q_k R_k) = U^{k-1,1}_{\nu\alpha_{k_i 2}}(q_k R_{k-1})\, U^{k,2}_{\nu\alpha_{k_m 1}}(q_k R_k) - U^{k-1,2}_{\nu\alpha_{k_i 2}}(q_k R_{k-1})\, U^{k,1}_{\nu\alpha_{k_m 1}}(q_k R_k). \quad (24)$$

$k=\overline{2,n}; i,m=\overline{1,2}$

$$\Delta_{\nu\alpha_{i2}}(q_{n+1} R_n, q_{n+1} R_{n+1}) = U^{n,1}_{\nu\alpha_{i2}}(q_{n+1} R_n)\, U^{n+1,2}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1} R_{n+1}) - U^{n,2}_{\nu\alpha_{i2}}(q_{n+1} R_n)\, U^{n+1,1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1} R_{n+1});$$

$i=\overline{1,2}.$

При відомих функціях Коші $E^*_{\nu\alpha_j}(p,r,\rho)$ крайові умови в точках $r=R_0$ і $r=R_{n+1}$ та умови інтерфейсу (7) для визначення невідомих коефіцієнтів $A_j, B_j, j=\overline{1,n+2}$, що беруть участь у структурах (14) загального розв'язку крайової задачі (6)-(8) $C^*_j(p,r)$, дають алґебраїчну систему із $2n+2$ - ох рівнянь :

$$\begin{cases} U^{01}_{\nu\alpha_{12}}(q_1 R_0) A_1 + U^{02}_{\nu\alpha_{12}}(q_1 R_0) B_1 = \omega^*_{R_0} \\ U^{11}_{\nu\alpha_{11}}(q_1 R_1) A_1 + U^{12}_{\nu\alpha_{11}}(q_1 R_1) B_1 - U^{11}_{\nu\alpha_{12}}(q_2 R_1) A_2 - U^{12}_{\nu\alpha_{12}}(q_2 R_1) B_2 = \omega_{1_1} \\ U^{11}_{\nu\alpha_{21}}(q_1 R_1) A_1 + U^{12}_{\nu\alpha_{21}}(q_1 R_1) B_1 - U^{11}_{\nu\alpha_{22}}(q_2 R_1) A_2 - U^{12}_{\nu\alpha_{22}}(q_2 R_1) B_2 = \omega_{2_1} + G^*_1 \\ \text{------------------------------------} \\ U^{k1}_{\nu\alpha_{11}}(q_k R_k) A_k + U^{k2}_{\nu\alpha_{11}}(q_k R_k) B_k - U^{k1}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1} R_k) A_{k+1} - U^{k2}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1} R_k) B_{k+1} = \omega_{1_k} \\ U^{k1}_{\nu\alpha_{21}}(q_k R_k) A_k + U^{k2}_{\nu\alpha_{21}}(q_k R_k) B_k - U^{k1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{k+1} R_k) A_{k+1} - U^{k2}_{\nu\alpha_{22}}(q_{k+1} R_k) B_{k+1} = \omega_{2_k} + G^*_k \\ \text{------------------------------------} \\ U^{n,1}_{\nu\alpha_{11}}(q_n R_n)(q_n l_n) A_n + U^{n,2}_{\nu\alpha_{11}}(q_n R_n) B_n - U^{n,1}_{\nu\alpha_{12}}(q_{n+1} R_n) A_{n+1} - U^{n,2}_{\nu\alpha_{12}}(q_{n+1} R_n) B_{n+1} = \omega_{1_n} \\ U^{n,1}_{\nu\alpha_{21}}(q_n R_n) A_n + U^{n,2}_{\nu\alpha_{21}}(q_n R_n) B_n - U^{n,1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1} R_n) A_{n+1} - U^{n,2}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1} R_n) B_{n+1} = \omega_{2_n} + G^*_n \\ U^{n+1,1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1} R_{n+1}) A_{n+1} + U^{n+1,2}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1} R_{n+1}) B_{n+1} = \omega^*_{R_{n+1}}(p) \end{cases}; \quad (25)$$

Тут G^*_j вирази, що містять інтеґрали від функцій Коші $E^*_{\nu\alpha_j}(p,r,\rho)$ в (25) :

$$G^*_j = \frac{c_{1_j}}{R_j^{2\alpha_j+1}} \int_{R_{j-1}}^{R_j} \frac{\Phi^{j-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_j R_{j-1}, q_j \rho)}{\Delta_{\nu\alpha_{ss}}(q_j R_{j-1}, q_j R_{j-1})} F^*_j(p,\rho)\rho^{2\alpha_j+1} d\rho - \frac{c_{2_j}}{R_j^{2\alpha_{j+1}+1}} \int_{R_j}^{R_{j+1}} \frac{\Phi^{j+1}_{\nu\alpha_{ss}}(q_{j+1} R_{j+1}, q_{j+1}\rho)}{\Delta_{\nu\alpha_{ss}}(q_{j+1} R_j, q_{j+1} R_{j+1})} F^*_{j+1}(p,\rho)\rho^{2\alpha_{j+1}+1} d\rho, \quad (26)$$

