

МАШИНОБУДУВАННЯ, АВТОМАТИЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА ТА ПРОЦЕСИ МЕХАНІЧНОЇ ОБРОБКИ

УДК 621.88

Б.Гевко, докт. техн. наук; А.Драган

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ДО ПИТАННЯ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ R-ФУНКЦІЙ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ФОРМОУТВОРЕННЯ ГОФРОВАНИХ ГВИНТОВИХ ПРОФІЛІВ

Викладено теоретичні передумови процесу формоутворення гофрованих гвинтових профілів за допомогою профільованих інструментів, області та граничні конструктивні параметри поверхонь, які подані як безперервні функції безперервного аргумента в неявному вигляді. Описано математичну модель гвинтового профілю як похідну від узагальнених характеристик контура формоутворюючого інструмента.

Умовні позначення

$\vec{r}_{02}, \vec{r}_{03}, \vec{r}_{04}, \vec{r}_{05}, \vec{r}_A, d_1, d, d_a, h_a, h_f, h_{03}, h_{04}, h_{05}, l_{03}, l_{04}, l_{05}, l_m, t_G, \alpha, \mu, \lambda_G$ - геометричні функціонально-змінні характеристики профілю зубчатого гофра формоутворюючого інструмента ($d = t_G, \lambda_G = \arcsin(0,5t_G / b)$);

b - довжина гофрованої частини формоутворюючого інструмента;

$T_G, T_G(Z)$ - кроки гофра відповідно на торці і біжучому перерізі;

$\tilde{\xi} = \frac{T_G(Z)}{\pi}$ - параметр функціональної характеристики зміни профілю зубчатого гофра формоутворюючого інструмента;

ξ_0 - параметр, аналогічний модулю зчеплення гофрів інструмента;

n_z - кількість гофрів інструмента;

β - кут лінії зуба на початковому циліндрі;

ϕ_G - кутовий параметр переміщення системи координат YO_1X , що зв'язана з тілом інструмента;

$r_{ГГЗ}$ і $\tilde{r}^M$ - власні радіус-вектори точки профілю в системах координат гвинтового гофрованого профілю S_0 та інструмента Sl ;

i - номер ланки;

j - номер узагальнюючої координати $\tilde{\tau}$ для i -ої ланки переміщень;

$\bar{A}_{i-1,i}^j$ - квадратна матриця 4-го порядку перетворення координат;

$|\tilde{\varepsilon}|$ - ціла частина виразу $0,5 \cdot (n_z + 1)$.

Теоретичні дослідження процесів формоутворення гвинтових гофрованих профілів (ГГП) пов'язані з необхідністю математичного опису системи взаємодії інструмента з початковою заготовкою. Відомо, що загальнопоширеним є виклад особливостей конструктивного виконання профілів інструмента на базі параметричного подання окремих ділянок їх геометрії. Таке задання геометричної інформації ускладнює розв'язок питання дослідження енергосилових характеристик профілювання, так як особливості напружено-деформованого стану необхідно розглядати у вигляді крайової задачі теорії пружності і пластичності, а рівняння поверхні в цьому випадку вимагається подати в аналітичній формі $\Phi = \Phi(x, y, z) = 0$.

Серед можливих варіантів вирішення цього завдання є використання теорії апроксимації та аналогового подання за допомогою типових геометричних елементів. На даний час особливо широко використовується метод R-функцій [1, 2], так як він дає

можливість описувати області у вигляді єдиного аналітичного виразу безперервної функції безперервного аргументу, які володіють логічними особливостями і на цій основі у виді геометричної інтерпретації інтегруються у вирішення різних типів задач у формі складових елементів розрахункових алгоритмів як структурних елементів САПР, що адекватно сприймаються сучасним обчислювальним апаратом комп'ютерної математики [3, 4].

