

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя

Кафедра інжинірингу
машинобудівних технологій

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

**до практичних занять з дисципліни
«Надійність машин»**

для здобувачів вищої освіти освітнього рівня магістр
за спеціальністю G9 Прикладна механіка

Тернопіль, 2025

Методичні вказівки розроблені відповідно до навчального плану та освітньої програми «Прикладна механіка» підготовки здобувачів вищої освіти, освітнього рівня магістр за спеціальністю G9 Прикладна механіка.

Укладачі:

к.т.н., доц. Ігор ТКАЧЕНКО

к.т.н., доц. Дмитро РАДИК

к.т.н., доц. Віктор СЕНЧИШИН

Рецензент:

д.т.н., проф. Володимир ДЗЮРА

Відповідальний за випуск:

к.т.н., доц. Дмитро РАДИК

Методичні вказівки розглянуті та схвалені на методичному семінарі кафедри інжинірингу машинобудівних технологій.

Протокол № 8 від 18.03.2025.

Методичні вказівки рекомендовано до друку науково-методичною комісією ФМТ.

Протокол № 8 від 24.04.2025.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. Визначення ймовірності безвідмовної роботи об'єкта	5
2. Визначення числових значень показників надійності привідних клинових пасів	8
3. Визначення ймовірності безвідмовної роботи системи з паралельним з'єднанням елементів	20
4. Визначення максимальних і допустимих значень параметрів виробу з урахуванням системи ремонту	23
5. Вибір конструктивних та технологічних засобів підвищення зносостійкості	26
6. Визначення основних статистичних характеристик розподілу Напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань	30
7. Визначення основних статистичних характеристик розподілу Напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань з використанням ПК	38
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	43

ВСТУП

Технічний прогрес пов'язаний зі створенням нових складних машин і приладів, з постійним підвищенням вимог до їх характеристик, з необхідністю об'єднувати в єдині комплекси самі різноманітні технічні пристрої. Все це призводить до того, що виникають нові науково-технічні проблеми. Однією з основних проблем в машинобудуванні є проблема надійності.

Особливістю проблеми надійності є її зв'язок зі всіма етапами проектування, виготовлення і експлуатації. Кожен з етапів вносить свою частку у вирішення складної задачі створення машини необхідного рівня надійності з мінімальними затратами часу і коштів.

Під час проектування і розрахунків машини закладається її надійність. Вона залежить від конструкції машини та її вузлів, застосованих матеріалів, методів захисту від різноманітних шкідливих впливів, пристосованості до ремонту та обслуговування, а також інших конструктивних особливостей.

Під час виготовлення забезпечується надійність машини. Вона залежить від якості виготовлення деталей, методів контролю, можливостей керування ходом технологічного процесу, якості складання, методів випробувань готової продукції та інших показників технологічного процесу.

Під час експлуатації машини реалізується її надійність. Показники безвідмовності і довговічності виявляються лише в процесі використання машини та залежать від методів і умов експлуатації машини, прийнятої системи ремонту, методів технічного обслуговування, а також інших експлуатаційних факторів.

Методичні вказівки розроблені з метою надання рекомендацій і висвітлення методики розрахунків надійності елементів машин та обладнання.

1. Визначення ймовірності безвідмовної роботи об'єкта

1.1. Короткі теоретичні відомості

Показники надійності поділяють у відповідності з компонентами надійності на показники безвідмовності, довговічності, ремонтпридатності та придатності до зберігання.

До показників безвідмовності відносяться:

Ймовірність безвідмовної роботи – ймовірність того, що в межах заданого напрацювання відмова не виникає.

Середнє напрацювання до відмови – математичне сподівання напрацювання до відмови виробу, який не підлягає відновленню. Під напрацюванням розуміють тривалість або обсяг роботи виконаної об'єктом.

Середнє напрацювання на відмову – відношення напрацювання відновлюваного об'єкта до математичного сподівання кількості його відмов протягом даного напрацювання.

Інтенсивність відмов – показник надійності невідновлюваних виробів, який дорівнює відношенню середнього числа об'єктів, що відмовили за одиницю часу (чи напрацювання в інших одиницях) до числа об'єктів, які залишилися працездатними. Цей показник більш чутливий, ніж ймовірність безвідмовної роботи, особливо для виробів, що мають високу надійність.

Параметр потоку відмов – показник надійності виробів, які можуть відновлюватися. Він дорівнює відношенню середнього числа відмов об'єкта за доволі малий час його напрацювання до значення цього напрацювання (відповідає інтенсивності відмов для невідновлюваних виробів, але враховує повторні відмови).

1.2. Завдання

Визначити ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ об'єкта, за результатами ресурсних випробувань враховуючи наступне. На стенді випробувано N_0 об'єктів за час $t = 20$ год. Вихідні дані для розрахунків вибирають наступним чином: за передостанньою цифрою індивідуального номера залікової книжки вибирають кількість об'єктів Δn , що відмовили в заданих інтервалах часу (табл. 1.1), а за останньою – кількість об'єктів N_0 , що випробовувалися (табл. 1.2).

Таблиця 1.1 – Кількість об'єктів Δn , що відмовили в заданих інтервалах часу

Передостання цифра номера залікової книжки	Інтервали часу, год.				
	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12-16	16-20
0	4	2	3	3	5
1	6	1	2	2	3
2	5	3	1	2	4
3	3	2	3	2	5
4	4	1	2	2	3
5	6	3	1	3	4
6	5	2	3	3	5
7	3	4	2	2	3
8	4	3	3	2	4
9	5	2	3	2	5

Таблиця 1.2 – Кількість об'єктів N_0 , що випробовувалися

Остання цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
N_0	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110

1.3. Приклад виконання завдання

Визначимо ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$ об'єкта, за результатами ресурсних випробувань, наведеними в табл. 1.3.

Таблиця 1.3 – Кількість об'єктів Δn , що відмовили в заданих інтервалах часу

Інтервали часу, год.	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
Кількість об'єктів Δn , що відмовили в заданих інтервалах часу	3	2	3	3	5

Інтенсивність відмов для середини кожного інтервалу часу випробувань визначають за формулою

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{N_p \Delta t}, \quad (1.1)$$

де Δn – кількість об'єктів, що мають відмови в певному інтервалі;
 N_p – кількість працездатних об'єктів на момент часу t ;
 Δt – тривалість інтервалу.

$$N_p = N_0 - n_t, \quad (1.2)$$

де N_0 – кількість об'єктів, що випробовувалися;
 n_t – кількість об'єктів, що мають відмови на момент часу t .

Визначимо інтенсивність відмов для середини кожного з інтервалів

$$\begin{aligned} \lambda(2) &= 3/[(80 - 3) \cdot 4] = 0,0097 \text{ год}^{-1}; \\ \lambda(6) &= 3/[(80 - 3 - 2) \cdot 4] = 0,0067 \text{ год}^{-1}; \\ \lambda(10) &= 3/[(80 - 3 - 2 - 3) \cdot 4] = 0,0104 \text{ год}^{-1}; \\ \lambda(14) &= 3/[(80 - 3 - 2 - 3 - 3) \cdot 4] = 0,0108 \text{ год}^{-1}; \\ \lambda(18) &= 3/[(80 - 3 - 2 - 3 - 3 - 5) \cdot 4] = 0,0195 \text{ год}^{-1}. \end{aligned}$$

Визначимо середню інтенсивність відмов для п'яти інтервалів

$$\lambda_0 = (0,0097 + 0,0067 + 0,0104 + 0,0108 + 0,0195)/5 = 0,0114 \text{ год}^{-1};$$

Ймовірність безвідмовної роботи визначають за формулою

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}, \quad (1.3)$$

або

$$P(t) = e^{(-\lambda_0 t)}. \quad (1.4)$$

Тоді

$$P(20) = e^{(-0,0114 \cdot 20)} = 0,796.$$

Отже, ймовірність безвідмовної роботи об'єкта упродовж проміжку часу $t = 20$ год становить $P(20) = 0,796$.

2. Визначення числових значень показників надійності привідних клинових пасів

2.1. Короткі теоретичні відомості

Клинові паси – це вироби, що не ремонтуються, основними показниками їх надійності є: диференціальна $f(t)$ і інтегральна $F(t)$ функції розподілу напрацювання до першої відмови; ймовірність безвідмовної роботи $P(t)$, середнє напрацювання до першої відмови T_1 , інтенсивність відмов $\lambda(t)$.

Числові значення показників надійності визначають за результатами випробувань N однотипних виробів в заданих умовах, де фіксується напрацювання окремих виробів до першої відмови в годинах роботи під навантаженням. Результати випробувань подають у вигляді інтегрального статистичного ряду розподілу напрацювання виробів до першої відмови.

2.2. Завдання

Визначити числові значення показників надійності привідних клинових пасів за даними випробувань 40 взірців при відомих значеннях частот m_i відмов клинових пасів у i -х частотних інтервалах напрацювання до першої відмови, а також числових значеннях меж частотних інтервалів напрацювання до першої відмови T_1 .

