УДК 621.391:519.22

Г.Т. Черчик[1], О.В. Личак[1], д.т.н., старш. дослідник ; І.М. Яворський[1,2], д.ф.-м.н., проф.; Р.М. Юзефович[1,3], д.т.н., проф.;

[1] Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів, Україна
[2] Бидгощська політехніка, Бидгощ, Польща
[3] Національний університет "Львівська політехніка", Львів, Україна

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕНЯ ШАРУВАТИХ БАЛОК ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ МОДУЛІВ ПРУЖНОСТІ

H.T. Cherchyk[1]; O.V. Lychak[1], Dr. Sci., Senior Researcher; I.M. Javorskyj[1,2], Dr. Sci., Prof.; R.M. Yuzefovych[1,3], Dr. Sci., Prof.;

[1] Karpenko Physico-mechanical Institute of NAS of Ukraine, Lviv, Ukraine
[2] University of Sciences and Technology, Bydgoszcz, Poland
[3] *Lviv Polytechnic National University,* Lviv, Ukraine

EXPERIMENTAL STUDIES OF LAYERED BEAM TO DETERMINE ITS MODULE OF ELASTICITY

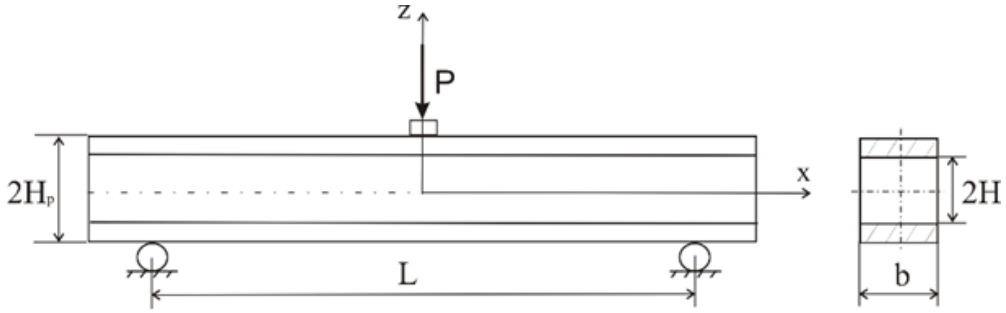
У сучасних конструкціях машин і механізмів часто застосовують шаруваті композитні тонкостінні елементи, що характеризуються властивостями міцності, пружними, вібраційними властивостями, які можна досліджувати визначивши модулі пружності шарів їх тонкостінних елементів. Розроблення методів визначення їх механічних властивостей є актуальним для конструкцій в авіаційних, космічних та інших галузях машинобудування.

У працях [1,2] запропоновано адаптивний алгоритм на основі узагальнених кінематичних апроксимацій і класичного методу Гальоркіна для еліптичної системи рівнянь лінійної теорії пружності, в якому гарантують існування і єдиність розв'язку задачі про напружено-деформований стан у шаруватих елементах за циліндричного згину. У роботі [3] запропонована методика визначення модулів пружності і зсуву однорідної балки, лицевого шару і заповнювача тришарової балки застосовуючи схему триточкового згину балки та уточнені розрахунки.

Розглядаються кінематичні апроксимації $U = U_e \cup U_d$ для симетричної тришарової балки (сандвіча) завтовшки $2H_p$ і внутрішнім шаром $-\ 2H$ (рис.1):

$$U_e - \begin{cases} u = \sum\limits_{i,k} u_{ik}^e z^{2i-1} \phi_k(x), \\ w = \sum\limits_{i,k} w_{ik}^e z^{2i-2} \gamma_k(x), \\ 0 < z < H, \\ 0 < x < L, \end{cases} \qquad U_d - \begin{cases} u = \sum\limits_{i,k} u_{ik}^d (z-H)^i \phi_k(x), \\ w = \sum\limits_{i,k} w_{ik}^d (z-H)^i \gamma_k(x), \\ H < z < H_p, \\ 0 < x < L. \end{cases} \tag{1}$$

де u, $w-$ відповідно тангенціальні та нормальні переміщення шарів; u_{ik}^e, w_{ik}^e, u_{ik}^d, w_{ik}^d – невідомі величини; $\phi_k(x) = \sin\dfrac{(2k-1)\pi x}{L/2}$, $\gamma_k(x) = \cos\dfrac{(2k-1)\pi x}{L/2}-$ координатні функції, які залежать від граничних умов на краях балки.



а) *б*)

Рис. 1. Схема навантаження (*а*) і перетин балки (*б*).

Узагальнений закон Гука у випадку циліндричного згину шарів балки буде

$$\sigma_{xx} = C_{xx}\varepsilon_{xx} + C_{xz}\varepsilon_{zz}, \quad \sigma_{zz} = C_{zx}\varepsilon_{xx} + C_{zz}\varepsilon_{zz}, \quad \tau_{xz} = G_{xz}\gamma_{xz}, \tag{2}$$

де у випадку плоского згину коефіцієнти жорсткості можуть бути виражені через технічні константи E_1, E_2, G, ν наступним чином

$$C_{xx} = \frac{E_1}{1-\nu^2 E_2 / E_1}, \; C_{zz} = \frac{E_2}{1-\nu^2 E_2 / E_1}, \; C_{xz} = \frac{\nu E_1}{1-\nu^2 E_2 / E_1}, \; G_{xz} = G.$$

Підставивши (1) і (2) у варіаційне рівняння Лагранжа

$$\int_V (\sigma_{xx}\delta\varepsilon_{xx} + \sigma_{zz}\delta\varepsilon_{zz} + \tau_{xz}\delta\varepsilon_{xz})dV = \int_{S_P} P\delta U dS, \tag{3}$$

і застосувавши метод Бубнова-Гальоркіна, отримуємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення амплітуд переміщень

$$[A]\bar{U} = \begin{bmatrix} A_1 & A_d \\ A_d^T & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_e \\ \bar{U}_d \end{bmatrix} = \bar{p}, \tag{4}$$

де ε_{ii} – деформації розтягу; γ_{ij} –деформації зсуву; σ_{ii} – нормальні напруження; τ_{ij} – дотичні напруження; V – об’єм балки; S_p – поверхня з відомими зусиллями; $[A]$ – блочна матриця жорсткості визначена подвійним інтегруванням за товщиною і довжиною балки; $\bar{U}$, $\bar{p}$ – вектори амплітуд переміщень і зовнішніх зусиль; T – індекс транспонування.

ЛІТЕРАТУРА

1. Diveyev B., Butyter I., and Shcherbyna N. High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 1. Theoretical approach // Mechanics of Composite Materials. – 2008. – 44, № 1. – P. 25–36.

2. Diveyev B., Butyter I., and Shcherbyna N. Influence of clamp conditions and material anisotropy on frequency spectra of laminated beams // Ibid. – 2011. – 47, № 2. – P. 149–160.

3. Визначення модулів пружності шаруватих балок на основі експериментальних досліджень та розрахункових моделей / Б.М. Дівеєв, І.С. Когут, І.Б. Бутитер, Г.Т. Черчик // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2012. – 48, № 3. – С. 24–30.