

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ. МАТЕМАТИКА. ФІЗИКА

MATHEMATICAL MODELING. MATHEMATICS. PHYSICS

УДК 621.391;538.56

Я. Драган, докт. фіз.-мат. наук.; М. Хвостівський;
Г. Шадріна, канд. техн. наук

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОД ВИЯВЛЕННЯ ЕЛЕКТРОПОТЕНЦІАЛЬНОГО ВІДГУКУ СІТКІВКИ ОКА У СУМІШІ ІЗ ЗАВАДАМИ

Розроблено метод, який дає можливість оперативно із заданою достовірністю виявити електропотенціальний відгук сітківки ока (ЕПВСО). Задача формулюється так, що необхідно виявити ЕПВСО у суміші із завадою типу білого гаусівського шуму (БГШ) за енергійними умовних еталонів норм і патологій. При цьому для вибору рішення застосовано критерій Неймана-Пірсона.

Y.Dragan; M.Khvestivsky; H.Shadrina

A METHOD WHICH ENABLES TO DETECT THE ELECTRO-POTENTIAL RESPONSE OF THE EYE RETINA IN THE MIXTURE WITH NOISE

A method which enables with given confidence operatively detect the electro-potential response of the eye retina (EPRER) has been developed. The problem is formulated in a such way that it is necessary to detect EPRER in the mixture with noise such as white Gaussian noise after energies of conditional etalons of norms and pathologies. Thus for making a decision the Neyman-Pirson criterion is applied.

Вступ

У клінічній офтальмології широко визнані електрофізіологічні методи дослідження, які побудовані на основі морфологічного аналізу електропотенціального відгуку сітківки ока (ЕПВСО) на світлове збурення [1].

Дослідження зорової системи пов'язане з проблемою виявлення малого за величиною ЕПВСО у суміші із завадами, спричиненими наведенням зовнішніх електромагнітних полів і впливом багатьох артефактів, таких, як: темнова адаптація, загальний стан пацієнта та інші [1]. Внаслідок цього морфологічні параметри (МП) ЕПВСО (амплітуда, латентні часи та інші) в залежності від виду завади можуть набувати різних значень і ставати недостовірними для діагностування зорової системи [2].

Дану проблему в офтальмології, зокрема в системах CALYPSO, ДКЗО-01 та інших, вирішують методом усереднення певної (K) кількості ресстрацій суміші, внаслідок чого дисперсія завад зменшується в $\sqrt{K}$ разів і із зростанням кількості ресстрацій усереднений сигнал прямує до ЕПВСО. Але даний метод пов'язаний з незручностями, викликаними суб'єктивною та об'єктивною втомою пацієнта [1,2].

Тому побудова нового методу, який би дав змогу за однією ресетрацією виявляти ЕПВСО з певною достовірністю, на сьогодні є досить актуальною задачею.

1. Метод виявлення ЕПВСО на тлі завад

Попередній аналіз, проведений в [4], показує, що ЕПВСО можна розглядати як випадковий процес, який є сумішшю дискретного корисного ЕПВСО і завади:

$$\xi(i\Delta t) = s(i\Delta t) + n(i\Delta t), \quad (1)$$

де $s(i\Delta t)$ - дискретний ЕПВСО, $n(i\Delta t)$ - завада, Δt - крок дискретизації ($\Delta t = \frac{1}{2f}$, f - частота ЕПВСО з умов теореми Котельникова), i - номер відліку.

За аналогією з [3] покладемо, що:

$$\xi(i\Delta t) = A \cdot s(i\Delta t) + n(i\Delta t), \quad (2)$$

де A - невідомий параметр ($A \in \{0,1\}$).

Невідомий параметр A може приймати тільки одне з двох значень: $A=1$ (в суміші $\xi(i\Delta t)$ присутній ЕПВСО) і $A=0$ (в суміші $\xi(i\Delta t)$ відсутній ЕПВСО). Тому задача виявлення ЕПВСО із суміші є частковим випадком загальної задачі статистичної перевірки гіпотез. Розглянемо дві гіпотези H_0 і H_1 :

$H_0 : \xi(i\Delta t) = s(i\Delta t) + n(i\Delta t)$ - присутній ЕПВСО;

$H_1 : \xi(i\Delta t) = n(i\Delta t)$ - відсутній ЕПВСО.

Нехай завада - дискретний білий гаусівський шум (ДБГШ), який має рівномірну спектральну густину потужності N_0 (Вт/Гц) у смузі частот і нормальну функцію розподілу, як і в [3].

