

УДК 621.372

П. Чопик¹; Б. Русин¹, докт. фіз.-мат. наук;
О. Ковальчук², канд. фіз.-мат. наук

¹Фізико-механічний інститут імені Г.В. Карпенка ІАН України

²Тернопільський державний медичний університет імені І. Горбачевського

ПОБУДОВА ЗОБРАЖЕННЯ ТРИВИМІРНОГО ОБ'ЄКТА НА ОСНОВІ МОДЕЛІ ЛАМБЕРТА

У статті розглядається процес формування зображення об'єкта на основі моделі Ламберта. Запропоновано удосконалену модель з врахуванням властивостей джерела світла, зменшення інтенсивності світла з відстанню при перспективному проектуванні для використання в системах розпізнавання та відновлення зображень 3D об'єктів. Проаналізовано діаграми освітленості при відбиванні світла від простих поверхонь для ортогональної і перспективної проєкцій.

P. Chopyk, B. Rusyn, O. Kovalchuk

A CONSTRUCTION OF IMAGE OF 3D OBJECT BASED ON THE LAMBERT MODEL

In this paper the process of forming of image of object is examined on the basis of Lambert model. The improved model is offered taking into account properties of light sources, diminishing of intensity of light with distance at the perspective planning for the use in the systems of recognition and proceeding in the images of 3D objects. The diagrams of luminosity are analysed at the reflection of light from simple surfaces for orthogonal and perspective projections.

Постановка проблеми

Відомо, що на те, як світло відбивається від поверхні, впливають наступні фактори: розташування та орієнтація об'єкта, відбивальні властивості поверхні. Враховуючи це, було створено цілий ряд моделей, які описують відбивання світла від поверхні [1]. Моделі відбивання світла можна поділити на дві категорії: *фізичні та геометричні* [2]. Фізична модель використовує електромагнітну теорію світла і є більш загальною, однак вона досить часто виявляється непридатною для застосування в машинній графіці через складність реалізації. З іншого боку, геометричні моделі мають більш простий функціональний вигляд. У 1970 році Бертольд Хорн застосував радіометричний метод відбивання світла у формуванні зображення, що дозволило детальніше аналізувати цифрові зображення. Зокрема, він показав, що форма поверхні може бути відновлена з одного зображення на основі аналізу його напівтонів [3]. У дослідженнях Хорна використовувалась спрощена модель відбивання світла від поверхні, що дало можливість значно спростити розрахунки. В подальших дослідженнях удосконалювались, в основному, алгоритми реалізації методу [4]. Стоїть питання в удосконаленні моделі відбивання світла, котра б не ускладнювала алгоритми, але забезпечувала більш точніші результати.

Вважається, що освітленість у точці, в основному, залежить від дифузного відбивання, яке визначається глибинними шарами матеріалу, і дзеркального відбивання від зовнішніх шарів матеріалу (рис.1). Відбивання від гладкої поверхні (наприклад, дзеркала чи нерухомої поверхні води) відбувається дзеркально. Відбивання від шорсткуватих поверхонь (таких, як папір, одяг, асфальтова дорога) відбувається дифузно. На практиці процес відбивання можна подати як комбінацію дифузної та дзеркальної компонент. Дзеркальне відбивання описується законами геометричної оптики ($\alpha = \beta$) і проявляється у вигляді бліків на зображенні, причому відбитий промінь зберігає властивості променя, що падає на поверхню. При побудові зображень з врахуванням дзеркального відбивання зазвичай користуються емпіричною моделлю Фонга. Дифузне відбивання розглядається фотометрією.

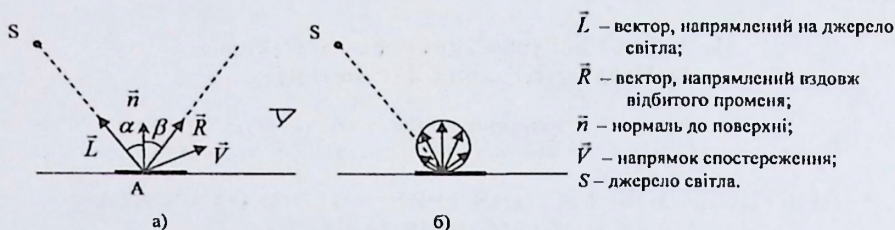


Рисунок 1 – Відбивання світла від поверхні: а) дзеркальне; б) дифузне.

