

УДК. 531.374; 539.213; 539.3

М.Михайлишин, канд.фіз.-мат.наук*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

ПРОБЛЕМИ УТВОРЕННЯ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ І ДЕФОРМАЦІЙ ПРИ ЗВАРЮВАННІ

На основі деформаційної теорії пластичності, узагальненої на випадок розвантаження з врахуванням можливості виникнення повторних пластичних деформацій, здійснюється моделювання процесу зварювання і утворення полів залишкових напружень та деформацій в циліндричних оболонках, що зварюються круговим швом.

Процеси зварювання широко використовуються в багатьох галузях сучасної техніки і будівництва. Залишкові напруження і деформації, що виникають при зварюванні, часто мають вирішальний вплив на несучу здатність елементів зварних конструкцій. Цим пояснюється величезна увага вчених до вивчення проблеми виникнення залишкових зварювальних напружень і деформацій, кількісної оцінки кінетики пружно-пластичних деформацій при зварюванні. Знання розподілу пластичних деформацій в зоні зварювання дуже важливе для відтворення повної картини розподілу залишкових напружень і деформацій за допомогою розрахунково-експериментального методу [1,2], який активно розвивається останнім часом. Достатньо повний аналіз досліджень по розрахункових методах дослідження кінетики зварювальних напружень і деформацій, а також значний їх розвиток зроблено в роботах В.І.Махненка та його учнів [3]. В роботах [4,5] розглядаються можливості моделювання зварювальних процесів тонких пластин на основі деформаційної теорії пластичності. В даній роботі ця методика поширюється на вивчення процесів зварювання тонких циліндричних оболонок.

Нагадаємо, що основні співвідношення деформаційної теорії термопластичності можна представити у вигляді [6,7]

$$s_{ij} = \frac{2G}{\psi} e_{ij}, \quad e_{ij} = e_{ij}^e + e_{ij}^p, \quad \psi = 3G(T) \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}, \quad (1)$$

де $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0$, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0$ - компоненти девіаторів тензорів напружень та

деформацій; $\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}}$, $\varepsilon_i = \sqrt{\frac{2}{3}e_{ij}e_{ij}}$ - інтенсивності напружень та деформацій.

Середні напруження $\sigma_0 = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$ та деформація $\varepsilon_0 = \frac{1}{3}\varepsilon_{ii}$ зв'язані залежністю

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{K} + \varepsilon^T, \quad \text{в якій } K = \frac{2G(1+\nu)}{1-2\nu} - \text{модуль всестороннього об'ємного стиску, } G -$$

модуль зсуву, $\varepsilon^T = \alpha_t T^* = \alpha_t (T - T_0)$ - середня температурна деформація, α_t - коефіцієнт лінійного температурного розширення матеріалу. Припускається, що інтенсивність напружень σ_i є функцією інтенсивності деформацій ε_i і температури $\sigma_i = \Phi'(\varepsilon_i, T)$, яка не залежить від виду напруженого стану і визначається експериментально при простому розтязі циліндричних зразків для різних температур. Коефіцієнт ψ називають параметром пластичності. В області пружних деформацій $\psi = 1$ і залежності (1) співпадають із узагальненим законом Гука. Компоненти пружної деформації в (1) теж визначаються за законом Гука

$$e_{ij}^e = \frac{1}{2G} s_{ij}; \quad \varepsilon_0^e = \frac{\sigma_0}{K}. \quad (2)$$

Можна показати, що на етапі початкового деформування з ненапруженого і недеформованого стану в точках, в яких здійснюється активне навантаження,

інтенсивність повної деформації дорівнює сумі інтенсивностей пружної і пластичної складових деформацій

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^p + \varepsilon_i^e. \quad (3)$$

Якщо в деякій точці конструкції здійснюється процес пружного розвантаження, то фізичні співвідношення отримують на основі положення [8,9], що при цьому

направляючий тензор напружень $\hat{s}_{ij} = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_i} s_{ij}$ співпадає з направляючим тензором

пружних деформацій $\hat{e}_{ij}^e = \frac{2}{\sqrt{3}\varepsilon_i^e} e_{ij}^e$, причому $\sigma_i = 3G\varepsilon_i^e$. Звідси випливає, що при