Спектральну густину потужності ДБГШ обчислюємо за формулою:

$$N_0 = \Delta t D = \frac{\Delta t \sum_{i=1}^m (\xi(i\Delta t) - s(i\Delta t))^2}{m-1}, \quad (3)$$

де D - дисперсія, m - кількість відліків.

Основною характеристикою випадкового процесу є імовірність, зокрема функція розподілу імовірності, яка характеризує залежність випадкової величини від імовірності її появи.

Функцію розподілу шуму типу ДБГШ для m відліків, згідно з властивостями БГШ, подамо у вигляді:

$$W(\xi(i\Delta t) | H_1) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^m \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^m \xi^2(i\Delta t) \right). \quad (4)$$

Тоді функція розподілу ЕПВСО і шуму для m відліків:

$$W(\xi(i\Delta t) | H_0) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^m \exp \left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^m (\xi^2(i\Delta t) - s(i\Delta t))^2 \right), \quad (5)$$

де $\sigma = \sqrt{D} = \sqrt{N_0}$ - середньоквадратичне відхилення.

Використовуючи байєсівську концепцію, отримаємо відношення правдоподібності функцій розподілу (4) і (5):

$$\Lambda = \frac{W(\xi(i\Delta t)|H_0)}{W(\xi(i\Delta t)|H_1)} = \exp \left\{ \frac{2}{N_0} \sum_{i=1}^N \xi(i\Delta t) s(i\Delta t) - \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N s^2(i\Delta t) \right\} \underset{H_1}{\overset{H_0}{\geq}} \Lambda_0, \quad (6)$$

де Λ_0 - деяке порогове значення.

Логарифмуючи ліву і праву частини нерівності (6), а також враховуючи монотонність і зростаючий характер логарифмічної функції, з (6) отримаємо:

$$q = \frac{2}{N_0} \sum_{i=1}^N \xi(i\Delta t) s(i\Delta t) - \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^N s^2(i\Delta t) \underset{H_1}{\overset{H_0}{\geq}} \ln(\Lambda_0), \quad (7)$$

де $q = \ln \Lambda_0$.

Для того, щоб виявити ЕПВСО $s(i\Delta t)$ у суміші із завадами $n(i\Delta t)$, необхідно задатися попередніми (априорними) відомостями, наприклад енергією сигналу, оскільки без них неможливо розрізнити ЕПВСО від будь-якого іншого сигналу, що унеможливило процес виявлення. Здається енергіями-станонами умовної норми і патології дискретного ЕПВСО, які обчислимо за формулою:

$$E = \sum_{i=1}^m s^2(i\Delta t) = \text{const}. \quad (8)$$

Підставимо вираз (8) в (7) і, виконавши певні перетворення, отримаємо:

$$q = \frac{2}{N_0} \sum_{i=1}^N \xi(i\Delta t) s(i\Delta t) \underset{H_1}{\overset{H_0}{\geq}} \frac{E}{N_0} + \ln(\Lambda_0) = U_0, \quad (9)$$

де U_0 - абсолютний поріг.

При $q > U_0$ приймається рішення про наявність ЕПВСО в суміші; а при $q < U_0$ констатується його відсутність.

При кінцевому значенні енергії ЕПВСО і ДБГШ вибір рішення про присутність норми або патології завжди супроводжується помилками двох видів: 1) норма або патологія відсутня, БГШ перевищує U_0 і приймається неправильне рішення про присутність (помилка 1-го роду); 2) норма або патологія присутня, але БГШ не перевищує U_0 і приймається помилкове рішення про відсутність (помилка 2-го роду).

В теорії виявлення сигналів помилку 1-го роду прийнято називати імовірністю хибної тривоги, яку обчислюють за формулою [3, 4]:

$$p_f = \int_{U_0}^{\infty} p(q|H_1) dq = \int_{U_0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi N_0 E}} \exp \left(-\frac{q^2}{N_0 E} \right) dq = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{U_0}{\sqrt{N_0 E}}} \exp(-q^2) dq = \frac{1}{2} [1 - \Phi(l)], \quad (10)$$

де $p(q|H_1)$ - умовна густина імовірності розподілу величини q при відсутності ЕПВСО;

$$\Phi - \text{інтеграл імовірності } \Phi(x) = \text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-q^2} dq;$$

$$l - \text{відносний поріг } l = \frac{U_0}{\sqrt{N_0 E}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}\sigma}.$$

Тоді імовірність правильного рішення (вибір гіпотези H_0) згідно з [1]:

$$P_d = \int_{U_0}^{\infty} p(q | H_0) dq = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{U_0 - E}{\sqrt{N_0 E}}}^{\infty} \exp(-q^2) dq = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{U_0 - E}{\sqrt{N_0 E}}} \exp(-q^2) dt = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\frac{U_0 - E}{\sqrt{N_0 E}})], \quad (11)$$

де $p(q | H_0)$ - умовна густина імовірності розподілу величини q при присутності ЕПВСО.

