

ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ ТЕХНОЛОГІЇ

INSTRUMENT-MAKING AND INFORMATION-MEASURING SYSTEMS

УДК 66.023

І. Лучейко, канд. техн. наук; М. Ямко, канд. техн. наук; В. Гетманюк

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ОСОБЛИВОСТІ ПЕРЕХІДНОГО РЕЖИМУ РОБОТИ ПРОТОЧНОГО РЕАКТОРА ІДЕАЛЬНОГО ЗМІШУВАННЯ ПРИ ГАРМОНІЧНОМУ ЗБУРЕННІ КОНЦЕНТРАЦІЇ РЕАГЕНТУ У ВИПАДКУ ОБОРОТНОЇ РЕАКЦІЇ $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$

Аналітично доведено, що інерційні ефекти системи «проточний реактор ідеального змішування (РІЗ) + проста оборотна реакція» внаслідок гармонічного збурення стаціонарної концентрації на вході визначаються комплексом частоти (динамічною чутливістю) та комплексами взаємозв'язаних статичних чутливостей апарата і реакції. Встановлено характерні залежностей чутливостей швидкостей прямої та зворотної реакції від їх порядків і виходу продукту. Розраховано час затухання перехідного процесу, який із ростом частоти збільшується, але одночасно зменшення амплітуд коливань вихідних концентрацій фактично ніяк не впливає на стаціонарність режиму РІЗ.

I. Lucheyko, M. Yamko, V. Getmaniyk

CHARACTERISTIC PROPERTIES OF TRANSIENT CONDITION OF PERFECT-MIXING CONTINUOUS REACTOR AT HARMONIC PERTURBATION OF CONCENTRATION OF REAGENT IN CASE OF REVERSIBLE REACTION $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$

Inertia effects in perfect-mixing continuous reactor – simple reversible reaction system at harmonic perturbation of inlet concentration determine by dimensionless group of frequency (by dynamic sensitivity) and by interconnected of dimensionless groups of static sensitivities apparatus and reaction is analytically proved. Dependences of sensitivities of velocities direct and reverse reactions as a function of reaction orders and yield reaction product is ascertained. Response time with growth of frequency is increase but in synchronism with decrease of amplitudes of oscillations exit concentrations, and stationarity of steady-state condition of reactor practically is not disturb.

Вступ. Актуальність математичного моделювання, зокрема хіміко-технологічних систем, при позірній легкості одержання числових результатів на ЕОМ поза сумнівом. Проте аналітичні розв'язки мають незаперечні переваги. Їх суттєво більша інформативність дозволяє висвітлити причинно-наслідкові зв'язки, тобто розібратися у внутрішній природі розглядуваної системи, і – як практичний наслідок – дати фізично обґрунтовані рекомендації щодо підвищення ефективності її функціонування [1-7].

Робота є прямим продовженням [6, 7], де встановлено, що характерні як перехідного, так і усталеного режимів у системі РІЗ + реакція при гармонічній зміні концентрації реагенту $c_1^{\text{вх}}$ на вході залежать від комплексу $\bar{\omega} = \omega \tau_0$ ($\omega = 2\pi/T$ – циклічна частота, рад/с; T – період коливань, с; τ_0 – середній час перебування

інгредієнтів в апараті, с) та комплексів a_i , $a = a_1 + a_2 - 1 \geq 1$ статичних ($\bar{\omega} \ll 1$) чутливостей елементів і системи в цілому. Показано, що з ростом $\bar{\omega}$ інерція зростає. Однак детально перехідний процес у [6] не вивчався.

Мета роботи – дослідження специфіки інерційної поведінки системи, зокрема розрахунок конкретного часу затухання перехідного режиму та з'ясування його впливу на стаціонарність роботи РІЗ.

1. Вихідні дані. Постановка задачі. Розв'язки задачі опису нестационарного режиму роботи системи РІЗ + реакція $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$, спричиненого гармонічним збуренням $\varepsilon_1^{\text{ст}} = c_1^{\text{ст}} - 1 = E \sin \omega t$ ($c_1^{\text{ст}} \geq 0 \Rightarrow E \leq 1$) стаціонарного значення $c_{01}^{\text{ст}} = 1 \Leftrightarrow E = 0$ ($\omega = 0$) початкової концентрації A_1 , с сумами інерційних та гармонічних складових і в безрозмірній формі мають вигляд [6]:

$$\begin{aligned} c_0 \varepsilon_1 / E &= \frac{c_0}{E} (\varepsilon_1^{\text{ст}} + \varepsilon_1^{\text{ап}}) = \frac{\bar{\omega}(a_2 - 1) \exp(-\bar{\tau})}{(a - 1) \bar{\omega}_*^2} + \frac{\bar{\omega}(a_1 - 1) \exp(-a\bar{\tau})}{(a - 1) \bar{\omega}^2} + \frac{\bar{\omega}_2}{\bar{\omega}_* \bar{\omega}} \sin(\bar{\omega} \bar{\tau} + \varphi_1); \\ x_0 \varepsilon_2 / E &= \frac{x_0}{E} (\varepsilon_2^{\text{ст}} + \varepsilon_2^{\text{ап}}) = \frac{\bar{\omega}(a_1 - 1) \exp(-\bar{\tau})}{(a - 1) \bar{\omega}_*^2} - \frac{\bar{\omega}(a_1 - 1) \exp(-a\bar{\tau})}{(a - 1) \bar{\omega}^2} + \frac{a_1 - 1}{\bar{\omega}_* \bar{\omega}} \sin(\bar{\omega} \bar{\tau} + \varphi_2), \end{aligned} \quad (1)$$