$j=\overline{1,n}$

Тут $c_{j_k} = \alpha^k_{2j}\cdot\beta^k_{1j} - \alpha^k_{1j}\cdot\beta^k_{2j};\ k=\overline{1,n};\ j=\overline{1,2};\ s=\begin{cases} 1 & ;k=\overline{1,n} \\ 2 & ;k=n+1 \end{cases}$

$$-\frac{c_{1_k}}{q_k^{2\alpha_k}\cdot R_k^{2\alpha_k+1}} = U^{k1}_{\nu\alpha_{11}}(q_k R_k)\cdot U^{k2}_{\nu\alpha_{21}}(q_k R_k) - U^{k2}_{\nu\alpha_{11}}(q_k R_k)\cdot U^{k1}_{\nu\alpha_{22}}(q_k R_k);\ k=\overline{1,n};.$$

$$-\frac{c_{2^k}}{q_{k+1}^{2\alpha_{k+1}}\cdot R_{k+1}^{2\alpha_{k+1}+1}} = U^{k1}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1} R_k)\cdot U^{k2}_{\nu\alpha_{22}}(q_{k+1} R_k) - U^{k2}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1} R_k)\cdot U^{k1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{k+1} R_k);\ k=\overline{1,n};$$

Припустимо, що виконана умова однозначної розв'язності крайової задачі (6)-(8), тобто визначник алґебраїчної системи (25) відмінний від нуля:

$$\Delta^*_{\nu\alpha}(p) \neq 0\,. \quad (27)$$

У результаті підстановки одержаних значень $A_k, B_k, D_{1_k}, D_{2_k} E_{1_k}, E_{2_k}, k=\overline{1,n+1}$ в (14) та після низки перетворень шляхом розкриття визначників $\Delta^*_{A_k} I_{\nu_k\alpha_k}(q_k r) + \Delta^*_{B_k} K_{\nu_k\alpha_k}(q_k r), k=\overline{1,n+1})$ отримуємо рекурентні вирази для обчислення компонентів $C_k^*(p,r)$ вектор-функції $C^*(p,r)$ - розв'язку крайової задачі (6)-(8):

$$C_k^*(p,r)=W_{k_1}^*(p,r)\cdot\omega_{R_0}^*(p)+W_{k_{n+1}}^*(p,r)\cdot\omega_{R_{n+1}}^*(p)+\sum_{j=1}^{n}\left[\mathrm{R}_{1_{k,j}}^*(p,r)\cdot\omega_{1_j}+\mathrm{R}_{2_{k,j}}^*(p,r)\cdot\omega_{2_j}\right]+$$
$$+\sum_{j=1}^{n+1}\int_{R_{j-1}}^{R_j}\mathrm{H}_{\nu\alpha_{k,j}}^*(p,r,\rho)\cdot \mathrm{F}_j^*(p,\rho)\rho^{2\alpha_j+1}d\rho;\ k=\overline{1,n+1} \quad (28)$$

Головні розв'язки крайової задачі (6)-(8) є такими:

Функції впливу лівої крайової умови $\omega_{R_0}^*(p)$ на к–тий сеґмент адсорбційного середовища $W_{k_1}^*(p,r)$:

$$W_{k_1}^*(p,r)=\begin{cases}\dfrac{1}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\left[\Phi_{\nu\alpha_{21}}^1(q_1R_1,q_1r)\Delta'_{1,2}-\Phi_{\nu\alpha_{11}}^1(q_1R_1,q_1r)\Delta_{1,2}\right] & ;k=1\\ \dfrac{1}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\prod_{s=1}^{k-1}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\left[\Phi_{\nu\alpha_{21}}^{k-1}(q_kR_k,q_kr)\cdot\Delta'_{1,2k}-\Phi_{\nu\alpha_{11}}^{k}(q_kR_k,q_kr)\cdot\Delta_{1,2k}\right] & ;k=\overline{1,n}\\ -\dfrac{1}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\prod_{s=1}^{n}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\Phi_{\nu\alpha_{11}}^{n+1}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1})\cdot & k=n+1\end{cases} \quad (29)$$

Функції впливу правої крайової умови $\omega_{R_{n+1}}^*(p)$ на к–тий сеґмент адсорбційного середовища $W_{n+1_k}^*(p,r)$:

$$W_{k_{n+1}}^*(p,z)=\begin{cases}-\dfrac{1}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\prod_{s=1}^{n}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}\Phi_{\nu\alpha_{12}}^0(q_1R_0,q_1r) & ;k=1\\ -\dfrac{1}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\prod_{s=k}^{n}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}\left[\Phi_{\nu\alpha_{22}}^{k-1}(q_kR_{k-1},q_kr)\cdot\Delta_{1,2k-2}-\Phi_{\nu\alpha_{12}}^{k-1}(q_kR_{k-1},q_kr)\cdot\Delta'_{1,2k-2}\right] & ;k=\overline{1,n};\\ \dfrac{1}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\left[\Phi_{\nu\alpha_{12}}^n(q_{n+1}r,q_{n+1}R_n)\cdot\mathrm{A}'_{1,2n}-\Phi_{22}^n(q_{n+1}r,q_{n+1}R_n)\cdot\mathrm{A}_{1,2n}\right]\cdot & k=n+1\end{cases} \quad (30)$$

