

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ

Кафедра електричної інженерії



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ ДО ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

З КУРСУ

«НАДІЙНІСТЬ І ДІАГНОСТИКА ЕЛЕКТРООБЛАДНАННЯ»

для здобувачів вищої освіти
за ОПІ Електроенергетика, електротехніка
та електромеханіка
першого рівня вищої освіти

ID 904

Тернопіль 2024

Методичні вказівки та завдання до практичних робіт з курсу «Надійність та діагностика електрообладнання» для здобувачів першого рівня вищої освіти за ОПП Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка / Уклад.: Костик Л.М. - Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2023. – 44 с.

Укладач: к.т.н., доц. Костик Л.М.

Рецензент: д.т.н., проф. Андрійчук В.А.

Методичні вказівки розглянуто і затверджено на засіданні кафедри електричної інженерії
Протокол № 7 від 15.01.2024 р.

Схвалено методичною радою ФПТ Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.
Протокол № 5 від 08.02.2024 р.

Практичне заняття №1

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА СТАТИСТИЧНИМИ ДАНИМИ ПРО ВІДМОВИ ВИРОБУ

Теоретичні відомості

Статистичні оцінки кількісних характеристик надійності:

Імовірність безвідмовної роботи

$$\bar{P}(t) = \frac{N - n(t)}{N},$$

де N – кількість виробів на початку випробувань;
 $n(t)$ – кількість виробів, що відмовили за час t .

Імовірність відмови

$$\bar{Q}(t) = \frac{n(t)}{N}$$

Напрацювання на відмову

$$\bar{T}_i = \frac{\sum_{i=1}^N t_{ii}}{N} = \frac{\sum_{i=1}^m n_i t_{ii}}{N},$$

де t_{ii} – час безвідмовної роботи i -го зразка;

$$t_{i3} = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}, \quad m = \frac{t_k}{\Delta t}, \quad t_k - \text{час, за який вийшли з ладу всі елементи,}$$

Δt – інтервал часу.

Частота відмов

$$\bar{a}(t) = \frac{n(\Delta t)}{N \cdot \Delta t}, \text{ год}^{-1}$$

де $n(\Delta t)$ – кількість виробів, що відмовили в інтервалі часу $\left[\left(t - \frac{\Delta t}{2} \right); \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right]$.

Інтенсивність відмов

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{n(\Delta t)}{n_{cp} \Delta t}, \text{ год}^{-1},$$

де n_{cp} – середня кількість виробів, що справно працюють у проміжок часу Δt .

Задачі

Задача 1.1. На випробування поставлено 2000 однотипних виробів. За 4000 год. відмовило 170 виробів. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи, інтенсивність та частоту відмов виробів протягом 4000 год.

Задача 1.2. На випробування поставлено 1000 однотипних ламп. За перші 3000 год. відмовили 80 ламп. За інтервал часу 3000-4000 год. відмовили ще 50 ламп. Необхідно визначити:

- 1) частоту та інтенсивність відмов ламп у проміжку часу 3000-4000 год.;
- 2) імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмови ламп за перших 3000 год.;
- 3) імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмови ламп за 4000 год.

Задача 1.3. На випробування поставлено 400 резисторів. За час напрацювання 10000 год. відмовили 4 резистори. За наступні 1000 год. відмовив ще 1 резистор. Визначити:

- 1) частоту та інтенсивність відмов резисторів у проміжку часу 10000-11000 год.;
- 2) імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмови резисторів за час 10000 год.;
- 3) імовірність безвідмовної роботи та імовірність відмови резисторів за час 11000 год.

Задача 1.4. На випробування поставлено 400 виробів. За час 3000 год. відмовили 200 виробів. За наступних 100 год. відмовили ще 100 виробів. Визначити $\bar{P}(3000)$, $\bar{P}(3050)$, $\bar{P}(3100)$, $\bar{a}(3050)$, $\bar{\lambda}(3050)$.

Задача 1.5. У результаті спостереження за 50 зразками обладнання отримані дані до першої відмови всіх зразків:

Δt , год.	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50	50-55	55-60	60-65	65-70	70-75	75-80
$n(\Delta t)$	1	5	8	2	5	6	4	3	0	4	0	0	3	5	3	1

Визначити імовірність безвідмовної роботи, частоту відмов, інтенсивність відмов; обчислити середнє напрацювання до першої відмови. Побудувати графіки $P(t)$, $a(t)$, $\lambda(t)$.

Задача 1.6. У результаті спостереження за 45 зразками обладнання, які пройшли попереднє 80 год. припрацювання, отримані дані про напрацювання до першої відмови всіх зразків.

Δt , год.	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
n_i , шт.	19	13	8	3	0	1	1

Визначити середній час напрацювання обладнання та інтенсивність його відмови.

Задача 1.7. Протягом деякого періоду часу проводилось спостереження за роботою одного зразка системи. За весь період спостереження було зареєстровано 15 відмов. До початку спостереження система пропрацювала 378 год., до кінця спостереження – його напрацювання становило 876 год. Необхідно визначити середнє напрацювання системи на відмову.

Задача 1.8. На випробування поставлено 3 зразки однотипної апаратури. За період спостереження було зафіксовано по першому зразку апаратури 6 відмов, по другому – 12, по третьому – 9 відмов. Напрацювання першого зразка до відмови склало 297 год., другого – 634 год., третього – 453 год. Визначити напрацювання апаратури на відмову.

Практичне заняття №2

ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА АНАЛІТИЧНИМИ ВИРАЗАМИ

Теоретичні відомості

Аналітичний опис кількісних характеристик надійності:

Імовірність безвідмовної роботи

$$P(t) = I_m(T_n \geq t) = 1 - \int_0^t a(t) dt; \quad P(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right].$$

Імовірність відмови

$$Q(t) = I_m(T_n \leq t) = 1 - P(t).$$

Напрацювання на відмову

$$M[T] = T_n = \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

Частота відмов

$$a(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = \frac{d[1 - P(t)]}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}, \text{ год}^{-1}, \quad \int_0^{\infty} a(t) dt = 1.$$

Інтенсивність відмов

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt}, \text{ год}^{-1}$$

Задачі

Задача 2.1. Інтенсивність відмов пристрою задається формулою $\lambda(t) = 2,1 \cdot 10^{-8} t^{3,5} \text{ год}^{-1}$. Обчислити $P(10), P(50), P(100), a(10), a(50), a(100)$.

Задача 2.2. У результаті аналізу даних про відмови апаратури частота відмов отримана у вигляді $a(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$. Записати вирази для $P(t), \lambda(t), \dot{O}_i$.

Задача 2.3. Імовірність безвідмовної роботи виробу задана формулою $P(t) = 4e^{-2\lambda t} - 4e^{-3\lambda t} + e^{-4\lambda t}$. Записати вирази для $a(t), \dot{O}_i$.

Задача 2.4. У результаті аналізу даних про причини відмови виробу встановлено, що частота відмов описується виразом $a(t) = 2\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})$. Записати вирази для $P(t), \lambda(t), \dot{O}_i$.

Задача 2.5. Інтенсивність відмов описується виразом $P(t) = 3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda t}$. Записати вирази для $a(t), \lambda(t), \dot{O}_i$.

Задача 2.6. Частота відмов виробу апроксимується формулою $a(t) = 6\lambda e^{-2\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})$. Записати вирази для $P(t), \lambda(t), \dot{O}_i$.

Задача 2.7. Імовірність безвідмовної роботи системи задається залежністю $P(t) = 4e^{-\lambda t} + e^{-4\lambda t} - 3e^{-1,5\lambda t}$. Записати вираз для обчислення частоти відмов та часу напрацювання до першої відмови даної системи.

Задача 2.8. Частота відмов системи описується залежністю $a = 2e^{-4,5\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})$. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи та напрацювання на відмову даної системи.

Задача 2.9. Частота відмов системи задається виразом $a(t) = e^{-3\lambda t} - 4e^{-2\lambda t}$. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи та інтенсивності відмов даної системи.

Задача 2.10. Імовірність безвідмовної роботи системи задається залежністю $P(t) = 4e^{-2,4\lambda t} - 2e^{-1,5\lambda t}$. Записати вирази для обчислення інтенсивності та частоти відмов системи.

Задача 2.11. Імовірність безвідмовної роботи системи задається залежністю $P(t) = 4e^{-3\lambda t} - e^{-2\lambda t}$. Записати вираз для обчислення частоти відмов та середнього напрацювання на відмову даної системи.

Задача 2.12. Частота відмов системи описується залежністю $a(t) = e^{-1,5\lambda t} + e^{-2\lambda t}$. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи та напрацювання на відмову даної системи.

Задача 2.13. Частота відмов системи задається виразом $a(t) = 3e^{-2\lambda t} - 2e^{-\lambda t}$. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи та напрацювання на відмову даної системи.

Задача 2.14. Імовірність безвідмовної роботи системи задається залежністю $P(t) = 4e^{-1,4\lambda t} - 2e^{-0,5\lambda t}$. Записати вираз для обчислення інтенсивності та частоти відмов системи.

Практичне заняття №3

АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА ВІДОМИМ РОЗПОДІЛОМ

Теоретичні відомості

Критерії надійності для нормального розподілу:

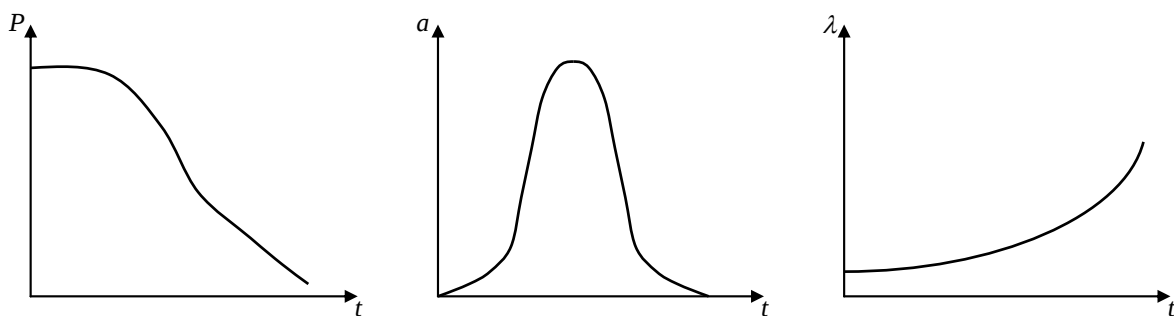
$$P(t) = 0,5 - \hat{O}(z); \quad z = \frac{t - t_{cp}}{\sigma_t}; \quad \hat{O}(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz; \quad \hat{O}(-z) = -\hat{O}(z),$$

$$Q(t) = 0,5 + \Phi(z), \quad \Phi(z) - \text{функція Лапласа.}$$

$$a(t) = \frac{\varphi(z)}{\sigma_t}; \quad \varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}; \quad \varphi(-z) = \varphi(z); \quad \lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)},$$

де t_{cp} – середній час безвідмовної роботи,

σ_t – середньоквадратичне відхилення часу безвідмовної роботи виробу.