пружному розвантаженні справедливі співвідношення (2). Компоненти пластичної деформації тоді не змінюються і залишаються рівними тим значенням, які вони отримали в момент початку розвантаження. Якщо ж при розвантаженні розвиваються повторні пластичні деформації, або ж пружне розвантаження змінюється навантаженням в протилежному напрямку до початкового навантаження і при цьому розвиваються пластичні деформації, то співвідношення деформаційної теорії пластичності можуть бути записані в одному з таких виглядів

$$s_{ij} = \frac{2G}{\bar{\psi}} \bar{e}_{ij}, \quad \bar{\psi} = 3G \frac{\bar{\varepsilon}_i}{\sigma_i} \quad \text{або} \quad \tilde{s}_{ij} = \frac{2G}{\tilde{\psi}} \tilde{e}_{ij}, \quad \tilde{\psi} = 3G \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{\tilde{\sigma}_i}, \quad (4)$$

де позначено

$$\bar{e}_{ij} = e_{ij} - e_{ij}^{p(m)}, \quad \tilde{s}_{ij} = s_{ij} - \frac{G}{G_m} s_{ij}^{(m)} \quad \text{і} \quad \tilde{e}_{ij} = e_{ij} - e_{ij}^{(m)}, \quad (5)$$

$$\bar{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \bar{e}_{ij} \bar{e}_{ij}}, \quad \tilde{\sigma}_i = \sqrt{\frac{3}{2} \tilde{s}_{ij} \tilde{s}_{ij}}, \quad \tilde{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \tilde{e}_{ij} \tilde{e}_{ij}}. \quad (6)$$

Індексом $^{(m)}$ в формулах (5) позначені величини, які були зафіксовані в момент початку розвантаження. Зауважимо, що це може бути не перше по порядку розвантаження в даному елементі тіла. Надалі величини $\bar{e}_{ij}$ будемо називати надлишковими деформаціями першого роду, а величини $\tilde{e}_{ij}$ і $\tilde{s}_{ij}$ - надлишковими деформаціями і напруженнями другого роду. Як і для етапу початкового деформування припускається, що існують залежності $\sigma_i = \bar{\Phi}(\bar{\varepsilon}_i, T)$ або $\tilde{\sigma}_i = \tilde{\Phi}(\tilde{\varepsilon}_i, T)$, які не залежать від виду напруженого стану і можуть бути визначені експериментально при деформуванні циліндричних зразків в області повторних пластичних деформацій при різних температурах [6,7]. Для ізотермічного випадку в роботі [9] пропонується будувати залежність між інтенсивностями надлишкових напружень і деформацій другого роду на основі узагальненого принципу Мазінга. Однак узагальнення цього принципу на випадок неізотермічного деформування зустрічає певні труднощі. Тому надалі будемо використовувати надлишкові деформації першого роду.

Прийmemo залежність $\sigma_i = \Phi'(\varepsilon_i, T)$ для етапу початкового деформування в такому вигляді

$$\sigma_i = \Phi'(\varepsilon_i, T) = \begin{cases} \sigma_s(T) \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_s} \right), & \varepsilon_i \leq \varepsilon_s = \frac{\sigma_s(T)}{3G(T)}, \\ \sigma_s(T) \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_s} \right)^\gamma, & \varepsilon_i > \varepsilon_s. \end{cases} \quad (7)$$

Якщо припустити справедливість узагальненого принципу Мазінга при $T = \text{const}$, то рівняння залежності $\sigma_i = \bar{\Phi}(\bar{\varepsilon}_i, T)$ можна записати так

$$\bar{\varepsilon}_i = \bar{\varepsilon}_i^p + \varepsilon_i^e. \quad (11)$$

Використаємо надалі метод додаткових деформацій [6,7], основні формули якого для k -го наближення в нашому випадку виглядають так

$$\begin{aligned} \bar{e}_{ij}^{(k)} &= \frac{1}{2G} s_{ij}^{*(k)} + \bar{e}_{ij}^{p(k-1)}, \quad \sigma_i^{(k)} = \bar{\Phi}(\bar{\varepsilon}_i^{(k)}, T), \\ \bar{\psi}^{(k)} &= 3G \frac{\varepsilon_i^{(k)}}{\sigma_i^{(k)}}, \quad \bar{e}_{ij}^{p(k)} = \frac{\bar{\psi}^{(k)} - 1}{\bar{\psi}^{(k)}} \bar{e}_{ij}^{(k)}. \end{aligned} \quad (12)$$

Розглянемо зварювання двох тонких циліндричних оболонок товщиною h , радіусом серединної поверхні R і довжиною L . Припускаємо, що зварювання здійснюється одночасно по всій довжині шва і при цьому умови нагріву і закріплення оболонок такі, що має місце осесиметричний напружено-деформований стан.