де $x_0 = 1 - c_0$ – номінальний ступінь перетворення реагенту; $|\varepsilon_i| \ll 1$ – відносні відхилення концентрацій компонентів від номіналів – малі збурення на виході (абсолютні відхилення $\Delta c_1 = c_0 \varepsilon_1$, $\Delta c_2 = \alpha x_0 \varepsilon_2$); $E = \varepsilon_{1\text{max}}^{\text{ст}} = \Delta c_{1\text{max}}^{\text{ст}}$ – амплітуда на вході; $E_1 = E \bar{\omega}_2 (c_0 \bar{\omega}_* \bar{\omega})^{-1}$, $E_2 = E (a_1 - 1) (x_0 \bar{\omega}_* \bar{\omega})^{-1}$ – усталені амплітуди ε_i на виході; $\varphi_1 = -\arccos[(a_2 + a_1 \bar{\omega}^2)(\bar{\omega}_* \bar{\omega})^{-1}]$, $\varphi_2 = -\arccos[(a - \bar{\omega}^2)(\bar{\omega}_* \bar{\omega})^{-1}]$ – зсуви фаз; $\bar{\omega}_* = (1 + \bar{\omega}^2)^{1/2}$, $\bar{\omega}_2 = (a_2^2 + \bar{\omega}^2)^{1/2}$, $\bar{\omega} = (a^2 + \bar{\omega}^2)^{1/2}$ – введені в роботі [6] нові комплекси (вказемо на явну відсутність $\bar{\omega}_1$!); $\bar{\tau} = \tau / \tau_0$ – час.

Як випливає з (1), збурення кінцевих концентрацій визначаються різними комбінаціями, зрештою, двох величин $\bar{\omega}$ й a , так як a_i , a системно взаємозв'язані [7]

$$a_i - 1 = \beta y_0 (a_2 + m - 1) = \beta y_0 (a + m - 1) (\beta y_0 + 1)^{-1}, \quad (2)$$

де $\beta = n / m$ – симплекс порядків прямої та зворотної реакції; $y_0 = x_0 / c_0$.

При високих ($\bar{\omega} \gg a$) частотах вплив комплексів a_i майже не проявляється, а при низьких ($\bar{\omega} \ll 1$) – навпаки – фактично немає впливу $\bar{\omega}$ [6, 7].

Таким чином, величину $\bar{\omega} = \sqrt{a^2 + \bar{\omega}^2}$ можна трактувати як модуль деякої «повної» чутливості системи в уявній (комплексній) області. Тоді в цій інтерпретації $\bar{\omega} = \omega \tau_0$ – це чисто динамічна (в термінах теоретичних основ електротехніки – «реактивна») складова $\bar{\omega}$; відзначимо при цьому рівноправні внески (добуток) зовнішньої частоти збурення $\omega = 2\pi / T$ та внутрішньої дії реактора τ_0 або, розуміється, протилежні внески фізичних величин частки τ_0 / T .

Загальна статична – «активна» – чутливість a системи до збурення концентрації $c_1^{\text{ст}}$ є сумою чутливості $a \equiv 1 \Leftrightarrow \omega_0^{n-p_0} \equiv 1 / \tau_0$ РІЗ як апарата (при відсутності реакції) та чутливості a_i , $-1 \equiv \bar{\omega}_{0i} = |\partial \bar{\omega}_{0i} / \partial x_0|$ стаціонарних швидкостей $\bar{\omega}_{01} = \bar{k}_1 c_0^n$, $\bar{\omega}_{02} = \bar{k}_2 (\alpha x_0)^n$ реакцій [6]; ще раз підкреслимо істотний вплив симплекса a_1 / a_2 й $a \geq 1 \Leftrightarrow n, m \geq 0$ на функціонування системи лише при $\bar{\omega} \ll 1$, що абсолютно логічно: апарат і реакція превалюють над «м'яким» ($T \gg 2\pi \tau_0$) вхідним збуренням

$$a = \lim_{\bar{\omega} \rightarrow 0} \bar{\omega} = a_1 + a_2 - 1 = 1 + \bar{\omega}_{01} + \bar{\omega}_{02} = 1 + \frac{n y_0 (1 + \delta_0)}{\delta_0} + \frac{m}{\delta_0}, \quad (3)$$

де $\delta_0 = \gamma c_0^n (\alpha x_0)^{-m} - 1 = (c_0 / c_{0*})^n \eta_0^{-m} - 1$ – номінальне відносне відхилення швидкості прямої реакції від зворотної; $\gamma = \bar{k}_1 / \bar{k}_2 = (\alpha x_{0*})^n c_{0*}^{-n} \neq \gamma(\tau_0)$ – симплекс констант швидкостей; $x_{0*} = 1 - c_{0*}$ – рівноважне значення x_0 ; $\eta_0 = x_0 / x_{0*} = \eta_0(\tau_0)$ – номінальний вихід продукту A_2 ; α – зведений стехіометричний коефіцієнт біля A_2 .

Із (3) чітко видно, що при $\sum \bar{\omega}_{0i} \ll 1 \Rightarrow a \approx 1$ (над реакцією переважає апарат); при $\sum \bar{\omega}_{0i} \gg 1 \Rightarrow a \approx \bar{\omega}_{01} + \bar{\omega}_{02}$ (превалює реакція).