Таблиця 3.1 – Нормована функція Лапласа $\hat{O}(z)$

z	Соті долі для z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	040	080	120	160	199	239	279	319	359
0,1	398	438	478	517	557	596	636	675	714	753
0,2	793	832	871	910	948	987	*026	*064	*103	*141
0,3	0,1179	217	255	293	331	368	406	443	480	517
0,4	554	591	628	664	700	736	772	808	844	879
0,5	915	950	985	*019	*054	*088	*123	*157	*190	*224
0,6	0,2257	291	324	357	389	422	454	486	517	549
0,7	580	611	642	673	703	734	764	794	823	852
0,8	881	910	939	967	995	*023	*051	*073	*106	*133
0,9	0,3159	186	212	238	264	289	315	340	365	389
1,0	413	437	461	485	508	583	554	577	599	621
1,1	643	665	686	708	729	749	770	790	810	830
1,2	849	869	888	907	925	944	962	980	997	*015
1,3	0,4032	049	066	082	099	115	131	147	162	177
1,4	192	207	222	236	251	265	279	292	306	319
1,5	332	345	357	370	382	394	406	418	429	441
1,6	452	463	474	484	495	505	515	525	535	545

<i>z</i>	Соті долі для <i>z</i>									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,7	554	564	573	582	591	599	608	616	625	633
1,8	641	649	656	664	671	678	686	693	699	706
1,9	713	719	726	732	738	744	750	756	761	767
2,0	772	778	783	788	793	798	803	808	812	817
2,1	821	826	830	834	838	842	846	850	854	857
2,2	860	864	867	871	874	877	880	883	886	889
	966	474	906	263	545	755	894	962	962	893
2,3	892	895	898	900	903	906	908	911	913	915
2,4	918	920	922	924	926	928	930	932	934	936
	025	237	397	506	564	572	531	493	309	128
2,5	937	939	941	942	944	946	947	949	950	952
	903	634	323	969	574	139	664	151	600	012
2,6	0,4953	954	956	957	958	959	960	962	963	964
	388	729	035	308	547	754	930	074	189	274
2,7	965	966	967	968	969	970	971	971	972	973
	330	358	359	333	280	202	099	972	821	646
2,8	974	975	975	976	977	978	979	979	980	980
	449	229	988	726	443	140	818	476	116	738
2,9	981	981	982	983	983	984	984	985	985	986
	342	929	498	052	589	111	618	110	588	051
3,0	986	986	987	987	988	988	988	989	989	989
	501	938	361	772	171	558	933	297	650	992
3,1	990	990	990	991	991	991	992	992	992	992
	324	646	957	260	553	836	112	378	636	886
3,2	993	993	993	993	994	994	994	994	994	994
	129	363	590	810	024	230	429	623	810	991
3,3	995	995	995	995	995	996	996	996	996	996
	166	335	499	658	811	959	103	242	376	505
3,4	966	996	996	996	997	997	997	997	997	997
	631	752	869	982	091	197	299	398	493	585
3,5	997	997	997	997	997	998	998	998	998	998
	674	759	842	992	999	074	146	215	282	347
3,6	998	998	998	998	998	998	998	998	998	998
	409	469	527	583	637	689	739	787	834	879
3,7	998	998	999	999	999	999	999	999	999	999
	922	964	004	043	080	116	150	184	216	247
3,8	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	274	305	333	359	385	409	433	456	478	499
3,9	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	519	539	557	575	593	609	625	641	655	670
4,0	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	683	686	709	721	733	744	755	765	775	784
4,1	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	793	802	811	819	826	834	841	848	854	861
4,2	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	867	872	878	883	888	893	898	902	907	911
4,3	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	915	918	922	925	929	932	935	938	841	943
4,4	0,4999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	946	948	951	953	955	957	959	961	963	964

z	Соті долі для z									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
4,5	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999
	966	968	969	971	972	973	974	976	977	978
5,0	999									
	997									

Примітки:

1. У таблиці дані тільки три останні десяткові знаки з чотирьох (для $z \leq 2,1$), перший з них записаний у графі «0» даного рядка чи вище даного. Якщо перед останніми трьома десятковими знаками стоїть зірочка*, то це значить, що перший десятковий знак треба дивитися в графі «0» наступного рядка.
2. для значення $2,2 \leq z \leq 5,0$ під основними чотирма десятковими значеннями дані ще три десяткові знаки. Наприклад, $\Phi(3,51)=0,4997759$.

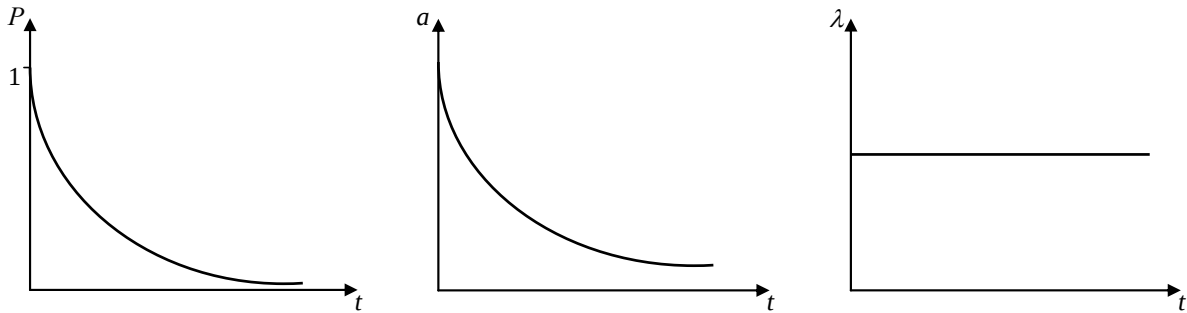
Таблиця 3.2 – Значення функції $\varphi(z)$

z		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,	3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	0,	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	0,	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	0,	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	0,	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	0,	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	0,	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	0,	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	0,	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	0,	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	0,	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	0,	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1881	1758	1736
1,3	0,	1714	1691	1669	1647	1626	1634	1582	1561	1539	1518
1,4	0,	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	0,	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	0,	1109	1099	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0,0	9405	9246	9089	8933	8780	8628	8478	8329	8183	8038
1,8	0,0	7895	7754	7614	7477	7341	7206	7074	6943	6814	6687
1,9	0,0	6562	6438	6316	6195	6077	5959	5844	5730	5618	5508
2,0	0,0	5399	5292	5186	5082	4980	4879	4780	4682	4586	4491
2,1	0,0	4398	4307	4217	4128	4041	3955	3871	3788	3706	3626
2,2	0,0	3547	3470	3394	3319	3246	3174	3103	3034	2965	2898
2,3	0,0	2833	2768	2705	2643	2582	2522	2463	2406	2349	2294
2,4	0,0	2239	2186	2134	2083	2033	1984	1936	1888	1842	1797
2,5	0,0	1753	1709	1667	1625	1585	1545	1506	1468	1431	1394
2,6	0,0	1358	1324	1289	1256	1223	1191	1160	1130	1100	1071
2,7	0,0	1042	1014	0987	0961	0935	0909	0885	0861	0837	0814
2,8	0,00	7915	7696	7483	7274	7071	6873	6679	6491	6307	6127
2,9	0,00	5952	5782	5616	5454	5296	5143	4993	4847	4705	4567
3,0	0,00	4432	4301	4173	4049	3928	3810	3695	3584	3475	3370
3,	0,00	4432	3267	2384	1723	1232	0873	0612	0425	0292	0199
4,	0,000	1338	0893	0589	0385	0249	0160	0101	0064	0040	0024
5,	0,0000 0	1487	0897	0536	0317	0186	0108	0062	0035	0020	0011

Критерії надійності для експонентного розподілу:

$$P(t) = e^{-\lambda t}; \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad a(t) = \lambda P(t) = \lambda e^{-\lambda t};$$

$$\lambda(t) = \text{const}; \quad T_H = \frac{1}{\lambda}.$$

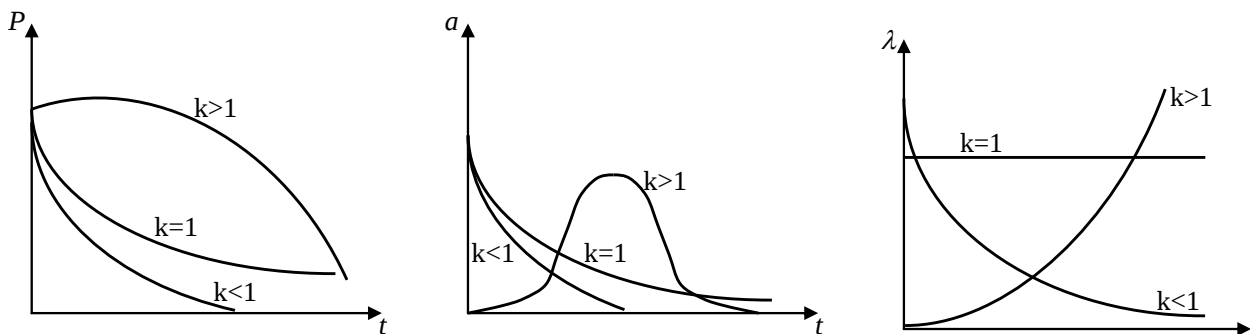


Критерії надійності для розподілу Вейбулла:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t^k}; \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda_0 t^k}; \quad a(t) = \lambda_0 k t^{k-1} P(t) = \lambda_0 k t^{k-1} e^{-\lambda_0 t^k};$$

$$\lambda(t) = \lambda_0 k t^{k-1} = \frac{a(t)}{P(t)}; \quad T_H = \frac{\frac{1}{k} \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)}{\lambda_0^{\frac{1}{k}}}; \quad x \Gamma(x) = \Gamma(x+1),$$

де λ_0, k – параметри закону розподілу, $\Gamma(x)$ – гамма-функція.