Враховуючи значний напрацьований досвід проектування та виготовлення зубчатих коліс та вимоги до формоутворення ГПП, вихідний контур інструмента можна спрощено одержати шляхом граничних переходів в значеннях параметрів аналогічного контура зубчатих коліс, що реалізують дозаполосне зачеплення Новікова, що прийнято як базовий для розрахунків [5]. Торцева проекція вказаного профілю на площину, перпендикулярну до осі інструмента, співпадає з профілем колеса Новікова і може бути графічно визначена на основі теорії суперпозиції елементарних опорних областей, що легко описуються відомими канонічними рівняннями [6].

Розрахункова схема контура інструмента для формоутворення ГПП подана на рис. 1.

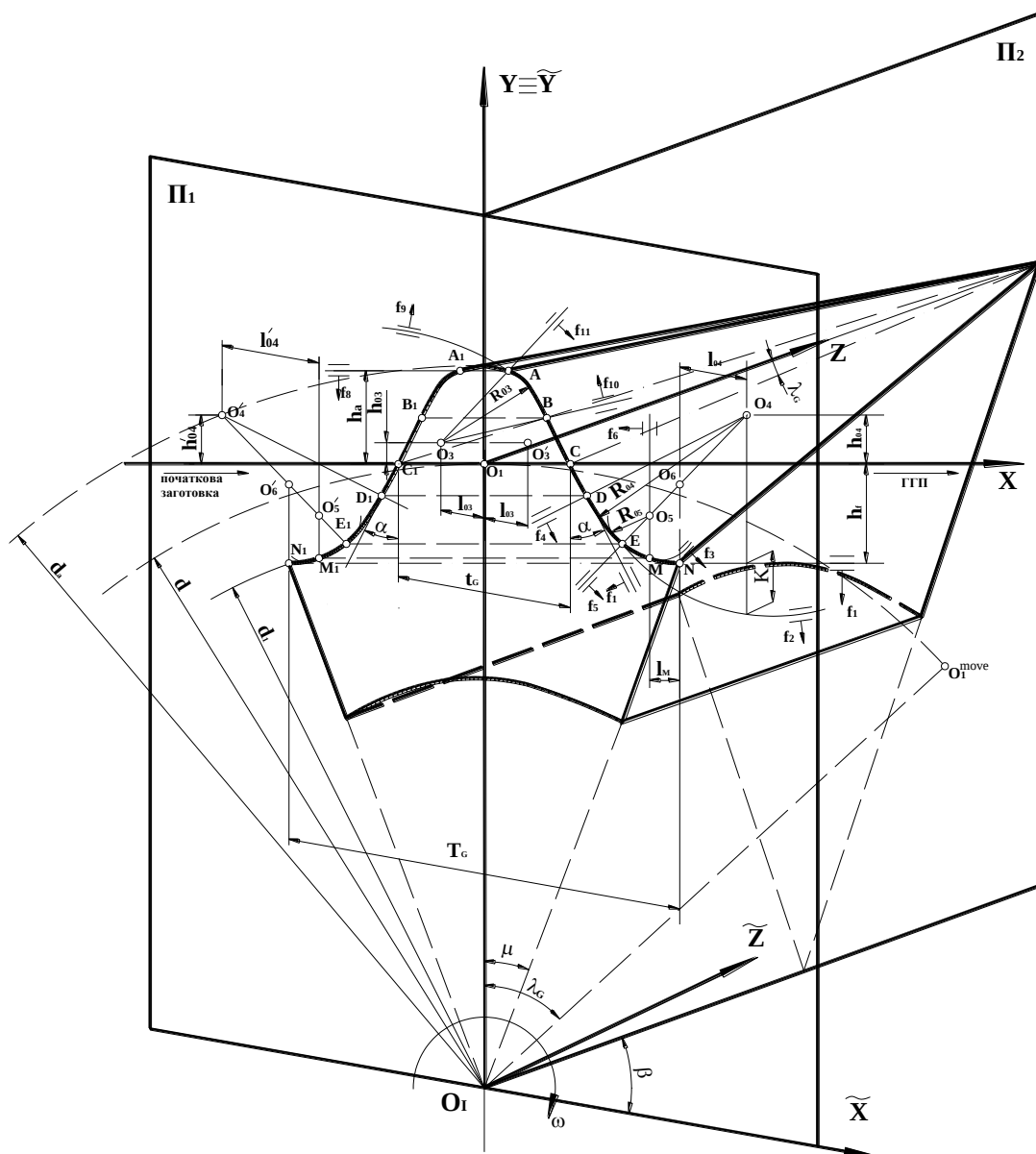


Рис. 1. Розрахункова схема інструмента для виготовлення ГПП

Базові точки опису профілю зубчатого гофра інструмента визначаються у системі координат $XYZO_1$ так:

$$\begin{aligned}
 \vec{R}_{O_2} &= x \cdot \vec{i} + (y - 0,5 \cdot d) \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}; \\
 \vec{R}_{O_3} &= -b \cdot \tilde{\xi} \cdot \vec{i} + d_1 \cdot \tilde{\xi} \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}; \\
 \vec{R}_{O_4} &= \tilde{\xi} \cdot (0,5 \cdot \pi + l_{04}) \cdot \vec{i} + h_{04} \cdot \tilde{\xi} \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}; \\
 \vec{R}_{O_5} &= \tilde{\xi} \cdot (0,5 \cdot \pi - l_1) \cdot \vec{i} + l \cdot \tilde{\xi} \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}; \\
 \vec{R}_A &= (\sqrt{(R_3 \cdot \tilde{\xi})^2 - (y - d_1 \cdot \tilde{\xi})^2} - b \cdot \tilde{\xi}) \cdot \vec{i} + h_a \cdot \tilde{\xi} \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Розглянемо випадок зміни вказаного параметра за лінійним законом:

$$\tilde{\xi} = \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}), \quad z \in [0; b]. \tag{2}$$

Така характеристика вибрана на основі врахування її простоти та поширеності використання для виготовлення ГПП та штампак (наприклад, Патент Болгарії № 36092).

Параметр ξ_0 можна розглядати як модуль зачеплення формоутворюючих інструментів.

Рівняння елементарних опорних підобластей інструмента визначаються так:

$$\begin{aligned}
 f_1 &\equiv (t_G^{\max} \cdot (\frac{1}{2} - \frac{z}{2 \cdot b}) - x) \cdot \text{ctg} \alpha - y \geq 0; \quad f_2 \equiv (x - x_{04})^2 + (y - y_{04})^2 - \\
 &- R_{04}^2 \cdot \xi_0^2 \cdot (1 - \frac{z}{b})^2 \geq 0; \quad f_3 \equiv (x - x_{05})^2 + (y - y_{05})^2 - R_{05}^2 \cdot \xi_0^2 \cdot (1 - \frac{z}{b})^2 \geq 0; \\
 f_4 &\equiv (x - x_{04}) \cdot \text{tg} \alpha + y_{04} - y \geq 0; \quad f_5 \equiv (x - x_{05}) \cdot (y_{04} - y_{05}) - (x_{04} - x_{05}) \cdot (y - \\
 &- y_{05}) \geq 0; \quad f_6 \equiv x_{05} - x \geq 0; \quad f_7 \equiv -y - h_f \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \geq 0; \quad f_8 \equiv h_a \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) - \\
 &- y \geq 0; \quad f_9 \equiv (x - x_{03})^2 + (y - y_{03})^2 - R_{03}^2 \cdot \xi_0^2 \cdot (1 - \frac{z}{b})^2 \geq 0; \quad f_{10} \equiv (x_{03} - \\
 &- x) \cdot \text{tg} \alpha + y - y_{03} \geq 0; \quad f_{11} \equiv (x - x_{03}) \cdot (y_A - y_{03}) - (y_A - x_{03}) \cdot (y - y_{03}) \geq 0.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Після перетворень отримаємо:

$$\begin{aligned}
 f_1 &\equiv (t_G^{\max} \cdot (\frac{1}{2} - \frac{z}{2 \cdot b}) - x) \cdot \text{ctg} \alpha - y \geq 0; \\
 f_2 &\equiv x^2 - \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \cdot (\pi + 2 \cdot l_{04}) \cdot x + y^2 - 2 \cdot h_{04} \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \cdot y + \\
 &+ \xi_0^2 \cdot (1 - \frac{z}{b})^2 \cdot (0,5 \cdot \pi + l_{04}) + h_{04} - R_{04}^2 \geq 0; \quad f_3 \equiv x^2 + y^2 + \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \times \\
 &\times (2 \cdot l_M - \pi) \cdot x - 2 \cdot h_{05} \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \cdot y + \xi_0^2 \cdot (1 - \frac{z}{b})^2 \cdot (0,25 \cdot \pi^2 - \pi \cdot l_M + \\
 &+ l_M^2 + h_{05}^2 - R_{05}^2) \geq 0; \quad f_4 \equiv x \cdot \text{tg} \alpha - y + \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \cdot (h_{04} - 0,5 \cdot \pi \cdot \text{tg} \alpha - \\
 &- a \cdot l_{04} \cdot \text{tg} \alpha) \geq 0; \quad f_5 \equiv x \cdot (h_{04} - h_{05}) + y \cdot (0,5 \cdot \pi - h_{04}) + \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \times \\
 &\times (l_M \cdot h_{04} - 0,5 \cdot \pi \cdot h_{04} + 0,5 \cdot \pi \cdot h_{05} + l_{04} \cdot h_{05}) \geq 0; \quad f_6 \equiv \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \times \\
 &\times (0,5 \cdot \pi - l_M) - x \geq 0; \quad f_7 \equiv -y - h_f \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \geq 0; \quad f_8 \equiv h_a \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) - \\
 &- y \geq 0; \quad f_9 \equiv x^2 + y^2 + 2 \cdot l_{03} \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \cdot x - 2 \cdot h_{03} \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \cdot y + \\
 &+ \xi_0^2 \cdot (1 - \frac{z}{b})^2 \cdot (l_{03}^2 + h_{03}^2 - R_{03}^2) \geq 0; \quad f_{10} \equiv -x \cdot \text{tg} \alpha + y - (h_{03} - l_{03} \cdot \text{tg} \alpha) \times \\
 &\times \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \geq 0; \quad f_{11} \equiv l_{03} \cdot y - h_{03} \cdot x + (h_{03} + l_{03}) \cdot h_a \cdot \xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}) \geq 0,
 \end{aligned} \tag{4}$$

де для $z=0$ $t_G = t_G^{\max}$ (рис. 1).

На основі методу суперпозиції із теорії R-функцій [2] вирази (4) запишемо в кон'юнктивно-диз'юнктивній формі:

$$\Omega(x, y, z) \equiv (f_1 \vee f_7) \vee (f_2 \wedge f_4 \wedge f_5) \vee (f_3 \wedge f_5 \wedge f_6) \wedge f_8 \wedge (f_9 \wedge f_{11} \wedge f_{10}) \geq 0. \quad (5)$$

Область контура одного гофрованого виступу формоутворюючого інструмента (ФІ), що приймає участь у формоутворенні одного гофра спіралі, визначається наявністю симетрії відносно площини O_1YZ , тому:

$$\Omega(x, y, z) \equiv \tilde{\Omega}(|x|, y, z). \quad (6)$$

Це дає підстави на основі теорії диз'юнкції подати рівняння гофрованої заготовки, яка при математичному моделюванні процесу обкатування формується інструментом:

$$I(x, y, z) \equiv \bigcup_{i=-|\tilde{\varepsilon}|}^{i=|\tilde{\varepsilon}|} \Omega(x + \pi \cdot (\xi_0 \cdot (1 - \frac{z}{b}))_i, y, z). \quad (7)$$

Окремим питанням досліджень є формоутворення ГГП за допомогою ФІ, гофровидні виступи якого розміщені під кутом $(0,5 \cdot \pi - \beta)$ відносно осі інструмента. Тоді реальний контур, що формує гофри на заготовці, можна подати як результат перерізу площиною, яка паралельна до торцевого перерізу ФІ у зачепленні.

$$\Omega_\beta(x, y, z) \equiv \tilde{\Omega}(x \cdot \cos(\beta), y, z). \quad (8)$$

Відзначимо, що при $\beta = 0$, $\Omega_\beta(x, y, z) \longrightarrow I(x, y, z)$.