З'ясуємо взаємний (системний) вплив параметрів обох реакцій та єдиного параметра РІЗ (τ_0) на величини чутливостей окремих реакцій і всієї системи – тих мірил, які визначають атрибути поведінки нестационарного режиму, зокрема в перехідний період, і детальніше проаналізуємо його особливості.

2. Характеристики $\bar{\omega}_{0i}(\eta_0)$, $a(\eta_0)$, $a_1/a_2(\eta_0)$ статичних чутливостей. Оцінка діапазону їх реальних значень. Із формул (3) в зручній [3, 6, 7] для аналізу форми (фігурують чотири параметри: n, m, x_{0*}, η_0)

$$\bar{\omega}_{01} = \frac{nx_0(1+\delta_0)}{c_0\delta_0} = \frac{nx_{0*}\eta_0(1-x_{0*}\eta_0)^{n-1}}{(1-x_{0*}\eta_0)^n - c_{0*}^n\eta_0^m}; \quad \bar{\omega}_{02} = \frac{m}{\delta_0} = \frac{mc_{0*}^n\eta_0^m}{(1-x_{0*}\eta_0)^n - c_{0*}^n\eta_0^m}, \quad (4)$$

звідки, особібно, при $n=m=1 \Rightarrow \bar{\omega}_{01} = x_{0*}\eta_0/(1-\eta_0) = y_{0*}\bar{\omega}_{02}$, $a = 1/(1-\eta_0)$.

Як впливає з (4), теоретичні значення статичних чутливостей швидкостей реакцій лежать у межах $\bar{\omega}_{0i} \in [0 \leftarrow \eta_0 = 0, \infty)$, іншими словами не обмежено зростають із наближенням до рівноважного стану: $\delta_0 \rightarrow 0 \Leftrightarrow \eta_0 \rightarrow 1, \tau_0 \rightarrow \infty \Rightarrow \bar{\omega}_{0i} \rightarrow \infty$. Виняток становить реакція нульового порядку ($n=0, m=0$), для якої $\bar{\omega}_{0i} \equiv 0$, що з фізико-хімічної точки зору більш ніж очевидно (швидкість не залежить від концентрації); в цьому аспекті випадок $n=m=0$ рівноцінний відсутності реакції: $a = c_0 \equiv 1 \Rightarrow \sum \bar{\omega}_{0i} \equiv 0$.

При низьких і високих виходах, розклавши (4) в ряд Тейлора,

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_{01} &\approx nx_{0*}\eta_0; \quad \bar{\omega}_{02} \approx mc_{0*}^n\eta_0^m & (\eta_0 \ll 1); \\ \bar{\omega}_{01} &\approx \beta y_{0*}[(1+\beta y_{0*})(1-\eta_0)]^{-1}; \quad \bar{\omega}_{02} \approx (\beta y_{0*})^{-1}\bar{\omega}_{01} & (1-\eta_0 \ll 1). \end{aligned} \quad (5)$$

Із виразів (3), (5) після елементарних перетворень «реальне» ($\tau_0 < \infty$) максимальне значення сумарної статичної чутливості розглядуваної системи не залежить явно від кінетики та стехіометрії реакції і в першому наближенні може бути оцінене за формулою

$$a_{\max} \approx \frac{2-\eta_0}{1-\eta_0} \notin f(\beta y_{0*}) \quad (1-\eta_0 \ll 1), \quad (6)$$

звідки, зокрема, при $\eta_0 = 0.9 \Rightarrow a \approx 11$, що відповідає рис.4 нижче.

Для необоротної реакції ($\delta_0 \rightarrow \infty \Leftrightarrow c_{0*} \rightarrow 0, \eta_0 \rightarrow x_0$)

$$\bar{\omega}_{01} = nx_0/c_0; \quad \bar{\omega}_{02} \equiv 0 \quad (A_1 \rightarrow \alpha A_2). \quad (7)$$

На рис. 1, 2 зображені, розраховані за (4), (3), залежності чутливостей і їх співвідношення від виходу продукту для різних порядків реакцій.

Як видно з рис.1, чутливості $\bar{\omega}_{0i}$ кожної конкретної реакції – при заданих $\{n, m, x_{0*}\} = \text{const} \Leftrightarrow \gamma/\alpha^m = \text{const}$ [див. роз'яснення до (3)] – з ростом виходу $\eta_0(\tau_0)$ продукту A_2 збільшуються, отже, швидкості реакцій стають більш «вразливими» до зміни концентрації. Це можна пояснити таким чином. При низьких виходах (малих значеннях τ_0) різниця концентрацій кожного компонента на вході та виході невелика,

тобто розрив 1-го роду між їх значеннями незначний [6]. Навпаки, при високих виходах цей розрив суттєвий, і навіть мала зміна концентрації веде до своєрідного «стресу» і так малої різниці швидкостей реакцій та її «болісного» реагування на цю зміну.

Для довільного $\eta_0 = \text{const}$ з ростом $\beta = n/m$ (збільшенням симплексу γ/α^m) чутливість прямої реакції в основному – деталі опущені – підвищується, а зворотної – знижується. Більш сильна залежність $\bar{\omega}_{02}(\beta)$ порівняно з $\bar{\omega}_{01}(\beta)$ свідчить про «підлеглість» зворотної реакції прямій.