Функції впливу j - го джерела $\mathrm{F}_j^*(p,\rho)$ на k-тий сеґмент адсорбційного середовища $\mathrm{H}_{\nu\alpha_{k,j}}^*(p,r,\rho)$:

- впливу j - го джерела ($j=\overline{1,n+1}$) на перший сеґмент адсорбційного середовища $\mathrm{H}_{\nu\alpha_{1_j}}^*(p,r,\rho)$:

$$\mathrm{H}_{\nu\alpha_{11}}^*(p,r,\rho)=\frac{q_1^{2\alpha_1}}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\begin{cases}\Phi_{\nu\alpha_{12}}^0(q_1R_0,q_1\rho)\cdot\left[\Phi_{\nu\alpha_{11}}^1(q_1r,q_1R_1)\mathrm{A}_{1,2}-\Phi_{\nu\alpha_{21}}^1(q_1r,q_1R_1)\mathrm{A}'_{1,2}\right], & R_0<\rho<r<R_1\\ \Phi_{\nu\alpha_{12}}^0(q_1R_0,q_1r)\cdot\left[\Phi_{\nu\alpha_{11}}^1(q_1\rho,q_1R_1)\mathrm{A}_{1,2}-\Phi_{\nu\alpha_{21}}^1(q_1\rho,q_1R_1)\mathrm{A}'_{1,2}\right], & R_0<r<\rho<R_1\end{cases}; \quad (31)$$

$$\mathrm{H}_{\nu\alpha_{1_j}}^*(p,r,\rho)=\frac{q_j^{2\alpha_j}\cdot\prod_{s=1}^{j-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\Phi_{\nu\alpha_{12}}^0(q_1R_0,q_1r)\left[\Phi_{\nu\alpha_{11}}^j(q_jR_j,q_j\rho)\mathrm{A}_{1,2j}-\Phi_{\nu\alpha_{21}}^j(q_jR_j,q_j\rho)\mathrm{A}'_{1,2j}\right]; \quad (32)$$

$j=\overline{2,n}$

$$\mathrm{H}_{\nu\alpha_{1,n+1}}^*(p,r,\rho)=\frac{q_{n+1}^{2\alpha_{n+1}}\prod_{s=1}^{n}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}}{\Delta_{\nu\alpha}^*(p)}\cdot\Phi_{\nu\alpha_{12}}^0(q_1R_0,q_1r)\Phi_{\nu\alpha_{22}}^{n+1}(q_{n+1}\rho,q_{n+1}R_{n+1}); \quad (33)$$

- впливу j - го джерела ($j=\overline{1,n+1}$) на k - й сеґмент ($k=\overline{2,n}$) адсорбційного середовища:

$$H^*_{\nu\alpha_{k1}}(p,r,\rho)=-\frac{q_1^{2\alpha_1}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\cdot\prod_{s=1}^{k-1}\frac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1\rho)\cdot\left[\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_kr)\cdot A'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)\cdot A_{\overline{1,2k}}\right]. \quad (34)$$

$$H^*_{\nu\alpha_{kj}}(p,r,\rho)=-\frac{q_j^{2\alpha_j}\prod\limits_{s=j}^{k-1}\frac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\left[\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_kr)A'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)A_{\overline{1,2k}}\right]\cdot;$$
$$\cdot\left[\Phi^{j-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\cdot\Delta_{\overline{1,2j-2}}-\Phi^{j-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\cdot\Delta'_{\overline{1,2j-2}}\right];\ j=\overline{2,k-1};\ k=\overline{2,n} \quad (35)$$

$$H^*_{\nu\alpha_{kj}}(p,r,\rho)=\frac{q_j^{2\alpha_j}\prod\limits_{s=k}^{j-1}\frac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\left[\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}\right]\cdot;$$
$$\cdot\left[\Phi^j_{\nu\alpha_{21}}(q_jR_j,q_j\rho)\cdot A'_{\overline{1,2j}}-\Phi^j_{\nu\alpha_{11}}(q_jR_j,q_j\rho)\cdot A_{\overline{1,2j}}\right];\ j=\overline{k+1,n};\ k=\overline{2,n} \quad (36)$$

$$H^*_{\nu\alpha_{kk}}(p,r,\rho)=\frac{q_k^{2\alpha_k}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}[\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_k\rho)\cdot\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_k\rho)\cdot\Delta'_{\overline{1,2k-2}}]\cdot \\ \cdot[\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_kr)\cdot A'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)\cdot A_{\overline{1,2k}}],\ R_{k-1}<\rho<r<R_k \\ [\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\cdot\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\cdot\Delta'_{\overline{1,2k-2}}]\cdot \\ \cdot[\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_k\rho)\cdot A'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_k\rho)\cdot A_{\overline{1,2k}}],\ R_{k-1}<r<\rho<R_k\end{cases}; \quad (37)$$

$$H^*_{\nu\alpha_{k,n+1}}(p,r,\rho)=-\frac{q_{n+1}^{2\alpha_{n+1}}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\prod_{s=k}^{n}\frac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}\Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}\rho;q_{n+1}R_{n+1})\left[\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\right]; \quad (38)$$