Моделі відбивання, як правило, відрізняються в представленні функції відбиваючої здатності (BRDF). BRDF – функція, яка пов'язує енергію світла, що надходить на поверхню від джерела, і енергію, що випромінюється в напрямку спостереження внаслідок відбивання (рис. 2):

$$\text{BRDF}(\lambda, \delta\theta_s, \varphi, \theta_T),$$

де λ – довжина хвилі падаючого світла; (φ, θ_s) – напрямок на джерело; $(\delta\theta_T)$ – напрямок на приймач (θ_s, θ_T – азимутальні кути). BRDF може бути поділена на три таких компоненти: дзеркальний, направлений дифузний і однорідний дифузний. Функцію відбивальної здатності можна визначити за допомогою спеціальних приладів, наприклад, гоніорефлектометрів (рис. 3). Такі прилади використовують прецизійні джерела світла і точно відкалібровані сенсори для вимірювання відбивання при всіх можливих комбінаціях положень джерела світла і приймача. Вони дають можливість з

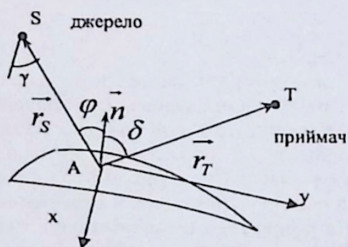


Рисунок 2 – Геометрія відбивання світла.

високою точністю визначити функцію випромінювальної здатності, однак є досить дорогими. Тому на практиці вибирається модель в залежності від потреби Використання. У випадку, коли потрібна висока реалістичність зображення (3D рендерінг), застосовують більш складніші моделі: Фонга, Бліна, Кука-Торанса, Орена-Наяра (узагальнена модель Ламберта), Мінаєра та ін.

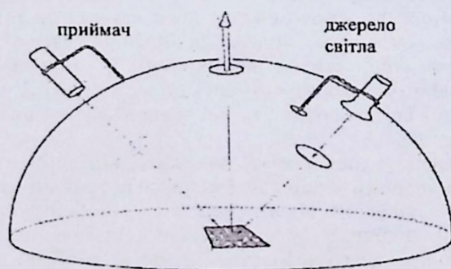


Рисунок 3 – Гоніорефлектометр.

Однією з найпростіших є модель Ламберта відбивання світла від поверхні [5, 1]: відбивання відбувається дифузно і рівномірно у всіх напрямках. Вона є достатньо хорошою апроксимацією відбивання від матових поверхонь, котрі однаково виглядають у всіх напрямках. Водночас ця модель є найбільш поширеною і часто використовується при відновленні форми поверхні як за стереозображеннями, так і за даними про напівтони. Розглянемо принципи побудови зображення об'єкта при відбиванні світла від поверхні,

використовуючи модель Ламберта.

Найчастіше у літературі [6, 7] розглядаються випадки, коли відома інтенсивність світла біля самої поверхні і не враховується природа джерела і зменшення

інтенсивності з відстанню. На практиці ж відомою є сила світла джерела, а не освітленість біля поверхні. Розглянемо цей випадок. Нехай маємо точкове джерело світла S з силою світла dl . Якщо джерело не точкове, то кожну його нескінченно малу ділянку можна розглядати як окреме незалежне джерело. В загальному випадку $dl = dl(\gamma)$, де γ – кут між нормаллю до поверхні і напрямком поширення. Тоді освітленість у кожній точці поверхні, створена точковим джерелом, визначається співвідношенням

$$dE = \frac{dl(\gamma)}{r_s^2} \cos \varphi, \quad (1)$$

де φ – кут між напрямком на джерело і нормаллю до поверхні; r_s – відстань до джерела [8]. У випадку неточкового джерела (наприклад, у вигляді диска) вираз (1) потрібно проінтегрувати по поверхні джерела. Освітленість у кожній точці поверхні обчислюється як

$$E = \int_S \frac{dl(\gamma)}{r_s^2} \cos \varphi; \quad (2),$$

$$E = \int_S \frac{dl(\gamma)}{r_s^2} \frac{(\vec{r}_s, \vec{n})}{|\vec{r}_s| |\vec{n}|},$$

де $\vec{n}$ – одиничний вектор нормалі до поверхні в даній точці.