Характери залежностей $a(\eta_0, \beta)$ (рис.2а) схожі до $\bar{\omega}_{01}(\eta_0, \beta)$, тобто сумарну чутливість системи зумовлює головню підсистема РІЗ + пряма реакція. Щодо симплексу a_1/a_2 , який істотно ($\bar{\omega} \ll 1$) впливає на екстремальні значення ε_i/E в перехідний період [6] й амплітудні чутливості $\zeta_i = E_i/E$ в усталеному режимі [7], то залежності $a_1/a_2(\eta_0, \beta)$ носять доволі складні характери зі не зображеними на рис.2б нюансами; при $n \neq 0$ має місце загальна тенденція – збільшення a_1/a_2 з ростом β .

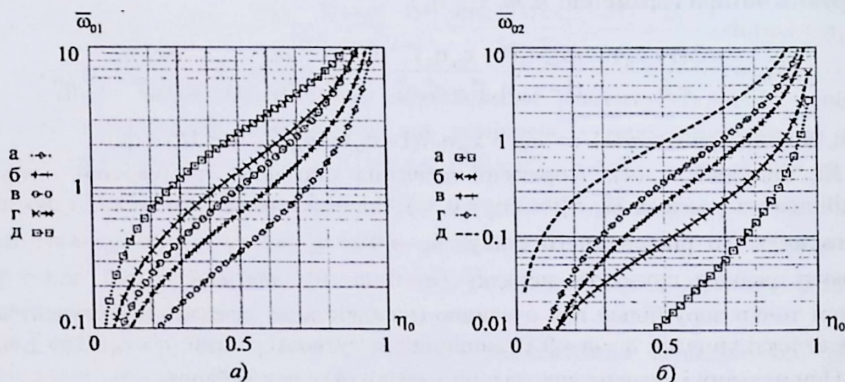


Рисунок 1 – Характеристики $\bar{\omega}_{0i}(\eta_0)$ чутливостей швидкостей прямої (а) та зворотної (б) реакції $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ ($x_{0\infty} = 0.75$) у проточному РІЗ при різних співвідношеннях $\beta = n/m$ порядків реакцій: а) – а – $\beta = 0.5/2$; б – $1/2$; в – $1/0$; г – $2/1$; д – $\beta = 4/1$; б) – а – $\beta = 4/1$; б – $2/1$; в – $1/2$; г – $0.5/2$; д – $\beta = 0/1$.

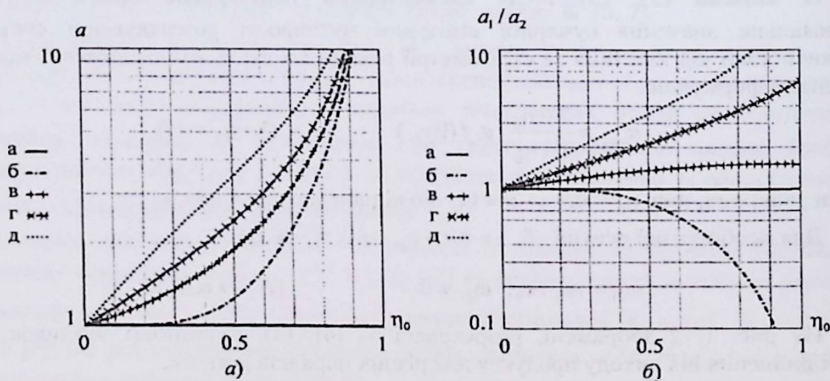


Рисунок 2 – Характеристики сумарної чутливості $a(\eta_0)$ (а) та симплексу чутливостей $a_1/a_2(\eta_0)$ (б) системи проточний РІЗ + реакція $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ ($x_{0\infty} = 0.75$) при різних співвідношеннях $\beta = n/m$ порядків прямої та зворотної реакцій: а – $\beta = 0/0$; б – $0/4$; в – $1/2$; г – $2/1$; д – $\beta = 4/0$.

3. Характеристики $\bar{\omega}_{01}(n)$, $\bar{\omega}_{02}(m)$ статичних чутливостей реакцій. «Ефект» наявності максимальних значень $\bar{\omega}_{02}$ щодо її порядку m . Для спроби пояснити відзначені вище особливості на рис.3 наведено залежності (4) чутливостей швидкостей прямої та зворотної реакцій від їх порядків.

Із рис.3 видно, що для будь-якого m і заданих $x_0 = \text{const}$, $\eta_0 = \text{const} \Leftrightarrow \tau_0 = \text{const}$ з ростом n (збільшенням γ/α^m) чутливість швидкості прямої реакції підвищується; при $n > 1$ вона майже не залежить від m («груба» апроксимація $\lg \bar{\omega}_{01} \sim n$), отож вплив зворотної реакції, зрештою, нівелюється. Для чутливості останньої, як сильніше залежної від прямої ніж навпаки, спостерігаються важко пояснювані максимуми по m ; лише при $m > 1$ чутливість знижується з ростом m (подібна апроксимація $\lg \bar{\omega}_{02} \sim -m$).