- впливу j - го джерела ($j=\overline{1,n+1}$) джерела на $n+1$ - ий сеґмент адсорбційного середовища $H^*_{\nu\alpha_{n+1,1}}(p,r,\rho)$:

$$H^*_{\nu\alpha_{n+1,1}}(p,r,\rho)=\frac{q_1^{2\alpha_1}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\prod_{s=1}^{n}\frac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1\rho)\cdot\Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1}); \quad (39)$$

$$H^*_{\nu\alpha_{n+1,j}}(p,r,\rho)=\frac{q_j^{2\alpha_j}\prod\limits_{s=j}^{n}\frac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1})\left[\Phi^{j-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\cdot\Delta'_{\overline{1,2j-2}}-\Phi^{j-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_jR_{j-1},q_j\rho)\cdot\Delta_{\overline{1,2j-2}}\right], \quad (40)$$

$j=\overline{2,n}$

$$H^*_{n+1,n+1}(p,r,\rho)=\frac{q_{n+1}^{2\alpha_{n+1}}}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}\Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}\rho,q_{n+1}R_{n+1})\left[\Phi^n_{\nu\alpha_{12}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}r)\Delta'_{\overline{1,2n}}-\Phi^n_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}r)\Delta_{\overline{1,2n}}\right],R_n<\rho<r<R_{n+1} \\ \Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1})\left[\Phi^n_{\nu\alpha_{12}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}\rho)\Delta'_{\overline{1,2n}}-\Phi^n_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}\rho)\Delta_{\overline{1,2n}}\right],R_n<r<\rho<R_{n+1}\end{cases}; \quad (41)$$

Функції впливу неоднорідностей першої умови j–го інтерфейсу $\omega_{1}, j=\overline{1,n}$ на κ–тий сеґмент адсорбційного середовища $R^*_{1_{k,j}}(p,z); k=\overline{1,n+1}; j=\overline{1,n}$:

$$\mathrm{R}^*_{1_{1j}}(p,r)=\frac{1}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1r)\mathrm{A}_{\overline{1,2}} & ;\ j=1\\ \prod\limits_{s=1}^{j-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}\cdot\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1r)\mathrm{A}_{\overline{1,2j}} & ;\ j=\overline{2,n-1}\\ \prod\limits_{s=1}^{n-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}\cdot\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1r)\Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=n\end{cases};\qquad(42)$$

$$\mathrm{R}^*_{1_{kj}}(p,r)=-\frac{1}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}\Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1R_1)\prod\limits_{s=2}^{k-1}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\left(\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}_{\overline{1,2k}}\right) & ;\ j=1\\ \Delta'_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=j+1}^{k-1}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\left(\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}_{\overline{1,2k}}\right) & ;\ j=\overline{2,k-1}\\ \mathrm{A}_{\overline{1,2k}}\left(\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\right) & ;\ j=k\\ \mathrm{A}_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=k}^{j-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}R_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}}\cdot\left(\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\right) & ;\ j=\overline{k+1,n-1}\\ -\Delta_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1})\prod\limits_{s=k}^{n-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}R_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}}\cdot\left(\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-2}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\right) & ;\ j=n\end{cases};(43)$$

$$\mathrm{R}^*_{1_{n+1,j}}(p,z)=-\frac{1}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}\Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1R_1)\prod\limits_{s=2}^{n}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=1\\ \Delta'_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=2}^{n}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=\overline{2,n-1}\\ \Delta'_{\overline{1,2n}}\cdot\Phi^{n+1}_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=n\end{cases};\qquad(44)$$

Функції впливу неоднорідностей другої умови *j* – го інтерфейсу $\omega_{2_j}, j=\overline{1,n}$ **на** *к*–**тий сеґмент адсорбційного середовища** $\mathrm{R}^*_{2_{k,j}}(p,z); k=\overline{1,n+1}; j=\overline{1,n}$:

$$\mathrm{R}^*_{2_{1j}}(p,r)=-\frac{1}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1r)\mathrm{A}'_{\overline{1,2}} & ;\ j=1\\ \prod\limits_{s=1}^{j-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1r)\mathrm{A}'_{\overline{1,2j}} & ;\ j=\overline{2,n-1}\\ \prod\limits_{s=1}^{n-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}}R_s^{2\alpha_{s+1}+1}}\cdot\Phi^0_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1r)\Delta_{\nu\alpha_{21}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=n\end{cases}\qquad(45)$$

$$\mathrm{R}^*_{2_{kj}}(p,r)=\frac{1}{\Delta^*_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}\Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_1R_0,q_1R_1)\prod\limits_{s=2}^{k-1}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\left(\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}_{\overline{1,2k}}\right) & ;\ j=1\\ \Delta_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=j+1}^{k-1}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\left(\Phi^k_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}'_{\overline{1,2k}}-\Phi^k_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_k,q_kr)\mathrm{A}_{\overline{1,2k}}\right) & ;\ j=\overline{2,k-1}\\ \mathrm{A}'_{\overline{1,2k}}\left(\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\right) & ;\ j=k\\ \mathrm{A}'_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=k}^{j-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}R_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}}\cdot\left(\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-2}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\right) & ;\ j=\overline{k+1,n-1}\\ \Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1})\prod\limits_{s=k}^{n-1}\dfrac{-c_{2_s}}{q_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}R_{s+1}^{2\alpha_{s+1}+1}}\cdot\left(\Phi^{k-1}_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta_{\overline{1,2k-2}}-\Phi^{k-2}_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kr)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\right) & ;\ j=n\end{cases};\qquad(46)$$