Таблиця 3.3 – Значення гамма-функції

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,00000	1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906
1,01	0,99433	1,26	0,90440	1,51	0,88659	1,76	0,92137
1,02	0,98884	1,27	0,90250	1,52	0,88704	1,77	0,92376
1,03	0,98355	1,28	0,90072	1,53	0,88757	1,78	0,92623
1,04	0,97844	1,29	0,89904	1,54	0,88818	1,79	0,92877
1,05	0,97350	1,30	0,89747	1,55	0,88887	1,80	0,93138
1,06	0,96874	1,31	0,89600	1,56	0,88964	1,81	0,93408
1,07	0,96415	1,32	0,89464	1,57	0,89049	1,82	0,93685
1,08	0,95973	1,33	0,89338	1,58	0,89142	1,83	0,93369

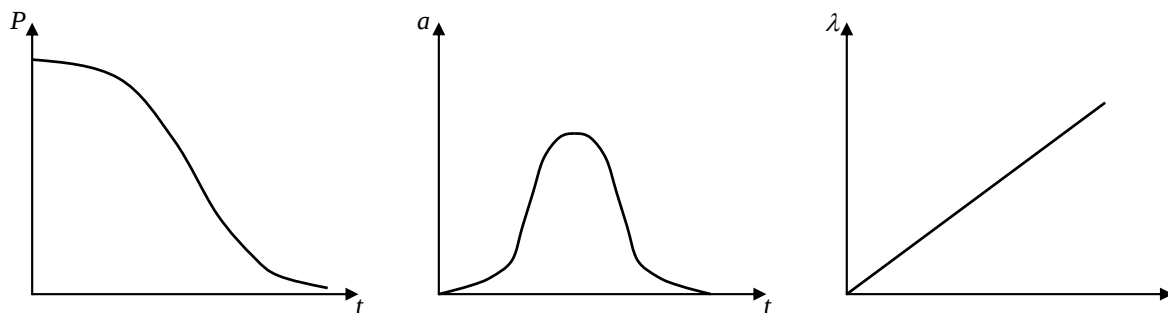
1,09	0,95546	1,34	0,89222	1,59	0,89243	1,84	0,94261
1,10	0,95135	1,35	0,89115	1,60	0,89352	1,85	0,94561
1,11	0,94740	1,36	0,89018	1,61	0,89468	1,86	0,94869
1,12	0,94359	1,37	0,88931	1,62	0,89592	1,87	0,95184
1,13	0,93993	1,38	0,88854	1,63	0,89724	1,88	0,95507
1,14	0,93642	1,39	0,88785	1,64	0,89864	1,89	0,95838
1,15	0,93304	1,40	0,88726	1,65	0,90012	1,90	0,96177
1,16	0,92980	1,41	0,88676	1,66	0,90167	1,91	0,96523
1,17	0,92670	1,42	0,88636	1,67	0,90330	1,92	0,96877
1,18	0,92373	1,43	0,88604	1,68	0,90500	1,93	0,97240
1,19	0,92089	1,44	0,88581	1,69	0,90678	1,94	0,97610
1,20	0,91817	1,45	0,88566	1,70	0,90864	1,95	0,97988
1,21	0,91558	1,46	0,88560	1,71	0,91057	1,96	0,98374
1,22	0,91311	1,47	0,88563	1,72	0,91258	1,97	0,98768
1,23	0,91075	1,48	0,88575	1,73	0,91467	1,98	0,99171
1,24	0,90852	1,49	0,88595	1,74	0,91683	1,99	0,99581
						2,00	1,00000

Критерії надійності для розподілу Релея:

$$P(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}}; \quad Q(t) = 1 - e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}}; \quad a(t) = \frac{t}{\sigma_t^2} P(t) = \frac{t}{\sigma_t^2} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}};$$

$$\lambda(t) = \frac{t}{\sigma_t^2}; \quad T_n = \sigma_t \sqrt{\frac{\pi}{2}},$$

де σ_t – параметр розподілу часу безвідмовної роботи виробу.



Задачі

Задача 3.1. Середній час справної роботи виробу складає 1180 год. Час справної роботи описується законом Релея. Обчислити імовірність безвідмовної роботи, частоту та інтенсивність відмов для часу 1000 год. Побудувати залежність $P(t)$.

Задача 3.2. Час безвідмовної роботи виробу підлягає закону Вейбулла з параметрами $k=1,25$, $\lambda_0=1,6 \cdot 10^{-4}$ год⁻¹. Обчислити протягом якого часу імовірність безвідмовної роботи виробу буде не нижча 0,95.

Задача 3.3. Час безвідмовної роботи виробу описується нормальним законом з $\sigma_t=100$ год. $P(1300)=0,87$. Обчислити середній час безвідмовної роботи виробу t_{cp} . Побудувати $a(t)$.

Задача 3.4. Середнє напрацювання виробу до першої відмови 200 год. Закон розподілу – експонентний. Обчислити $P(t)$, $a(t)$, λ для часу 70 год.

Задача 3.5. Імовірність безвідмовної роботи деякої системи протягом часу 150 год. дорівнює 0,87. Припускається, що справедливим є експонентний закон розподілу. Необхідно розрахувати інтенсивність і частоту відмов системи для цього часу.

Задача 3.6. Імовірність безвідмовної роботи виробу протягом 1000 год. складає 0,95. Час справної роботи підлягає закону Релея. Необхідно визначити частоту та інтенсивність відмов, час напрацювання.

Задача 3.7. Визначити імовірність безвідмовної роботи та інтенсивність відмов приладу для 1300 год. роботи, якщо $t_{cp}=1500$ год., $\sigma_t=100$. Закон розподілу – нормальний.

Задача 3.8. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:
22; 31; 35; 50; 67; 74; 80; 84; 91; 93; 138; 152; 166; 171.
Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Задача 3.9. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:
2; 2; 3; 3; 5; 6; 7; 8; 9; 9; 13; 15; 16; 17; 18; 20; 21; 25; 27; 35; 38; 53; 56; 69;
77; 86; 98; 120.
Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Задача 3.10. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:

3; 4; 5; 5; 6; 6; 7; 7; 7; 7; 7; 8; 9; 10; 10; 11; 12; 12; 12; 12; 12; 14; 14; 15; 15; 15; 16; 17; 18; 20; 20; 20; 21; 21; 22; 22; 23; 29; 30; 32; 33; 37; 38; 40; 40; 40; 42; 45; 46; 48; 49; 50; 53; 55; 55; 73; 86; 90; 110; 129.

Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Задача 3.11. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:

17; 18; 57; 134; 160; 160; 174; 198; 200; 225; 279; 370; 420.

Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Задача 3.12. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:

699; 724; 794; 799; 810; 935; 997; 1115; 1120; 1174; 1190; 1300; 1353; 1500; 1534; 1573; 1800; 1800; 1900; 2000; 2166; 2278; 2301; 2400; 2444; 2447; 2500; 2700; 2700; 2850; 2950.

Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Задача 3.13. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:

19; 28; 28; 32; 36; 36; 50; 51; 71; 124; 126; 138; 163; 231; 246; 260; 300; 302; 320; 341; 380; 384; 468; 477; 603; 807; 895; 920; 937.

Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Задача 3.14. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:

61; 64; 92; 149; 150; 150; 178; 179; 200; 200; 250; 252; 255; 255; 312; 340; 341; 359; 362; 378; 600; 600.

Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Задача 3.15. В результаті випробувань системи отримано наступний варіаційний ряд значень часу безвідмовної роботи системи:

200; 232; 328; 368; 393; 404; 421; 457; 483; 511; 527; 540; 544; 572; 598; 605; 619; 633; 660; 681; 736; 791; 942.

Визначити закон розподілу часу безвідмовної роботи системи.

Практичне заняття №4

ПОСЛІДОВНЕ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У СИСТЕМУ

Теоретичні відомості

Система з послідовним з'єднанням елементів є працездатною тільки тоді, коли є працездатними всі її елементи. Вважаючи відмови елементів незалежними, імовірність одночасної безвідмовної роботи n елементів визначається за теоремою множення імовірностей: імовірність спільної появи незалежних подій дорівнює добутку імовірностей цих подій.

Імовірність безвідмовної роботи системи:

$$P(t) = p_1(t) p_2(t) \dots p_n(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t) = \prod_{i=1}^n (1 - q_i(t)).$$

Імовірність відмови системи:

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \prod_{i=1}^n p_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - q_i(t)).$$

Якщо система складається з *рівнонадійних* елементів ($p_i(t) = p(t)$), то

$$P(t) = p_i(t)^n, \quad Q(t) = 1 - (1 - q_i(t))^n.$$

Якщо всі елементи системи працюють у періоді нормальної експлуатації і має місце найпростіший потік відмов, напрацювання елементів і системи підлягає *експонентному* розподілу. Тоді імовірність безвідмовної роботи визначається

$$P(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = e^{-\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)t} = e^{-\Lambda t},$$

де $\Lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \text{const}$ - інтенсивність відмов системи.

Для системи з n рівнонадійних елементів:

$$\Lambda = n\lambda, \quad T_i = \frac{T_{fi}}{n}$$

Задачі

Задача 4.1. Система складається з 4 елементів. Інтенсивність відмов першого елемента дорівнює $\lambda_1 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$, другого елемента $\lambda_2 = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}$, третього і четвертого визначається залежностями $\lambda_3 = 2,7 \cdot 10^{-6} t \text{ (год}^{-1}\text{)}$, $\lambda_4 = 4,2 \cdot 10^{-8} t^{2,4} \text{ (год}^{-1}\text{)}$. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи системи. Обчислити $P(100)$.

Задача 4.2. Система складається з 7 елементів, з'єднаних послідовно.

Перший	відмовив	28 разів за 960 год.;
Другий	–	35 разів за 890 год.;
Третій	–	31 разів за 900 год.;
Четвертий	–	24 разів за 880 год.;
П'ятий	–	12 разів за 420 год.;
Шостий	–	8 разів за 460 год.;
Сьомий	–	11 разів за 550 год.

Необхідно визначити напрацювання на відмову системи в цілому, якщо для кожного елемента справедливий експонентний закон розподілу.

Задача 4.3. Система складається з 12000 рівнонадійних елементів, з'єднаних послідовно, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_i = 2,4 \cdot 10^{-7}$ год⁻¹. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи для часу 75 год., середнє напрацювання системи до першої відмови. Припускається експонентний закон розподілу.

Задача 4.4. Система складається з 4 блоків, середнє напрацювання до першої відмови яких рівне $T_{i1} = 200$ год., $T_{i2} = 360$ год., $T_{i3} = 610$ год., $T_{i4} = 480$ год. Для всіх блоків справедливий експонентний закон надійності. Визначити середнє напрацювання на відмову системи.

Задача 4.5. Система складається з 5 пристроїв, причому відмова будь-якого з них приводить до відмови системи. Відомо, що перший пристрій відмовив 65 разів протягом 847 год. роботи, другий – 34 рази протягом 764 год. роботи, а інші пристрої протягом 279 год. роботи відмовили 8, 13 і 9 разів відповідно. Визначити інтенсивність відмов кожного пристрою і системи в цілому та напрацювання на відмову системи в цілому (справедливий експонентний закон надійності).

Задача 4.6. Імовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом часу t дорівнює 0,998. Визначити імовірність безвідмовної роботи системи, що складається з 300 таких елементів протягом цього часу.

Задача 4.7. Імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює 0,93. Система складається з 150 рівнонадійних елементів, з'єднаних послідовно. Обчислити імовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом цього часу.

Задача 4.8. Пристрій складається з кремнієвих транзисторів, діодів, резисторів, конденсаторів, має з'єднання паянням. Тип з'єднання - послідовне. Обчислити $\lambda_{cmin}(t)$, $\lambda_{cmax}(t)$, $P_{cmin}(t)$, $P_{cmax}(t)$, T_{ncmin} , T_{ncmax} . Побудувати $P_c(t)$.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Транзистори, шт. $\lambda = (0,3 - 1,0) \cdot 10^{-5}$, год ⁻¹	4	5	6	7	6	5	4	7	6	8	5	4
Діоди, шт. $\lambda = (0,2 - 0,5) \cdot 10^{-5}$, год ⁻¹	10	11	12	14	11	12	8	10	11	7	10	9
Резистори, шт. $\lambda = (0,01 - 0,1) \cdot 10^{-5}$, год ⁻¹	16	18	20	22	18	16	17	19	22	20	19	18
Конденсатори, шт. $\lambda = (0,02 - 0,2) \cdot 10^{-5}$ год ⁻¹	8	9	10	11	9	12	10	8	12	7	6	5
З'єднання паянням, шт. $\lambda = 10^{-9}$, год ⁻¹	80	86	90	94	90	96	90	88	70	60	50	44

Задача 4.9. Система складається з чотирьох рівнонадійних елементів, з'єднаних послідовно. Імовірність безвідмовної роботи системи $P_c=0,85$ протягом часу $t=500$ год. Закон розподілу відмов – експонентний. Обчислити інтенсивність відмов кожного елемента протягом даного часу.