Введемо безрозмірні величини

$$x = \frac{X}{L}, \quad \zeta = \frac{z}{h}, \quad \delta = \frac{h}{R}, \quad \beta = \frac{L}{R}, \quad \xi = \frac{a\tau}{L^2}. \quad (13)$$

Тоді рівняння теплопровідності оболонок в припущенні про лінійний розподіл температури $t(x, \zeta, \xi)$ по товщині і конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем на поверхнях $\zeta = \pm 1/2$ запишуться у вигляді [10]

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - \frac{\partial T_1}{\partial \xi} &= \frac{4L^2}{h^2} [(\mu_1 T_1 + \mu_2^* T_2) - (\mu_1 t_1 + \mu_2^* t_2)] - \frac{L^2}{\lambda} W_1, \\ \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - \frac{\partial T_2}{\partial \xi} &= \frac{12L^2}{h^2} [(1 + \mu_1) T_2 + \mu_2^* T_1 - (\mu_1 t_2 + \mu_2^* t_1)] - \frac{L^2}{\lambda} W_2, \end{aligned} \quad (14)$$

де позначено

$$t(x, \zeta, \xi) = T_1 + 2\zeta T_2, \quad T_1 = \int_{-1/2}^{1/2} t d\zeta, \quad T_2 = 6 \int_{-1/2}^{1/2} t \zeta d\zeta, \quad W_1 = \int_{-1/2}^{1/2} w_t d\zeta, \quad W_2 = 6 \int_{-1/2}^{1/2} w_t \zeta d\zeta, \quad (15)$$

$$\mu_{1,2} = \frac{h}{4} (\mu^+ \pm \mu^-), \quad \mu^\pm = \frac{\alpha^\pm}{\lambda}, \quad \mu_2^* = \mu_2 - \frac{h}{4R}, \quad t_{1,2} = \frac{1}{2} (t_c^+ \pm t_c^-), \quad (16)$$

$t_c^\pm, \alpha^\pm$ – температура середовища і коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь $z = \pm h/2$, $w_t(x, \zeta, \xi)$ – густина внутрішніх джерел тепла. Внаслідок симетрії процесу відносно площини, що проходить через зварювальний шов, надалі розглядається лише одна оболонка, причому початок відліку координати x вибирається на осі шва. Вважається, що зварювання здійснюється за допомогою внутрішніх джерел постійної потужності w_{t0} , які рівномірно розподілені в області $0 \leq x \leq x_0$, $|\zeta| \leq 1/2$ протягом часу $\tau \leq \tau_{max}$. В початковий момент часу температура оболонок постійна і рівна температурі зовнішнього середовища. Сисема рівнянь (14) розв'язується запропонованим в роботі [11] числовим методом при умовах симетрії в перерізі $x=0$ і конвективного теплообміну на краю $x=1$.

Будемо вважати, що для розподілу повних деформацій по товщині оболонок справедлива гіпотеза Кірхгофа-Лява і реалізується плоский напружений стан. Позначимо $\sigma_T = \sigma_s(T_0)$, де T_0 – деяка початкова температура і введемо такі безрозмірні величини

$$\hat{\sigma}_{11} = \frac{\sigma_{11}}{\sigma_T}, \quad \hat{\sigma}_{22} = \frac{\sigma_{22}}{\sigma_T}, \quad \hat{\sigma}_s(T) = \frac{\sigma_s(T)}{\sigma_T}, \quad \hat{E} = \frac{E}{\sigma_T}, \quad \hat{G} = \frac{G}{\sigma_T}. \quad (17)$$

$$n_i = \frac{N_i}{\sigma_T h}, \quad m_i = \frac{4M_i}{\sigma_T h^2}, \quad i = 1, 2, \quad q = \frac{QL}{\sigma_T h^2}, \quad \hat{q}_n = \frac{q_n L^2}{\sigma_T h^2}, \quad (18)$$

$$\delta = \frac{h}{R}, \quad \beta = \frac{L}{R}, \quad u = \frac{U}{L}, \quad w = \frac{W}{h}, \quad \vartheta = \frac{L}{h} \theta_1 = \frac{\beta}{\delta} \theta, \quad k_1 = h \chi_1. \quad (19)$$