$$\mathrm{R}^{*}_{2_{n+1,j}}(p,z)=\frac{1}{\Delta^{*}_{\nu\alpha}(p)}\begin{cases}\Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_1R_0,q_1R_1)\prod\limits_{s=2}^{n}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\Phi_{22}^{n+1}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=1\\ \Delta_{\overline{1,2j}}\prod\limits_{s=2}^{n-1}\dfrac{-c_{1_s}}{q_s^{2\alpha_s}R_s^{2\alpha_s+1}}\cdot\Phi_{22}^{n+1}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=\overline{2,n-1}\\ \Delta_{\overline{1,2n}}\cdot\Phi_{22}^{n+1}(q_{n+1}r,q_{n+1}R_{n+1}) & ;\ j=n\end{cases}\qquad(47)$$

Перехід до оригіналів. Особливими точками головних розв’язків крайової задачі (6) - (8) $W^{*}_{1_k}(p,r), W^{*}_{n+1_k}(p,r), \mathrm{R}^{*}_{1_{kj}}(p,r), \mathrm{R}^{*}_{2_{kj}}(p,r), \mathrm{H}^{*}_{\nu\alpha_{k,k_1}}(p,r,\rho)$ є точки галуження $p=\infty$ та $p_{1,2}=-\frac{1}{2}\left[S_1\pm\sqrt{S_2}\right]<0;$

$$S_1=\beta_k(1+\gamma_k)+\eta_k^2;\ S_2=(\eta_k-\beta_k\gamma_k)_k^2=\beta_k\left[\beta_k(1+2\gamma_k)+2\eta_k^2\right]>0. \qquad (48)$$

Отже, при переході до оригіналів за Лапласом інтеґрал по контуру Бромвіча можна замінити інтеґралом по уявній осі [5]:

$$W_{1_k}(t,r)=L^{-1}\left[W^{*}_{1_k}(p,r)\right]=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}W^{*}_{1_k}(p,r)\cdot e^{pt}dp=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{-i\infty}^{i\infty}W^{*}_{1_k}(p,r)\cdot e^{pt}dp=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}W^{*}_{1_k}(is,r)\cdot e^{ist}ds=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\left[W^{*}_{1_k}(is,r)\cdot e^{ist}\right]ds;$$

$$W_{n+1_k}(t,r)=L^{-1}\left[W^{*}_{n+1_k}(p,r)\right]=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\left[W^{*}_{n+1_k}(is,r)\cdot e^{ist}\right]ds;$$

$$R_{m_{kj}}(t,r)=L^{-1}\left[\mathrm{R}^{*}_{m_{kj}}(p,r)\right]=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\left[\mathrm{R}^{*}_{m_{kj}}(is,r)\cdot e^{ist}\right]ds,\ m=\overline{1,2}; \qquad (49)$$

$$\mathrm{H}^{*}_{k,k_1}(t,r,\rho)=L^{-1}\left[\mathrm{H}^{*}_{k,k_1}(p,r,\rho)\right]=\frac{1}{\pi}\int\limits_{0}^{\infty}\mathrm{Re}\left[\mathrm{H}^{*}_{k,k_1}(is,r,\rho)\cdot e^{ist}\right]ds.$$

У результаті однозначної розв’язності алґебраїчної системи (25), з врахуванням одержаних головних розв’язків задачі (6)-(8) та формул (49), отримуємо єдиний розв’язок вихідної крайової задачі (1)-(5):

$$\begin{aligned}C_k(t,r)&=\int\limits_0^t W_{1_k}(t-\tau,r)\cdot\omega_{R_0}(t)d\tau+\int\limits_0^t W_{n+1_k}(t-\tau,r)\cdot\omega_{R_{n+1}}(t)d\tau+\\&+\sum_{j=1}^{n}\int\limits_0^t\left[\mathrm{R}_{1_{kj}}(t-\tau,r)\cdot\omega_{1_j}(\tau)+\mathrm{R}_{2_{kj}}(t-\tau,r)\cdot\omega_{2_j}(\tau)\right]d\tau+\\&+\int\limits_0^t\sum_{k_1=1}^{n+1}\int\limits_{R_{k_1-1}}^{R_{k_1}}\mathrm{H}_{k,k_1}(t-\tau;r,\rho)\cdot\left[f_{k_1}(\tau,\rho)+C_{0_{k_1}}(\rho)\cdot\delta_+(\tau)\right]\rho^{2a_{k_1}}d\rho d\tau+\\&+\int\limits_0^t\sum_{k_1=1}^{n+1}\int\limits_{R_{k_1-1}}^{R_{k_1}}\frac{\beta_{k_1}\gamma_{k_1}}{D_{z_{k_1}}}\mathrm{H}_{k,k_1}(t-\tau;r,\rho)\cdot e^{-\beta_{k_1}\cdot\gamma_{k_1}\cdot\tau}\cdot a_{0_{k_1}}(\rho)\rho^{2a_{k_1}}d\rho d\tau;\end{aligned}\qquad(50)$$

$$a_k(t,z)=\beta_k\int\limits_0^t e^{-\beta_k\gamma_k(t-\tau)}\cdot C_k(\tau,z)d\tau+e^{-\beta_k\gamma_k t}\cdot a_{0_k}(z). \qquad (51)$$