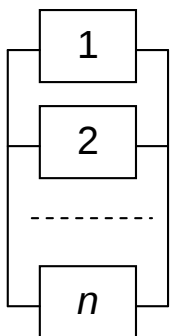
Задача 4.10. Система складається з шістьох рівнонадійних елементів, з'єднаних послідовно. Імовірність безвідмовної роботи системи $P_c=0,75$ протягом часу $t=800$ год. Закон розподілу відмов – експонентний. Обчислити інтенсивність відмов системи в цілому і кожного елемента протягом даного часу.

Задача 4.11. Система з 5 рівнонадійних елементів, з'єднаних послідовно, повинна забезпечити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)=0,87$ протягом часу $t=1000$ год. Припускається, що закон розподілу відмов експонентний. Визначити максимально допустиму інтенсивність відмов будь-якого елемента.

Задача 4.12. Система складається з чотирьох елементів, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює $T_{i1}=400$ год., $T_{i2}=460$ год., $T_{i3}=410$ год., $T_{i4}=480$ год. Для всіх блоків справедливий експонентний закон надійності. Визначити інтенсивність відмов системи.

ПАРАЛЕЛЬНЕ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У СИСТЕМУ

Теоретичні відомості



Система з паралельним з'єднанням елементів є працездатною тоді, коли є працездатним хоча б один її елемент.

Оскільки відмова системи полягає в загальній відмові всіх елементів, то її імовірність (при допущенні незалежності відмов) може бути знайдена за теоремою множення імовірностей як добуток імовірностей відмов елементів:

Імовірність відмови:

$$Q(t) = q_1(t)q_2(t)\dots q_n(t) = \prod_{i=1}^n q_i(t) = \prod_{i=1}^n (1 - p_i(t)).$$

Імовірність безвідмовної роботи:

$$P(t) = 1 - Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^n q_i(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p_i(t)).$$

Для систем з *рівнонадійних* елементів:

$$Q(t) = q_i(t)^n, \quad P(t) = 1 - (1 - p_i(t))^n.$$

При *експонентному розподілі* надійності імовірність безвідмовної роботи:

$$P(t) = 1 - [1 - e^{-\lambda t}]^n.$$

Середнє напруцювання системи визначається:

$$T_n = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1+i},$$

де $m = n - 1$ – кількість резервних елементів (кратність резервування).

При великих значеннях n справедлива наближена формула:

$$T_n = T_{ni} \left(\ln n + \frac{1}{2n} + 0,577 \right).$$

Задачі

Задача 5.1. Система складається з 5 рівнонадійних елементів, з'єднаних паралельно, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_i = 4,4 \cdot 10^{-5}$ год⁻¹. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи для часу 200 год., середнє напруцювання системи до першої відмови. Припускається експонентний закон розподілу.

Задача 5.2. Імовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом часу t дорівнює 0,77. Визначити імовірність безвідмовної роботи системи, що складається з 15 таких елементів, з'єднаних паралельно, протягом цього часу.

Задача 5.3. Імовірність безвідмовної роботи системи протягом часу t дорівнює 0,93. Система складається з 30 рівнонадійних елементів, з'єднаних паралельно. Обчислити імовірність безвідмовної роботи одного елемента протягом цього часу.

Задача 5.4. Система складається з чотирьох рівнонадійних елементів, з'єднаних паралельно. Імовірність безвідмовної роботи системи $P_c=0,9$ протягом часу $t=1000$ год. Закон розподілу відмов – експонентний. Обчислити інтенсивність відмов кожного елемента протягом даного часу.

Задача 5.5. Система складається з шістьох рівнонадійних елементів, з'єднаних паралельно. Імовірність безвідмовної роботи системи $P_c=0,88$ протягом часу $t=100$ год. Закон розподілу відмов – експонентний. Обчислити інтенсивність відмов системи в цілому і кожного елемента протягом даного часу.

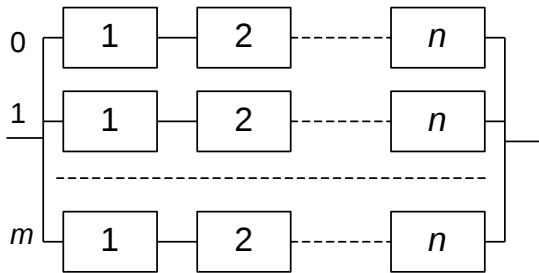
Задача 5.6. Система з 5 рівнонадійних елементів, з'єднаних паралельно, повинна забезпечити імовірність безвідмовної роботи $P_c(t)=0,95$ протягом часу $t=1500$ год. Припускається, що закон розподілу відмов експонентний. Визначити максимально допустиму інтенсивність відмов будь-якого елемента.

Задача 5.7. Система складається з чотирьох елементів, інтенсивність відмов яких дорівнює $\lambda_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ год⁻¹, $\lambda_2 = 1,2 \cdot 10^{-5}$ год⁻¹, $\lambda_3 = 10^{-4}$ год⁻¹, $\lambda_4 = 3,5 \cdot 10^{-6}$ год⁻¹. Для всіх елементів справедливий експонентний закон надійності. Визначити імовірність безвідмовної роботи системи протягом 2000 год.

Практичне заняття №6

РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ З ПОСТІЙНО ВВИМКНЕНИМ РЕЗЕРВОМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ

Теоретичні відомості



При такому резервуванні резервні ланцюги 1, 2, ..., m з'єднані паралельно з основним ланцюгом 0 протягом всього періоду роботи системи. Всі ланцюги з'єднані постійно, перебудови схеми при відмовах не відбувається, ланцюг, що відмовив, не відключається. Кратність резервування m .

Імовірність безвідмовної роботи системи:

$$P(t) = 1 - \prod_{j=0}^m \left(1 - \prod_{i=1}^n p_{ij}(t) \right);$$

У випадку, коли основний і резервні ланцюги *рівнонадійні*:

$$P(t) = 1 - \left(1 - \prod_{i=1}^n p_i(t) \right)^{m+1}$$

При експонентному законі надійності:

$$P(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t} \right)^{m+1};$$

де $\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i$ - інтенсивність відмов основного ланцюга.

Частота відмов при експонентному законі:

$$a(t) = \lambda_0 (m+1) e^{-\lambda_0 t} \left(1 - e^{-\lambda_0 t} \right)^m;$$

Інтенсивність відмов при експонентному законі:

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \frac{\lambda_0 (m+1) e^{-\lambda_0 t} \left(1 - e^{-\lambda_0 t} \right)^m}{1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t} \right)^{m+1}};$$

Напрацювання до відмови при експонентному законі:

$$T_n = T_{n0} \sum_{j=0}^m \frac{1}{1+j} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=0}^m \frac{1}{1+j}.$$

Задачі

Задача 6.1. Система складається з 10 рівнонадійних елементів, середній час безвідмовної роботи кожного дорівнює 1000 год. Справедливий експонентний закон надійності для елементів системи. Основна і резервна системи рівнонадійні. Необхідно обчислити час напрацювання, імовірність безвідмовної роботи, частоту та інтенсивність відмов системи для часу 50 год. у випадках:

- 1) система нерезервована;
- 2) система дубльована з постійно ввімкненим резервом.

Задача 6.2. Нерезервована система складається з 5000 елементів, з'єднаних послідовно. Для підвищення надійності передбачається здійснити загальне дублювання елементів. Розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента для забезпечення імовірності безвідмовної роботи системи не менше 0,9 протягом часу 10 год.

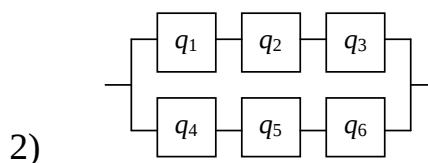
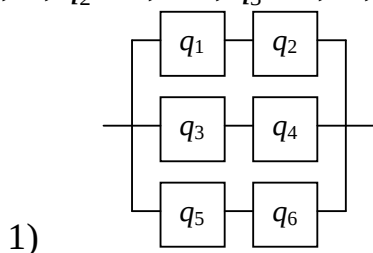
Задача 6.3. Система складається з 3 блоків з інтенсивностями відмов $\lambda_1 = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ год}^{-1}$, $\lambda_2 = 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ год}^{-1}$, $\lambda_3 = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ год}^{-1}$. Закон розподілу експонентний. Обчислити імовірність безвідмовної роботи, частоту відмов для часу 100 год., середнє напрацювання системи для випадків:

- 1) резерв відсутній;
- 2) система дубльована.

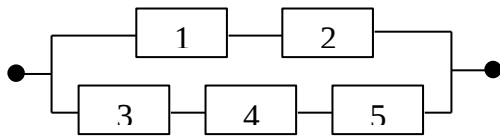
Задача 6.4. Пристрій складається з 4 однакових блоків, з'єднаних послідовно. Імовірність безвідмовної роботи пристрою протягом часу 100 год. повинна бути не менше 0,9. Визначити імовірність безвідмовної роботи кожного блоку протягом цього часу у випадках:

- 1) резерв відсутній;
- 2) примінено загальне резервування.

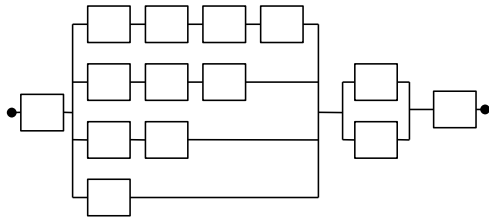
Задача 6.5. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи, якщо $q_1 = 0,11$, $q_2 = 0,085$, $q_3 = 0,17$, $q_4 = 0,08$, $q_5 = 0,2$, $q_6 = 0,1$ для випадків:



Задача 6.6. У даній системі $p_1=0,92$; $p_2=0,97$; $p_3=0,89$; $p_4=0,99$; $p_5=0,997$. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи.



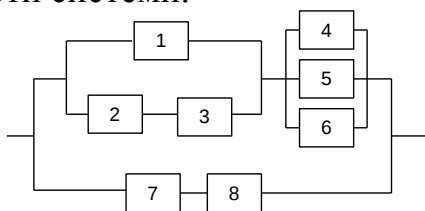
Задача 6.7. У даній системі всі елементи рівнонадійні $p_i=0,8$. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи.



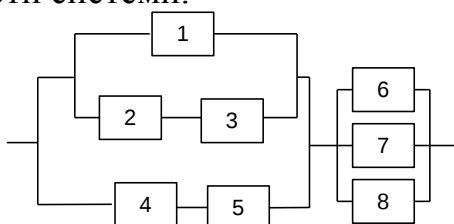
Задача 6.8. Система з 50 рівнонадійних елементів, з'єднаних послідовно, дублюється для забезпечення імовірності безвідмовної роботи $P_c(t)=0,7$ протягом часу $t=3000$ год. Припускається, що закон розподілу відмов експонентний. Визначити максимально допустиму інтенсивність відмов будь-якого елемента.