Використовуючи часткові похідні, можна записати:

$$\vec{n} = \left(\frac{-p}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{-q}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}}, \frac{1}{\sqrt{p^2 + q^2 + 1}} \right),$$

$((p, q) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \right))$ — часткові похідні поверхні в даній точці).

В свою чергу, поверхня сама стає джерелом світла. Світність поверхні (світловий потік, що випромінюється з одиничної площадки поверхні у всіх напрямках) запишемо:

$$R = kE, \quad (3)$$

де k – коефіцієнт відбивання (альbedo, $0 \leq k \leq 1$), який залежить від матеріалу поверхні і довжини хвилі. Його можна визначити дослідно чи взяти з довідників світлотехнічних властивостей матеріалу [9].

Для характеристики відбивання світла в заданому напрямку використовується *яскравість* B . Для реальних поверхонь $B = \rho(\delta, \theta_r) R$, де $\rho(\delta, \theta_r)$ – функція відбивальної здатності поверхні. В моделі Ламберта вважається, що відбите світло розсіюється рівномірно у всіх напрямках, тоді :

$$B = \frac{R}{\pi}. \quad (4)$$

Використовуючи цей факт і розглядаючи поверхню як сукупність точкових джерел з силою світла $I_i = \frac{kE}{\pi}$, можна знайти освітленість на приймачі, тобто побудувати зображення. Для цього використовують два методи:

- ортогональна проєкція;
- перспективна проєкція.

У першому випадку зображення будується внаслідок паралельного проєктування, в другому – центрального проєктування. Перший випадок, хоча і є більш простим, не відповідає реальному сприйняттю зображення людиною. Тому використання перспективної проєкції є більш реальним (наприклад, застосування діафрагми у фотоапаратах).

На основі розглянутої вище моделі відбивання світла змодельовано процес побудови зображення деяких найпростіших поверхонь у двохмірному випадку (рис. 4). Джерело світла вважалося ізотропним.

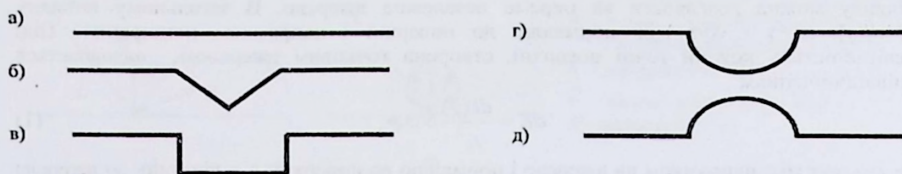


Рисунок 4 – Прості поверхні.

У результаті отримано діаграми освітленості на поверхні (що відповідає освітленості на приймачі при ортогональній проекції) і на приймачі (рис. 5). Як бачимо, вони дещо відрізняються, що дає підставу говорити про вплив залежності освітленості від відстані при близькому розташуванні джерела світла, поверхні і приймача.