Вихідні дані для розрахунків вибирають наступним чином: за передостанньою цифрою індивідуального номера залікової книжки вибирають значення частот m_i відмов клинових пасів у i -х частотних інтервалах напрацювання до першої відмови (табл. 2.1), а за останньою – числові значення меж частотних інтервалів напрацювання до першої відмови T_1 (табл. 2.2).

Таблиця 2.1 – Значення частот m_i відмов привідних клинових пасів у i -х частотних інтервалах напрацювання до першої відмови

Передостання цифра номера залікової книжки	Номери частотних інтервалів					
	1	2	3	4	5	6
0	2	3	13	16	4	2
1	1	3	13	17	4	2
2	2	4	12	18	3	1
3	2	4	12	17	4	1
4	1	3	17	14	4	1
5	2	3	13	17	4	1
6	2	3	13	17	3	2
7	1	4	11	18	4	2
8	1	4	14	17	3	1
9	1	3	14	17	4	1

Таблиця 2.2 – Числові значення меж частотних інтервалів напрацювання T_1 привідних клинових пасів до першої відмови

Остання цифра номера залікової книжки	Номери частотних інтервалів					
	1	2	3	4	5	6
0	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250	250-300
1	0-60	60-120	120-180	180-240	240-300	300-360
2	0-70	70-140	140-210	210-280	280-350	350-420
3	0-80	80-160	160-240	240-320	320-400	400-480
4	0-90	90-180	180-270	270-360	360-450	450-540
5	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600
6	0-110	110-220	220-330	330-440	440-550	550-660
7	0-120	120-240	240-360	360-480	480-600	600-720
8	0-130	130-260	260-390	390-520	520-650	650-780
9	0-140	140-280	280-420	420-560	560-700	700-840

2.3. Приклад виконання завдання

Визначимо числові значення показників надійності привідних клинових пасів за даними випробувань $N = 40$ взірців.

Спочатку визначаємо інтервальний статистичний ряд емпіричного розподілу напрацювання для умов завдання і, відповідно до свого варіанту завдання, заповнюємо перших три рядки в табл. 2.3.

Після цього визначаємо частоти m_i/N і накопичених частот $\sum m_i/N$ для кожного i -го інтервалу, де N – кількість пасів, що випробувано, тобто $N = 40$.

Сума частот $\sum m_i$ всіх інтервалів повинна дорівнювати N , а сума накопичених частот $\sum m_i/N = 1$.

Таблиця 2.3 – Інтервальний статистичний ряд емпіричного розподілу напрацювання клинових пасів до відмови

Показник	Значення показника					
Межі частотних інтервалів, год	0...150	150...300	300...450	450...600	600...750	750...900
Середини інтервалів T_{ci} , год	75	225	375	525	675	825
Частоти m_i	1	4	14	17	3	1
Частоти m_i/N	0,025	0,100	0,350	0,425	0,075	0,025
Накопичені частоти $\sum m_i/N$	0,025	0,125	0,475	0,900	0,975	1,000

Дані табл. 2.3 використовуємо для побудови графіків, що характеризують емпіричний розподіл випадкової величини, гістограми і полігону.

При побудові гістограми на горизонтальній осі графіка відкладають значення, що відповідають межам частотних інтервалів, а на вертикальній – частоти або частоти відповідних інтервалів. Після цього будують прямокутники, основи яких лежать на горизонтальній осі координат і дорівнюють величині частотних інтервалів, а висоти дорівнюють частотам або частостям відповідних інтервалів. В результаті отримуємо ступінчастий багатокутник, або гістограму.

Після цього, з'єднуємо прямими лініями середини верхніх горизонтальних сторін прямокутників гістограми і одержуємо полігон розподілу у вигляді ламаної лінії (рис. 2.1).

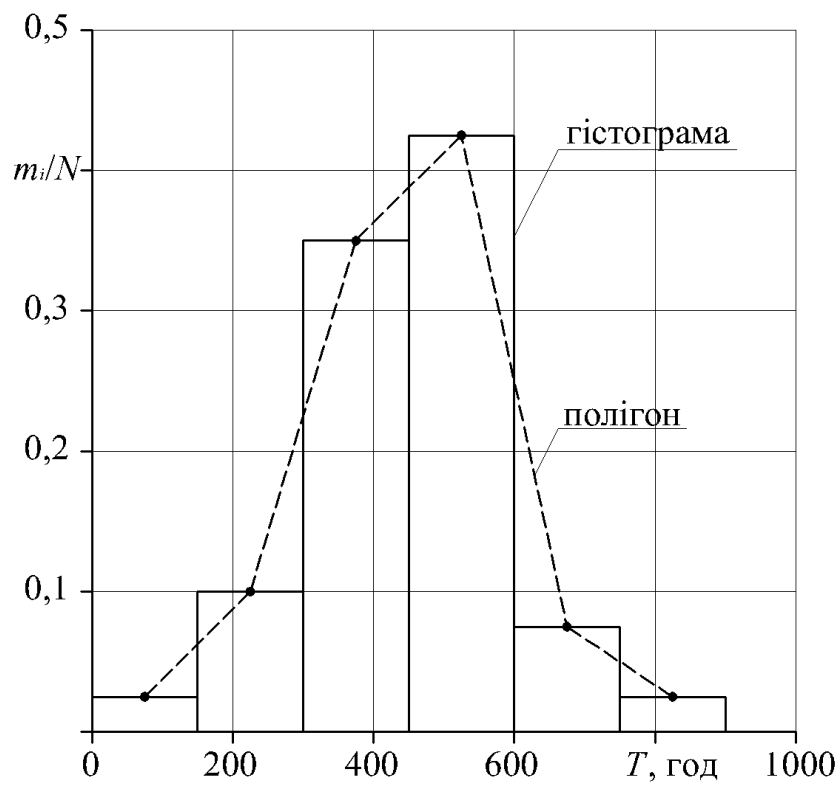


Рисунок 2.1 – Гістограма і полігон емпіричного розподілу напрацювання привідних клинових пасів до першої відмови

Аналізуючи одержані гістограму і полігон можна зробити висновок, що найбільш ймовірне напрацювання клинових пасів до першої відмови знаходиться в інтервалі від 300 до 600 год.

Числові значення статистичних характеристик розподілу випадкової величини, таких як середнє арифметичне значення $\bar{T}_1$, середнє квадратичне відхилення S і коефіцієнт варіації v визначають за такими залежностями:

$$\bar{T}_1 = \frac{\sum T_{ci} m_i}{N}; \quad (2.1)$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (T_{ci} - \bar{T}_1)^2 \cdot m_i}{N}}; \quad (2.2)$$

$$v = \frac{S}{\bar{T}_1}. \quad (2.3)$$

Для отримання значень $\bar{T}_1$ і S можна також скористатися більш простим методом сум. Для цього складають таблицю 2.4, у два перших стовпчика якої вносять значення другого і третього рядка табл. 2.3. В третьому стовпчику табл. 2.4 роблять прочерк навпроти найбільшого значення частоти m_i (для нашого прикладу – це 17), а в четвертому стовпчику – три прочерки: навпроти прочерку у третьому стовпчику, а також зверху і знизу від нього.

Після цього в третьому стовпчику виконують послідовне додавання нарастаючим підсумком значень m_i починаючи від першого до прочерку і від останнього до прочерку. Одержані значення сумують.

Таблиця 2.4 – Вихідні дані для визначення значень $\bar{T}_1$ і S методом сум

T_{ci} , год	m_i	Допоміжні коефіцієнти	
		$K_1 = 25$	$K_2 = 7$
75	1	1	1
225	4	5	6
375	14	19	-
525	17	-	-
675	3	4	-
825	1	1	1
	$N = 40$	$L_1 = 5$	$L_2 = 1$

В результаті складання верхньої частини значень в третьому стовпчику одержуємо значення коефіцієнта $K_1 = 1 + 5 + 19 = 25$, а в результаті складання нижньої частини значень в третьому стовпчику – значення коефіцієнта $L_1 = 1 + 4 = 5$.

Значення коефіцієнтів K_2 і L_2 одержують, користуючись тими самими правилами. Вихідними даними, при цьому є значення четвертого стовпчика.

Після цього підраховують допоміжні коефіцієнти M_1 і M_2 , та визначають середнє арифметичне значення напрацювання клинових пасів до першої відмови T_1 і середнє квадратичне відхилення S за формулами:

$$M_1 = K_1 - L_1; \quad (2.4)$$

$$M_2 = K_1 + L_1 + 2K_2 + 2L_2; \quad (2.5)$$

$$\bar{T}_1 = T_{\text{сmax}} - \frac{A \cdot M_1}{N}; \quad (2.6)$$

$$S = A \cdot \sqrt{\frac{M_2 - \frac{M_1^2}{N}}{N}}, \quad (2.7)$$

де $T_{\text{сmax}}$ – значення середини частотного інтервалу з максимальним числом відмов,

A – значення напрацювання в межах частотного інтервалу (в нашому випадку – це 150 год.)

