

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

факультет прикладних інформаційних технологій та електроінженерії

(повна назва факультету)

кафедра автоматизації технологічних процесів і виробництв

(повна назва кафедри)

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня

магістра

(назва освітнього ступеня)

на тему: «Розробка автоматизованої системи діагностування процесів
теплообміну в наземних ділянках трубопроводів»

Виконав(ла): студент(ка) VI курсу, групи КАм-61
спеціальності 174«Автоматизація, комп'ютерно-
інтегровані технології та робототехніка»

(шифр і назва спеціальності)

Ковалик В. Л.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Гвоздецький Р.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Керівник
роботи Трембач Р.Б.

Нормоконтроль Козбур В.Р.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Завідувач
кафедри Савків В.Б.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Рецензент Левицький В.В.
(підпис) (прізвище та ініціали)

Тернопіль 2024

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Факультет прикладних інформаційних технологій та електроінженерії

(повна назва факультету)

Кафедра автоматизації технологічних процесів і виробництв

(повна назва кафедри)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

Савків В.Б.

(підпис)

(прізвище та ініціали)

« » 2024р.

**З А В Д А Н Н Я
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ**

на здобуття освітнього ступеня магістр

(назва освітнього ступеня)

за спеціальністю 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

(шифр і назва спеціальності)

студенту Ковалик Віталію Любомировичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Розробка автоматизованої системи діагностування процесів теплообміну в наземних ділянках трубопроводів»

Керівник роботи к.т.н., доцент Трембач Р.Б.

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Затверджені наказом ректора від «11» листопада 2024 року № 4/7-1076

2. Термін подання студентом завершеної роботи 12 грудня 2024 року

3. Вихідні дані до роботи Технічна характеристика наземної ділянки газопроводу, методи вимірювання параметрів газопроводу

4. Зміст роботи (перелік питань, які потрібно розробити)

1) аналітична частина; 2) науково – дослідна частина; 3) технологічна частина; 4) конструкторська частина; 5) спеціальна частина; 6) безпека в надзвичайних ситуаціях, охорона праці.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень, слайдів)
Презентація кваліфікаційної роботи 6 аркушів формату А4

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Факультет прикладних інформаційних технологій та електроінженерії

(повна назва факультету)

Кафедра автоматизації технологічних процесів і виробництв

(повна назва кафедри)

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

Савків В.Б.

(підпис)

(прізвище та ініціали)

« » 2024р.

**З А В Д А Н Н Я
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ**

на здобуття освітнього ступеня магістр

(назва освітнього ступеня)

за спеціальністю 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

(шифр і назва спеціальності)

студенту Гвоздецькому Ростиславу Михайловичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи «Розробка автоматизованої системи діагностування процесів теплообміну в наземних ділянках трубопроводів»

Керівник роботи к.т.н., доцент Трембач Р.Б.

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

Затверджені наказом ректора від «11» листопада 2024 року № 4/7-1076

2. Термін подання студентом завершеної роботи 12 грудня 2024 року

3. Вихідні дані до роботи Технічна характеристика наземної ділянки газопроводу, методи вимірювання параметрів газопроводу

4. Зміст роботи (перелік питань, які потрібно розробити)

1) аналітична частина; 2) науково – дослідна частина; 3) технологічна

частина; 4) конструкторська частина; 5) спеціальна частина; 6) безпека в надзвичайних ситуаціях, охорона праці.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень, слайдів)

Презентація кваліфікаційної роботи 6 аркушів формату А4

АНОТАЦІЯ

У кваліфікаційній роботі розроблено математичну модель нестационарних теплових процесів в наземних ділянках трубопроводу. На основі даної моделі розроблено програмне забезпечення, яке призначене для автоматизованого обрахунку температурного стану трубопроводу та прогнозування його зміни в часі. Використання даної програми має місце при експлуатації трубопроводів в складних умовах, а також при проведенні ремонтних робіт.

