

М.Дивак, докт.техн.наук; О.Горішний

Тернопільська академія народного господарства

ОСОБЛИВОСТІ ОЦІНЮВАННЯ СТАНІВ ОБ'ЄКТА УПРАВЛІННЯ НА ОСНОВІ ІНТЕРВАЛЬНОГО ПІДХОДУ

У праці розглянуто особливості оцінювання станів дискретного об'єкта управління на основі спостережень за "виходами" цього об'єкта, отриманих у вигляді інтервалів. Показано можливість застосування для цих цілей достатньо розроблених методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем. Окремо розглянута процедура оцінювання для випадку співпадання кількості параметрів стану і кількості вихідних змінних.

Вступ

Інтервальний підхід широко застосовується для побудови моделей "вхід-вихід" статичних систем. Розроблено методи оптимального планування експерименту, структурної та параметричної ідентифікації цих моделей. Основою для побудови моделей "вхід-вихід" статичних об'єктів є системи інтервальних рівнянь, складені для відомої структури моделі, і результатів інтервального експерименту, які потребують можливих значень входів статичної системи в усіх $i=1..N$ спостереженнях та відповідних векторів інтервалів $[y_i^-, y_i^+]$ виходів цієї системи [1,2].

На практиці для розв'язування задач управління доводиться будувати моделі "вхід-вихід" динамічних систем чи оцінювати параметри станів динамічного об'єкта за результатами спостережень за його "виходами", коли в каналі вимірювання виникають обмежені за амплітудою випадкові похибки спостережень [3]. Незважаючи на існування значної кількості публікацій, що вивчають методи ідентифікації постійних параметрів та параметрів станів динамічних систем на основі теоретико-множинного та інтервального підходів, актуальною залишається проблема надзвичайно-високої обчислювальної складності вказаних методів [1]. Проблема обчислювальної складності не дозволяє побудувати моделі динамічних систем з великою кількістю постійних параметрів та параметрів станів (на сьогоднішній день ця межа визначається не більше як 9 параметрів). Тим часом як для ідентифікації (зокрема параметричної) моделей статичних систем розроблені достатньо ефективні обчислювальні процедури з можливістю розпаралелення [1]. Вказані процедури базуються на локалізації множини параметрів на основі виділення насиченого блоку експерименту [1].

Метою даної праці є аналіз можливостей застосування розроблених методів параметричної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем для оцінювання вектора параметрів стану одного класу динамічних систем.

Постановка задачі

Розглянемо математичну модель дискретної системи управління, яка задається різницевиими рівняннями у такому вигляді:

$$x_{k+1} = Ax_k \quad (1)$$

$$y_k = Cx_k + e_k, \quad (2)$$

де $\vec{x}_{k+1}$ – вектор параметрів стану об'єкта $\vec{x}_{k+1} \in R^m$; A – відома матриця розмірністю $m \times m$; C – відома матриця розмірністю $m \times n$; y_k – вектор виходів $y_k \in R^n$; $|e_{ki}| \leq \Delta_i$ – обмежена за амплітудою похибка в каналі вимірювання.

Як видно із виразу (2), в каналі вимірювання існують обмежені за амплітудою похибки e_k з невідомими законами розподілу.

Необхідно за результатами спостережень за вихідними змінними та відомим вектором параметрів стану $\vec{x}_k$ у k -й момент часу оцінити вектор параметрів стану $\vec{x}_{k+1}$

об'єкта у $k+1$ -й момент часу. Процес оцінювання є ітераційним і реалізується в такий спосіб, щоб забезпечити послідовне уточнення вектора параметрів стану.

Загальний розв'язок задачі оцінювання

Враховуючи обмеженість похибки в каналі вимірювання, в k -й момент часу отримуватимемо гарантовані інтервали для кожної вихідної змінної:

$$[y_{1k}^-; y_{1k}^+] = [y_{1k} - \Delta; y_{1k} + \Delta]$$

$$[y_{2k}^-; y_{2k}^+] = [y_{2k} - \Delta; y_{2k} + \Delta]$$

$$\vdots$$

$$[y_{ik}^-; y_{ik}^+] = [y_{ik} - \Delta; y_{ik} + \Delta]$$

$$\vdots$$

$$[y_{nk}^-; y_{nk}^+] = [y_{nk} - \Delta; y_{nk} + \Delta],$$

де y_{ik}^- , y_{ik}^+ нижня та верхня межі інтервалу, отриманого в k -й момент часу для i -ї вихідної змінної.