Підставивши відповідні значення одержимо:

$$M_1 = 25 - 5 = 20;$$

$$M_2 = 25 + 5 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 1 = 46;$$

$$\bar{T}_1 = 525 - \frac{150 \cdot 20}{40} = 450 \text{ год};$$

$$S = 150 \cdot \sqrt{\frac{46 - \frac{400}{40}}{40}} = 142,3 \text{ год.}$$

Коефіцієнт варіації дорівнює

$$v = \frac{142}{450} = 0,316.$$

Коефіцієнт варіації використовують не лише у якості відносної характеристики ступеня розсіювання випадкової величини відносно середнього значення, але і для орієнтовного вибору теоретичного закону розподілу (ТЗР) випадкової величини. При $v \leq 0,33$ вибирають нормальний закон розподілу, а при $v > 0,33$ – закон розподілу Вейбула.

Оскільки в нашому прикладі значення $v < 0,33$ для подальших розрахунків приймаємо нормальний закон розподілу напрацювання клинових пасів, до першої відмови, цей орієнтовний висновок в подальшому буде перевірено з застосуванням критерію узгодженості λ (А. Н. Колмогорова).

Статистичні оцінки ймовірності безвідмовної роботи $\bar{P}(t)_i$ та інтенсивності відмов $\bar{\lambda}(t)_i$ клинових пасів для i -х частотних інтервалів визначають за наступними залежностями:

$$\bar{P}(t)_i = \frac{N - \sum m_i}{N}; \quad (2.8)$$

$$\bar{\lambda}(t)_i = \frac{m_i}{\Delta t \cdot N(t)_i}, \quad (2.9)$$

де N – кількість виробів на початку випробувань;

$\sum m_i$ – кількість виробів, що відмовили до кінця i -го інтервалу;

Δt – значення напрацювання в частотному інтервалі (в нашому випадку $\Delta t=150$)

$N(t)_i$ – кількість працездатних виробів на початок i -го частотного інтервалу.

Вихідні дані для розрахунків, а також їх результати зводимо в табл. 2.5.

Таблиця 2.5 – Визначення статистичних оцінок $\bar{P}(t)_i$ і $\bar{\lambda}(t)_i$

Показники	Значення показників					
	0...150	150...300	300...450	450...600	600...750	750...900
Число відмов в інтервалі, m_i	1	4	14	17	3	1
Число виробів, що відмовили до кінця інтервалу, $\sum m_i$	1	5	19	36	39	40
Число працездатних виробів на початок інтервалу, $N(t)_i$	40	39	35	21	4	1
Статистична оцінка $\bar{P}(t)_i$	0,975	0,875	0,525	0,100	0,025	0
Статистична оцінка $\bar{\lambda}(t)_i$	0,0002	0,0007	0,0027	0,0054	0,0050	0,0067

Графіки (рис. 2.2) зміни дослідної ймовірності безвідмовної роботи $\bar{P}(t)_i$ та емпіричної інтегральної функції $F_e = \frac{\sum m_i}{N}$ будуємо з використанням відповідних значень з таблиць 2.3 і 2.5.

Інтегральна функція розподілу може бути задана аналітично, або представлена у вигляді графіка.

Значення теоретичної інтегральної функції $F(t)$ для нормального розподілу з відомими параметрами $\bar{X}$ та S визначають за табличним інтегралом $\Phi(t)$, який безпосередньо вказує на ймовірність того, що значення випадкової величини знаходяться в межах від 0 до t . Значення функції $F(t)$ в кінці i -го інтервалу приймають рівними значенням інтегралу $\Phi(x)$ (табл. 2.6).

Для нашого прикладу

$$X_i = \frac{T_{ei} - \bar{T}_1}{S}, \quad (2.10)$$

де T_{ei} – верхня межа i -го інтервалу значень напрацювання клинових пасів до першої відмови. Для першого інтервалу $T_{ei} = 150$.

$$X_i = \frac{150 - 450}{142,3} = -2,11.$$

Скориставшись табл. 2.6, методом інтерполяції визначаємо

$$\Phi(-2,11) = 0,0175 \approx 0,018.$$

Отже значення теоретичної інтегральної функції в кінці першого інтервалу дорівнює 0,018. Аналогічно визначаються значення $F(t)$ для інших інтервалів. Дані вносять в табл. 2.7, а знайдені значення використовують для побудови рисунка 2.2, отримуючи графік теоретичної інтегральної функції розподілу $F(t)$.

Таблиця 2.6 – Значення табличного інтегралу $\Phi(x_i)$ $\Phi(x_i)$ нормальної функції розподілу ймовірностей

x_i	$\Phi(x_i)$	x_i	$\Phi(x_i)$	x_i	$\Phi(x_i)$	x_i	$\Phi(x_i)$
0,0	0,5000	2,0	0,9772	-3,9	0,0001	-1,9	0,0287
0,1	0,5398	2,1	0,9821	-3,8	0,0001	-1,8	0,0359
0,2	0,5793	2,2	0,9861	-3,7	0,0001	-1,7	0,0446
0,3	0,6179	2,3	0,9893	-3,6	0,0002	-1,6	0,0548
0,4	0,6554	2,4	0,9918	-3,5	0,0002	-1,5	0,0668
0,5	0,6915	2,5	0,9938	-3,4	0,0003	-1,4	0,0808
0,6	0,7257	2,6	0,9953	-3,3	0,0005	-1,3	0,0968
0,7	0,7580	2,7	0,9965	-3,2	0,0007	-1,2	0,1151
0,8	0,7881	2,8	0,9974	-3,1	0,0010	-1,1	0,1357
0,9	0,8159	2,9	0,9981	-3,0	0,0013	-1,0	0,1587
1,0	0,8413	3,0	0,9987	-2,9	0,0019	-0,9	0,1841
1,1	0,8643	3,1	0,9990	-2,8	0,0026	-0,8	0,2119
1,2	0,8849	3,2	0,9993	-2,7	0,0035	-0,7	0,2420
1,3	0,9032	3,3	0,9995	-2,6	0,0047	-0,6	0,2743
1,4	0,9192	3,4	0,9997	-2,5	0,0062	-0,5	0,3085
1,5	0,9332	3,5	0,9998	-2,4	0,0082	-0,4	0,3446
1,6	0,9452	3,6	0,9998	-2,3	0,0107	-0,3	0,3821
1,7	0,9554	3,7	0,9999	-2,2	0,0139	-0,2	0,4207
1,8	0,9641	3,8	0,9999	-2,1	0,0179	-0,1	0,4602
1,9	0,9713	3,9	0,9999	-2,0	0,0228	-0,0	0,5000

Таблиця 2.7 – Дані для перевірки відповідності емпіричного і теоретичного розподілу за критерієм λ

Показники	Значення показників					
	0...150	150...300	300...450	450...600	600...750	750...900
Верхня межа інтервалу T_{ei} , год	150	300	450	600	750	9001
X_i	- 2,11	- 1,05	0	1,05	2,11	3,16
$F(t)_i = \Phi(X_i)$	0,018	0,147	0,500	0,853	0,982	0,999
$F_e(t)_i$	0,025	0,125	0,475	0,900	0,975	1,000
$D = F_e(t)_i - F(t)_i $	0,007	0,022	0,025	0,047	0,007	0,001

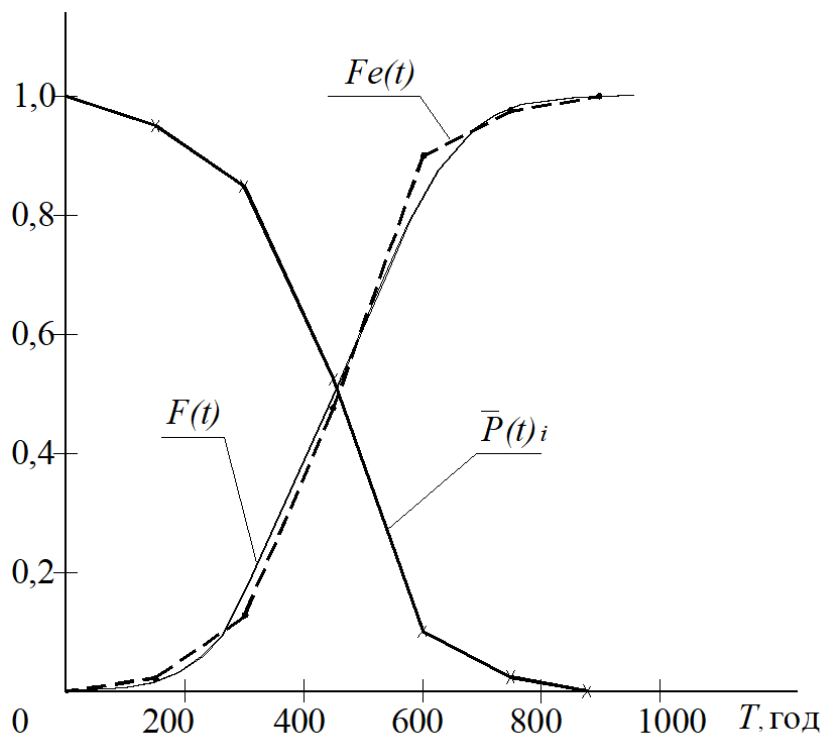


Рисунок 2.2 – Емпірична $F_e(t)$ і теоретична $F(t)$ інтегральні функції розподілу напрацювання клинових пасів до відмови та ймовірність $\bar{P}(t)_i$ їх безвідмовної роботи за даними випробувань на надійність

Перевірку відповідності між вибраним теоретичним законом розподілу і емпіричним розподілом можна провести за допомогою одного з критеріїв відповідності, що підтверджує або спростовує статистичну гіпотезу про вид вибраного теоретичного закону розподілу з прийнятим рівнем значущості α . Зазвичай в технічних розрахунках приймають $\alpha = 0,10$, тобто допускають в десяти випадках зі 100 можливість помилки першого роду, що пов'язана з ризиком відкинути правильну статистичну гіпотезу.