$$\hat{E}_s = \int_{-1/2}^{1/2} \hat{E} \zeta^{s-1} d\zeta, \quad \hat{a}_s = \int_{-1/2}^{1/2} \hat{E} \alpha_t \zeta^{s-1} d\zeta, \quad (s=1,2,3), \quad (20)$$

$$\hat{E}_{ii}^{p(k-1)} = \int_{-1/2}^{1/2} \hat{E} \varepsilon_{ii}^{p(k-1)} d\zeta, \quad \hat{K}_{ii}^{p(k-1)} = \int_{-1/2}^{1/2} \hat{E} \varepsilon_{ii}^{p(k-1)} \zeta d\zeta, \quad (i=1,2). \quad (21)$$

Тоді основні рівняння задачі для k – го наближення запишуться так

$$\begin{cases} \frac{dn_1^{(k)}}{dx} = 0, \\ \frac{dm_1^{(k)}}{dx} = 4q^{(k)}, \\ \frac{dq^{(k)}}{dx} = \frac{\beta^2}{\delta} n_2^{(k)} - \hat{q}_n, \\ \frac{du^{(k)}}{dx} = \varepsilon_{10}^{(k)}, \\ \frac{dw^{(k)}}{dx} = g^{(k)}, \\ \frac{dg^{(k)}}{dx} = -\left(\frac{\beta}{\delta}\right)^2 k_1^{(k)}. \end{cases} \quad (22)$$

$$n_2^{(k)} = \frac{1}{1-\nu^2} \left[\hat{E}_1 (w^{(k)} \delta + \nu \varepsilon_{10}^{(k)}) + \hat{E}_2 \nu k_1^{(k)} - \hat{E}_{22}^{p(k-1)} - \nu \hat{E}_{11}^{p(k-1)} - \right. \\ \left. - (1+\nu)(\hat{a}_1 T_1^* + 2\hat{a}_2 T_2) \right] \quad (23)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{10}^{(k)} = -\nu w^{(k)} \delta + \frac{1}{\hat{E}_1 \hat{E}_3 - \hat{E}_2^2} (\hat{E}_3 \tilde{n}_1^{(k)} - \frac{1}{4} \hat{E}_2 \tilde{m}_1^{(k)}), \\ k_1^{(k)} = \frac{1}{\hat{E}_1 \hat{E}_3 - \hat{E}_2^2} (\frac{1}{4} \hat{E}_1 \tilde{m}_1^{(k)} - \hat{E}_2 \tilde{n}_1^{(k)}). \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} \tilde{n}_1^{(k)} = (1-\nu^2) n_1^{(k)} + \hat{E}_{11}^{p(k-1)} + \nu \hat{E}_{22}^{p(k-1)} + (1+\nu)(\hat{a}_1 T_1^* + 2\hat{a}_2 T_2), \\ \tilde{m}_1^{(k)} = (1-\nu^2) m_1^{(k)} + 4 \left[\hat{K}_{11}^{p(k-1)} + \nu \hat{K}_{22}^{p(k-1)} + (1+\nu)(\hat{a}_2 T_1^* + 2\hat{a}_3 T_2) \right]. \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_{11}^{(k)} = \varepsilon_{10}^{(k)} + \zeta k_1^{(k)}, \quad \varepsilon_{22}^{(k)} = w^{(k)} \delta, \\ \varepsilon_{33}^{(k)} = -\frac{1}{1-\nu} [\nu(\varepsilon_{11}^{(k)} + \varepsilon_{22}^{(k)}) + (1-2\nu)(\varepsilon_{11}^{p(k-1)} + \varepsilon_{22}^{p(k-1)}) - (1+\nu)\varepsilon^T]. \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_{11}^{*(k)} = \frac{\hat{E}}{1-\nu^2} [\varepsilon_{11}^{(k)} + \nu \varepsilon_{22}^{(k)} - (\varepsilon_{11}^{p(k-1)} + \nu \varepsilon_{22}^{p(k-1)}) - (1+\nu)\varepsilon^T], \\ \hat{\sigma}_{22}^{*(k)} = \frac{\hat{E}}{1-\nu^2} [\varepsilon_{22}^{(k)} + \nu \varepsilon_{11}^{(k)} - (\varepsilon_{22}^{p(k-1)} + \nu \varepsilon_{11}^{p(k-1)}) - (1+\nu)\varepsilon^T]. \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_i^{*(k)} = \sqrt{(\hat{\sigma}_{11}^{*(k)})^2 - \hat{\sigma}_{11}^{*(k)} \hat{\sigma}_{22}^{*(k)} + (\hat{\sigma}_{22}^{*(k)})^2}, \\ \bar{\varepsilon}_i^{(k)} = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\bar{\varepsilon}_{11}^{(k)} - \bar{\varepsilon}_{22}^{(k)})^2 + (\bar{\varepsilon}_{22}^{(k)} - \bar{\varepsilon}_{33}^{(k)})^2 + (\bar{\varepsilon}_{33}^{(k)} - \bar{\varepsilon}_{11}^{(k)})^2}. \end{cases} \quad (28)$$