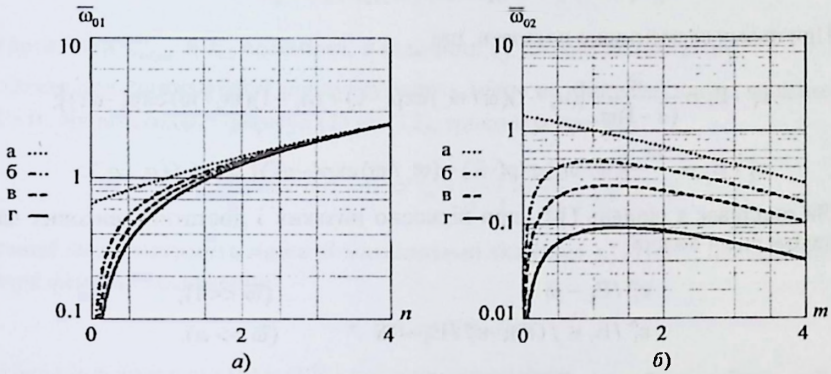


Рисунок 3 – Характеристики $\bar{\omega}_{01}(n)$ чутливостей швидкостей прямої (а) й $\bar{\omega}_{02}(m)$ зворотної (б) реакції $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ ($x_0 = 0.75$) у проточному ПІЗ ($\eta_0 = 0.5$) при різних значеннях порядку протилежної реакції: а) – а – $m = 0$; б – 0.5; в – 1; г – $m = 2$; б) – а – $n = 0$; б – 0.5; в – 1; г – $n = 2$.

Обчислимо не відображені явно на рис.3 («недолік» ПЕОМ) розриви 1-го роду: при $n = m \rightarrow -0 \Rightarrow \bar{\omega}_{01} = 0$ (граничі зліва); відповідні границі справа, застосовувавши відоме правило Лопітала,

$$\lim_{n \rightarrow -0} \bar{\omega}_{01}(m \equiv 0) = y_0 [\ln(c_0 / c_{0*})]^{-1}; \quad \lim_{m \rightarrow -0} \bar{\omega}_{02}(n \equiv 0) = [\ln(x_{0*} / x_0)]^{-1}, \quad (8)$$

звідки для конкретних умов рис.3 чутливості $\bar{\omega}_{01} \approx 0.65$, $\bar{\omega}_{02} \approx 1.44$ ($n \ll 1$, $m \ll 1$).

Точки максимумів m_* для $\bar{\omega}_{02}$ визначаються з рівняння

$$\partial \bar{\omega}_{02} / \partial m = 0 \Rightarrow \frac{1 + \ln \eta_0^{m_*}}{\eta_0^{m_*}} = \left(\frac{1 - x_{0*}}{1 - x_{0*} \eta_0} \right)^n \Rightarrow m_*(n, x_{0*}, \eta_0), \quad (9)$$

і після підстановки (9) – без його розв'язку – в (4) максимальні значення чутливості зворотної реакції рівні

$$\bar{\omega}_{02}^{\max} = \frac{1 + \ln \eta_0^{m_*}}{\ln \eta_0^{-1}} = \bar{\omega}_{02}^{\max}(n \equiv 0) - m_*, \quad (10)$$

де враховано, що при $n \rightarrow +0 \Rightarrow m_* \rightarrow +0 \Rightarrow \bar{\omega}_{02}^{\max} = 1 / \ln \eta_0^{-1}$ у повній відповідності з (8) («глобальний максимум» для n , див. рис.3б); з ростом n при кожному m чутливість зворотної реакції знижується: переважає пряма реакція.

4. Розрахунок реального часу досягнення усталеного режиму. Вияснення впливу різних факторів на його величину. Обчислимо час $\bar{\tau} < \infty$ встановлення сталих гармонічних (час затухання інерційних) коливань, який, вочевидь, буде визначатися інерційними властивостями системи реактор + реакція щодо зміни $c_1^{\text{ст}}$.

Прийнемо, що коливання концентрацій встановилися, якщо при деякому $\bar{\tau} = \bar{\tau}_i^{\text{ст}}$ величини інерційних складових стануть значно менші за амплітудні значення гармонічних ($\epsilon_i^{\text{ст}} \ll E_i$), і з потрібною точністю (відносно похибкою $\epsilon_i^{\text{ст}}/E_i \ll 1$ для екстремальних значень ϵ_i) коливання поситимуть практично усталений гармонічний характер. Дійсно, використавши формули (1), отримаємо

$$\begin{aligned} \epsilon_i &= E_i [(\epsilon_i^{\text{ст}}/E_i) + \sin(\bar{\omega}\bar{\tau} + \varphi_i)] \Rightarrow \epsilon_i(\bar{\tau} \geq \bar{\tau}_i^{\text{ст}}) \approx \epsilon_i^{\text{ст}}; \\ \epsilon_i^{\text{ст}}(\bar{\tau} \geq \bar{\tau}_i^{\text{ст}}) &\approx \pm E_i [1 \pm (\epsilon_i^{\text{ст}}/E_i)]. \end{aligned} \quad (11)$$

При цьому елементарно показати, що

$$\begin{aligned} \epsilon_1^{\text{ст}}/E_1 &= \frac{\bar{\omega}}{(a-1)\omega_2} [(a_2-1)(\omega/\omega_*) \exp(-\bar{\tau}) + (a_1-1)(\omega_*/\omega) \exp(-a\bar{\tau})]; \\ \epsilon_2^{\text{ст}}/E_2 &= \frac{\bar{\omega}}{a-1} [(\omega/\omega_*) \exp(-\bar{\tau}) - (\omega_*/\omega) \exp(-a\bar{\tau})] \Rightarrow \notin f(a_1/a_2). \end{aligned} \quad (12)$$

Як випливає з рівнянь (12), при відносно низьких і достатньо високих частотах (див. також рис.4 нижче)

$$\begin{aligned} \epsilon_1^{\text{ст}}/E_1 &\sim \bar{\omega} \quad (\bar{\omega} \ll 1); \\ \epsilon_1^{\text{ст}}/E_1 &\notin f(\bar{\omega}); \quad \epsilon_2^{\text{ст}}/E_2 \sim \bar{\omega} \quad (\bar{\omega} \gg 1). \end{aligned} \quad (13)$$