Задача 6.9. Основна система складається з 3 рівнонадійних елементів, з'єднаних послідовно. Обчислити вигреш надійності по імовірності безвідмовної роботи системи з дублюванням.

Задача 6.10. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи системи:

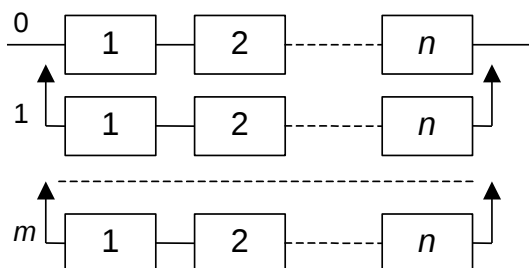


Задача 6.11. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи системи:



РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ ЗАМІЩЕННЯМ З ПОЛЕГШЕНИМ (НЕДОВАНТАЖЕНИМ) РЕЗЕРВУВАННЯМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ

Теоретичні відомості



У такій схемі резервні ланцюги знаходяться в режимі недовантаження до моменту їх ввімкнення в роботу. Надійність резервного ланцюга вища, ніж надійність основного.

Імовірність безвідмовної роботи при експонентному законі такої системи:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \left(1 + \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i \right), \quad x_i = \prod_{j=0}^{i-1} \left(j + \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right),$$

де λ_1 – інтенсивність відмови резервного ланцюга в режимі недовантаження до моменту ввімкнення його в роботу;

λ_0 – інтенсивність відмови резервного ланцюга в стані роботи (чи основного ланцюга у випадку дублювання).

Частота відмов:

$$a(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \left(1 + \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{(i-1)!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^{i-1} \right);$$

Інтенсивність відмов:

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \lambda_0 \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_0} e^{-\lambda_1 t} \frac{\sum_{i=1}^m \frac{x_i}{(i-1)!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^{i-1}}{1 + \sum_{i=1}^m \frac{x_i}{i!} (1 - e^{-\lambda_1 t})^i} \right);$$

Час напрацювання до відмови:

$$T_n = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^m \frac{1}{1 + i \frac{\lambda_1}{\lambda_0}}.$$

Задачі

Задача 7.1. Пристрій має інтенсивність відмов $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ год}^{-1}$. Його дублює такий же пристрій, що знаходиться до відмови основного пристрою в режимі очікування (полегшений резерв). У цьому режимі інтенсивність відмов пристрою $\lambda_1 = 6 \cdot 10^{-5} \text{ год}^{-1}$. Обчислити імовірність безвідмовної роботи резервованого пристрою, його частоту й інтенсивність відмов протягом часу 100 год., напрацювання на відмову.

Задача 7.2. Система складається з одного працюючого блоку з $\lambda_0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}$ і одного блоку в полегшеному резерві з $\lambda_1 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$. Визначити імовірність безвідмовної роботи резервованого пристрою, його частоту й інтенсивність відмов протягом часу 20 год., напрацювання на відмову.

Задача 7.3. Система складається з 6 елементів, з'єднаних послідовно, інтенсивність відмов кожного з них $\lambda_i = 2 \cdot 10^{-5} \text{ год}^{-1}$. Оцінити виграш надійності по імовірності безвідмовної роботи для часу 700 год. при резервуванні основної системи такими способами:

- 1) основна система і система з постійним дублюванням;
- 2) основна система і система з резервуванням заміщенням, стан резерву – недовантажений, інтенсивність відмов кожного елемента в недовантаженому стані $\lambda_{1i} = 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ год}^{-1}$;
- 3) система з постійним дублюванням і система із заміщенням з полегшеним резервом.

Задача 7.4. Система складається з 4 елементів, з'єднаних послідовно, інтенсивність відмов її $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$. Оцінити виграш надійності по часу напрацювання при резервуванні основної системи такими способами:

- 4) основна система і система з постійним дублюванням;
- 5) основна система і система з резервуванням заміщенням, стан резерву – недовантажений, інтенсивність відмов резервного ланцюга в недовантаженому стані $\lambda_1 = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ год}^{-1}$;
- 6) система з постійним дублюванням і система із заміщенням з полегшеним резервом.

Задача 7.5. Імовірність безвідмовної роботи нерезервованого виробу протягом часу 300 год. складає 0,74. Система резервується двома елементами в недовантаженому стані (два ланцюги по одному елементу). Інтенсивність відмов кожного резервного елемента в недовантаженому стані $\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-4}$ год⁻¹. Обчислити час напрацювання резервованої системи, імовірність безвідмовної роботи, інтенсивність і частоту відмов резервованої системи для часу 300 год.

Задача 7.6. Система складається з 12 рівнонадійних елементів. Середній час безвідмовної роботи одного елемента дорівнює 500 год. Припускається, що є справедливим експонентний закон надійності для всіх елементів системи. Інтенсивність відмов для кожного елемента резервного ланцюга $\lambda_1 = 2,5 \cdot 10^{-3}$ год⁻¹. Необхідно обчислити імовірність безвідмовної роботи, інтенсивність та частоту відмов для часу 100 год., напрацювання до відмови для випадків:

- 1) система нерезервована;
- 2) система дубльована при включенні резерву за способом заміщення (недовантажений резерв).

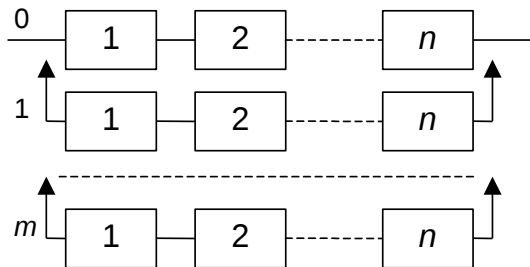
Задача 7.7. Система складається з 3 елементів з $\lambda = 10^{-6}$ год⁻¹ та 4 елементів з $\lambda = 3 \cdot 10^{-6}$ год⁻¹. Система дублюється ланцюгом з таких самих елементів в недовантаженому стані. Інтенсивність їх відмов у полегшеному режимі роботи вдвічі менша, ніж у навантаженому стані. Необхідно обчислити імовірність безвідмовної роботи, інтенсивність та частоту відмов для часу 1000 год., напрацювання до відмови для випадків:

- 1) система нерезервована;
- 2) система дубльована при включенні резерву за способом заміщення (недовантажений резерв).

Практичне заняття №8

РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ ЗАМІЩЕННЯМ З НЕНАВАНТАЖЕНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ

Теоретичні відомості



У такій схемі резервні ланцюги знаходяться в ненавантаженому режимі до моменту їх ввімкнення в роботу.

Імовірність безвідмовної роботи при експонентному законі такої системи:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!},$$

де λ_0 – інтенсивність відмови резервного ланцюга в стані роботи (чи основного ланцюга у випадку дублювання).

Частота відмов:

$$a(t) = \frac{\lambda_0^{m+1}}{m!} t^m e^{-\lambda_0 t};$$

Інтенсивність відмов:

$$\lambda(t) = \frac{a(t)}{P(t)} = \frac{\lambda_0^{m+1} t^m}{m! \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}};$$

Час напрацювання до відмови:

$$T_n = \frac{m+1}{\lambda_0}.$$

Задачі

Задача 8.1. Система складається з 2 однакових елементів. Для підвищення надійності запропоновано дублювання системи за способом заміщення з ненавантаженим станом резерву. Записати вирази для імовірності безвідмовної роботи, інтенсивності та частоти відмов, напрацювання до відмови основної та дубльованої систем.

Задача 8.2. Система складається з 10 рівнонадійних елементів. Середній час безвідмовної роботи одного елемента дорівнює 1000 год. Припускається, що є справедливим експонентний закон надійності для всіх елементів системи. Основна і резервна системи рівнонадійні. Необхідно обчислити імовірність безвідмовної роботи, інтенсивність та частоту відмов для часу 50 год., напрацювання до відмови для випадків:

- 3) система нерезервована;
- 4) система дубльована при включенні резерву за способом заміщення (ненавантажений резерв).

Задача 8.3. Імовірність безвідмовної роботи нерезервованого виробу протягом часу 2000 год. складає 0,67. Система резервується двома елементами в ненавантаженому стані (два ланцюги по одному елементу). Основний і резервні елементи рівнонадійні. Обчислити час напрацювання резервованої системи, імовірність безвідмовної роботи, інтенсивність і частоту відмов резервованої системи для часу 2000 год.

Задача 8.4. Система складається з 7 елементів, з'єднаних послідовно, інтенсивність відмов кожного з них $\lambda_i = 2 \cdot 10^{-5}$ год⁻¹. Оцінити виграш надійності по імовірності безвідмовної роботи для часу 300 год. при резервуванні основної системи такими способами:

- 1) основна система і система з постійним дублюванням;
- 2) основна система і система з резервуванням заміщенням, стан резерву – ненавантажений;
- 3) система з постійним дублюванням і система із заміщенням ненавантаженим резервом.

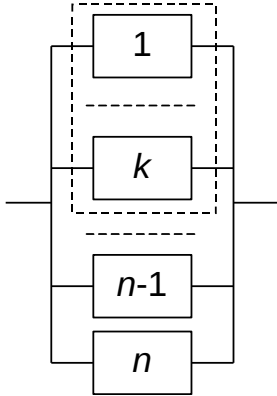
Задача 8.5. Система складається з 5 елементів, з'єднаних послідовно, інтенсивність відмов її $\lambda_0 = 2 \cdot 10^{-5}$ год⁻¹. Оцінити виграш надійності по часу напрацювання при резервуванні основної системи такими способами:

- 1) основна система і система з постійним дублюванням;
- 2) основна система і система з резервуванням заміщенням, стан резерву – ненавантажений;
- 3) система з постійним дублюванням і система із заміщенням з ненавантаженим резервом.

Практичне заняття №9

РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ З ПОСТІЙНО ВВІМКНЕНИМ РЕЗЕРВОМ І ДРОБОВОЮ КРАТНІСТЮ

Теоретичні відомості



Резервована система складається з n окремих систем. Для її нормальної роботи необхідно, щоб працездатними були не менше k систем. Передбачається, що всі системи рівнонадійні. Кратність резервування такої системи:

$$m = \frac{n - k}{k}$$

Імовірність безвідмовної роботи такої системи може бути знайдена за теоремою додавання імовірностей для $k=m, m+1, \dots, n$:

$$P(t) = \sum_{i=k}^n C_n^i p_j(t)^i (1 - p_j(t))^{n-i}.$$

де $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ – біноміальний коефіцієнт «число сполучень по k з i »

(таблиця 9.1); p_j – імовірність безвідмовної роботи i -го елемента чи ланцюга.