В даній роботі рекомендується проводити перевірку відповідності емпіричного і теоретичного розподілу за критеріями відповідності λ (А. Н. Колмогорова). Для цього за табл. 2.7 визначають максимальне абсолютне значення різниці $D_{\max}$ між емпіричною і теоретичною інтегральними функціями розподілу для окремих i -х інтервалів, тобто

$$D_{\max} = |F_e(t)_i - F(t)_i|. \quad (2.11)$$

Для нашого випадку $D_{\max} = 0,047$. Тоді розрахункове значення критерію відповідності

$$\lambda = D_{\max} \sqrt{N}; \quad (2.12)$$

$$\lambda = 0,047 \sqrt{40} = 0,297.$$

Для $\lambda = 0,297$ за табл. 2.8 знаходимо значення $P(\lambda)$, яке дорівнює 1,0. Оскільки значення $P(\lambda)$ більше за прийнятий рівень значущості $\alpha = 0,10$, то попередньо прийнята гіпотеза щодо можливості застосування закону нормального розподілу до емпіричного розподілу напрацювання клинових пасів до першої відмови не відхиляється.

Таблиця 2.8 – Значення критерію відповідності Колмогорова λ

λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$	λ	$P(\lambda)$
0,00	1,000	0,60	0,8643	1,40	0,0397
0,05	1,000	0,65	0,7920	1,50	0,0222
0,10	1,000	0,70	0,7112	1,60	0,0122
0,15	1,000	0,75	0,6272	1,70	0,0062
0,20	1,000	0,80	0,5441	1,80	0,0032
0,25	1,000	0,85	0,4653	1,90	0,0015
0,30	1,000	0,90	0,3927	2,00	0,0007
0,35	0,9997	0,95	0,3275	2,10	0,0003
0,40	0,9972	1,00	0,2700	2,20	0,0001
0,45	0,9874	1,10	0,1777	2,30	0,0001
0,50	0,9639	1,20	0,1122	2,40	0,0000
0,55	0,9228	1,30	0,0681	2,50	0,0000

У випадку (коли $P(\lambda) < \alpha$) розрахунки необхідно проводити для іншого закону розподілу.

Інтегральна оцінка середнього напрацювання клинових пасів до першої відмови на відміну від точкової оцінки (шляхом підрахунку середнього арифметичного значення) дозволяє отримати результат з наперед заданою достовірністю γ , яку в практичних розрахунках приймають рівною 0,8 або 0,9. Нижню $m_{н1}$ і верхню $m_{в1}$ границі довірчого інтервалу для середнього напрацювання $\bar{T}_1$ визначають за формулами:

$$m_{н1} = \bar{T}_1 - \frac{t_{\gamma}(v)}{\sqrt{N}} \cdot S; \quad (2.13)$$

$$m_{\epsilon 1} = \bar{T}_1 + \frac{t_{\gamma}(v)}{\sqrt{N}} \cdot S, \quad (2.14)$$

де $t_{\gamma}(v)$ – так званий γ - квантіль t розподілу Ст'юдента з $v = n - 1$ ступенями вільності для статистичної вибірки з n значень.

Для $\gamma = 0,9$ і $N = 40$ квантіль

$$\frac{t_{90}(39)}{\sqrt{40}} = 0,206.$$

Для нашого прикладу

$$m_{n1} = 450 - 0,206 \cdot 142,3 = 421,7 \text{ год};$$

$$m_{\epsilon 1} = 450 + 0,206 \cdot 142,3 = 479,3 \text{ год}.$$

Таким чином, з ймовірністю 0,9 можна стверджувати, що значення середнього напрацювання клинових пасів до першої відмови буде знаходитись в інтервалі від 421,7 до 479,3 год.

3. Визначення ймовірності безвідмовної роботи системи з паралельним з'єднанням елементів

3.1. Короткі теоретичні відомості

Системи з точки зору надійності поділяються на: послідовні, паралельні і комбіновані.

До послідовних систем відносять всі системи, в яких відмова елемента призводить до відмови всієї системи. Прикладом послідовної системи є технологічна лінія або конвеєр.

В системі з паралельним з'єднанням елементів важливо знати ймовірність безвідмовної роботи всієї системи, тобто всіх її елементів без одного, без двох і т.д. елементів в межах збереження системою працездатності навіть із значно пониженими показниками. Прикладом паралельної системи є енергетичні системи з електричних машин, що працюють на загальну сітку, багатомоторні літаки, кораблі з двома машинами і резервовані системи.

Приклад комбінованих систем є частково резервовані системи.

3.2. Завдання

Визначити ймовірність відмови двигунів верстата за час безперервної роботи t при загальній кількості двигунів – 4 та інтенсивності відмов кожного з двигунів λ .

Варіанти завдань вибирають з табл. 3.1 і 3.2 відповідно до номера своєї залікової книжки.

Таблиця 3.1 – Час безперервної роботи верстата та інтенсивність відмов

Передостання цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
t , год	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19

Таблиця 3.2 – Інтенсивність відмов кожного з двигунів верстата

Остання цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\lambda, \text{год}^{-1}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$

3.3. Приклад виконання завдання

Визначити ймовірність відмови двигунів верстата за час безперервної роботи $t = 10$ год при загальній кількості двигунів – 4 та інтенсивності відмов кожного з двигунів $\lambda = 1 \cdot 10^{-4} \text{ год}^{-1}$.

Ймовірність безвідмовної роботи одного двигуна для експоненціального закону формування потоку відмов визначають за формулою

$$P_1 = e^{-\lambda t}. \quad (3.1)$$

Підставивши відповідні значення, отримаємо

$$P_1 = e^{-10^{-3}} = 0,999.$$

Тоді ймовірність відмови одного двигуна

$$\begin{aligned} F_1(t) &= 1 - P_1(t); \\ F_1(t) &= 1 - 0,999 = 0,001. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Для аналізу всіх можливих варіантів (перший двигун відмовив, інші працюють, другий двигун відмовив і т.д.) використовують характеристичний поліном, який для чотирьох двигунів має вигляд

$$[P_1(t) + F_1(t)]^4 = P_1^4(t) + 4P_1^3(t) \cdot F_1(t) + 6P_1^2(t) \cdot F_1^2(t) + 4P_1(t) \cdot F_1^3(t) + F_1^4(t) = 1. \quad (3.3)$$

Перший член виражає ймовірність роботи всіх двигунів

$$P_1^4(t) = 0,999^4 = 0,996.$$

Другий – ймовірність роботи трьох двигунів при відмові одного

$$4P_1^3(t) \cdot F_1(t) = 4 \cdot 0,999^3 \cdot 0,001 = 0,00399.$$

Третій – ймовірність роботи двох двигунів і відмови двох

$$6P_1^2(t) \cdot F_1^2(t) = 6 \cdot 0,999^2 \cdot 0,001^2 = 6 \cdot 10^{-6}.$$

Четвертий – ймовірність роботи одного двигуна і відмови трьох

$$4P_1(t) \cdot F_1^3(t) = 4 \cdot 0,999 \cdot 0,001^3 = 4 \cdot 10^{-9}.$$

П'ятий – ймовірність того, що всі двигуни відмовлять

$$F_1^4(t) = 0,001^4 = 10^{-12}.$$

Сума першого і другого членів означає ймовірність відмови не більше одного двигуна (відсутність відмови, або відмову одного двигуна)

$$P_1^4(t) + 4P_1^3(t) \cdot F_1(t) = 0,996 + 0,00399 = 0,99999.$$

Для перевірки правильності отриманих результатів, необхідно додати усі складові характеристичного полінома. Результат повинен дорівнювати одиниці.

$$[P_1(t) + F_1(t)]^4 = 0,996 + 0,00399 + 6 \cdot 10^{-6} + 4 \cdot 10^{-9} + 10^{-12} = 1.$$

4. Визначення максимальних і допустимих значень параметрів виробу з урахуванням системи ремонту

4.1. Короткі теоретичні відомості

Для деталей і виробів, що ремонтуються при періодичних планових ремонтах, допустимими є значення параметрів, які менші за максимальні $X_{don} \leq X_{max}$.

Якщо протяжність міжремонтного періоду T_0 , то за цей час параметр виробу зміниться на величину $\gamma_x T_0$, де γ_x – швидкість процесу зміни параметра.