Розроблене спеціалізоване програмне забезпечення дає можливість:

- проведення обрахунків зміни температури в стінці газопроводу;
- прогнозування подальшої зміни температурного стану;
- виводу на екран отриманих результатів та при необхідності проведення запису даних у файл для подальшого їх збереження на носію інформації.

Окрім того, розроблений чисельний алгоритм обрахунку теплопровідності в циліндричних координатах, на основі якого було написано програму.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
1 АНАЛІТИЧНА ЧАСТИНА	9
1.1 Основні відомості про магістральні трубопроводи та навантаження, які діють на їхні складові частини	9
1.2 Види передачі теплоти. Теплопровідність твердих тіл, рідин і газів	13
1.3 Основні поняття і визначення явищ процесів теплообміну	19
1.4 Температурні впливи на газопровід	25
2 НАУКОВО – ДОСЛІДНА ЧАСТИНА	35
2.1 Диференціальне рівняння теплопровідності	35
2.2 Постановка крайових задач теорії теплопровідності	43
2.3 Класифікація крайових задач і методів їх вирішення	50
2.4 Дослідження нестационарної теплопровідності за допомогою різницевих схем (методом сіток)	52
3 ТЕХНОЛОГІЧНА ЧАСТИНА	61
3.1 Основні розрахункові формули для методу прогонки	61
3.2 Математична модель процесу теплообміну в газопроводі при конкретно заданих крайових умовах	66
3.3 Обчислення теплових деформацій та напружень	70
4 КОНСТРУКТОРСЬКА ЧАСТИНА	72
4.1 Аналіз та вибір програмних засобів реалізації	72
4.2 Блок-схема алгоритму обчислення та структурна схема алгоритму роботи програми	74
4.3 Тестові та натурні розрахунки	79
5 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА	82
5.1 Розрахунок надійності програмного забезпечення	82
6 БЕЗПЕКА В НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЯХ, ОХОРОНА	87

ПРАЦІ	
6.1 Охорона праці	87
6.2 Безпека в надзвичайних ситуаціях	92
ВИСНОВКИ	102
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	104
ДОДАТОК А. Текст програми	109
ДОДАТОК Б. Результати розрахунку	134

ВСТУП

У кваліфікаційній роботі розглянуто математичну модель нестационарного радіаційного теплообміну, що має місце при експлуатації трубопроводів у складних умовах, а також при проведенні ремонтних робіт.

В процесі експлуатації ділянок магістральних трубопроводів в складних умовах, що характеризуються тепловими впливами високої інтенсивності за рахунок сонячного випромінювання важливого значення набуває контроль термічних напружень, що виникають у матеріалі труби. Нормативними документами передбачається фарбування відкритих ділянок трубопроводу кольорами, що попереджують інтенсивне поглинання тепла. Проте в процесі експлуатації колір труби змінюється в силу прилипання до поверхні трубопроводу пилу, продуктів рослинного походження тощо. Унаслідок цього змінюється характеристика поглинання теплового випромінювання. Колір труби також змінюється при заміні захисного шару фарби, у процесі якої знімається старий шар фарби і протягом певного часу труба залишається нефарбованою. Унаслідок цього за короткий час змінюється напружено-деформований стан ділянки, можливі рухи ділянки, що не передбачені проектною документацією. Тому актуальною є задача математичного моделювання теплових впливів на ділянках магістрального трубопроводу з урахуванням радіаційного теплообміну. Оскільки по довжині труби конфігурація теплової дії сонячного випромінювання змінюється мало, для моделювання процесу теплообміну використовується рівняння теплопровідності в циліндричних координатах.

Велике практичне значення для оцінки й прогнозу технічного стану найбільш небезпечних відкритих наземних ділянках трубопроводів представляють аналітичні дослідження наявних термонапружень. Підтверджені експериментальними вимірами теоретичні розрахунки термонапружень і можливих теплових деформацій у трубопроводі створюють реальну картину

його навантаженого стану в майбутньому і дозволяють заздалегідь приймати необхідні рішення для забезпечення конструктивної надійності, не затрачаючи в той же час великих засобів на ремонт менш небезпечних ділянок.