Тут

$$\omega_1(t)=L\left[\omega_1^*(p)\right]=\omega_0(t)+\left(\delta_{11}^0\frac{d}{dz}+\gamma_{11}^0\right)C_{0_1}(r)\Big|_{r=R_0}\cdot\delta_+(t);$$

$$\omega_{l_{n+1}}(t)=L\left[\omega_{l_{n+1}}^*(p)\right]=\omega_{n+1}(t)+\left(\delta_{22}^{n+1}\frac{d}{dz}+\gamma_{22}^{n+1}\right)C_{0_{n+1}}(r)\Big|_{r=R_0}\cdot\delta_+(t);$$

$$\omega_{mj}=\left[\left(\delta_{m1}^j\frac{d}{dz}+\gamma_{m1}^j\right)\cdot C_{0_j}(z)-\left(\delta_{m2}^j\frac{d}{dz}+\gamma_{m2}^j\right)C_{0_{j+1}}(r)\right]\Bigg|_{r=R_j}\cdot\delta_+(t);\ m=\overline{1,2};\ j=\overline{1,n}.$$

Рекурентні алгоритми обчислення визначника системи $\Delta_{\nu\alpha}^*(p)$ та визначників

$$\Delta_{\overline{1,2k}},\ \Delta'_{\overline{1,2k}},\ A_{\overline{1,2k}},\ A'_{\overline{1,2k}}:$$

1) визначників $\Delta_{\overline{1,2k-1}},\Delta'_{\overline{1,2k-1}}$:

$$\Delta_{\overline{1,2}}=\begin{vmatrix}U_{\nu\alpha_{12}}^{01}(q_1R_0) & U_{\nu\alpha_{12}}^{02}(q_1R_0)\\ U_{\nu\alpha_{11}}^{11}(q_1R_1) & U_{\nu\alpha_{11}}^{12}(q_1R_1)\end{vmatrix}\equiv\Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_1R_0,q_1R_1);$$

$$\Delta'_{\overline{1,2}}=\begin{vmatrix}U_{\nu\alpha_{12}}^{01}(q_1R_0) & U_{\nu\alpha_{12}}^{02}(q_1R_0)\\ U_{\nu\alpha_{21}}^{11}(q_1R_1) & U_{\nu\alpha_{21}}^{12}(q_1R_1)\end{vmatrix}\equiv\Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_1R_0,q_1R_1);\qquad (52)$$

$$\Delta_{\overline{1,2k}}=\Delta_{\overline{1,2k-2}}\cdot\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1}) & -U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\\ U_{\nu\alpha_{11}}^{k1}(q_kR_k) & U_{\nu\alpha_{11}}^{k2}(q_kR_k)\end{vmatrix}-\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\cdot\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1}) & -U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\\ U_{\nu\alpha_{11}}^{k1}(q_kR_k) & U_{\nu\alpha_{11}}^{k2}(q_kR_k)\end{vmatrix}=$$

$$=\Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_{k-1},q_kR_k)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}-\Delta_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_{k-1},q_kR_k)\Delta_{\overline{1,2k-2}};$$

$$\Delta'_{\overline{1,2k}}=\Delta_{\overline{1,2k-2}}\cdot\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1}) & -U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\\ U_{21}^{k1}(q_kR_k) & U_{21}^{k2}(q_kR_k)\end{vmatrix}-\Delta'_{\overline{1,2k-2}}\cdot\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{12}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1}) & -U_{\nu\alpha_{12}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\\ U_{\nu\alpha_{21}}^{k1}(q_kR_k) & -U_{\nu\alpha_{21}}^{k2}(q_kR_k)\end{vmatrix}=;\qquad (53)$$

$$=\Delta_{\nu\alpha 12}(q_kR_{k-1},q_kR_k)\Delta'_{\overline{1,2k-2}}-\Delta_{\nu\alpha\,22}(q_kR_{k-1},q_kR_k)\Delta_{\overline{1,2k-2}};\ k=\overline{2,n}$$

2) визначника системи $\Delta_{\nu\alpha}^*(p)$:

$$\Delta_{\nu\alpha}^*(p)=\Delta_{\overline{1,2n}}\cdot\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{22}}^{n,1}(q_{n+1}R_n) & -U_{\nu\alpha_{22}}^{n,2}(q_{n+1}R_n)\\ U_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,1}(q_{n+1}R_{n+1}) & V_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,2}(q_{n+1}R_{n+1})\end{vmatrix}-\Delta'_{\overline{1,2n}}\cdot\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{12}}^{n,1}(q_{n+1}R_n) & -U_{12}^{n,2}(q_{n+1}R_n)\\ U_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,1}(q_{n+1}R_{n+1}) & U_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,2}(q_{n+1}R_{n+1})\end{vmatrix}=,\qquad (54)$$

$$=\Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1})\cdot\Delta'_{\overline{1,2n}}-\Delta_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1})\cdot\Delta_{\overline{1,2n}}$$