Допустиме значення параметра X_{don} , починаючи з якого при періодичних ремонтах виріб необхідно ремонтувати, визначають за формулою

$$X_{don} = X_{max} - \gamma_x T_0. \quad (4.1)$$

Враховуючи, що

$$\gamma_x = \frac{X_{don}}{T}, \quad (4.2)$$

де T – час роботи виробу до ремонту, одержимо

$$X_{don} = X_{max} - \frac{X_{don} T_0}{T}, \quad (4.3)$$

звідки

$$X_{don} = \frac{X_{max}}{1 + \frac{T_0}{T_1}}. \quad (4.4)$$

Для K -го періодичного ремонту час роботи виробу буде складати $T = K \cdot T_0$, тоді

$$X_{don} = X_{max} \frac{K}{K + 1}. \quad (4.5)$$

Формула вірна при $\gamma_x = \text{const}$, тобто при зміні вихідного параметра з постійною швидкістю від нуля до певного граничного значення.

4.2. Завдання

Визначити, чи потрібно відновлювати точність верстата, для якого точність оброблення повинна складати Δ , якщо перед K -м плановим ремонтом фактична похибка складає X_ϕ .

Вихідні дані для розрахунків вибирають наступним чином: за третьою від кінця цифрою індивідуального номера залікової книжки – необхідну точність оброблення Δ на верстаті (табл. 4.1); за передостанньою – порядковий номер K -го планового ремонту (табл. 4.2), а за останньою – фактичну похибку X_ϕ верстата (табл. 4.3).

Таблиця 4.1 – Необхідна точність оброблення Δ на верстаті

Третя від кінця цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Δ , мм	$\pm 0,05$	$\pm 0,04$	$\pm 0,11$	$\pm 0,10$	$\pm 0,09$	$\pm 0,08$	$\pm 0,07$	$\pm 0,06$	$\pm 0,05$	$\pm 0,04$

Таблиця 4.2 – Порядковий номер K -го планового ремонту

Передостання цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
K	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3

Таблиця 4.3 – Фактична похибка X_ϕ верстата

Остання цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_ϕ , мм	0,08	0,09	0,10	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,10

4.3. Приклад виконання завдання

Виконаємо завдання для умовного номера залікової книжки 25-000.

Визначимо, чи потрібно відновлювати точність верстата, для якого точність оброблення повинна складати $\Delta = \pm 0,05$ мм, якщо перед 3-м плановим ремонтом фактична похибка складає $X_\phi = 0,08$ мм.

Розрахуємо допустиму похибку оброблення за формулою 4.5, враховуючи, що при допустимій точності оброблення $\pm 0,05$ мм, $X_{\max} = 0,05 + 0,05 = 0,1$ мм

$$X_{\text{дон}} = 0,1 \frac{3}{3+1} = 0,075 \text{ мм.}$$

Хоча фактична похибка оброблення є меншою за максимально допустиме значення $X_\phi < X_{\max}$, але цей параметр вийде за допустимі межі упродовж міжремонтного періоду, оскільки $X_\phi > X_{\text{дон}}$. Отже, верстат потребує відновлення втраченої точності під час третього планового ремонту.

5. Вибір конструктивних та технологічних засобів підвищення зносостійкості

5.1. Короткі теоретичні відомості

Умови контактування деталей у вузлах тертя машин, а також чинники, що визначають їх зносостійкість, схематично зображено на рис. 5.1. Тіло 1 і контртіло 2 зображують пару тертя, тіло 3 – зовнішнє середовище, або шар мастила.

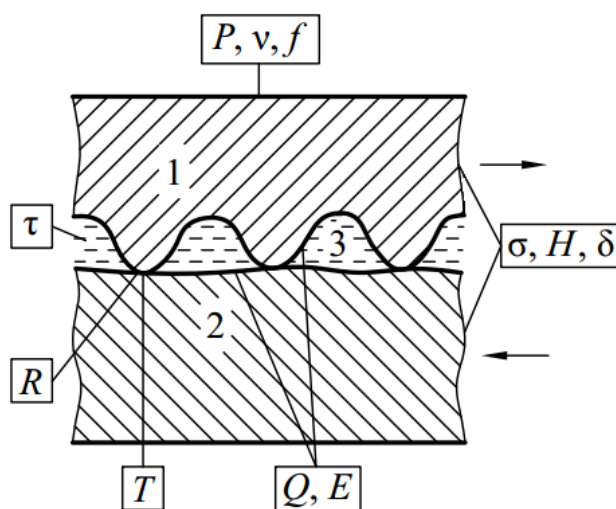


Рисунок 5.1 – Умовна схема вузла тертя і діючих параметрів, які впливають на його зносостійкість

Наведені на рис. 5.1 комплекси параметрів наступні: σ, H, δ – механічні властивості елементів пари тертя; R – характеристики шорсткості контактуючих поверхонь деталей; P, v, f – умови навантаження і вид тертя (ковзання або кочення); τ – реологічні властивості тіла 3 (шару мастила або середовища); Q, E – параметри хімічної і поверхневої взаємодії (енергія активації) тіл 1 і 2 з зовнішнім середовищем 3; T – температура.

Залежно від наявності певних елементів контактної зони, їхніх властивостей і параметрів взаємодії визначають вид тертя і зношування та напрями боротьби з ним. Наприклад, при контакті тіл 1 і 2 без тіла 3 спостерігається сухе тертя, а за відсутності одного з тіл 1 чи 2 можливе кавітаційно-ерозійне зношування. За наявності інтенсивної хімічної взаємодії тіл 1 і 2 з тілом 3 найчастіше відбувається корозійно-механічне зношування.

Розмаїття явищ і чинників, які впливають на процеси тертя і зношування, потребують системного підходу до розв'язання проблеми довговічності деталей машин: зменшення інтенсивності корозійної взаємодії поверхонь деталей тертя з технологічними середовищами; зміна умов і параметрів динамічного навантаження зони контакту, яка б забезпечила прояв лише допустимих видів зношування; підвищення опору зношуванню деталей машин.

Для реалізації цих напрямів уживають конструктивних, технологічних та експлуатаційних заходів.

Конструктивні засоби підвищенні зносостійкості

Розроблення конструкцій деталей і вузлів машин для забезпечення зносостійкості слід проводити з дотриманням наступних вимог:

- раціональної конструктивної схеми вузлів, їх конфігурації і розмірів;
- обгрунтованого розрахунку і вибору кінематичних і силових параметрів навантаження елементів контактної взаємодії;
- раціонального вибору матеріалів для виготовлення деталей, які взаємодіють із технологічними середовищами;
- вибору ефективних видів мастил і систем мащення вузлів, а також захисту їх від впливу технологічних середовищ і абразивних частинок;
- забезпечення ефективної системи відведення надлишкової теплоти від поверхонь тертя;
- забезпечення технологічності та ремонтпридатності вузлів.

Технологічні засоби підвищенні зносостійкості

Одним із найбільш універсальних (але не завжди економічних) методів забезпечення високої довговічності деталей машин є використання зносостійких матеріалів для їх виготовлення. Вибір матеріалів визначається їх хімічним складом, структурою, міцнісними, антикорозійними, антифрикційними властивостями, рівнем зносостійкості, технологічними та економічними показниками. Водночас вибір матеріалів для більшості машин обмежений вуглецевими конструкційними сталями та чавунами, зносостійкість яких є не надто високою, але може бути підвищена за рахунок термічного оброблення. Також є значні резерви підвищення надійності деталей машин шляхом застосування більш зносостійких матеріалів і захисних покриттів.

Установлено такі загальноприйняті вимоги до зносостійких матеріалів пар тертя: висока статична і динамічна міцність за підвищених температур; малий коефіцієнт тертя; здатність легко притиратися; висока змочуваність мастилом;

здатність утворювати на поверхні тертя суцільний шар мастила і відновлювати його у разі порушення; відсутність зчеплення при сухому терті; висока теплопровідність; висока зносостійкість.

У сучасних машинах у якості антифрикційних та зносостійких застосовують металеві сплави, спечені порошкові, полімерні, композиційні матеріали.

5.2. Завдання

Виконати ескіз типової деталі згідно варіанту завдання, запропонувати конструктивні і технологічні способи підвищення її зносостійкості.

З табл.5.1 за передостанньою цифрою номера залікової книжки вибирають тип деталі, а за останньою – марку сталі, з якої виготовлена деталь.

Таблиця 5.1 – Вихідні дані для завдання

Передостання цифра номера залікової книжки	Тип деталі	Остання цифра номера залікової книжки	Марка сталі, з якої виготовлена деталь
0	Втулка	0	18ХГТ
1	Вал	1	20Х
2	Важіль	2	25ХГТ
3	Вісь	3	30Г
4	Зірочка	4	30ХН2МА
5	Зубчасте колесо	5	35Г2
6	Клапан	6	38ХА
7	Плунжер	7	40Х
8	Шатун	8	45Г
9	Штовхач	9	45Х

5.3. Приклад виконання завдання

Виконаємо завдання для умовного номера залікової книжки 25-000.

У якості завдання для даного варіанту запропонована втулка, виготовлена зі сталі 18ХГТ.

Типова втулка має циліндричну пустотілу форму (рис 5.2). Її зовнішній D і внутрішній d діаметри піддають механічному обробленню.