Середній час напрацювання на відмову

$$T_i = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^{n-k} \frac{1}{k+i}.$$

Таблиця 9.1 – Біноміальні коефіцієнти $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$

n	i										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1										
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1
11	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11
12	1	12	66	220	495	792	924	792	495	220	66
13	1	13	78	286	715	1287	1716	1716	1287	715	286
14	1	14	91	364	1001	2002	3003	3432	3003	2002	1001
15	1	15	105	455	1365	3003	5005	6435	6435	5005	3003
16	1	16	120	560	1820	4368	8008	11440	12870	11440	8008
17	1	17	136	680	2380	6188	12376	19448	24310	24310	19448
18	1	18	153	816	3060	8568	18564	31824	43758	48620	43758
19	1	19	171	969	3876	11628	27132	50388	75582	92378	92378
20	1	20	190	1140	4845	15504	38760	77520	125970	167960	184756

Примітка: Для $i > 10$ можна скористатися властивістю симетрії: $C_n^i = C_n^{n-i}$

Задачі

Задача 9.1. Система електропостачання складається з 4 генераторів. Потужність кожного генератора 18 кВт, інтенсивність відмов $\lambda_0 = 10^{-3}$ год⁻¹. Безаварійна робота блоку можлива коли система може забезпечувати потужність 30 кВт. Необхідно визначити імовірність безвідмовної роботи системи електропостачання, частоту та інтенсивність відмов системи протягом часу 600 год., середній час безвідмовної роботи.

Задача 9.2. Запропоновано дві схеми резервування резисторів:

- 1) три паралельно з'єднаних резистори;
- 2) шість паралельно з'єднаних резисторів.

Обидві схеми допускають зміну загального опору на 1/3.

Обчислити яка схема надійніша, якщо інтенсивність відмов одного резистора λ_0 , а час неперервної роботи системи t . Порівняльну оцінку провести по середньому напрацюванню на відмову та імовірності безвідмовної роботи. Закон розподілу експонентний.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\lambda_0, 10^{-6}, \text{ год}^{-1}$	2	3	4	5	1	2	6	4	3	2	2
$t, \text{ год}$	900	800	750	750	500	500	800	900	670	890	700

Задача 9.3. Для підвищення точності вимірювання деякої величини примінена схема групування приладів з п'яти по три, тобто результат вимірювання вважається вірним за показами середнього (третього) приладу. Інтенсивність відмови кожного приладу $\lambda_0 = 0,4 \cdot 10^{-3}$ год⁻¹. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи електропостачання, частоту та інтенсивність відмов системи протягом часу 500 год., середній час безвідмовної роботи.

Задача 9.4. Інтенсивність відмов вимірювального приладу дорівнює $\lambda_0 = 0,83 \cdot 10^{-3}$ год⁻¹. Для підвищення точності вимірювань застосовано дві схеми:

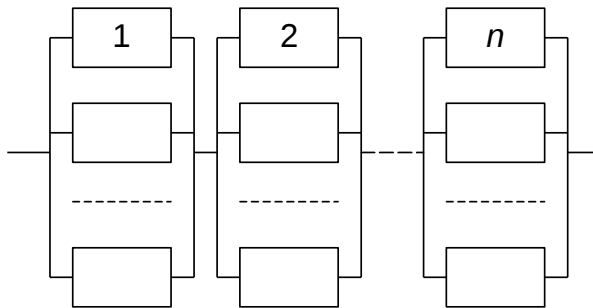
- 1) схема групування з трьох по два;
- 2) схема групування з п'яти по три.

Обчислити для двох випадків час напрацювання на відмову та імовірність безвідмовної роботи для часу 500 год.

Практичне заняття №10

РЕЗЕРВУВАННЯ РОЗДІЛЬНЕ (ПОЕЛЕМЕНТНЕ) З ПОСТІЙНО ВВІМКНЕНИМ РЕЗЕРВОМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ

Теоретичні відомості



При роздільному резервуванні елементи системи резервуються окремо.

Імовірність безвідмовної роботи системи:

$$P(t) = \prod_{i=1}^n \left(1 - \prod_{j=0}^{m_i} (1 - p_{ij}(t)) \right),$$

де m_i – кратність резервування окремого елемента.

Для рівнонадійних елементів системи і $m_i = m = \text{const}$:

$$P(t) = \left(1 - (1 - p_{ij}(t))^{m+1} \right)^n.$$

Якщо $p_{ij}(t) = p_i(t)$, то $P(t) = \prod_{i=1}^n \left(1 - (1 - p_i(t))^{m_i+1} \right).$

При експонентному законі $P(t) = \prod_{i=1}^n \left(1 - (1 - e^{-\lambda_i t})^{m_i+1} \right);$

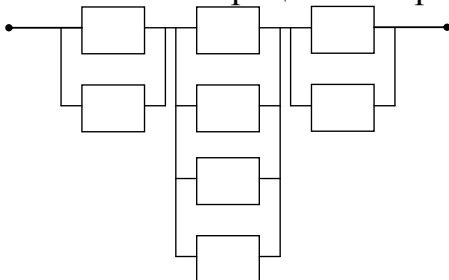
для рівнонадійних елементів $P(t) = \left(1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1} \right)^n.$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$T_n = \frac{(m-1)!}{\lambda(m+1)} \sum_{j=0}^m \frac{1}{\nu_j(\nu_j+1)\dots(\nu_j+n-1)}, \text{ де } \nu_j = \frac{j+1}{m+1}.$$

Задачі

Задача 10.1. Всі елементи системи рівнонадійні з $\lambda_i = 1,35 \cdot 10^{-3} \text{ год}^{-1}$. Обчислити час напрацювання резервованої системи.



Задача 10.2. Нерезервована система складається з 5000 елементів. Для підвищення надійності системи проводять роздільне дублювання елементів. Необхідно досягнути імовірність безвідмовної роботи системи 0,9 при $t=10$ год. Розрахувати середню інтенсивність відмов одного елемента.

Задача 10.3. Система складається з трьох блоків з інтенсивністю відмов $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Закон розподілу – експонентний. Необхідно розрахувати виграш надійності за імовірністю безвідмовної роботи для випадків:

- 1) резерв відсутній;
- 2) є дублювання кожного блоку.

Задача 10.4. Для підвищення надійності підсилювача всі його елементи дубльовані. Для системи справедливий експонентний закон надійності. Обчислити імовірність безвідмовної роботи резервованої системи для часу 4000 год.

Елементи	Кількість, шт.	Інтенсивність відмов, год ⁻¹
Транзистори	1	$\lambda_1 = 2,16 \cdot 10^{-5}$
Резистори	5	$\lambda_2 = 2,3 \cdot 10^{-6}$
Конденсатори	3	$\lambda_3 = 3,2 \cdot 10^{-6}$
Діоди	1	$\lambda_4 = 7,8 \cdot 10^{-6}$
Котушки індуктивності	1	$\lambda_5 = 9,0 \cdot 10^{-7}$

Задача 10.5. Основна система складається з двох елементів, з'єднаних послідовно, які дублюються. Стан резерву – навантажений. Припускається, що справедливий експонентний закон надійності і всі елементи системи рівнонадійні з $\lambda_i = 1,33 \cdot 10^{-3}$ год⁻¹. Записати вирази для визначення імовірності безвідмовної роботи, частоти та інтенсивності відмов резервованої системи, час напрацювання.

Задача 10.6. Основна система складається з 5 елементів, з'єднаних послідовно. Імовірність безвідмовної роботи одного елемента $p_i(100)=0,86$. Закон надійності – експонентний. Для підвищення надійності система резервується:

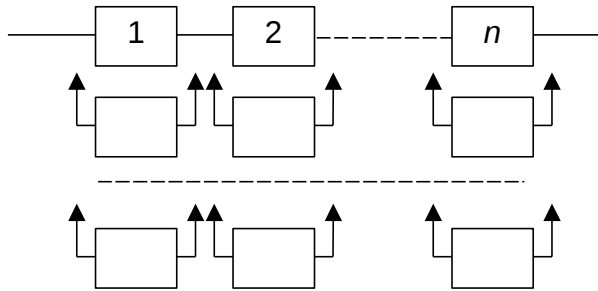
- 1) загальне резервування з постійно ввімкненим резервом;
- 2) поелементне резервування з постійно ввімкненим резервом;
- 3) загальне резервування з резервом в ненавантаженому стані.

Обчислити імовірність безвідмовної роботи для часу 200 год. та напрацювання до відмови для кожної із схем резервування.

Практичне заняття №11

РЕЗЕРВУВАННЯ РОЗДІЛЬНЕ (ПОЕЛЕМЕНТНЕ) ЗАМІЩЕННЯМ З ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ

Теоретичні відомості



Імовірність безвідмовної роботи системи:

$$P(t) = \prod_{i=1}^n p_i(t),$$

де $p_i(t)$ – імовірність безвідмовної роботи елементів i -го типу, резервованих методом заміщення:

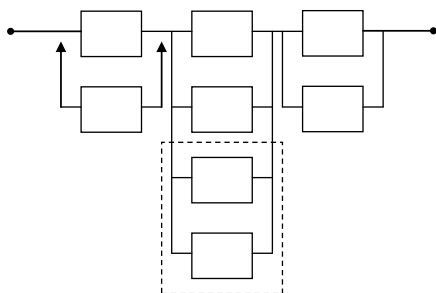
$$p_i(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!},$$

λ_0 - інтенсивність відмови i -го елемента основного ланцюга.

Задачі

Задача 11.1. Основна система складається з трьох елементів. Всі елементи рівнонадійні з $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-5}$ год⁻¹. Справедливий експонентний закон надійності. До кожного елемента примінено роздільне резервування заміщенням. Перший елемент резервується двома такими ж елементами, другий – трьома, третій – одним. Обчислити імовірність безвідмовної роботи резервованої системи протягом 750 год.

Задача 11.2. Інтенсивність відмов одного елемента дорівнює $2,7 \cdot 10^{-5}$ год⁻¹. Закон розподілу експонентний. Обчислити імовірність безвідмовної роботи такої системи.



Задача 11.3. Основна система складається з 4 елементів, з'єднаних послідовно. Імовірність безвідмовної роботи одного елемента $p_i(100)=0,77$. Закон надійності – експонентний. Для підвищення надійності система резервується:

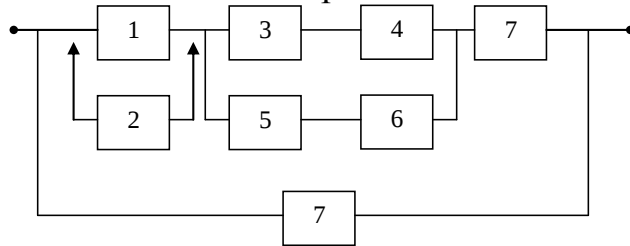
- 1) загальне резервування з постійно ввімкненим резервом;
- 2) поелементне резервування з постійно ввімкненим резервом;
- 3) поелементне резервування з резервом в ненавантаженому стані.

Обчислити імовірність безвідмовної роботи для часу 200 год. для усіх видів резервування.

Задача 11.4. Система складається з двох блоків з інтенсивністю відмов λ_1, λ_2 . Закон розподілу – експонентний. Необхідно розрахувати виграш надійності за імовірністю безвідмовної роботи для випадків:

- 1) резерв відсутній;
- 2) є дублювання кожного блоку, резерв – ненавантажений.

Задача 11.5. Розрахувати імовірність безвідмовної роботи системи при відомих значеннях імовірності безвідмовної роботи всіх її елементів.