Оскільки помилкове рішення може призвести до небажаних і важких наслідків (зокрема, неправильне лікування зорової системи, яке призначається на основі діагнозу), тому будемо розглядати тільки такі рішення, для яких при заданому значенні імовірності хибної тривоги p_f імовірність правильного рішення p_d максимальна, – критерій Неймана-Пірсона [3, 4].

З рівняння (10) при заданій мінімальній імовірності p_f визначимо відносний поріг l :

$$l = \Phi^{-1}(1 - 2p_f). \quad (12)$$

Підставивши вираз (12) в (11) і враховуючи непарність функції $\Phi(x)$, отримаємо імовірність правильного рішення:

$$p_d = \frac{1}{2} \left[1 + \Phi \left(\frac{\sqrt{\frac{2E}{N_0}}}{\sqrt{2}} - \Phi^{-1}(1 - 2p_f) \right) \right]. \quad (13)$$

Враховуючи (9), (10) і (12), отримаємо вираз для обчислення значення порогу U_0 :

$$U_0 = \sqrt{N_0 E} \cdot \Phi^{-1}(1 - 2p_f) + \frac{E}{N_0}. \quad (14)$$

Метод, який дозволить з підвищеною достовірністю p_d і з мінімальною помилкою рішення p_f виявляти норму чи патологію ЕПВСО у суміші, матиме вигляд:

- 1) формування відношення правдоподібності для шуму і суміші ЕПВСО з шумом;
- 2) порівняння отриманого значення з порогом U_0
- 3) вибір рішення (норма чи патологія).

За вище наведеним методом будемо створити структурну схему алгоритму виявлення, наведену на рисунку 1.

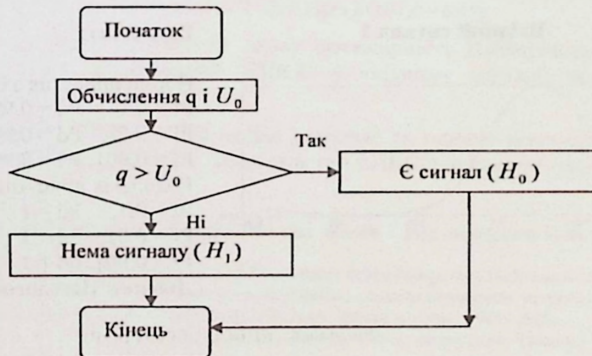


Рисунок 1 - Структурна схема алгоритму виявлення ЕПВСО.

2. Результати комп'ютерного дослідження

За експериментальними даними, які відібрані в Тернопільській обласній лікарні №1, визначимо умовну норму ЕПВСО (рисунок 2) і патологію центральної дегенерації сітківки ока (рисунок 3)

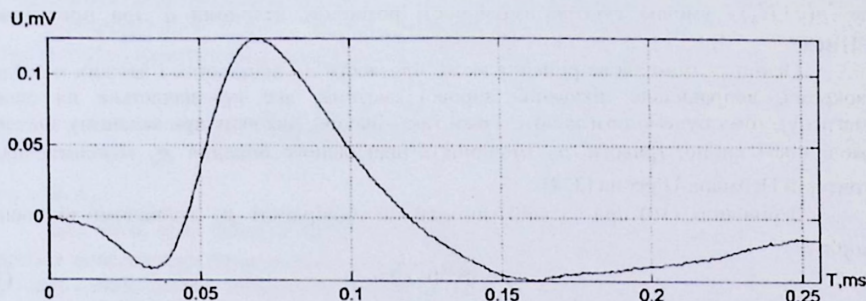


Рисунок 2 - Умовна норма.

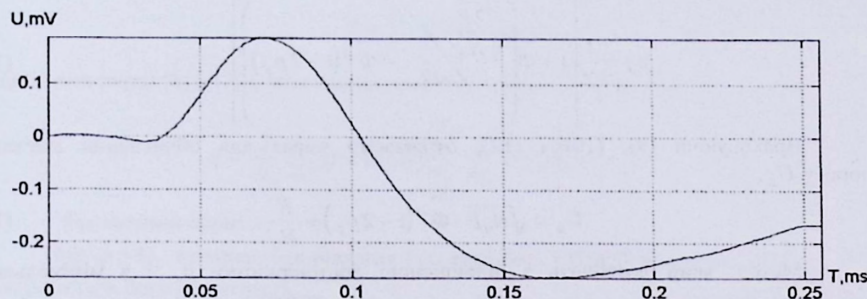
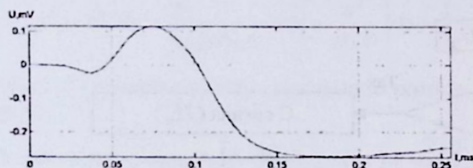


Рисунок 3 - Умовна патологія (центральна дегенерація сітківки ока).