Відносно глобальної системи координат $\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}$ формоутворюючого інструмента параметри геометрії профілю гофра необхідно перетворити, використовуючи співвідношення:

$$\begin{cases} x = \tilde{x} \cdot \cos(\varphi_G) - \tilde{y} \cdot \sin(\varphi_G) - 0,5 \cdot \varphi_G \cdot d; \\ y = \tilde{x} \cdot \sin(\varphi_G) + \tilde{y} \cdot \cos(\varphi_G) - 0,5 \cdot d; \\ z = \tilde{z}. \end{cases} \quad (9)$$

Тоді, підставивши вираз (9) у (4) в раніше записаній формі, одержимо вираз контура інструмента:

$$f_i(x(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \varphi_G), y(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \varphi_G)) \equiv \rho_i(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \varphi_G) \geq 0. \quad (10)$$

Торцевий профіль гофра інструмента є огинаючою сімейства ліній, що визначається виразом (9). Якщо до побудови рівняння огинаючої однопараметричного сімейства кривих підходити з класичних позицій (5), то вирішення можна знайти як перший інтеграл системи:

$$\begin{cases} \Omega(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \varphi_G)_{\tilde{z}=z_i} = 0; \\ \frac{d}{d\varphi_G}(\Omega(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}, \varphi_G)_{\tilde{z}=z_i}) = 0. \end{cases} \quad (11)$$

Так як рівняння контура ФІ складається із звичайних точок без самоперетину і самодотику, то як основу розрахунку гофр у формі детермінації рівнянь області виступу в неявній формі можна розглядати систему (11). Однак її розв'язок є ускладненим через наявність однопараметричного сімейства кривих опису заготовки (7) до закону переміщень (9). Тому, згідно з [2], розв'язок можна знайти, використовуючи операції R-диз'юнкції для сімейства кривих, що описуються рівняннями контура гофра інструмента. Це дає підстави групувати на основі диз'юнкції двох областей контура інструмента, які точково еквідистантні один від одного на деякій відстані $\tilde{R}$ відповідно до параметру φ_G , і поширити цю операцію на весь континуум (в системі R_1 функцій).

В результаті таких перетворень одержимо функціональне рівняння формоутворення гофрів як результативну функцію відповідно до теорії обкатування:

$$\tilde{\Omega}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \max[\tilde{y} - \lambda_R(\tilde{x}, \varphi_{GO}), \tilde{y} - \lambda_R(\tilde{x}, \varphi_{GO} + \tilde{R}), \tilde{z}_{\tilde{R}}], \quad \tilde{z}_{\tilde{R}} \in [0; b]. \quad (12)$$

Подамо вираз $\tilde{Q}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ у матричній формі

$$\tilde{r}^M = (\tilde{Q}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})_x \ \tilde{Q}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})_y \ \tilde{Q}(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})_z \ 1)^T. \quad (13)$$

Тоді доцільно ввести поняття функції формоутворення гвинтової заготовки у її власній системі координат як аналог відомої функції формоутворення системи верстата, розробленої у праці [8]. Це зумовлено необхідністю зав'язування координат точок гофрів у спряженні з інструментом у системі координат інструмента Sl_3 , координати тих же точок в системі ГП S_0 .

Тоді загальну функцію формоутворення, згідно з [8], можна подати так:

$$r_{ГГЗ} = \prod_{i=1}^l \bar{A}_{i-1,i}^j (q_i^j) \tilde{r}^M. \quad (14)$$

Лівий верхній блок 3×3 цієї матриці опише поворот системи інструмента Sl відносно свого початку координат O_i і є ортогональною матрицею 3×3 з визначником, що дорівнює 1.