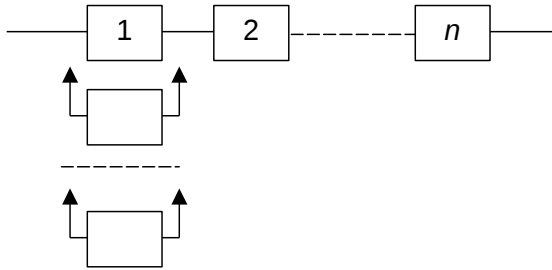


$$p_1=p_2=0,9, p_3=p_5=0,76, p_4=p_6=0,94, p_7=0,88.$$

Практичне заняття №12

РЕЗЕРВУВАННЯ КОВЗНЕ ПРИ ЕКСПОНЕНТНОМУ РОЗПОДІЛІ

Теоретичні відомості



Для резервування систем, що складаються з однакових елементів, можна використати невелике число резервних елементів, які підключаються замість будь-яких, що відмовили.

Імовірність безвідмовної роботи:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^{m_0} \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!},$$

де λ_0 – інтенсивність відмов нерезервованої системи; m_0 – кількість резервних елементів у ненавантаженому стані.

Кратність резервування системи $m = \frac{m_0}{n}$.

Час напрацювання на відмову:

$$T_n = T_{n0} (m_0 + 1),$$

де T_{n0} – середній час безвідмовної роботи нерезервованої системи.

Задачі

Задача 12.1. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення надійності застосовано ковзне резервування з одним резервним елементом в ненавантаженому стані. Інтенсивність відмов усіх елементів однакова. Записати вирази для обчислення імовірності безвідмовної роботи, інтенсивності та частоти відмов, часу напрацювання до відмови.

Задача 12.2. Блок підсилювачів промислової частоти складається з чотирьох послідовно з'єднаних підсилювачів і одного підсилювача в ненавантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного працюючого підсилювача $\lambda_i = 6 \cdot 10^{-4}$ год⁻¹. Обчислити імовірність безвідмовної роботи, частоту та інтенсивність відмов для часу 400 год., час напрацювання на відмову.

Задача 12.3. Система складається з n однотипних елементів з $\lambda_i = 2,2 \cdot 10^{-4}$ год $^{-1}$. Для підвищення надійності застосовано ковзне резервування, при якому 2 резервних елемента знаходяться в ненавантаженому стані. Розрахувати кількість елементів основного ланцюга, щоб забезпечити напрацювання системи до відмови не менше 1000 год. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи для часу 1000 год.

Задача 12.4. Система складається з двох однакових елементів. Для підвищення надійності запропоновано два варіанти резервування системи:

- 1) дублювання заміщенням з ненавантаженим резервом;
- 2) ковзне резервування з одним резервним елементом в ненавантаженому стані.

Який з варіантів резервування доцільніший з точки зору надійності, якщо інтенсивність відмов кожного елемента $\lambda_i = \text{const}$. Оцінку провести за часом напрацювання до відмови та імовірністю безвідмовної роботи.

Задача 12.5. Для підвищення надійності послідовної схеми з n рівнонадійних елементів схема резервується:

- а) постійним загальним заміщенням (дублюванням);
- б) ковзним заміщенням.

Визначити виграш надійності по імовірності безвідмовної роботи схем для часу неперервної роботи 1000 год. для випадків:

- 1) основної схеми і схеми а);
- 2) основної схеми і схеми б);
- 3) схем а) і б)

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12
n	5	6	5	4	3	4	5	6	4	5	6
$\lambda \cdot 10^{-4}$, год $^{-1}$	2,1	1,8	1,6	1,5	2,4	1,9	1,2	2,2	2,0	2,0	2,0

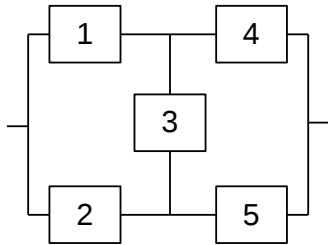
Задача 12.6. Система складається з 6 елементів, з'єднаних послідовно. Час напрацювання на відмову цієї системи 500 год. Оцінити виграш надійності по часу напрацювання при резервуванні основної системи такими способами:

- 1) постійне дублювання;
- 2) ковзне резервування трьома елементами;
- 3) поелементне дублювання.

Практичне заняття №13

РОЗРАХУНОК МОСТОВИХ СХЕМ

Теоретичні відомості



Мостова структура є паралельним з'єднанням послідовних ланцюгів елементів з діагональними елементами, включеними між вузлами різних паралельних віток. Працездатність такої системи визначається не тільки кількістю елементів, що відмовили, але і їхнім положенням у структурній схемі.

Імовірність безвідмовної роботи такої схеми можна визначити кількома методами:

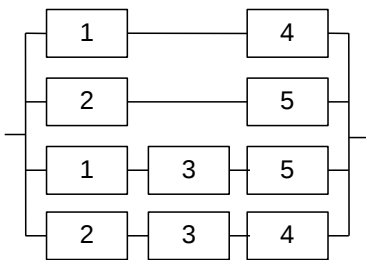
1. Метод прямого перебору (для скорочення запису залежність імовірності безвідмовної роботи від часу не вказано):

$$P = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_5 + p_1 p_2 p_3 q_4 p_5 + p_1 p_2 q_3 p_4 p_5 + \\ + p_1 q_2 p_3 p_4 p_5 + q_1 p_2 p_3 p_4 p_5 + p_1 p_2 q_3 p_4 q_5 + p_1 q_2 p_3 p_4 q_5 + \\ + q_1 p_2 p_3 p_4 q_5 + p_1 p_2 q_3 q_4 p_5 + p_1 q_2 p_3 q_4 p_5 + q_1 p_2 p_3 q_4 p_5 + \\ + p_1 q_2 q_3 p_4 p_5 + q_1 p_2 q_3 p_4 p_5 + q_1 q_2 q_3 p_4 p_5 + p_1 q_2 q_3 p_4 q_5.$$

Для рівнонадійних елементів:

$$P = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2.$$

2. Метод мінімальних шляхів працездатності – послідовний набір



працездатних елементів системи, що забезпечує її працездатність, а відмова кожного з них приводить до її відмови. Мінімальних шляхів у системі може бути один чи декілька. Логічна схема такої системи складається так, щоб всі елементи кожного мінімального шляху були з'єднані один з одним послідовно, а всі мінімальні шляхи паралельно.

$$P = p_1 p_4 + p_2 p_5 + p_1 p_3 p_5 + p_2 p_3 p_4 - p_1 p_2 p_3 p_4 - \\ - p_1 p_2 p_3 p_5 - 2p_1 p_2 p_4 p_5 - p_2 p_3 p_4 p_5 + 2p_1 p_2 p_3 p_4 p_5.$$

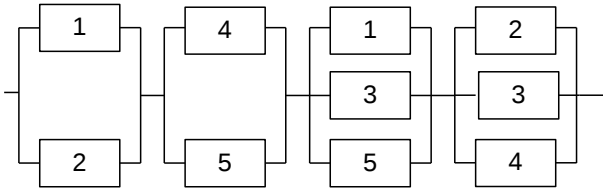
Для рівнонадійних елементів:

$$P = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2.$$

Метод мінімальних шляхів дає точне значення тільки для порівняно простих систем з невеликим числом елементів. Для більш складних систем результат розрахунку є нижньою границею імовірності безвідмовної роботи.

3. Метод мінімальних перетинів відмов – набір непрацездатних елементів, відмова яких приводить до відмови системи, а відновлення працездатності

кожного з них – до відновлення працездатності системи. Мінімальних перетинів може бути кілька.



Логічна схема системи складається таким чином, щоб всі елементи кожного мінімального перетину були з'єднані один з одним паралельно, а всі мінімальні перетини – послідовно.

Для рівнонадійних елементів:

$$P = p^5 + 5p^4q + 8p^3q^2 + 2p^2q^3 = 2p^5 - 5p^4 + 2p^3 + 2p^2.$$

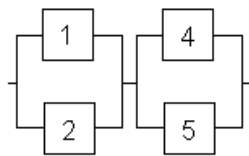
Метод мінімальних перетинів відмов дає точне значення тільки для порівняно простих систем з невеликим числом елементів. Для більш складних систем результат розрахунку є верхньою границею імовірності безвідмовної роботи.

4. Метод розкладання щодо особливого елемента, заснований на теоремі про розкладання функції логіки по будь-якому аргументу.

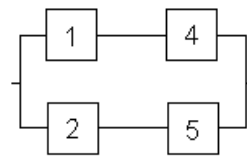
$$P = p_i P(p_i = 1) + q_i P(p_i = 0),$$

де p_i і $q_i = 1 - p_i$ - імовірності безвідмовної роботи і відмови i -го елемента, $P(p_i = 1)$ і $P(p_i = 0)$ - імовірності працездатного стану системи за умови, що i -й елемент абсолютно надійний і що i -й елемент відмовив.

Для мостової схеми, яка складається з п'яти елементів, як особливий елемент доцільно вибрати діагональний елемент 3. При $p_3 = 1$ мостова схема перетворюється в паралельно-послідовне з'єднання (а), а при $p_3 = 0$ – у послідовно-паралельне (б).



а)



б)

Для перетворених схем:

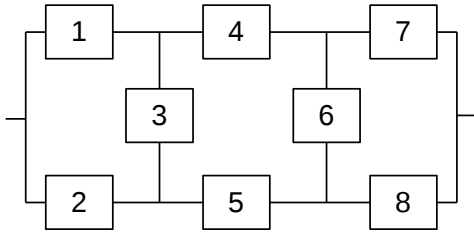
$$P(p_3 = 1) = [1 - (1 - p_1)(1 - p_2)] \cdot [1 - (1 - p_4)(1 - p_5)],$$

$$P(p_3 = 0) = 1 - (1 - p_1 p_4)(1 - p_2 p_5).$$

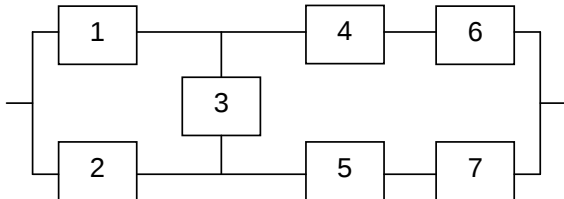
$$P = p_3 [1 - (1 - p_1)(1 - p_2)] \cdot [1 - (1 - p_4)(1 - p_5)] + (1 - p_3) [1 - (1 - p_1 p_4)(1 - p_2 p_5)].$$

Задачі

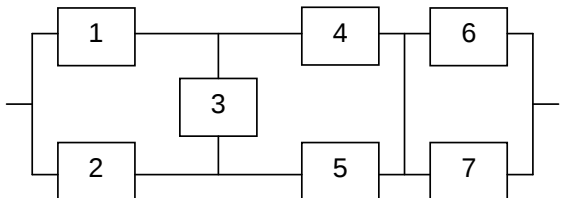
Задача 13.1. Записати вираз для обчислення імовірності безвідмовної роботи такої мостової схеми методом розкладання щодо особливого елементу. Обчислити $P(1000)$, якщо всі елементи рівнонадійні з $\lambda_i = 10^{-6}$ год $^{-1}$.