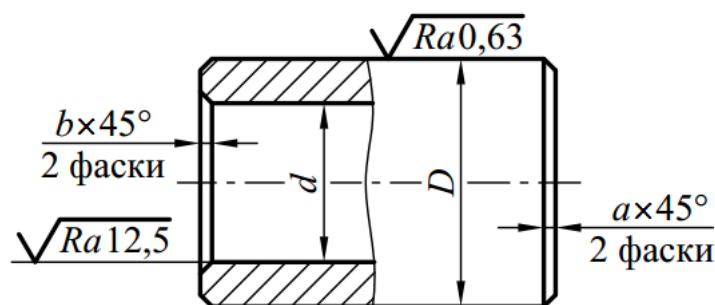


Рисунок 5.2 – Ескіз деталі типу «Втулка»

Щодо конструктивних заходів підвищення зносостійкості можна передбачити на робочому кресленні деталі якісне оброблення поверхні, яка утворює пару тертя зі спряженою деталлю. В залежності від конструкції вузла це може бути як внутрішній d , так і зовнішній D діаметри. Вважаємо, що у вузлі зовнішній діаметр D втулки ковзає по спряженій поверхні і пропонуємо встановити на робочому кресленні шорсткість цієї поверхні $Ra0,63$.

Щодо технологічних заходів підвищення зносостійкості, то для зменшення ймовірності схоплювання пар тертя і враховуючи особливості матеріалу, можна запропонувати хіміко-термічне оброблення втулки, а саме – цементацію.

Фінішне оброблення поверхні, яка в основному визначає конфігурацію мікроскопічних рисок і механічні властивості поверхневого шару, суттєво впливає на границю витривалості навіть при однаковій шорсткості. При наявності розтягуючих залишкових напружень границя витривалості зменшується, а при наявності стискаючих – збільшується. Зважаючи на те, що оброблення точінням утворює на поверхні деталі розтягуючі напруження, а оброблення шліфуванням – стискаючі, пропонується фінішне оброблення робочої поверхні здійснювати шляхом шліфування. Крім того, на шліфованій поверхні утворюється нерегулярний мікрорельєф, який володіє хорошою змочуваністю мастилом і сприяє утриманню шару мастила на робочій поверхні.

6. Визначення основних статистичних характеристик розподілу напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань

6.1. Короткі теоретичні відомості

Первинне опрацювання матеріалів експериментальних досліджень полягає в упорядкуванні вибірових спостережень і, при необхідності, в їх групуванні за досить малими інтервалами, в обчисленні відносних частот для кожного інтервалу напрацювання, у визначенні числових характеристик статистичного розподілу і графічному представленні результатів у вигляді гістограм, полігонів і емпіричних функцій розподілу.

Впорядкування вибірових спостережень полягає у розміщенні отриманих в результаті спостережень значень (ресурсів, напрацювань до першої відмови, часу відновлення тощо) в наступному порядку $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$.

Одержаний ряд називають варіаційним, а різні значення x_i – варіантами. Одна і та сама варіанта в даному ряді може зустрічатися декілька разів.

Якщо число членів варіаційного ряду досить велике ($n \geq 100$), то для зручності його вивчення, результати спостережень групують за інтервалами, утворюючи інтервальний ряд.

Число інтервалів r визначають, використовуючи правило Старджесса для вибірки об'ємом n

$$r = 1 + 3,3 \cdot \lg n. \quad (6.1)$$

Число спостережень з однаковим значенням варіанти називають частотою, тобто якщо значення x_1 спостерігалось m_1 разів, x_2 спостерігалось m_2 разів, x_k – m_k разів, то m_1, m_2, m_k – частоти.

Варіанти (перелік інтервалів для інтервального ряду) і відповідні їм частоти (частоті) утворюють статистичний ряд вибірки.

Після такої підготовки можна одержати різні статистичні характеристики. Серед них важливими є: середнє арифметичне і статистичні центральні моменти 2-го, 3-го і 4-го порядків відповідно μ_2, μ_3, μ_4 .

Статистична дисперсія μ_2 характеризує ступінь розсіювання спостережень відносно центру групування.

Статистичний центральний момент третього порядку μ_3 характеризує відхилення кривої розподілу від симетричної. Для симетричного розподілу (нормального) $\mu_3 = 0$. Крива розподілу з однією вершиною при $\mu_3 \leq 0$ має лівосторонню (від'ємну) асиметрію, а при $\mu_3 > 0$ правосторонню (додатну) асиметрію. Асиметрія визначається за формулою

$$A(x) = \frac{\mu_3}{s^3}. \quad (6.2)$$

Статистичний центральний момент четвертого порядку μ_4 характеризує гостровершинність (ексцес) емпіричного розподілу. Для нормального розподілу відношення $\mu_4/s^4 = 3$, тому в якості характеристики гостровершинності прийнята величина

$$E(x) = \frac{\mu_4}{s^4} - 3, \quad (6.3)$$

яку називають ексцесом. При $E(x) < 0$ крива більш полого, ніж при нормальному розподілі. При $E(x) > 0$ крива розподілу більш гостровершинна, ніж при нормальному розподілі.

6.2. Завдання

Визначити основні статистичні характеристик розподілу напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань.

Вибір завдання проводять в такій послідовності. За передостанньою цифрою номера залікової книжки з табл.6.1 вибирають значення варіант x_i , а за останньою, з табл. 6.2 – частоти m_i .

Таблиця 6.1 – Значення варіант x_i

Передостання цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_1	25	33	15	20	18	22	15	26	23	20
x_2	63	53	43	49	45	53	43	63	54	38
x_3	99	89	69	74	80	99	74	100	99	78
x_4	101	100	101	103	96	105	100	108	103	97
x_5	110	110	102	108	104	112	110	114	112	116
x_6	115	112	125	116	119	128	124	125	128	133
x_7	140	130	130	135	129	140	130	149	135	154
x_8	185	175	175	178	172	164	170	182	169	174
x_9	220	215	210	216	212	208	216	226	194	204
x_{10}	240	230	230	231	228	242	234	244	253	249
x_{11}	260	250	250	256	248	263	260	263	270	260
x_{12}	280	270	285	276	273	278	285	270	288	293
x_{13}	310	300	320	312	314	321	318	312	306	310
x_{14}	330	310	325	316	330	337	330	325	333	351
x_{15}	350	360	345	346	364	368	376	357	362	369
x_{16}	380	380	375	379	396	384	394	400	387	397
x_{17}	415	420	410	418	422	403	418	420	424	419
x_{18}	435	435	415	428	432	426	432	433	452	462
x_{19}	475	485	465	470	451	468	470	445	483	480
x_{20}	495	500	485	493	488	493	486	499	504	507
x_{21}	520	515	515	510	503	522	499	522	516	520
x_{22}	545	550	535	560	534	535	540	530	556	545
x_{23}	575	570	595	578	583	578	578	540	582	578
x_{24}	590	675	615	605	618	635	594	599	595	615
x_{25}	640	697	640	630	629	672	644	630	649	640
x_{26}	795	725	790	785	724	732	734	781	772	736

Таблиця 6.2 – Значення частот m_i

Остання цифра номера залікової книжки	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m_1	1	3	1	2	2	1	1	1	1	2
m_2	3	2	2	1	2	1	3	1	2	2
m_3	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1
m_4	1	1	1	2	2	2	3	3	2	1
m_5	5	4	2	5	5	1	3	1	2	4
m_6	5	5	1	5	4	2	6	2	6	5
m_7	12	11	1	11	11	1	12	2	10	10
m_8	3	3	3	4	4	2	3	2	6	6
m_9	5	5	4	4	5	2	5	2	5	5
m_{10}	6	7	2	7	6	1	6	3	7	5
m_{11}	10	10	3	10	11	4	11	3	12	12
m_{12}	4	5	7	5	5	7	4	6	5	6
m_{13}	7	8	7	7	7	8	7	7	8	8
m_{14}	6	7	6	8	7	6	7	6	8	7
m_{15}	7	8	5	8	8	5	7	5	6	8
m_{16}	2	1	12	2	3	10	2	12	4	4
m_{17}	3	3	7	3	4	8	3	7	2	1
m_{18}	4	2	5	3	2	7	3	4	2	2
m_{19}	3	2	4	2	3	6	2	5	2	2
m_{20}	1	2	10	2	1	10	1	10	2	1
m_{21}	1	1	4	1	1	4	3	4	1	1
m_{22}	2	2	4	1	1	5	2	4	2	2
m_{23}	3	2	2	2	2	1	2	3	1	1
m_{24}	1	2	2	1	1	2	1	3	1	1
m_{25}	2	2	3	1	1	2	1	2	1	2
m_{26}	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

6.3. Приклад виконання завдання

Виконаємо завдання для умовного номера залікової книжки 25-000. Вибераємо з табл. 6.1 і 6.2. вихідні дані і зводимо їх у табл. 6.3.