Експериментально відібрані норму і патологію ЕПВСО адитивно залуємо БГШ різними значеннями $\sigma=0$ і $\sigma=0.07$, згенерованими за допомогою функції `potmtd` у середовищі Matlab 6.5. Відповідно до схеми алгоритму на рисунку 1 і формул (13, 14) проводимо комп'ютерне дослідження, результати якого подані нижче.

Вхідний сигнал 1

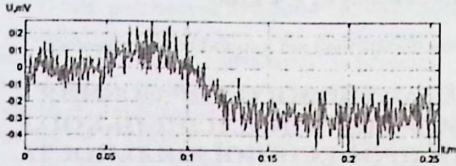


Результат:

Норма присутня з імовірністю
 $Pf = 0.1, Pd = 0.9999996996718$
 $Pf = 0.01, Pd = 0.99999389644701$
 $Pf = 0.001, Pd = 0.99984687651304$
 Патологія присутня з імовірністю
 $Pf = 0.1, Pd = 1$
 $Pf = 0.01, Pd = 1$
 $Pf = 0.001, Pd = 1$
Діагноз: Патологія

Рисунок 4 - ЕПВСО з БГШ ($\sigma=0$).

Вхідний сигнал 1

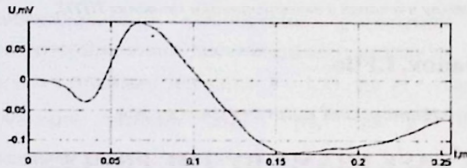


Результат:

Норма відсутня з імовірністю
 $Pf = 0.1$, $Pd = 0.99999820070909$
 $Pf = 0.01$, $Pd = 0.99983371824874$
 $Pf = 0.001$, $Pd = 0.99999571542474$
 Патологія присутня з імовірністю
 $Pf = 0.1$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.01$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.001$, $Pd = 1$
 Діагноз: Патологія

Рисунок 5 - ЕПВСО з БГШ ($\sigma = 0.07$).

Вхідний сигнал 2

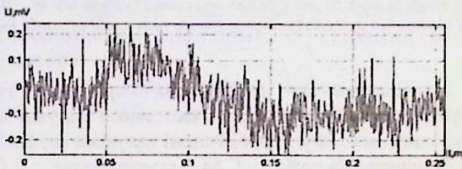


Результат:

Норма присутня з імовірністю
 $Pf = 0.1$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.01$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.001$, $Pd = 1$
 Патологія відсутня з імовірністю
 $Pf = 0.1$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.01$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.001$, $Pd = 1$
 Діагноз: Норма

Рисунок 6 - ЕПВСО з БГШ ($\sigma = 0$).

Вхідний сигнал 2



Результат:

Норма відсутня з імовірністю
 $Pf = 0.1$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.01$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.001$, $Pd = 1$
 Патологія присутня з імовірністю
 $Pf = 0.1$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.01$, $Pd = 1$
 $Pf = 0.001$, $Pd = 1$
 Діагноз: Норма

Рисунок 7 - ЕПВСО з БГШ ($\sigma = 0.07$).

При зростанні потужності шуму достовірність (імовірність присутності або відсутності норми чи патології ЕПВСО у вхідному сигналі) залишається досить високою.

Висновок. Розроблений метод дозволяє за однією реєстрацією оперативно і точно із заданою достовірністю визначити тип ЕПВСО (норма чи патологія).

Література

1. Современная офтальмология: Руководство для врачей / Под редакцией В.Ф. Данничева // СПб.: Питер, 2000. - 672 с.
2. Rilk A.J. The Flicker Electoretinogram in Phase Space: Embeddings and Techniques. Aalen. - 2003. - 93 p.
3. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ радиотехнических устройств и систем: Учебное пособие для высших учебных заведений. - Москва: Радио и связь, 1991. - 608с.
4. Сверхширокополосные технологии в радиолокации / Под редакцией Тейлора Д.Д. // Бока Ратон, Лондон, Нью-Йорк, Вашингтон, 2000.