Якщо прийняти припущення про адитивність обмеженої похибки e_k , то істинне невідоме значення кожної вихідної змінної y_{ik} в будь-який момент часу буде належати відповідному вимірюваному інтервалу, тобто $y_{ik} \in [y_{ik}^-, y_{ik}^+]$. Тоді результати, отримані в каналі вимірювань динамічної системи в k -й момент часу, можемо подати через інтервальну систему лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{cases} y_{1k}^- \leq c_{11} x_{1k} + c_{12} x_{2k} + \dots + c_{1j} x_{jk} + \dots + c_{1m} x_{mk} \leq y_{1k}^+ \\ \vdots \\ y_{ik}^- \leq c_{i1} x_{1k} + c_{i2} x_{2k} + \dots + c_{ij} x_{jk} + \dots + c_{im} x_{mk} \leq y_{ik}^+ \\ \vdots \\ y_{nk}^- \leq c_{n1} x_{1k} + c_{n2} x_{2k} + \dots + c_{ni} x_{ik} + \dots + c_{nm} x_{mk} \leq y_{nk}^+ \end{cases}, \quad (3)$$

де c_{ij} – ij -та компонента відомої матриці коефіцієнтів; x_{jk} – j -та компонента вектора параметрів стану в k -й момент часу.

Розв'язком цієї системи є апостеріорна оцінка вектора параметрів стану в k -й момент часу, отримана на основі обробки результатів вимірювань. Позначимо її за $\tilde{X}_k$. Враховуючи лінійність інтервальної системи в просторі оцінок параметрів, отримана оцінка є опуклим многогранником (поліедром) (див. рис.1). В силу прийнятих вище припущень також справедливим є включення $x_{k+1} \in \tilde{X}_k$.

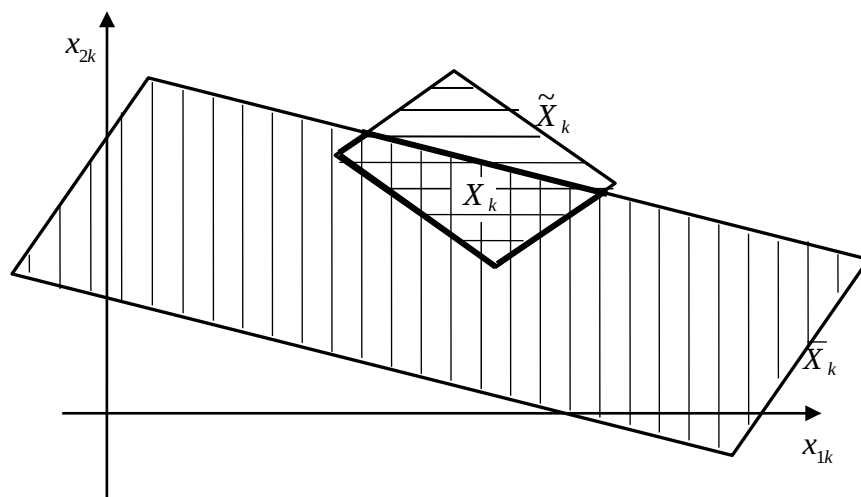


Рис.1. Оцінка вектора параметрів стану в k -й момент часу

Для опису процедури визначення множинної оцінки вектора стану системи в $k+1$ -й момент часу за результатами опрацювання послідовності попередніх вимірювань (множинної ідентифікації) використаємо різницеве рівняння еволюції множин [3]

$$X_{k+1} = \tilde{X}_k \cap \bar{X}_k, \quad k=1, N, \quad (4)$$

де X_{k+1} – множинна оцінка вектора параметрів стану, отримана в $k+1$ -й момент часу; $\tilde{X}_k$ – образ апіорної множинної оцінки вектора параметрів стану X_k при відображенні з допомогою лінійного перетворення $\tilde{X}_{k+1} = \bigcup_{x_k \in X_k} A x_k$, який задається за формулою

$$X_{k+1} = \bigcup_{x_k \in X_k} A x_k. \quad (5)$$

Виходячи з вищезазначеного та обмеженості похибки вимірювання, справедливим є включення $\tilde{x}_{k+1} \in X_{k+1}$.

Таким чином, множинна оцінка вектора параметрів стану в $k+1$ -й момент часу знаходиться на основі перетину апіорної множинної оцінки в k -й момент часу, яка в просторі параметрів стану є опуклим многогранником і апостеріорного опуклого многогранника $\bar{X}_k$ оцінок параметрів стану.

Отже, в будь-який момент часу множина оцінок параметрів стану визначатиметься опуклим многогранником (див. рис.1). При цьому внаслідок застосування різничевого рівняння еволюції множин (4) розміри результуючої гарантованої множини оцінок будуть зменшуватися. Тобто оцінки параметрів стану будуть уточнюватися.