Таблиця 6.3 – Вихідні дані для розрахунку статистичних характеристик

x_i	m_i	x_i	m_i	x_i	m_i
25	1	240	6	475	3
63	3	260	10	495	1
99	2	280	4	520	1
101	1	310	7	545	2
110	5	330	6	575	3
115	5	350	7	590	1
140	12	380	2	640	2
185	3	415	3	795	1
220	5	435	4		

Визначаємо кількість і довжину інтервалів. Об'єм вибірки

$$n = \sum_{i=1}^n m_i = 100.$$

Тоді

$$r = 1 + 3,3 \cdot \lg 100 = 7,6.$$

Приймаємо $r = 8$.

Довжина інтервалу

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{r};$$

$$h = \frac{795 - 25}{8} = 96,25.$$

Приймаємо довжини всіх інтервалів однаковими $h = 100$ і заповнюємо перших чотири стовпці таблиці 6.4.

Визначаємо початкові і центральні емпіричні моменти. При обчисленні емпіричних моментів зручно переходити до умовних варіант

$$u_i = \frac{x_i - c}{h_i},$$

де c – постійна величина (умовний нуль).

За умовний нуль приймають, зазвичай, значення випадкової величини x_i з найбільшою частотою або значення x_i , рівновіддалене від крайніх значень. Приймаємо $c = 350$.

Оскільки інтервали всі рівні, то $h = 100$

$$u_i = \frac{x_i - 350}{100}.$$

Обчислюємо значення u_i для кожного інтервалу та заносимо їх у п'ятий стовпець таблиці 6.4.

Проводимо розрахунки для 6, 7, 8 і 9 стовпців таблиці 6.4.

Таблиця 6.4 – Результати розрахунку

Номер інтервалу	Інтервал	Середина інтервалу x_i	Частота m_i	u_i	$m_i u_i$	$m_i u_i^2$	$m_i u_i^3$	$m_i u_i^4$
1	0-100	50	6	-3	-18	54	-162	486
2	101-200	150	26	-2	-52	104	-208	416
3	201-300	250	25	-1	-25	25	-25	25
4	301-400	350	22	0	0	0	0	0
5	401-500	450	11	1	11	11	11	11
6	501-600	550	7	2	14	28	56	112
7	601-700	650	2	3	6	18	54	162
8	701-800	750	1	4	4	16	64	256
Σ			100		-60	256	-210	1468

Визначаємо початкові моменти для умовних варіант (умовні емпіричні моменти)

$$a_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i u_i^k;$$

$$a_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i u_i;$$

$$a_1 = \frac{-60}{100} = -0,60;$$

$$a_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i u_i^2;$$

$$a_2 = \frac{256}{100} = 2,56;$$

$$a_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i u_i^3;$$

$$a_3 = \frac{-210}{100} = -2,10;$$

$$a_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n m_i u_i^4;$$

$$a_4 = \frac{1468}{100} = 14,68.$$

Визначаємо центральні моменти для умовних варіант

$$\mu_2 = a_2 - a_1^2;$$

$$\mu_2 = 2,56 - (-0,60)^2 = 2,20;$$

$$\mu_3 = a_3 - 3a_2a_1 + 2a_1^3;$$

$$\mu_3 = -2,10 + 3 \cdot 2,56 \cdot 0,60 - 2 \cdot 0,60^3 = 2,07;$$

$$\mu_4 = a_4 - 4a_3a_1 + 6a_2a_1^2 - 3a_1^4;$$

$$\mu_4 = 14,68 - 4 \cdot 2,1 \cdot 0,60 + 6 \cdot 2,56 \cdot 0,60^2 - 3 \cdot 0,60^4 = 14,78.$$

Виконуючи зворотній перехід від умовних варіант до дійсних, визначаємо середнє значення і середнє квадратичне відхилення напрацювання елементів до руйнування

$$\bar{x} = a_1 h + c;$$

$$\bar{x} = -0,6 \cdot 100 + 350 = 290;$$

$$s = h\sqrt{\mu_2};$$

$$s = 100 \cdot \sqrt{2,2} = 148,32.$$

Коефіцієнт асиметрії та ексцес можна визначити за умовними емпіричними моментами

$$A(x) = \frac{\mu_3}{\mu_2^{2/3}};$$

$$A(x) = \frac{2,07}{2,20^{2/3}} = 0,63;$$

$$E(x) = \frac{\mu_4}{\mu_2^2} - 3;$$

$$E(x) = \frac{14,78}{2,20^2} - 3 = 0,05.$$

Оскільки, $A(x) > 0$, то розподіл має позитивну асиметрію, тобто вершина кривої зсунута вліво і права сторона більш полого. Враховуючи, що $E(x) > 0$, то крива менш полого, ніж при нормальному розподілі.

7. Визначення основних статистичних характеристик розподілу напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань з використанням ПК

7.1. Короткі теоретичні відомості

Для виконання даного завдання розроблено спеціальну комп'ютерну програму для ПК «Визначення основних статистичних характеристик».

7.2. Завдання

Визначити основні статистичні характеристики за даними ресурсних випробувань розподілу напрацювання до руйнування елементів з використанням ПК за вихідними даними практичної роботи №6.

7.3. Приклад виконання завдання

1. Запустити програму за допомогою файлу «start.exe». На екрані з'явиться діалогове вікно, зображене на рис. 7.1.

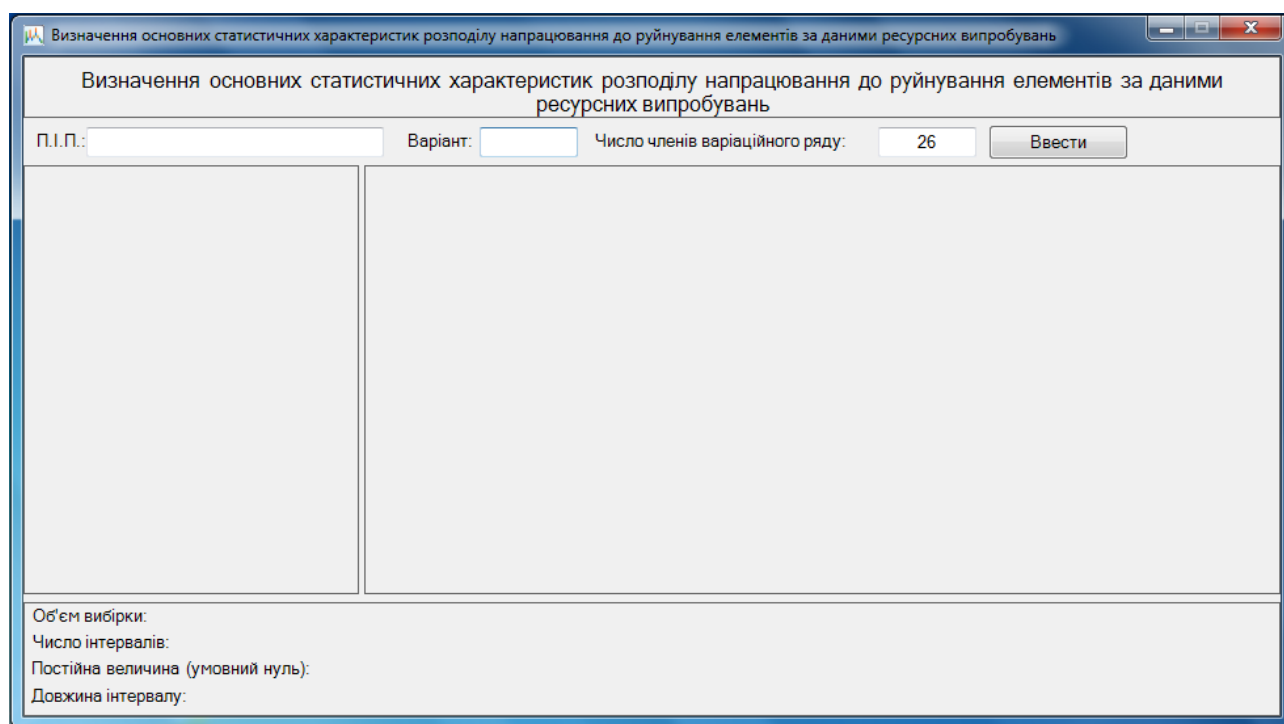


Рисунок 7.1 – Вигляд діалогового вікна на початку роботи з програмою

2. Ввести прізвище та ініціали виконавця, номер варіанту. Діалогове вікно набуде вигляду, зображеного на рис. 7.2.

Визначення основних статистичних характеристик розподілу напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань

П.І.П.: Ревіцький І. І. Варіант: 000 Число членів варіаційного ряду: 26 Вести

Об'єм вибірки:
Число інтервалів:
Постійна величина (умовний нуль):
Довжина інтервалу:

Рисунок 7.2 – Вигляд діалогового вікна після введення прізвища автора і номера варіанту

3. Натиснути на кнопку «Вести». На екрані з'явиться діалогове вікно, зображене на рис. 7.3.