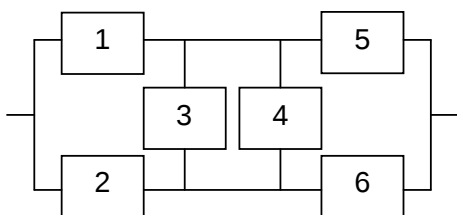
Задача 13.2. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи для часу 500 год. Імовірності безвідмовної роботи елементів $p_1(500) = p_2(500) = 0,96$, $p_3(500) = 0,85$, $p_4(500) = p_5(500) = 0,92$, $p_6(500) = p_7(500) = 0,98$.



Задача 13.3. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи для часу 200 год. Імовірності безвідмовної роботи елементів $p_1(500) = p_2(500) = 0,8$, $p_3(500) = 0,85$, $p_4(500) = p_5(500) = 0,9$, $p_6(500) = p_7(500) = 0,77$.



Задача 13.4. Обчислити імовірність безвідмовної роботи системи для часу 1000 год. Інтенсивності відмов елементів $\lambda_1 = \lambda_2 = 7 \cdot 10^{-7}$ год $^{-1}$, $\lambda_3 = \lambda_4 = 4,5 \cdot 10^{-6}$ год $^{-1}$, $\lambda_5 = \lambda_6 = 2 \cdot 10^{-7}$ год $^{-1}$.



РОЗРАХУНОК СТАНІВ ВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ

Теоретичні відомості

До відновлюваних виробів відносяться такі, які після відмови можуть бути відремонтовані і знову виконувати свої функції. При розробці складних систем зустрічаються такі випадки відновлюваності виробів: 1) *резервування з відновленням* – резервування, коли блоки, що відмовили, ремонтують під час виконання системою своїх функцій; 2) *системи з часовою надлишковістю* – системи, які мають резерв часу для проведення ремонту.

Якщо в системі допускаються перерви, то як показники надійності застосовують *функції готовності і простою* або *коефіцієнти готовності і простою*:

$$K_z = \lim_{t \rightarrow \infty} K_z(t); \quad K_n = \lim_{t \rightarrow \infty} K_n(t);$$

$$K_z(t) + K_n(t) = 1; \quad K_z + K_n = 1.$$

При кількох працездатних станах:

$$K_z(t) = \sum_{i=1}^n P_i(t); \quad K_n(t) = \sum_{l=1}^{k+1-n} P_l(t),$$

де n – кількість працездатних станів;

$P_i(t)$ – імовірність i -го працездатного стану;

$P_l(t)$ – імовірність l -го непрацездатного стану;

$(k+1)$ – загальна кількість станів.

Якщо в роботі системи перерви недопустимі, то як показники надійності використовують *умовні імовірності неперервної безвідмовної роботи* протягом заданого напрацювання $\tilde{P}(t_i)$:

$$\tilde{P}(t_i) = \sum_{j=0}^k P_j(t_i).$$

Середній час безвідмовної роботи системи:

$$T_n = \int_0^{\infty} \tilde{P}(t) dt = \int_0^{\infty} \sum_{j=0}^k P_j(t) dt.$$

Показники надійності визначаються при умові, що в момент ввімкнення системи всі елементи працездатні. Найчастіше для розрахунків використовують метод диференціальних рівнянь. Спочатку перераховують можливі стани системи і складають її математичну (логічну) модель у вигляді схеми станів, за якою складають систему диференціальних рівнянь для імовірностей станів. Для цього користуються такими правилами:

1) ліві частини рівнянь містять похідні за часом імовірностей відповідних

станів $\frac{dP_i(t)}{dt}$, а кожний доданок правої частини рівняння отримують

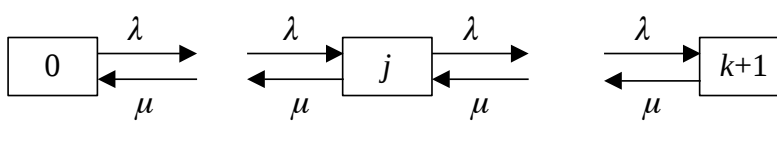
множенням інтенсивності переходу, що стоїть над стрілкою, пов'язаною з даним станом, на відповідну імовірність стану;

- 2) знак доданка залежить від напрямку стрілки: «+», якщо стрілка направлена до відповідного стану, «-» – від відповідного стану;
- 3) число рівнянь дорівнює числу станів, а для розв'язку система доповнюється нормованою умовою: сума імовірностей всіх станів дорівнює 1.

Відновлення системи може бути обмежене і необмежене. *Обмежене відновлення* означає, що існує тільки одна ремонтна бригада, тобто, якщо кількість несправних елементів більше 1, то існує черга на ремонт. *Необмежене відновлення* означає, що для системи з $(k+1)$ елементів є $(k+1)$ ремонтних бригад, тобто черги на ремонт немає.

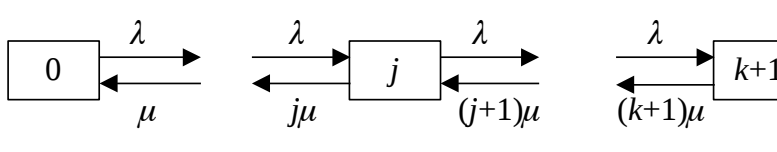
Складання схем станів відновлюваних систем та розрахунок їх коефіцієнтів простою та готовності:

1. Ненавантажений резерв, обмежене відновлення



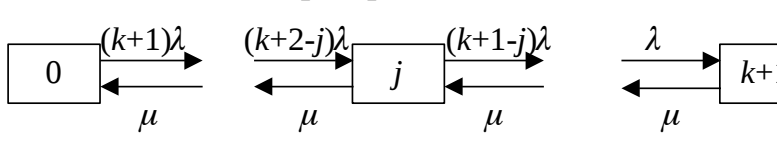
$$K_n = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j}.$$

2. Ненавантажений резерв, необмежене відновлення



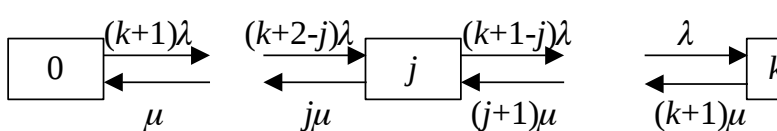
$$K_n = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \frac{(k+1)!}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{k+1-j}}.$$

3. Навантажений резерв, обмежене відновлення



$$K_n = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j}.$$

4. Навантажений резерв, необмежене відновлення



$$K_n = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^{k+1}.$$

Задачі

Задача 14.1. Система складається з одного основного і трьох резервних елементів. Імовірність перебування системи у кожному стані для часу t год. Описується виразами $P_1(t) = 2e^{-\lambda t}$, $P_2(t) = e^{-2\lambda t}$, $P_3(t) = 2e^{-\lambda t} - e^{-3\lambda t}$, $P_4(t) = e^{-2,2\lambda t}$, $P_5(t) = 4e^{-3\lambda t} - 2e^{-\lambda t}$. Записати вираз для обчислення середнього часу безвідмовної роботи системи. Обчислити середній час безвідмовної роботи системи, якщо інтенсивність відмов її елементів $\lambda_i = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ год}^{-1}$.

Задача 14.2. Система складається з одного основного і 2 резервних елементів. Іntenсивність відмов кожного елемента $\lambda = 3 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$, інтенсивність відновлення – $\mu = 2,8 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$. Стан резерву – ненавантажений, відновлення – обмежене. Перерахувати можливі стани системи, скласти її логічну модель у вигляді схеми станів. Записати та розв'язати систему рівнянь для обчислення імовірності перебування системи в кожному з можливих станів. Обчислити K_n і K_c .

Задача 14.3. Система складається з одного основного і 2 резервних елементів. Іntenсивність відмов кожного елемента $\lambda = 8 \cdot 10^{-6} \text{ год}^{-1}$, інтенсивність відновлення – $\mu = 2 \cdot 10^{-6} \text{ год}^{-1}$. Стан резерву – навантажений, відновлення – обмежене. Перерахувати можливі стани системи, скласти її логічну модель у вигляді схеми станів. Записати та розв'язати систему рівнянь для обчислення імовірності перебування системи в кожному з можливих станів. Обчислити K_n і K_c .

Задача 14.4. Система складається з одного основного і 2 резервних елементів. Іntenсивність відмов кожного елемента $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ год}^{-1}$, інтенсивність відновлення – $\mu = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ год}^{-1}$. Стан резерву – ненавантажений, відновлення – необмежене. Перерахувати можливі стани системи, скласти її логічну модель у вигляді схеми станів. Записати та розв'язати систему рівнянь для обчислення імовірності перебування системи в кожному з можливих станів. Обчислити K_n і K_c .

Задача 14.5. Система складається з одного основного і 2 резервних елементів. Іntenсивність відмов кожного елемента $\lambda = 6,2 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$, інтенсивність відновлення – $\mu = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$. Стан резерву – навантажений, відновлення – необмежене. Перерахувати можливі стани системи, скласти її логічну модель у вигляді схеми станів. Записати та розв'язати систему рівнянь для обчислення імовірності перебування системи в кожному з можливих станів. Обчислити K_n і K_c .

ЗМІСТ

Практичне заняття №1 ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА СТАТИСТИЧНИМИ ДАНИМИ ПРО ВІДМОВИ ВИРОБУ	3
Практичне заняття №2 ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА АНАЛІТИЧНИМИ ВИРАЗАМИ	6
Практичне заняття №3 АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НАДІЙНОСТІ ЗА ВІДОМИМ РОЗПОДІЛОМ.....	9
Практичне заняття №4 ПОСЛІДОВНЕ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У СИСТЕМУ.....	16
Практичне заняття №5 ПАРАЛЕЛЬНЕ З'ЄДНАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ У СИСТЕМУ.....	19
Практичне заняття №6 РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ З ПОСТІЙНО ВВІМКНЕНИМ РЕЗЕРВОМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ.....	21
Практичне заняття №7 РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ ЗАМІЩЕННЯМ З ПОЛЕГШЕНИМ (НЕДОВАНТАЖЕНИМ) РЕЗЕРВУВАННЯМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ	24
Практичне заняття №8 РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ ЗАМІЩЕННЯМ З НЕНАВАНТАЖЕНИМ РЕЗЕРВУВАННЯМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ	27
Практичне заняття №9 РЕЗЕРВУВАННЯ ЗАГАЛЬНЕ З ПОСТІЙНО ВВІМКНЕНИМ РЕЗЕРВОМ І ДРОБОВОЮ КРАТНІСТЮ	29
Практичне заняття №10 РЕЗЕРВУВАННЯ РОЗДІЛЬНЕ (ПОЕЛЕМЕНТНЕ) З ПОСТІЙНО ВВІМКНЕНИМ РЕЗЕРВОМ І ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ	31
Практичне заняття №11 РЕЗЕРВУВАННЯ РОЗДІЛЬНЕ (ПОЕЛЕМЕНТНЕ) ЗАМІЩЕННЯМ З ЦІЛОЮ КРАТНІСТЮ	33
Практичне заняття №12 РЕЗЕРВУВАННЯ КОВЗНЕ ПРИ ЕКСПОНЕНТНОМУ РОЗПОДІЛІ.....	35
Практичне заняття №13 РОЗРАХУНОК МОСТОВИХ СХЕМ	37
Практичне заняття №14 РОЗРАХУНОК СТАНІВ ВІДНОВЛЮВАНИХ СИСТЕМ	40