Для необоротної реакції, ідентичній за величиною «інерційного часу» $\bar{\tau}_1^{\text{ст}}$ до зворотної 0-го порядку ($a_2 \equiv 1, a \equiv a_1 \Leftrightarrow m=0, n \geq 0$), перше рівняння (12) стосовно часу розв'язується аналітично

$$\bar{\tau}_1^{\text{ст}}(m \equiv 0) = \frac{1}{a_1} \ln \frac{E_1}{\epsilon_1^{\text{ст}}} \frac{\bar{\omega}/a_1}{\sqrt{1 + (\bar{\omega}/a_1)^2}} \geq 0 \quad (A_1 \rightarrow \alpha A_2), \quad (14)$$

звідки, окремо, при $\bar{\omega} \ll a_1$, $\epsilon_1^{\text{ст}}/E_1 \approx \bar{\omega}/a_1 \Rightarrow \bar{\tau}_{1\text{min}}^{\text{ст}} = 0$ (мінімуми для заданих $\bar{\omega}/a_1 \ll 1$); побічно, для підтвердження [6] видно, що комплекси a , справді можна трактувати як характерологічні «власні частоти» підсистеми РІЗ + відповідна реакція.

При відсутності реакції ($a_1 = a_2 = a = c_0 \equiv 1 \Leftrightarrow n=0, m \geq 0$)

$$\bar{\tau}_1^{\text{ст}}(n \equiv 0) = \ln \frac{E_1}{\epsilon_1^{\text{ст}}} \frac{\bar{\omega}}{\sqrt{1 + \bar{\omega}^2}} \geq \bar{\tau}_1^{\text{ст}}(m \equiv 0) \quad (A_1 \rightarrow A_1), \quad (15)$$

звідки при $\bar{\omega} \gg 1 \Rightarrow \bar{\tau}_{1\text{max}}^{\text{ст}} [\notin f(\bar{\omega})] \geq 2.3$ (максимуми для фіксованих $\epsilon_1^{\text{ст}}/E_1 \leq 0.1 \ll 1$).

Аналіз формул (14), (15), (12) показує, що наявність реакції ($n > 0$) зменшує проміжок часу $\bar{\tau}_1^{\text{ст}}$, можливо, внаслідок додаткового – крім «розмивання» апаратом – «поглинання» концентрацій інгредієнтів реакціями. В протилежність до $\bar{\tau}_1^{\text{ст}}$ час затухання $\bar{\tau}_2^{\text{ст}}$ для продукту зовсім не залежить від симплексу a_1/a_2 і слабо залежить від a , себто зумовлюється величиною $\bar{\omega}$.

Легко показати, що при низьких частотах усталені коливання обох концентрацій встановлюються більш-менш швидко, так як навіть початкові ($\bar{\tau}=0$) – у даному випадку максимальні в часі – значення співвідношення інерційних і гармонічних складових мізерні. Справді, з (12) після перетворень

$$\begin{aligned} \bar{\tau} = 0 \Rightarrow \epsilon_{1\max}''' / E_1 &\approx \bar{\omega}(1 + a^{-1} - a_2^{-1}) \ll 1; \\ \epsilon_{2\max}''' / E_2 &\approx \bar{\omega}(1 + a^{-1}) \ll 1, \end{aligned} \quad (\bar{\omega} \ll 1) \quad (16)$$

де враховано малий вплив величин чутливостей a_i на ϵ_i''' / E_i , а значить, і на $\bar{\tau}_i'''$.

При високих частотах, навпаки, інерція розглядуваної системи РІЗ + реакція є порівняно значущою з цікавим фізико-математичним «присмаком». Зокрема, в початковий момент часу значення симплексів ϵ_i''' / E_i різко відрізняються

$$\begin{aligned} \bar{\tau} = 0 \Rightarrow \epsilon_{1\max}''' / E_1 &\approx 1; \\ \epsilon_2''' / E_2 &\approx (a + 1) / \bar{\omega} \ll 1, \end{aligned} \quad (\bar{\omega} \gg a) \quad (17)$$

тобто величини $\epsilon_{1\max}'''$ й E_1 співмірні, а величина ϵ_2''' значно менша за E_2 .

Отже, для концентрації продукту мають місце не очікувані часові максимуми ϵ_2''' при $\bar{\tau} > 0$. Як впливає з формул (1) чи (12), точки максимумів

$$E_2^{-1} \partial \epsilon_2''' / \partial \bar{\tau} = 0 \Rightarrow \bar{\tau}_* = \frac{1}{a-1} \ln \frac{a(1+\bar{\omega}^2)}{a^2 + \bar{\omega}^2}, \quad (18)$$

і фізичний зміст матимуть лише ті максимальні значення $\epsilon_2'''(\bar{\tau})/E_2$, що задовольняють очевидне фізичне обмеження

$$\bar{\tau}_* \geq 0 \Leftrightarrow \bar{\omega} \geq \sqrt{a}. \quad (19)$$

Після підстановки (18) у (12) і простих перетворень

$$\bar{\tau}_* = 0 \Rightarrow \epsilon_{2\max}''' / E_2 = 1 \quad (\bar{\omega} = \sqrt{a}); \quad (20)$$

$$\bar{\tau}_* \approx (a-1)^{-1} \ln a \leq 1 \Rightarrow \epsilon_{2\max}''' / E_2 \approx \bar{\omega} a^{-a/(a-1)} > 1 \quad (\omega \gg a), \quad (21)$$

звідки, наприклад, для умов рис.4б: $a = 11$, $\bar{\omega} = 100 \Rightarrow \bar{\tau}_* \approx 0.24$, $\epsilon_{2\max}''' / E_2 \approx 7.2$.