Визначення основних статистичних характеристик розподілу напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань

П.І.П.: Ревіцький І. І. Варіант: 000 Число членів варіаційного ряду: 26 Розрахувати

№п/п	X_i	M_i
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		

Об'єм вибірки:
Число інтервалів:
Постійна величина (умовний нуль):
Довжина інтервалу:

Рисунок 7.3 – Вигляд діалогового вікна перед введенням вихідних даних для розрахунків

4. Ввести вихідні дані згідно свого варіанту. Діалогове вікно буде мати вигляд, зображений на рис. 7.4

Визначення основних статистичних характеристик розподілу напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань

П.І.П.: Ревіцький І. І. Варіант: 000 Число членів варіаційного ряду: 26 Розрахувати

№п/п	X_i	M_i
14	330	6
15	350	7
16	380	2
17	415	3
18	435	4
19	475	3
20	495	1
21	520	1
22	545	2
23	575	3
24	590	1
25	640	2
26	795	1

Об'єм вибірки:
Число інтервалів:
Постійна величина (умовний нуль):
Довжина інтервалу:

Рисунок 7.4 – Вигляд діалогового вікна після введення вихідних даних для розрахунків

5. Натиснути на кнопку «Розрахувати». На екрані з'явиться діалогове вікно, зображене на рис. 7.5.

Визначення основних статистичних характеристик розподілу напрацювання до руйнування елементів за даними ресурсних випробувань

П.І.П.: Ревіцький І. І. Варіант: 000 Число членів варіаційного ряду: 26

№п/п	X_i	M_i
1	25	1
2	63	3
3	99	2
4	101	1
5	110	5
6	115	5
7	140	12
8	185	3
9	220	5
10	240	6
11	260	10
12	280	4
13	310	7
14	330	6

Номер інтервалу	Інтервал	Середина інтервалу X_i	Частота M_i	U_i	$M_i \cdot U_i$	$M_i \cdot U_i^2$	$M_i \cdot U_i^3$	$M_i \cdot U_i^4$
1	0-100	50	6	-3,5	-21	73,5	-257,25	900,38
2	100-200	150	26	-2,5	-65	162,5	-406,25	1015,62
3	200-300	250	25	-1,5	-37,5	56,25	-84,38	126,56
4	300-400	350	22	-0,5	-11	5,5	-2,75	1,38
5	400-500	450	11	0,5	5,5	2,75	1,38	0,69
6	500-600	550	7	1,5	10,5	15,75	23,62	35,44
7	600-700	650	2	2,5	5	12,5	31,25	78,12
8	700-800	750	1	3,5	3,5	12,25	42,88	150,06
ВСЬОГО			100		-110	341	-651,5	2308,25

Об'єм вибірки: 100
Число інтервалів: 8
Постійна величина (умовний нуль): 400
Довжина інтервалу: 100

Щоб визначити основні статистичні характеристики розподілу напрацювання тиснемо на гудзик Визначити

Рисунок 7.5 – Вигляд діалогового вікна на початковому етапі розрахунків

6. Для проведення розрахунку натиснути на кнопку «Визначити». На екрані з'явиться діалогове вікно, зображене на рис. 7.6.

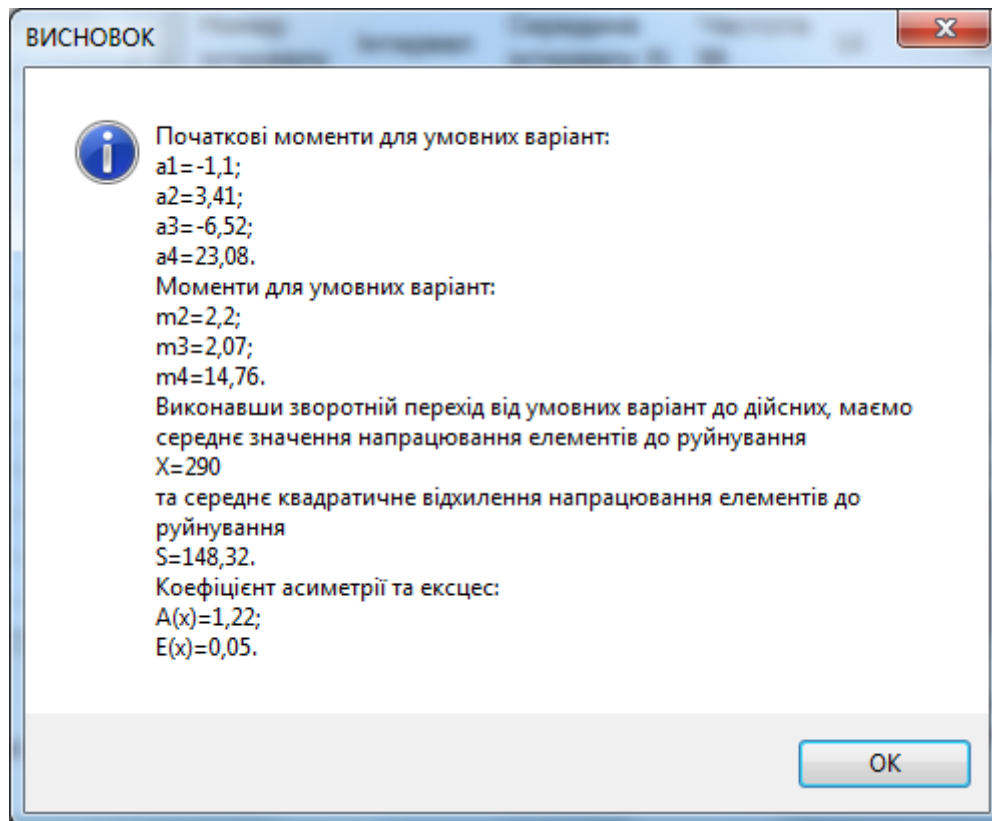


Рисунок 7.6 – Вигляд діалогового вікна на кінцевому етапі розрахунків

7. Натиснути на кнопку «ОК». Після натискання, результати розрахунку автоматично записуються у файл «result.doc», що буде розміщений у папці C:\Визначення_статистичних_характеристик\Bin.

8. Результати розрахунку повинні бути роздруковані виконавцем роботи.

Загальний вигляд роздруківки з результатами розрахунку

Прізвище: Ревіцький І. І.

Варіант: 000

Задача №7

Визначення основних статистичних характеристик за даними ресурсних випробувань розподілу напрацювання до руйнування елементів.

Таблиця 1 - Вихідні дані

X_i	M_i	X_i	M_i	X_i	M_i
25	1	240	6	475	3
63	3	260	10	495	1
99	2	280	4	520	1
101	1	310	7	545	2
110	5	330	6	575	3
115	5	350	7	590	1
140	12	380	2	640	2
185	3	415	3	795	1
220	5	435	4		

Таблиця 2 - Результати розрахунку

№ інтервалу	Інтервал	Середина інтервалу X_i	Частота M_i	u_i	$m u$	$m u^2$	$m u^3$	$m u^4$
1	0-100	50	6	-3,5	-21	73,5	-257,25	900,38
2	100-200	150	26	-2,5	-65	162,5	-406,25	1015,62
3	200-300	250	25	-1,5	-37,5	56,25	-84,38	126,56
4	300-400	350	22	-0,5	-11	5,5	-2,75	1,38
5	400-500	450	11	0,5	5,5	2,75	1,38	0,69
6	500-600	550	7	1,5	10,5	15,75	23,62	35,44
7	600-700	650	2	2,5	5	12,5	31,25	78,12
8	700-800	750	1	3,5	3,5	12,25	42,88	150,06
ВСЬОГО			100		-110	341	-651,5	2308,25

Вибірка об'ємом $n = 100$. Число інтервалів $r = 8$. Постійна величина (умовний нуль) $c = 400$. Довжина інтервалу $h = 100$.

Початкові моменти для умовних варіант: $a_1 = -1,1$; $a_2 = 3,41$; $a_3 = -6,52$; $a_4 = 23,08$.

Моменти для умовних варіант: $m_2 = 2,2$; $m_3 = 2,07$; $m_4 = 14,76$.

Виконавши зворотній перехід від умовних варіант до дійсних, маємо середнє значення напрацювання елементів до руйнування $X = 290$ та середнє квадратичне відхилення напрацювання елементів до руйнування $S = 148,32$.

Коефіцієнт асиметрії та ексцес: $A(x) = 1,22$; $E(x) = 0,05$.

Оскільки $A(x) > 0$, то розподіл має позитивну асиметрію, тобто вершина кривої зсунута вліво і права сторона більш полого.

Враховуючи, що $E(x) > 0$, то крива менш полого ніж при нормальному розподілі.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Канарчук В. С., Полянський С. К., Дмитрієв М. М. Надійність машин : Підручник. Київ : Либідь, 2003. 424 с.
2. Ткаченко І. Г. Визначення числових значень показників надійності привідних клинових пасів : Методичні вказівки. Тернопіль : ТДТУ, 1999. 16 с.
3. Ткаченко І. Г., Вітровий А. О. Методичні вказівки до практичних та самостійних занять, з курсу «Основи надійності машин». Тернопіль : ТДТУ, 2000. 24 с.
4. Ткаченко І. Г., Левкович М. Г. Конспект лекцій з дисципліни «Надійність транспортних засобів». Тернопіль : ТНТУ, 2024. 118 с.