

УДК 539.3

В.С. Кравець (канд. фіз.-мат.наук), Н.А. Івантишин (канд. техн.наук), М.В. Філіпов
Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів, Україна.

ГРАНИЧНИЙ СТАН АНІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНИ ІЗ ЗАЛІКОВАНОЮ ТРІЩИНОЮ ЗА ПОПЕРЕЧНОГО ЗСУВУ

V. S. Kravets (Ph.D.), N. A. Ivantyshyn (Ph.D.), M. V. Filipov
LIMITING STATE OF ANISOTROPIC PLATE WITH A HEALED CRACK
UNDER TRANSVERSE SHEAR

Для відновлення роботоздатності пошкоджених конструкцій і споруд тривалої експлуатації в інженерній практиці застосовують метод ін'єктування дефектних зон рідинними матеріалами [1], які з часом тверднуть і “заліковують” наявні тріщини. Для армованих бетонів (залізо-, фібробетонів різного типу) виникає необхідність враховувати анізотропію пружних властивостей таких матеріалів [2]. Для тріщини нормального відриву відповідні задачі розглянули раніше. Тут на основі проведеного числового розв'язування задачі математичної теорії тріщин за поперечного зсуву анізотропної пластини з частково заповненим дефектом типу тріщини визначено вплив рівня заповнення поверхні тріщини на зміну коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) у її вершинах та граничного зсувного навантаження відповідної анізотропної пластини.

Нехай у результаті “заліковування” тріщини її береги на відріжку $(-a, a)$ склеєні ін'єкційним матеріалом, який утворив тонкий пружний прошарок товщиною $2h(x)$. Використовуючи зсувну модель вінклерівської основи проблему зведено до крайової задачі

$$\tau_{xy}(x) = -q + u_x^* G_0 / h(x), \quad \sigma_y = 0, \quad x \in (-a, a), \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = -q, \quad \sigma_y = 0, \quad x \in (-l, -a) \cap (a, l); \quad u_x = 0, \quad \sigma_y = 0, \quad x \in (-\infty, -l) \cap (l, \infty),$$

де $u_x^* = u_x + u_x^0$, $u_x^0 = a_{66} q u$, G_0 – модуль зсуву ін'єкційного матеріалу.

Із граничних умов для дотичних напружень (1) на основі залежностей для переміщень точок берегів тріщини вздовж осі Ox (за узагальненого плоского напруженого стану тіла) та відповідних комплексних потенціалів напружень для анізотропного тіла [2], отримано інтегродиференціальне рівняння [3]

$$\operatorname{Re} \left(\frac{\mu_2 - \mu_1}{\pi i (p_1 - p_2)} \right) \int_{-l}^l \frac{f'(t) dt}{t - x} - \frac{f(x) G_0}{h(x)} H(a - |x|) = q (a_{66} G_0 H(a - |x|) - 1), \quad |x| \leq l. \quad (2)$$

відносно невідомої функції переміщень $f(x)$ на відріжку $(-l, l)$ осі Ox

$$\partial u_x / \partial x = 2 \operatorname{Re} [(p_1 - p_2) \Phi_1(x)] = f'(x), \quad x \in (-l, l); \quad \Phi_1(z_1) = \frac{1}{2\pi i (p_1 - p_2)} \int_{-l}^l \frac{f'(x) dx}{x - z_1}. \quad (3)$$

Тут $p_k = a_{11} \mu_k^2 + a_{12} - a_{16} \mu_k$, μ_k ($k = 1, 2$) – комплексні корені характеристичного рівняння для анізотропного тіла [2], $H(x)$ – функція Гевісайда.

Для частково заповненої тріщини ($a < l$) числовий розв'язок сингулярного інтегродиференціального рівняння (2) отримано методом квадратур [4]. Для заповненої по всій своїй поверхні ($a = l$) тріщини у формі сплюсненого еліпса з півосями l і c ($l \gg c$) знайдено точний розв'язок цього рівняння [3].

Використавши залежності $f(t) = \int_{-l}^t f'(x) dx$, $f(\pm l) = 0$ і враховуючи кореневу