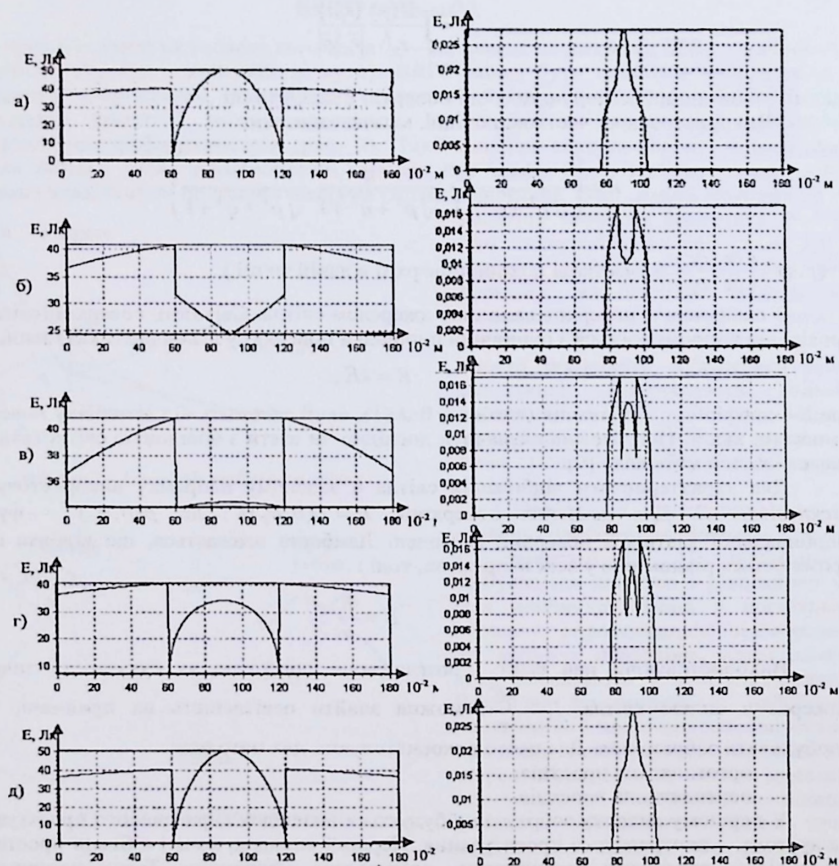


Рисунок 5 – Діаграми освітленості на поверхні і на приймачі для простих поверхонь.

Висновки

Отримані результати можна застосовувати при побудові зображень тривимірних об'єктів, коли приймач розташований на невеликій відстані від об'єкта, що не дає можливості використовувати ортогональне проєктування, зокрема, при відновленні форми тривимірного об'єкту за напівтонами і в системах розпізнавання зображень. Зображення, побудовані на основі цієї моделі, є більш реальними, оскільки враховано залежність освітленості від відстані.

Література

1. Frank Losasso. Surface Reflection Models, Proceedings of European Conference on Computer Vision (ECCV 2001), Copenhagen, 27 May - 2 June 2002. – P. 754 – 761.
2. Jiahua Wu. Rotation Invariant Classification of 3D Surface Texture Using Photometric Stereo. Edinburg, Heriot-Watt University, 2003. – 256 p.
3. Бертольд Хорн. Определение формы по данным о полутонах. Психология машинного зрения / под ред. П. Уинстона, М.: Мир, 1978. – 344 с.
4. Ruo Zhang, Ping-Sing Tsai, James Edwin Cryer and Mubarak Shah. Shape from Shading: A Survey. Technical Report, Computer Vision Lab School of Computer Science University of Central Florida. 1999. – 41 p.
5. L. B. Wolff, S. K. Nayar and M. Oren. Improved Diffuse Reflection Models for Computer Vision// International Journal of Computer Vision, Vol 30, October 1998, – P. 55 – 71.
6. Foley, J., van Dam, A., Feiner, S., and Hughes, J. Computer Graphics, Principles and Practice. Addison-Wesley, Reading, MA. 1990. – 1175 p.
7. E. Prados, O. Faugeras "Perspective Shape from Shading" and Viscosity Solution. Nine IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV 2003), Nice, France, October 2003, 2-volume set, – P. 826 – 831.
8. У. Претт. Цифровая обработка изображений, М.: Мир, 1982. – 794 с.
9. Purdue University. Thermophysical Properties of Matter, vol. 7-8-9, 1970. – 320 p.

Одержано 14.05.2006 р.

УДК 517.52/524: 517.58/589

М.Ленюк¹, докт.фіз.-мат.наук; М.Шелестовська², канд.техн.наук

¹Чернівецький факультет Національного технічного університету
"Харківський політехнічний інститут"

²Тернопільський національний економічний університет

**ПІДСУМОВУВАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РЯДІВ
МЕТОДОМ СКІНЧЕННОГО ГІБРИДНОГО ІНТЕГРАЛЬНОГО
ПЕРЕТВОРЕННЯ ТИПУ ЛЕЖАНДРА 2-ГО РОДУ – ФУР'Є –
(КОНТОРОВИЧА-ЛЕБЕДЕВА)**

Методом порівняння розв'язку крайової задачі на полярній осі $r \geq R_0 > 0$ з двома точками спряження для сепаратної системи модифікованих диференціальних рівнянь Лежандра, Фур'є та Бесселя, побудованого, з одного боку, методом функцій Коші, а з другого боку – методом скінченного гібридного інтегрального перетворення типу Лежандра-Фур'є – (Конторовича-Лебедева), підсумовано поліпараметричну сім'ю функціональних рядів за системою власних елементів даного гібридного диференціального оператора.