$$\hat{\sigma}_i^{(k)} = \begin{cases} \hat{\sigma}_s(T) \frac{\bar{\varepsilon}_i^{(k)}}{\varepsilon_s(T)}, \quad \bar{\varepsilon}_i^{(k)} \leq \bar{\varepsilon}_{sm} = \alpha_m \varepsilon_s - \frac{\hat{\sigma}_i^{m-1}}{3\hat{G}(T)}, \\ \alpha_m \hat{\sigma}_s(T) \left(\frac{\bar{\varepsilon}_i^{(k)} - \bar{\varepsilon}_{sm} + \alpha_m \varepsilon_s}{\alpha_m \varepsilon_s} \right)^\gamma - \hat{\sigma}_i^{(m-1)}, \quad \bar{\varepsilon}_i^{(k)} > \bar{\varepsilon}_{sm}. \end{cases}$$

$$\bar{\psi}^{(k)} = 3\hat{G} \frac{\bar{\varepsilon}_i^{(k)}}{\hat{\sigma}_i^{(k)}}. \quad (29)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11}^{p(k)} &= \varepsilon_{11}^{p(m)} + \frac{\bar{\psi}^{(k)} - 1}{3\bar{\psi}^{(k)}} \left[2\varepsilon_{11}^{(k)} - \varepsilon_{22}^{(k)} - \varepsilon_{33}^{(k)} - (2\varepsilon_{11}^{(m)} - \varepsilon_{22}^{(m)} - \varepsilon_{33}^{(m)}) \right], \\ \varepsilon_{22}^{p(k)} &= \varepsilon_{22}^{p(m)} + \frac{\bar{\psi}^{(k)} - 1}{3\bar{\psi}^{(k)}} \left[2\varepsilon_{22}^{(k)} - \varepsilon_{11}^{(k)} - \varepsilon_{33}^{(k)} - (2\varepsilon_{22}^{(m)} - \varepsilon_{11}^{(m)} - \varepsilon_{33}^{(m)}) \right], \\ \varepsilon_{33}^{p(k)} &= -(\varepsilon_{11}^{p(k)} + \varepsilon_{22}^{p(k)}).\end{aligned}\quad (30)$$

Система рівнянь (22) розв'язувалася при таких граничних умовах

$$u = 0, q = 0, \vartheta = 0 \quad \text{при } x = 0, \quad (31)$$

$$w = 0, m_l = 0, n_l = 0 \quad \text{при } x = 1. \quad (32)$$

тобто в районі шва виконуються умови симетрії, а зовнішній край – шарнірно опертий і вільний від навантаження. Крайова задача (22), (31), (32) розв'язувалася методом дискретної ортогоналізації Годунова. Обчислення проводились для таких значень параметрів $\alpha^\pm = 455 \text{ вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, $a = 6.25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, $\lambda = 41.87 \text{ вт}/(\text{м} \cdot ^\circ\text{C})$, $w_{t0} = 1.9 \text{ вт}/\text{м}^3$, $x_0 = 0.001 \text{ м}$, $\tau_{\max} = 2 \text{ с}$, $R = 0.25 \text{ м}$, $L = 0.2 \text{ м}$, $h = 0.005 \text{ м}$, $q_n = 0$, $\sigma_T = 280 \text{ МПа}$, $\nu = 0.3$. Вважалося, що оболонки виконані із сталі 3, залежності модулів E , σ_s і α_t від температури для якої прийняті такі ж, як і в роботі [4].

Основні результати обчислень наведені на рис. 2-10.