Координати третього стовбця є декартовими координатами початку координат O_i системи S_i в системі S_{i-1} . Загальний вид матриці $\bar{A}^j$ для важливих узагальнених переміщень твердого тіла наведено у праці [8].

Авторами було спроектовано пристрій для виготовлення гофрованих гвинтових заготовок [9] (рис. 2).

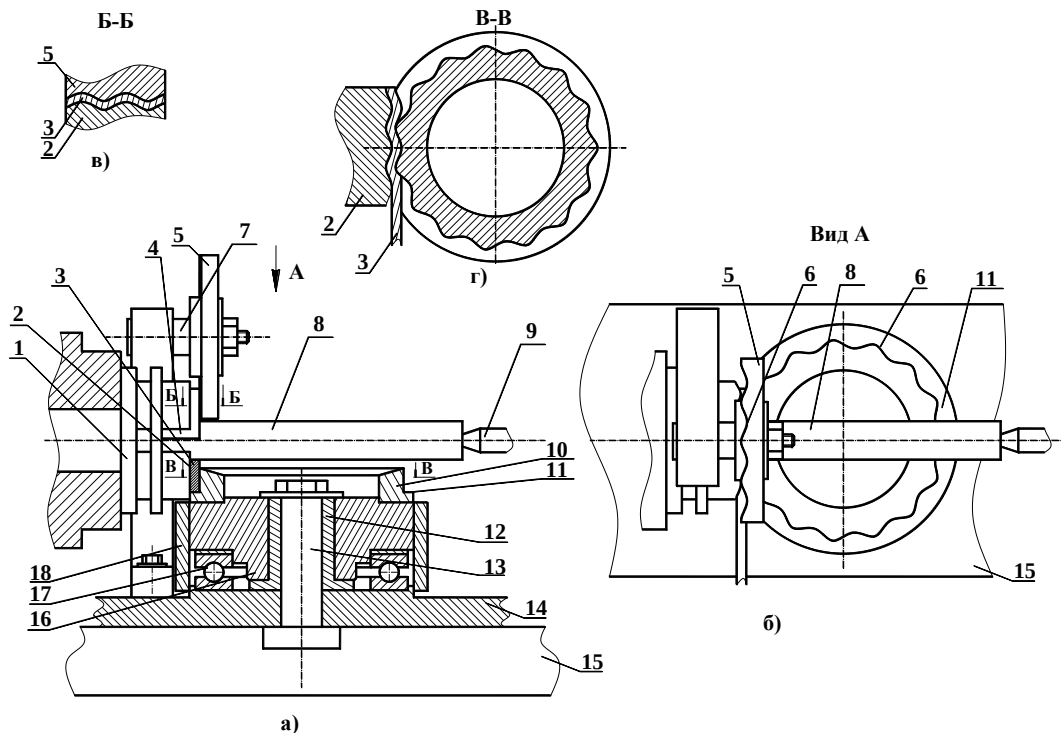


Рис. 2. Пристрій для виготовлення гофрованих гвинтових заготовок:
а) загальний вигляд; б) – вид по А; в) – січення по Б-Б; г) – січення по В-В

Пристрій для виготовлення гофрованих гвинтових заготовок виконано у вигляді ступінчастої оправи 1 із торцевим виступом 2, який виконано з кроком, що дорівнює товщині заготовки 3 з гофрами. Ступінчата оправа має осьовий паз 4 для закріплення кінця заготовки і привід обертання від шпинделя верстата. Притискування заготовки 3 до торцевого виступу 2 ступінчастої оправи 1 зверху здійснюється притискним роликком 5 з гофрованими поверхнями 6. Притискний ролик центральним отвором встановлений на вісь 7, яка паралельна до осі ступінчастої оправи 1, з можливістю вільного обертання. З правого боку ступінчата оправа переходить в менший діаметр 8, на який навивається гвинтова гофрована заготовка 3, а вільний кінець ступінчастої оправи підтискується піноллю задньої бабки 9. Знизу, під меншим діаметром 8, розміщений формуючий ролик 10, який виконано ступінчатим, верхня його ступиця виконана з гофрами по всій