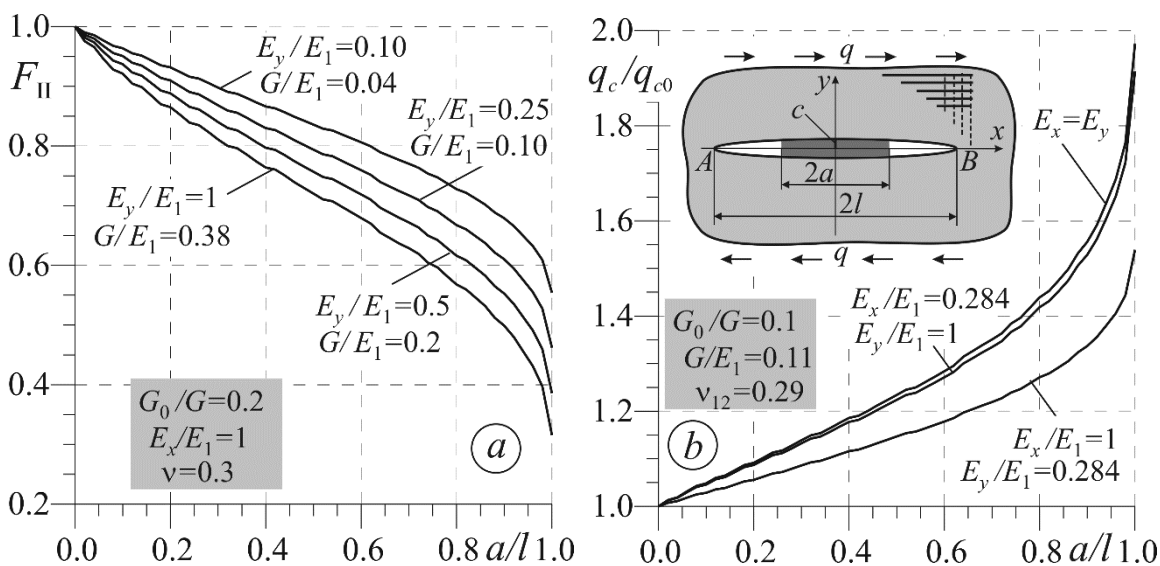
особливість підінтегральної функції на кінцях проміжку інтегрування, переходимо до визначення безрозмірної функції $u(\xi) = f'(x) \sqrt{1 - \xi^2}$, $x = l\xi$, $\xi \in [-1, 1]$. Рівняння (2), записане у безрозмірному вигляді, зведено до розв'язування системи N лінійних алгебричних рівнянь

відносно невідомих значень функції $u(\xi)$ у чебишовських вузлах $\xi_k = \cos\{\pi(2k-1)/(2N_v)\}$, $k = \overline{1, N_v}$. Для ортотропних матеріалів пластини ($\mu_1 = i\gamma_1$, $\mu_2 = i\gamma_2$) відносні КІН та критичне навантаження пластини (на основі силового критерію руйнування $K_{II}^\pm = K_{IIc}$) обчислювали за виразами

$$F_{II}^\pm = K_{II}^\pm / q\sqrt{\pi l} = \mp \frac{E_x}{q(\gamma_1 + \gamma_2)} u(\pm 1), \quad \frac{q_c}{q_{c0}} = \mp \frac{E_1(\gamma_1 + \gamma_2)}{E_x} u(\pm 1) \quad (4)$$

відповідно для правої (верхній знак) та лівої (нижній) вершин тріщини за відносного рівня навантаження $q/E_1 = 1$. Тут $q_{c0} = K_{IIc} / \sqrt{\pi l}$ – критичне навантаження пластини з незалікованою тріщиною ($a = 0$). Для розрахунків брали тріщини у формі сплющеного еліпса з півосями l, c ($c/l = 0.1$), для якого $h(x) = c\sqrt{1-x^2/l^2}$.

За сталого відношення модулів зсуву $G_0/G=0.2$ зниження відносних КІН F_{II} (4) суттєво залежить від рівня заповнення тріщини (параметра a/l) а також від пружних характеристик ортотропного матеріалу пластини (G, E_y, E_x, ν_{xy}) та модуля зсуву G_0 ізотропного матеріалу заповнювача (рис. а). Відносне критичне навантаження (4) ортотропної пластини (склопластик SP-250/Ер ($E_2/E_1 = 0.284$, $G/E_1 = 0.11$, $\nu_{12} = 0.29$)) за сталого відношення $G_0/G = 0.1$ ($\nu_0 = 0.33$) зі зростанням рівня заповнення тріщини ($a/l \rightarrow 1$) стає значно більшим, коли $E_y > E_x$ (рис. б).



Дослідження проведені в рамках виконання гранту
Національного фонду досліджень України № 2023.04/0132.

1. Panasyuk V. V., Marukha V. I., and Sylovanyuk V. P. Injection Technologies for the Repair of Damaged Concrete Structures. – Dordrecht–Heidelberg–New York–London: Springer, 2014. – 230 p.
2. Savruk M. P. and Kazberuk A. Stress Concentration at Notches. – Cham: Springer, 2017. – 516 p.
3. Силованюк В. П., Івантишин Н. А. Заліковування тріщин зсуву в анізотропних тілах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2020. – **56**, № 5. – С. 118–123.
4. Саврук М.П. Двовимірні задачі пружності для тіл з тріщинами. – К.: Наук. думка, 1981. – 324 с.