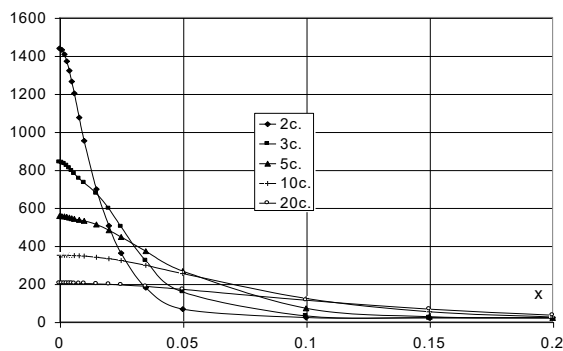


Рис. 2. Розподіл температури на поверхні $z=-h/2$ для різних моментів часу

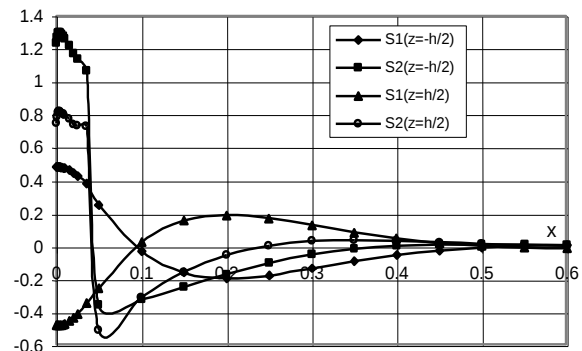


Рис. 3. Розподіл залишкових напружень

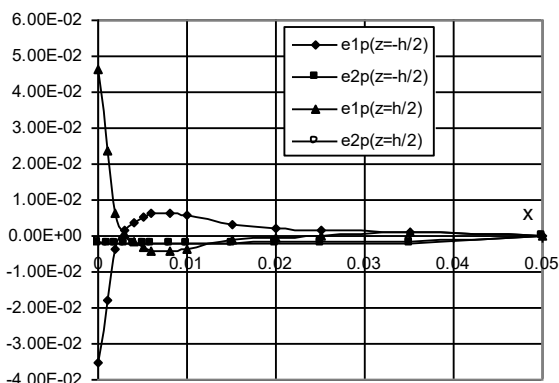


Рис. 4. Розподіл залишкових пластичних деформацій

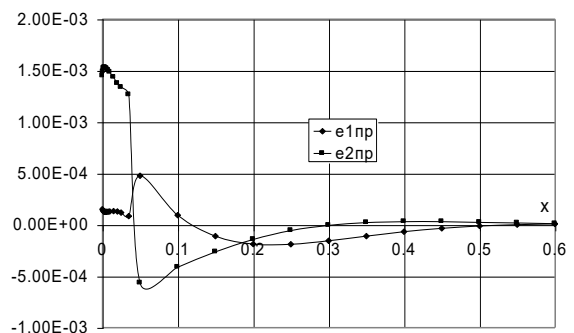


Рис. 5. Пружні залишкові деформації при $z=-h/2$

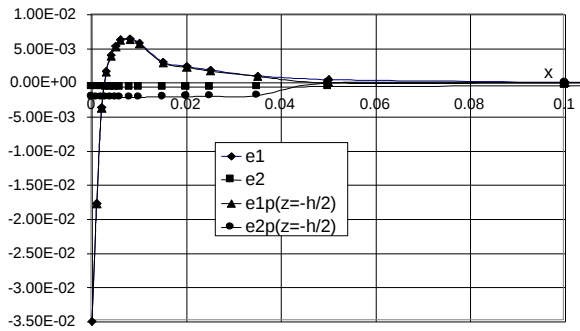


Рис. 6. Повні і пластичні залишкові деформації при $z=-h/2$

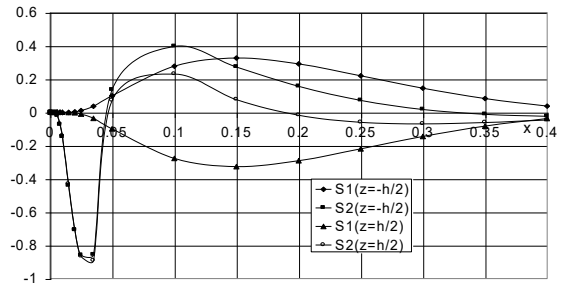


Рис. 7. Розподіл напружень для моменту максимального нагріву

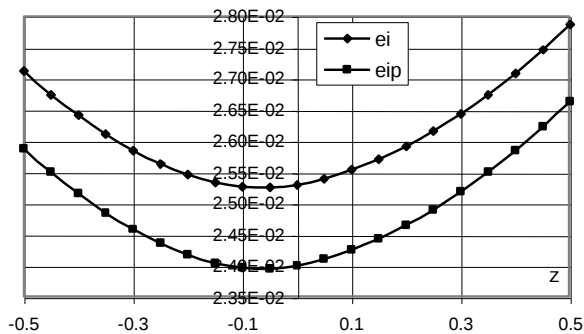


Рис. 8. Розподіл інтенсивностей залишкової повної та пластичної деформації по товщині при $x=0$

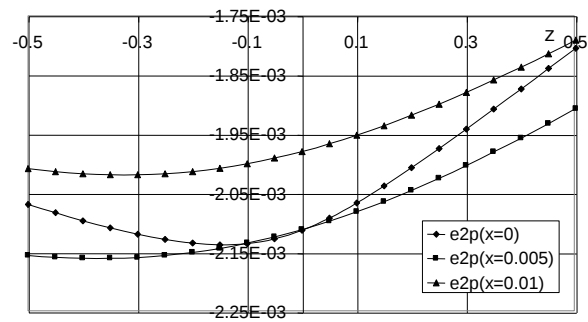


Рис. 9. Розподіл залишкової окружної пластичної деформації по товщині