Тут $\Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_kR_{k-1},q_kR_k)=U_{\nu\alpha_{12}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{11}}^{k2}(q_kR_k)-U_{\nu\alpha_{12}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{11}}^{k1}(q_kR_k)$;

$$\Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_kR_{k-1},q_kR_k)=U_{\nu\alpha_{12}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{21}}^{k2}(q_kR_k)-U_{\nu\alpha_{12}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{21}}^{k1}(q_kR_k);$$

$$\Delta_{\nu\alpha_{21}}(q_kR_{k-1},q_kR_k)=U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{11}}^{k2}(q_kR_k)-U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{11}}^{k1}(q_kR_k);$$

$$\Delta_{\nu\alpha_{22}}(q_kR_{k-1},q_kR_k)=U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,1}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{21}}^{k2}(q_kR_k)-U_{\nu\alpha_{22}}^{k-1,2}(q_kR_{k-1})\cdot U_{\nu\alpha_{21}}^{k1}(q_kR_k);$$

3) визначників $A_{\overline{1,2j}}$, $A'_{\overline{1,2j}}$:

$$A_{\overline{1,2n}}=\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{22}}^{n1}(q_{n+1}R_n) & -U_{\nu\alpha_{22}}^{n2}(q_{n+1}R_n)\\ U_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,1}(q_{n+1}R_{n+1}) & U_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,2}(q_{n+1}R_{n+1})\end{vmatrix}=-\Delta_{\nu\alpha_{22}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1});$$

$$A'_{\overline{1,2n}}=\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{12}}^{n1}(q_{n+1}R_n) & -U_{\nu\alpha_{12}}^{n2}(q_{n+1}R_n)\\ U_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,1}(q_{n+1}R_{n+1}) & U_{\nu\alpha_{22}}^{n+1,2}(q_{n+1}R_{n+1})\end{vmatrix}=-\Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_{n+1}R_n,q_{n+1}R_{n+1})\ .\ (55)$$

$$A_{\overline{1,2k}}=\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{22}}^{k,1}(q_{k+1}R_k) & -U_{\nu\alpha_{22}}^{k,2}(q_{k+1}R_k)\\ U_{\nu\alpha_{11}11}^{k+1,1}(q_{k+1}R_{k+1}) & U_{\nu\alpha_{11}}^{k+1,2}(q_{k+1}R_{k+1})\end{vmatrix}A_{\overline{1,2k+2}}-\begin{vmatrix}-U_{\nu\alpha_{22}}^{k,1}(q_{k+1}R_k) & -U_{\nu\alpha_{22}}^{k+1,2}(q_{k+1}R_k)\\ V_{\nu\alpha_{21}}^{k+1,1}(q_{k+1}R_{k+1}) & U_{\nu\alpha_{21}}^{k+1,2}(q_{k+1}R_{k+1})\end{vmatrix}\cdot A'_{\overline{1,2k+2}}=$$

$$=\Delta_{\nu\alpha_{22}}(q_{k+1}R_k,q_{k+1}R_{k+1})A'_{\overline{1,2k+2}}-\Delta_{\nu\alpha_{21}}(q_{k+1}R_k,q_{k+1}R_{k+1})A_{\overline{1,2k+2}};$$

$$\mathrm{A}'_{\overline{1,2k}} = \begin{vmatrix} -U^{k,1}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1}R_k) & -U^{k+1,2}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1}R_k) \\ U^{k+1,1}_{\nu\alpha_{11}}(q_{k+1}R_{k+1}) & U^{k+2,2}_{\nu\alpha_{11}}(q_{k+1}R_{k+1}) \end{vmatrix} \mathrm{A}_{\overline{1,2k+2}} - \begin{vmatrix} -U^{k+1,1}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1}R_k) & -U^{k+1,2}_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+2}R_{k+1}) \\ U^{k+2,1}_{\nu\alpha_{21}}(q_{k+1}R_{k+1}) & -U^{k+,2}_{\nu\alpha_{21}}(q_{k+2}R_{k+2}) \end{vmatrix} \cdot \mathrm{A}'_{\overline{1,2k+2}} = \tag{56}$$

$$= \Delta_{\nu\alpha_{12}}(q_{k+1}R_k, q_{k+1}R_{k+1})\mathrm{A}'_{\overline{1,2k+2}} - \Delta_{\nu\alpha_{11}}(q_{k+1}R_k, q_{k+1}R_{k+1})\mathrm{A}_{\overline{1,2k+2}};\ k = \overline{n-2,2}$$

Рекурентний алґоритм обчислення визначника системи $\Delta^*_{\nu\alpha}(p)$ може бути побудований і з використанням системи визначників $\mathrm{A}_{\overline{1,2k}}, \mathrm{A}'_{\overline{1,2k}}, k = \overline{2,n}$.

