

УДК 538.375:517.11

В.А. Кривень д.ф.-м.н., проф.; В.Б. Валяшек к.ф.-м.н., доц.; Л.І. Цимбалюк к.ф.-м.н., доц.; Н.І. Блашак к.ф.-м.н., доц.

Тернопільський національний технічний університет ім. Івана Пулюя, Україна

МЕТОД КУСКОВО-АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ В ЗАДАЧАХ РОЗВИТКУ ПЛАСТИЧНИХ СМУГ ПРИ ВЕРШИНАХ ТРІЩИНИ

Kryven V.A. Dr., Prof.; Valiashek V.B. Ph.D., Assoc. Prof.; Tsymbaliuk L.I. Ph.D., Assoc. Prof.; Blaszcak N.I. Ph.D., Assoc. Prof.

METHOD OF PIECEWISE ANALYTICAL FUNCTIONS IN THE PROBLEMS OF PLASTIC BANDS DEVELOPMENT AT CRACK VERTEX

Аналіз напружено деформівного стану (НДС) тіла з концентраторами напружень методами теорії пружності при великих навантаженнях, а також для матеріалів із підвищеною в'язкістю руйнування може виявитися недостатнім. Більш точний вимагає урахування пластичних деформацій в околі концентраторів напружень, що призводить до складних математичних задач. А тому, для їх урахування розроблено математичні моделі, що пропонують компроміс між точністю аналізу і складністю задачі. Так, у випадку тіл з тріщинами нормального розриву, однією з найбільш вдалих і плодотворних виявилася модель Дагдейла-Панасюка, у якій витримується умова пластичності на продовженні тріщини, але допускається перевищення границі текучості при вершині тріщини в інших напрямках. Її заслужено великій популярності сприяло експериментальне підтвердження та зведення задач до лінійних інтегральних рівнянь або до лінійних задач Рімана-Гільберта [1].

У випадку складного зсуву тіл з концентратом напружень розвинуто дискретно-лінійну модель пластичних деформацій у формі в'язки смуг з центром у вершині концентратора, яка не призводить до перевищення границі текучості поза смугами в'язки [2]. У цій роботі та інших працях, присвячених розвитку смугових пластичних деформацій у тілах з вирізами і включеннями в стані антиплоскої деформації, задачі приводилися до нелінійних крайових теорій функцій комплексної змінної, розв'язання яких зводилося до побудови конформних відображень для комплексного потенціалу, що попередньо потребувало виділення в його області аналітичності однолистої підобласті.

Нижче наведемо розв'язання задачі про розвиток пластичних смуг на продовженні тріщини поздовжнього зсуву без зведення до задачі конформного відображення.

Як у роботі [3], НДС пружно-пластичного тіла $-\infty < x, y, z < +\infty$ з прямолінійною тріщиною $|x| \leq l, y = 0$ під діючим на нескінченності зсувним навантаженням $\tau_{xz} = 0, \tau_{yx} = \tau_\infty$, визначення комплексного потенціалу зводиться в області $D = \{(x, y): x > 0, y > 0\}$ комплексної площини $\zeta = x + iy$ до нелінійної крайової задачі щодо аналітичної у цій області функції $\tau(\zeta) = \tau_{yz}(x, y) + i\tau_{xz}(x, y)$:

$$\operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0, \zeta = iy, 0 < y < +\infty; \quad \operatorname{Re} \tau(\zeta) = 0, \zeta = x + i0, 0 < x < l;$$

$$|\tau(\zeta)| = k, \zeta = x \pm i0, l < x < L; \quad \operatorname{Im} \tau(\zeta) = 0, \zeta = x, L < x < +\infty;$$

$$\tau(\zeta) = \tau_\infty + o(1), \zeta \rightarrow \infty,$$

де k – зсувна границя текучості матеріалу тіла.