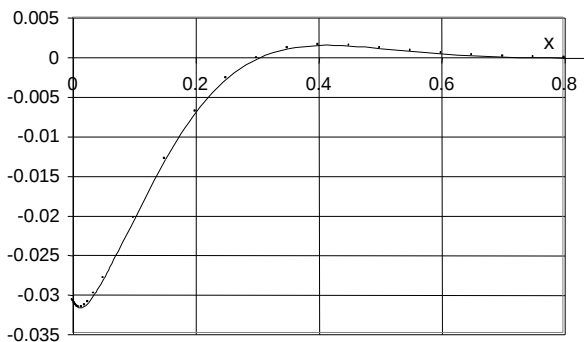


Рис. 10. Характер розподілу залишкового прогину

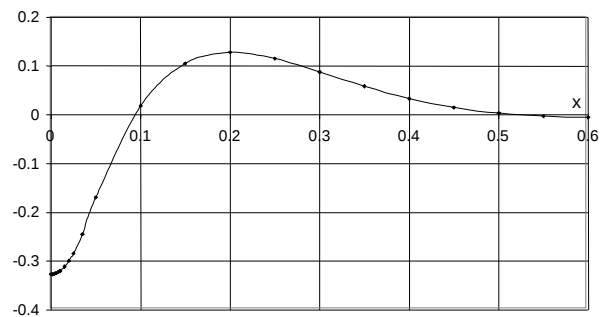


Рис. 11. Залишковий осьовий момент

Аналіз наведених на рис. 12 результатів показує, що процес розвантаження при охолодженні в тих областях оболонки, в яких при зварюванні розвинулись значні пластичні деформації, здійснюється обов'язково з розвитком повторних пластичних деформацій.

Порівняння отриманих результатів з деякими відомими результатами для циліндричних оболонок [1,3] показує, що якісна картина розподілу залишкових величин та їх кількісні значення відтворюються достатньо точно. Це говорить про те, що запропонована методика може успішно використовуватися для моделювання кінетики залишкових напружень і деформацій при зварюванні тонкостінних елементів конструкцій.