Випадок співпадання кількості параметрів стану і вихідних змінних ($m=n$) та

$$A = \text{diag}(1, \dots, 1)$$

Розглянемо випадок, коли динамічна система описується рівняннями (1) та (2) і при цьому розмірність вектора параметрів стану співпадає із розмірністю вектора вихідних змінних системи ($m=n$). Тоді система інтервальних рівнянь, отриманих внаслідок вимірювання m компонент вектора (3), матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} y_{1k}^- \leq c_{11}x_{1k} + c_{12}x_{2k} + \dots + c_{1j}x_{jk} + \dots + c_{1m}x_{mk} \leq y_{1k}^+ \\ \dots \\ y_{ik}^- \leq c_{i1}x_{1k} + c_{i2}x_{2k} + \dots + c_{ij}x_{jk} + \dots + c_{im}x_{mk} \leq y_{ik}^+ \\ y_{mk}^- \leq c_{m1}x_{1k} + c_{m2}x_{2k} + \dots + c_{mi}x_{ik} + \dots + c_{mm}x_{mk} \leq y_{mk}^+ \end{cases} \quad (6)$$

Отримана система (5) є квадратною і відповідає випадку насиченого експерименту, який часто застосовується при дослідженні статичних систем з одним виходом. При цьому кількість спостережень співпадає з кількістю параметрів моделі системи. В теорії ідентифікації моделей вхід-вихід статичних систем цей випадок достатньо досліджений в працях [1,2]. Зокрема, користуючись результатами, отриманими в праці [1], за аналогією можемо стверджувати, що розв'язок системи (6) є апостеріорна множина оцінок параметрів стану $\bar{X}$, яка в просторі параметрів є m -вимірним паралелепіпедом, вершини $\bar{x}_k^p$, ($p=1..2^m$) якого обчислюються за формулами:

$$\bar{x}_k^p = C^{-1} \cdot \bar{Y}_k^p, \quad (p=1..2^m), \quad (7)$$

де $\bar{Y}_k^p$ – вектор, який є однією з 2^m комбінацій нижніх і верхніх меж інтервалів $[y_{ik}^-, y_{ik}^+]$.

Таким чином, якщо апіорну оцінку X_0 вектора параметрів задати у вигляді опуклої множини, що $\bar{X}_k \subset X_0 \quad \forall k=1..N$ та $A = \text{diag}(1, \dots, 1)$, то, користуючись різницеvim рівнянням еволюції множин (4) для даного випадку отримуватимемо послідовність множинних оцінок параметрів стану у вигляді m -вимірних паралелепіпедів (див. рис. 2) з вершинами

$$\bar{X}_{k+1} = C^{-1} \cdot \bar{Y}_{k+1}^p, \quad (8)$$

де $\bar{Y}_k^p$ – вектор, складений із комбінацій нижніх і верхніх меж інтервалів $[y_{ik+1}^-, y_{ik+1}^+]$:

$$y_{ik+1}^- = \max_{ik} \{y_{ik}^-, y_{ik+1}^-\}, \quad y_{ik+1}^+ = \min_{ik} \{y_{ik}^+, y_{ik+1}^+\} \quad (9)$$

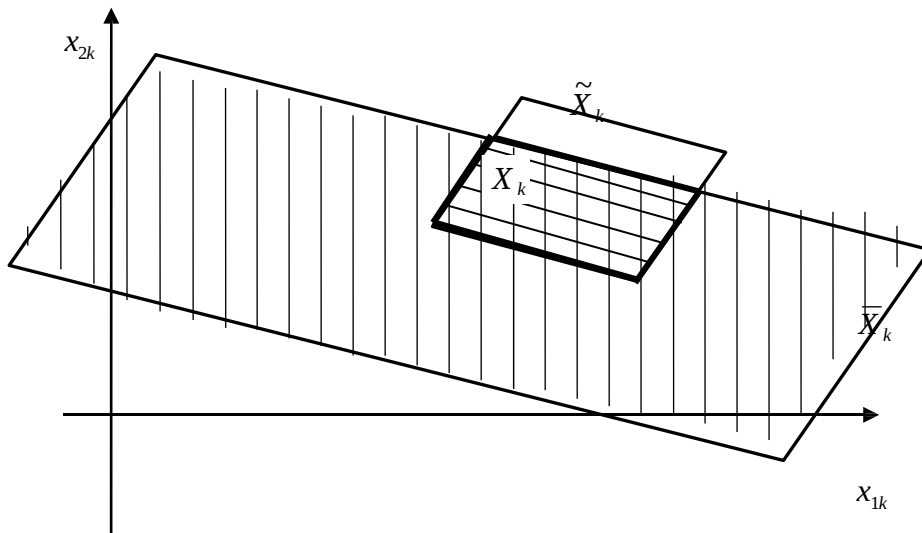


Рис. 2. Оцінка вектора параметрів стану в k -й момент часу для випадку $m=n$ та $A = \text{diag}(1, \dots, 1)$