Для прямої та зворотної реакцій нульових порядків $a = 1$ і з формул (18), (21) (границі за Лопіталем)

$$\begin{aligned} \bar{\tau}_* &= (\bar{\omega}^2 - 1) / (\bar{\omega}^2 + 1) \leq 1 \quad (\bar{\omega} \geq 1); \\ \epsilon_{2\max}''' / E_2 &= \bar{\omega} / e > 1 \quad (\bar{\omega} \gg 1), \end{aligned} \quad (n = m = 0) \quad (22)$$

де e – основа натуральних логарифмів.

Таким чином, для продукту в перехідний період при високих частотах спостерігатиметься інерційний кидок концентрації – специфічний, запізнений і «розмазаний» у часі, «концентраційний удар». Проте його «сила» лише відносно велика і стаціонарності режиму фактично не порушуватиме, оскільки $\epsilon_{2\max}''' / E_2$ – це співвідношення дуже малих величин. Дійсно, як випливає з (1) і (21),

$$\begin{aligned} \bar{\tau} = \bar{\tau}_* \Rightarrow x_0 \epsilon_{2\max}''' / E &\approx (a_1 - 1) a^{-a/(a-1)} / \bar{\omega} \ll 1; \\ x_0 E_2 / E &\approx (a_1 - 1) / \bar{\omega}^2 \ll x_0 \epsilon_{2\max}''' / E, \end{aligned} \quad (\bar{\omega} \gg a) \quad (23)$$

звідки: $a_1 = a_2 = 6$, $\bar{\omega} = 100 \Rightarrow \epsilon_{2\max}''' / E_2 \approx 7.2$, $x_0 \epsilon_{2\max}''' / E \approx 3.6 \cdot 10^{-3}$, $x_0 E_2 / E \approx 5.0 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$ абсолютне відхилення концентрації також мале: $\Delta c_{2\max} \approx \alpha x_0 \epsilon_{2\max}''' \ll E = \Delta c_{1\max}^{\text{ст}} \leq 1$.

На рис.4 зображені, розраховані згідно з рівняннями (12), залежності $\bar{\tau}_i^{in}(\epsilon_i^{in}/E_i)$ при фіксованих a_i й $\bar{\omega}$.

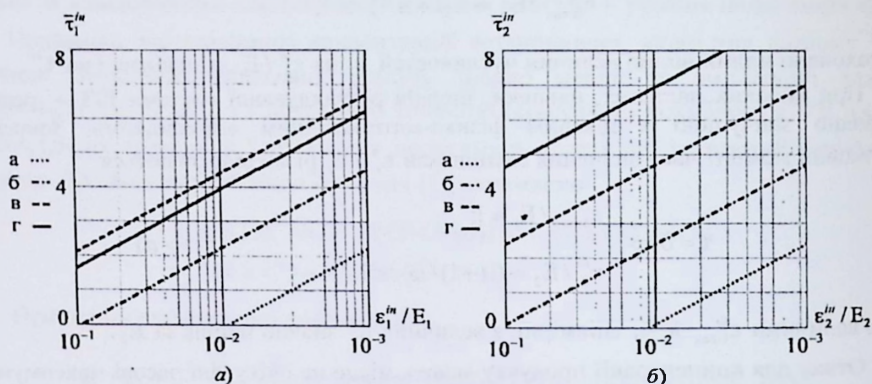


Рисунок 4 – Номограми визначення за ϵ_i^{in}/E_i часу затухання $\bar{\tau}_i^{in}$ інерційних складових кінцевих коливань концентрацій реагенту (а) та продукту (б) для системи РІЗ + реакція $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ ($a_1 = a_2 = 6 \Rightarrow \eta_0 \approx 0.9$) при гармонічному збуренні концентрації c_i^{π} різної частоти $\bar{\omega}$: а – $\bar{\omega} = 0.01$; б – 0.1; в – 3; г – $\bar{\omega} = 100$.

Як видно з графіків рис.4, проміжки часу $\bar{\tau}_i^{in} = \tau_i^{in}/\tau_0$ встановлення гармонічних коливань концентрацій обох компонентів прямо пропорційні $-\lg(\epsilon_i^{in}/E_i)$ з однаковим – незалежним від комплексу частоти $\bar{\omega} = \omega\tau_0$ – для всіх прямих кутовим коефіцієнтом (зрозуміло, при заданих a_i). Для довільного $\epsilon_i^{in}/E_i = \text{const} \ll 1$ з ростом $\bar{\omega}$ час $\bar{\tau}_i^{in}$ збільшується ($\bar{\tau}_i^{in}$ – до деякого максимуму), і в цьому відношенні система стає «негативно» більш інерційною, що є своєрідною компенсацією «позитивного» зменшення кінцевих амплітуд за рахунок їх «з'їдання» реакцією та «згладжування» (миттєве розмішування) апаратом. Реальні значення «інерційних часів» порівняно невеликі: $\bar{\tau}_i^{in} \leq 10$ навіть при $\epsilon_i^{in}/E_i = 0.1\%$.