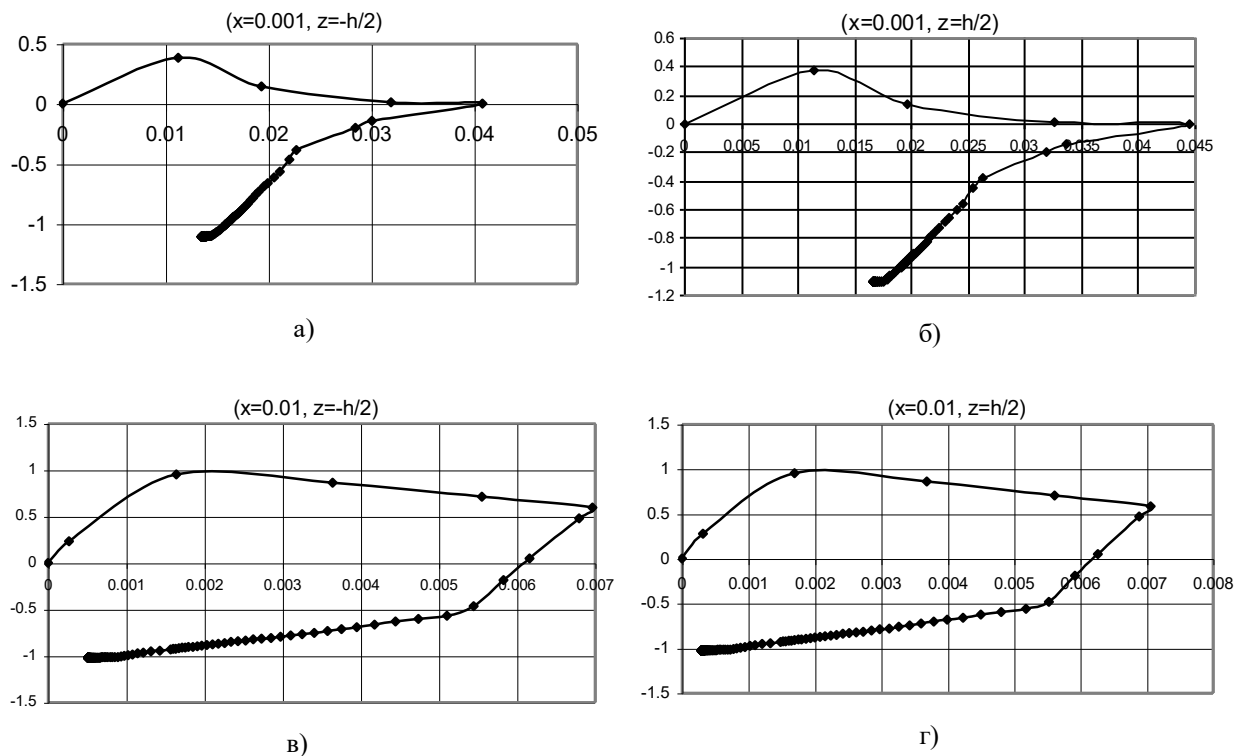


Рис. 12. Залежність інтенсивності напружень від інтенсивності надлишкових деформацій для деяких точок

The welding process and formation of Residual stress and deformation fields in a cylindrical shells which are welding by a ring seam are simulated on the basis of deformation plastic theory, generalized for the case of unloading in taking into account repeated plastic deformation appear.

Література

1. Подстригач Я.С., Осадчук В.А., Карасев Л.П. Приближенный расчет остаточных сварочных напряжений в цилиндрических оболочках // Пробл. прочности. –1975.-№7.
2. Подстригач Я.С., Осадчук В.А., Марголин А.М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций.-К.:Наук.думка,1991.-294 с.
3. Махненко В.И. Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций.-К.: Наук.думка,1976.-320 с.
4. М. Михайлишин, І. Капаціла. Використання деформаційної теорії пластичності для моделювання процесів зварювання тонких елементів конструкцій. Вісник Тернопільського державного технічного університету. –Тернопіль.:2002.- Том 7.- № 2 –С. 11-23.
5. М. Михайлишин, І. Капаціла. Дослідження полів залишкових напружень та деформацій, що виникають при зварюванні тонких кільцевих пластин коловим швом. Вісник Тернопільського державного технічного університету. –Тернопіль.:2003.- Том 8.- № 1 –С. 5-13.
6. Биргер И.А., Шорр Б.Ф. Термопрочность деталей машин.-М.:Машиностроение, 1975.-455 с.
7. Шевченко Ю.Н. Термопластичность при переменных нагрузениях. –К.:Наукова думка, 1970.-287 с.
8. Ильюшин А.А. Пластичность. –М.:Издательство АН СССР, 1963. - 271 с.
9. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагрузениях. Изд-во МГУ, М., 1965.- 263 с.
10. Подстригач Я.С.,Швец Р.Н. Термоупругость тонких оболочек.–К.: Наукова думка, 1978.- 344 с.
11. Михайлишин М. Про один числовий метод розв'язування осесиметричних задач теплопровідності тонких оболонок обертання. Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль.:1999.- том 4.- Число 1.- С. 10-15.

Одержано 19.02.04 р.