Як видно із формул (7) та (8), обчислювальна процедура множинного оцінювання вектора параметрів станів у вигляді m -вимірного паралелепіпеда на основі співвідношень (6) суттєво спрощується.

Загальний випадок задачі оцінювання ($m \neq n$)

Для загального випадку ($m \neq n$) оцінювання вектора параметрів стану можна застосувати відомий в теорії ідентифікації інтервальних моделей вхід-вихід статичних систем метод локалізації множини параметрів моделей з виділенням насиченого блоку експерименту [1].

Спираючись на цей метод [1], отримуємо його модифікацію для оцінювання динаміки об'єкта управління. Суть модифікованого методу відображає рис. 3.

В k -й момент часу, замість гарантованої множини параметрів стану X_k , яка є многогранником (див. рис.1), використовуємо його локалізацію у вигляді m -вимірного паралелепіпеда. Тоді образ $\tilde{X}_k$ апіорної множинної оцінки вектора параметрів стану X_k , отриманий за допомогою лінійного перетворення (1), у просторі параметрів станів буде також m -вимірним паралелепіпедом. Різницеве рівняння еволюції множин (4) в k -й момент часу замінюємо на послідовність таких рівнянь:

$$\begin{aligned} X_{k+1}^1 &\supseteq \tilde{X}_k^1 \cap X_k^1 \\ &\vdots \\ X_{k+1}^l &\supseteq \tilde{X}_k^l \cap X_k^l \\ &\vdots \\ X_{k+1}^n &\supseteq \tilde{X}_k^n \cap X_k^n \end{aligned}, \quad (10)$$

де $\bar{X}_k^l$ – в просторі параметрів стану є "смуга", що задається одним із рівнянь системи (3) (див. рис. 3); $\tilde{X}_{k+1}^l$ – m -вимірний паралелепіпед, отриманий після опрацювання вимірювання l -го виходу в каналі вимірювань.