Шляхом впровадження нової невідомої $\varphi = \ln \tau(t)$, $t = \zeta^2$ ($t \in G = \{\operatorname{Im} t > 0\}$), отримуємо лінійну задачу для аналітичної в G функції $\varphi(t)$ із кусково постійним модулем та аргументом на дійсній осі:

$$\operatorname{Im} \varphi = 0, -\infty < t < 0; \operatorname{Im} \varphi = \frac{\pi}{2}, 0 \leq t \leq l^2; \operatorname{Re} \varphi = 0, l^2 < t < L^2; \operatorname{Im} \varphi = 0, L^2 \leq t < +\infty.$$

Її розв'язок можна подати в вигляді:

$$\varphi = \frac{1}{\pi} \sqrt{(t-l)(L-t)} \int_0^l \frac{d\rho}{\sqrt{(\rho-l)(L-\rho)(\rho-t)}}.$$

Звідси після обчислень і перетворень отримуємо

$$\varphi = \frac{1}{2} \ln \frac{(L-l)t}{(L+l)t - 2lL - 2\sqrt{lL}\sqrt{(t-l)(t-L)}},$$

де $\sqrt{(t-l)(t-L)} = t + o(t), t \rightarrow \infty$.

Повернувшись до змінної ζ , знаходимо розв'язок вихідної задачі у замкнутій формі:

$$\tau = k \frac{L\sqrt{\zeta^2 - l^2} - l\sqrt{\zeta^2 - L^2}}{\zeta\sqrt{L^2 - l^2}}, \quad L = l \frac{k^2 + \tau_\infty^2}{k^2 - \tau_\infty^2},$$

що співпадає із раніше отриманим [3] попереднім зведенням до задачі конформного відображення.

Використаний тут підхід дозволяє розширити клас задач, доступних для дослідження аналітичними методами, оскільки, не використовуює конформного образу області аналітичності шуканої функції і не потребує виділення у цій області її однолистої частини.

Література

1. Привалов І.І. Вступ до теорії функцій комплексної змінної // ДНТВ України. Харків. 1938. – 382 С.
2. Кривень В.А. Узагальнене представлення зони пластичності при антиплоскій деформації пружнопластичного тіла із гострокінцевим концентратором напружень // Доп. АН УРСР. Сер.А. – 1983. - №2.- С.31-34.
3. Kryven' V. A. Antiplane problem for an elastic perfectly plastic body with biperiodic system of rhombic notches// Materials Science. 2001. Vol. 37. No. 6. P. 866–872.

УДК 621.77; 621.314

Я.О. Ковальчук, к.т.н., доц., Н.Я. Шингера, к.т.н., доц., М.В.Шингера

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

ТРИМКІСТЬ ЗВАРНОЇ ФЕРМИ ПРИ ТЕПЛОВИХ ВПЛИВАХ

Ya. Kovalchuk, Ph.D., Assoc. Prof., N. Shynhera, Ph.D., Assoc. Prof., M. Shynhera
STABILITY OF A WELDED TRUSS UNDER THERMAL EFFECTS

Метою досліджень є визначення тримкості зварної підкроквяної ферми при підвищенні температури до 500°C.

Зменшення тримкості ферми при підвищенні температури зумовлено зниженням межі текучості сталей і, як наслідок цього, виникненням в елементах ферми пластичних деформацій при штатних навантаженнях, які зумовлюють руйнування конструкції.

Стандартні зразки зі сталі ВСт3пс досліджено розтягом на випробувальному комплексі СТМ-100 в термокамері при різних температурах. За результатами натурних досліджень виявлено вплив температури на межу текучості сталі ВСт3пс (рис. 1), з якої виготовлено ферму.

Температурний вплив на тримкість зварної прямокутної ферми 6000x1000 з кутникового профілю 75x75x7 мм зі сталі ВСт3пс досліджено методом комп'ютерного моделюючого експерименту з використанням прикладного програмного пакету Ansys