Таким чином, величина часу затухання перехідного процесу практично не впливає на режим роботи проточного РІЗ: при $\bar{\omega} \ll 1$, $\epsilon_i^{in}/E_i \approx \bar{\omega} \Rightarrow \bar{\tau}_i^{in} \ll 1$; при $\bar{\omega} \gg a \Rightarrow |\Delta c_i^{\pi}| \ll |\Delta c_i^{\pi}|$ [6, 7, (23)], що повністю «зрівнює» дію навіть $\bar{\tau}_i^{in} \gg 1$.

У кінці зазначимо наявність для $\bar{\tau}_i^{in}$ максимуму за частотою (можна показати, що, в конкретних умовах рис.4а точка максимуму $\bar{\omega} \approx 3$, пряма «в»). Цей «ефект» зумовлений зворотною реакцією, так як для необоротної [див. (14)] його немає. Для оборотної та необоротної реакцій – так і їх відсутності – при $\bar{\omega} \gg a \Rightarrow \bar{\tau}_i^{in} \notin f(\bar{\omega})$. Вочевидь, що ці й інші деталі можуть стати об'єктом окремого дослідження.

Висновки:

1. Із ростом виходу продукту η_0 – збільшенням середнього часу τ_0 перебування інгредієнтів – статична (при низьких частотах $\bar{\omega} \ll 1$) чутливість a системи РІЗ + реакція $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ щодо зміни початкової концентрації A_1 підвищується. Фізична причина – збільшення розриву між значеннями концентрацій на вході та виході.

2. Чутливість швидкості прямої реакції підвищується зі збільшенням її порядку n і зменшенням порядку m зворотної; при $n > 1$ чутливість практично не залежить від m . Чутливість швидкості зворотної реакції підвищується зі зменшенням n , а по m мають місце максимуми; при $m > 1$ чутливість знижується зі збільшенням m .

3. Час $\bar{\tau}_2''' = \tau_2''' / \tau_0$ затухання перехідного процесу для концентрації продукту з ростом комплексу частоти $\bar{\omega} = \omega \tau_0 = \bar{\omega}(\eta_0)$ збільшується. Для кінцевої концентрації реагенту спостерігається слабкий максимум – тільки оборотна реакція – відповідного часу $\bar{\tau}_1'''$ за частотою, і при високих частотах ($\bar{\omega} \gg a$) він не залежить від $\bar{\omega}$.

4. При низьких частотах величини часів затухання малі ($\bar{\tau}_i''' \ll 1$). З ростом $\bar{\omega}$ одночасно йде «позитивне» зменшення амплітуд вихідних концентрацій інгредієнтів, що з практичної вимоги забезпечення стаціонарності режиму роботи РІЗ цілком згладжує «негативний» вплив при високих частотах навіть великих значень $\bar{\tau}_i''' \gg 1$.

Література

1. Закгсйм А. Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов. – М.: Химия, 1982. – 288 с.
2. І. Лучейко, М. Ямко. Стійкість стаціонарного режиму реактора ідеального витиснення при збуренні концентрації реагенту на вході. // Матер. 8-ї наук. конф. ТДГУ ім. І. Пулюя: Тези доп. – Тернопіль, 2004. – С. 123.
3. Лучейко І.Д., Ямко М.П. Малі збурення концентрації реагенту в реакторі ідеального витиснення (реакція $\nu_1 A_1 \rightleftharpoons \nu_2 A_2$). // Наук. записки Тернопільського національного педагогічного у-ту ім. В. Гнатюка. Серія: Хімія. – 2005. – N 9. – С. 57-65.
4. І. Лучейко, М. Ямко. «Резонанс фаз» у проточному реакторі ідеального змішування при гармонічному коливанні початкової концентрації реагенту. // Матер. 10-ї наук. конф. ТДГУ ім. І. Пулюя: Тези доп. – Тернопіль, 2006. – С. 179.
5. Лучейко. Хімічний реактор як перетворювач сигналу концентрації. // Матер. 10-ї наук. конф. ТДГУ ім. І. Пулюя: Тези доп. – Тернопіль, 2006. – С. 180.
6. Лучейко І.Д. Перехідний процес в системі проточний реактор ідеального змішування – реакція $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$ при гармонічному збуренні концентрації A_1 на вході. // Наук. записки Тернопільського національного педагогічного у-ту ім. В. Гнатюка. Серія: Хімія. – 2006. – N 10. – С. 53-58.
7. І. Лучейко, М. Ямко, Я. Гумницький. Частотні характеристики проточного реактора ідеального змішування при малих збуреннях концентрації реагенту (реакція $A_1 \rightleftharpoons \alpha A_2$). // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2006. – N 3. – С. 195-204.

Одержано 14.10.2006 р.

УКД 621.229.64:621.229.76

О.Куцевич; Я.Проць, канд. техн. наук; А.Куцевич, канд. техн. наук

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ОСОБЛИВОСТІ КОНСТРУЮВАННЯ ПНЕВМАТИЧНИХ ПРИБОРІВ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ГРАНИЧНИХ ВІДХИЛЕНЬ ВІД КРУГЛОСТІ ДЕТАЛЕЙ ТИПУ ВТУЛОК У ПРОЦЕСІ ЇХ ТРАНСПОРТУВАННЯ

Розглянуто можливість розробки на базі пневматичних пристроїв кутового орієнтування деталей типу втулок гами пристроїв для контролю граничних значень відхилень форми внутрішніх поверхонь втулок в процесі переміщення їх транспортуючим органом. Визначені сукупності структурних ознак нових типів контрольно-транспортуючих пристроїв для заданих умов роботи. Представлено методику розрахунку силової дії повітряного потоку на внутрішню поверхню контрольованої втулки.