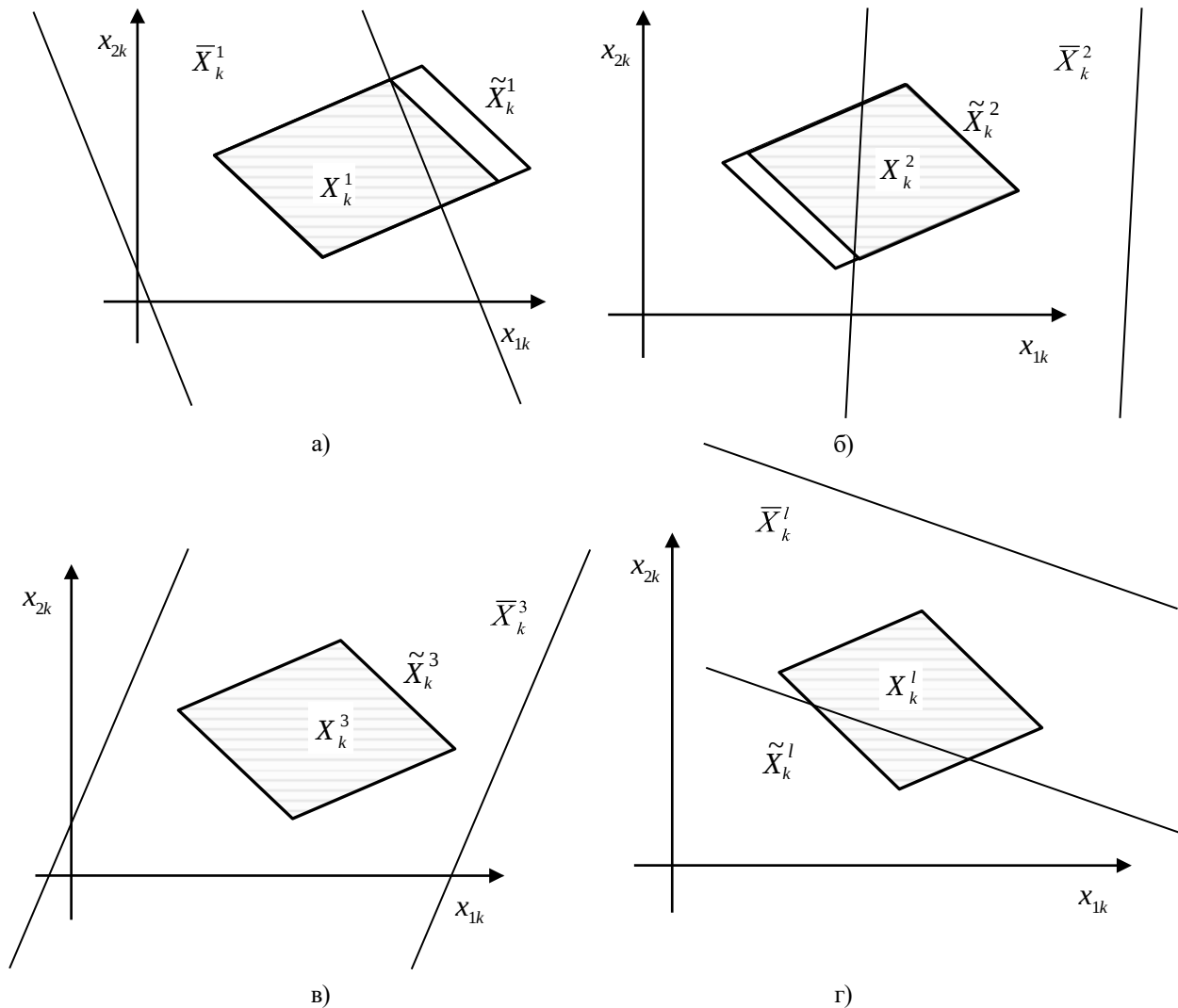


Рис. 3. Ілюстрація алгоритму локалізації множини параметрів стану об'єкта.

На рис. 3 а), б) показано, що після опрацювання вимірювання з одного виходу об'єкта розміри множинної оцінки вектора параметрів стану X_k зменшуються шляхом переміщення однієї із граней образу апіорної множини $\tilde{X}_k$. Рис. 3 в) ілюструє неінформативне спостереження одного із виходів об'єкта, розміри, оскільки множини $\tilde{X}_k$ не змінюються. На рис. 3 г) показано, що в цілому спостереження за l -тим виходом об'єкта є інформативним, однак розміри локалізаційної множини не змінюються через неможливість переміщення ні однієї грані множини $\tilde{X}_k$.

In work the features of estimation of the states of discrete control object on the basis of the supervisions at a "outputs" of object got as intervals are considered. Possibility of application for these of the enough developed methods of parametric identification of interval models of the static systems is shown. Procedure of estimation for the condition of equality of amount of parameters of the state and amount of output variables is separately considered.

Висновки

1. Аналіз задачі оцінювання станів об'єкта управління за умов обмежених похибок дозволив встановити можливість застосування для її розв'язку процедур

параметричної ідентифікації моделей статичних систем, побудованих на основі методів аналізу інтервальних даних.

2. Застосування методів аналізу інтервальних даних для оцінювання параметрів стану об'єктів управління за умови, коли кількість виходів динамічної системи співпадає з кількістю параметрів станів, дозволяє суттєво спростити обчислювальні процедури у порівнянні із існуючими, розробленими в межах теоретико-множинного підходу, а для загального випадку $m \neq n$ застосувати відомі в інтервальному аналізі методи локалізації множини параметрів моделей статичних систем.

Література

1. Дивак М.П. Метод локалізації гарантованих оцінок в задачах параметричної ідентифікації // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2000. - №4.- С. 12-17.
2. Лычак М.М. Множественная фильтрация. // Проблемы управления и информатики. – 1996. - №5. – С.63 – 75.
3. Лычак М.М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода. // Проблемы управления и информатики. – 1996. - №5. – С.34 – 41.
4. Кунцевич В.М., Лычак М.М. Получения гарантированных оценок в задаче параметрической идентификации. // Автоматика, №2. – С.49 – 59.
5. Кунцевич В.М., Кунцевич А.В. Активная идентификация и управление при ограниченных шумах // Пр. міжн. конф. з управління “АВТОМАТИКА-2000”, Львів 11-15 вересня 2000: В 7-ми томах. – Львів: Держ. НДІ інформ. інфраструкт., 2000.-Т. 1. - С .7-13.
6. Калман Р., Фалб П., Арbib М. Очерки по математической теории систем. - Москва: Мир, 1971.
7. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. – М.: Наука, 1988. – 320 с.

Одержано 19.01.04 р.