Висновки

Запропоновано математичну модель адсорбційного масопереносу в обмеженому циліндричному неоднорідному мікропористому середовищі з порожниною і отримано аналітичний розв'язок, що в узагальненому вигляді описують вплив цілого ряду важливих фізичних чинників внутрішньої кінетики переносу, головними серед яких є вплив нестаціонарних умов системи n - інтерфейсних взаємодій на масообмінних межах середовищ. Це дозволяє моделювати концентраційні профілі адсорбтиву в макро- та мікропорах, здійснювати комплексний аналіз внутрішньої кінетики масопереносу як на макрорівні, так і на рівні нанопорів частинок адсорбентів, проектувати оптимальні технологічні схеми адсорбційного масопереносу для багатоскладових середовищ з різними фізико-хімічними характеристиками. Аналітичний розв'язок моделі та ефективні рекурентні алґоритми побудови матриць функцій впливу крайової задачі масопереносу дозволяють формулювати та розв'язувати зворотні задачі масопереносу - визначення кінетичних параметрів за експериментальними розподілами. Це дає можливість здійснювати перевірки на адекватність параметрів моделювання і фізичного експерименту і є одним із визначальних і перспективних напрямків подальшого дослідження.

The problem of mass transfer by diffusion in materials is described by systems of differential equations with boundary conditions and contact conditions. The exact analytical solution of adsorption mass transfer mathematical model for heterogeneous cylindrical adsorption media with symmetrical space end n-interface surfaces system end no stationary 2n+2-regims of mass exchange by the Fourier integral transforms and the method of Cauchy fundamental functions is executed. The new algorithms end calculation procedures for the fluid functions matrix construction of heterogeneous systems, of the boundary conditions end interface conditions system are introduced.

Література

1. *Ленюк М.П., Петрик М.Р.* Інтегральні перетворення Фур'є, Бесселя із спектральним параметром в задачах математичного моделювання масопереносу в неоднорідних середовищах. — Київ: Наук. думка, 2000.— 372с.
2. *Ленюк М.П., Петрик М.Р.* Математичне моделювання адсорбційного масопереносу зі спектральним параметром для неоднорідних **n** – інтерфейсних обмежених мікропористих середовищ //Волинський математичний вісник, 2003. — Вип. **10**. — С. 161-185.
3. *Петрик М.Р.* Математичне моделювання нелінійних динамічних задач адсорбції та дифузії для нерухомого шару адсорбенту (ізотермічний випадок) // Інтегральні перетворення та їх застосув. до крайових задач: Зб. наук. пр. - Київ.: Ін-т. матем. НАНУ, 1993. — Вип. 5. — С. 201-215.
4. *Петрик М., Баб'юк М.* Двовимірна осесиметрична модель двофазного сорбційного масопереносу із спектральним параметром для напівобмеженого двоскладового (по вісі z) середовища // Математическое моделирование в образовании, науке и промышленности: Сб. науч. тр. — Санкт-Петербург: Санкт-Петербургское отделение МАН ВШ, 2000.— С.133–137.
5. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.В.* Методы теории функции комплексного переменного . — М.: Наука , 1965. — 715с.
6. *Лыков А.В.* Тепломассообмен (Справочник).- М.: Энергия, 1971. — 560с.
7. *Федоткин И. М.* Математическое моделирование технологических процес сов.—Київ.: Вища школа, 1988. — 415с.
8. *Barrer, R.M.,* Diffusion and Flow in Porous Zeolite, Carbon or Ceramic Media, Characterization of Porous Solids, Society of Chemical Industry, London, 1979
9. *Chen, N.Y., T.F. Degnan and M.C. Smith,* Molecular Transport and Reaction in Zeolites: Design and Application of Shape Selective Catalysis, V.C.H. Weinheim, New York, (1994).

10. *Kärger, J, H. Pfeifer and W. Heink*, Advances in Magnetic Resonance, J.S. Waugh (Ed.) Vol. **12**, p. 1, Academic Press, San Diego, 1988.
11. *Kärger, J. and D. Ruthven*, Diffusion in Zeolites and Other Microporous Solids, John Wiley & Sons, New York, 1992.
12. *Magalhaes, F.D., R.L. Laurence, W.C. Conner, M.A. Springuel-Huet, A. Nosov and J. Fraissard*, "Study of molecular transport in beds of zeolite crystallites: semi-quantitative modeling of ^{129}Xe NMR experiments", *J. Phys. Chem. B*, **101**, 2277-2284 (1997).
13. *Springuel-Huet, M.A., A. Nosov, J. Kärger, J. Fraissard*, "^{129}Xe NMR study of bed resitance to molecular transport in assemblages of zeolite crystallites", *J. Phys. Chem.*, **100**, 7200-7203 (1996).
14. *P. N'Gokoli-Kekele, M. A. Spiringuel-Huet, J. Fressard*. An Analitical Study of Molecular Transport in Zeolite Bed . Adsorption.(Kluwer), **8**, 35-44, (2002).

Одержано 16.11.2004 р.