висоті, які є аналогічними з гофрами притискного ролика 5. Формуючий ролик 10 з можливістю вільного обертання встановлено на осі, яка перпендикулярна до осі ступінчатої оправи і лежить з нею в одній вертикальній площині, він торцевою поверхнею 11 більшої ступиці є в контакті з ребром заготовки і притискує її до торцевого виступу 2 ступінчатої оправи знизу. Горизонтальне притискування заготовки 3 до ступінчатої оправи 1 здійснюється торцевою гофрованою поверхнею меншої ступиці формуючого ролика 10. Останній встановлено на підшипниковій втулці 12, яка вільно обертається на осі 13, закріпленій в кронштейні 14, який встановлений на супорті верстата 15 з можливістю переміщення, паралельно до осі ступінчатої оправи з подачею на оберт, що дорівнює товщині заготовки з гофрами. Для підвищення жорсткості пристрою формуючий ролик 10 спирається на кронштейн 14 через прокладку 16 і підшипник 17. Він закритий кожухом 18 для захисту механізму від забруднення.

Основними напрямками розвитку подальших досліджень на основі викладеної математичної моделі є:

- дослідження робочих поверхонь інструмента з метою оцінки відповідності математичним і фізичним умовам дотику до конструктивних параметрів гофрів ГПП вибраної конфігурації;
- дослідження кривизни контактних поверхонь та зведеної (еквівалентної) кривизни в точках дотику як необхідних передумов енергосилових розрахунків процесу формоутворення ГПП;
- дослідження кінематики у місцях дотику (взаємодії) формоутворюючих інструментів з початковою заготовкою з метою виявлення умов виходу ГПП із зони деформації і встановлення конструктивних параметрів ГПП.

Висновки:

1. Запропоновано оригінальну технологічну схему формоутворення ГПП і визначені конструктивні параметри ГПП за допомогою профільованих інструментів.
2. Встановлено, що математична модель гвинтового профілю з гофрованими елементами, що подані як похідна від узагальнених характеристик контура формувального інструмента дозволяє пов'язати параметри гвинтового профілю і формоутворюючого інструмента.
3. Описана оригінальна конструкція пристрою для виготовлення гвинтових гофрованих заготовок деталей машин відзначається високою продуктивністю і ефективністю.

It is brought theoretical conditions of process of forming the corrugated screw profiles by means of instruments, area and border design parameters of surfaces which are presented as unceasing functions of unceasing argument in evident type. Mathematical model of screw profile is brought as derivative from generalized features of sidebar of educational instrument of instrument.

Література

1. Рогатинський Р.М. Механіко-технологічні основи взаємодії шнекових робочих органів з сировиною сільськогосподарського виробництва: Дисертація доктора технічних наук 05.20.01., 05.05.05. – Тернопіль, 1997. – 454 с.
2. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. К.: Наукова думка, 1982. – 551 с.
4. Mathematica 4.0 Standard Add-on Packages. Wolfram Research, Inc. Wolfram Media, Inc, 1999.
5. H.F.W. Hoft., M.H. Hoft. Computing with Mathematica. Academic Press, 1998.
6. Краснощеклов Н.Н., Федякин Р.В., Чесноков В.А. Теория зацепления Новикова. – М.: Наука, 1976. – 174 с.
7. Севрюк В.Н. Теория круговинтовых поверхностей в проектировании передач Новикова. – Х.: Изд. Харьковского университета, 1972. – 167 с.
8. Родин П.Р. Основы проектирования режущих инструментов. Учебник.–К.: Высшая школа, 1990.–424с.
9. Решетов Д.Н., Портман В.Т. Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336 с.
10. Драган А.П. Технологічне забезпечення виготовлення і відновлення гвинтових гофрованих заготовок. Вісник Харківського державного технічного університету сільського господарства.-Випуск 21.-2003.- С. 408-412.

Одержано 15.01.04 р.