1 АНАЛІТИЧНА ЧАСТИНА

1.1 Основні відомості про магістральні трубопроводи та навантаження, які діють на їхні складові частини

Магістральними називають трубопроводи, по яких продукт (нафта, газ, вода і т.п.) перекачується від місць видобутку, переробки до місць споживання.

В загальному випадку магістральний трубопровід містить у собі: головні спорудження, лінійну частину, проміжні насосні чи компресорні станції, устаткування кінцевих пунктів і т.п. Основною складовою магістрального трубопроводу є лінійна частина, що включає власне трубопровід з відгалуженнями, запірну арматуру (що служить для перекриття ділянок трубопроводу; установлюють, звичайно, на ділянках переходів через природні і штучні перешкоди, в обов'язці трубопроводів на насосних і компресорних станціях, а також по довжині трубопроводу не менш чим через 10 км), переходи через природні і штучні перешкоди, компенсатори (призначені для зменшення подовжніх переміщень трубопроводів, що працюють із великими температурними перепадами) і лінійні спорудження, призначені для забезпечення заданих режимів перекачування продукту. Магістральні трубопроводи прокладають у найрізноманітніших топографічних, геологічних, гідрологічних і кліматичних умовах. В даний час при спорудженні магістральних трубопроводів застосовують підземну, напівпідземну, наземну і надземну схеми прокладки.

Підземна схема прокладки є найбільш розповсюдженої (98 %) загального обсягу лінійної частини, що споруджується. При цій схемі оцінка верхньої твірної труби розташовується нижче оцінки денної поверхні ґрунту [1, 2, 3, 4]. При напівпідземній схемі прокладки нижня твірна труби розташована нижче, а верхня вище денної поверхні ґрунту. При наземній схемі прокладки нижня твірна труби має оцінку на рівні денної поверхні чи ґрунту вище (на ґрунтовій подушці). При наземному укладанні трубопровід обвалюється привізним чи

місцевим ґрунтом. Надземна схема прокладки передбачає спорудження трубопроводу над землею на опорах різного типу. Підземна схема прокладки може принципово застосовуватися скрізь, однак для деяких районів вона може виявитися економічно не вигідною у порівнянні з іншими схемами. Так, її недоцільно застосовувати на ділянках ґрунтів при перекачуванні по трубопроводу продукту, котрий тривалий час має позитивну температуру, на ділянках гірських вироблень з можливим значним зсувом ґрунту, а також на ділянках активних зсувів, перетинань гірських рік із блукаючими і сильно розмивними руслами і т.п.[5, 6, 7].

Наземну і напівпідземну схеми укладання застосовують, звичайно, в сильно обводнених і заболочених районах поза сільськогосподарськими угіддями. Її основний недолік – погана стійкість ґрунту-насипу, порушення природного водостоку й створення перешкод для руху транспорту.

Наземну схему укладання трубопроводів застосовують в основному при переходах через штучні й природні перешкоди. Вона більш складна в будівництві, вимагає великого числа кривих уставок, створює додаткові штучні перешкоди і застосовується лише у випадку, коли укладання по інших схемах недоцільне.

Напружено-деформований стан будь-якого несучого елемента за інших рівних умов однозначно визначається характеристиками навантажень, що впливають на нього. Стосовно несучих елементів магістральних трубопроводів до навантажень, звичайно, відносять: внутрішній тиск продукту в трубопроводі, вага конструкцій, устаткування, тиск ґрунту, снігу, вітру і т.п., а також результати впливу на трубопровід зміни температури середовища й продукту, осідання основ, сейсмічних явищ, монтажних зусиль і т.п. До поверхневих навантажень відносять тиск продукту, вітру, снігу, реакції ґрунту й опор і т.д. Об'ємні навантаження є наслідком прояву дії сил ваги й інерції.

По характеру дії на конструкцію розрізняють навантаження статичні й динамічні. До статичних навантажень умовно відносять такі: час чи, додаткові

зміни яких великі в порівнянні з періодом власних пружних коливань конструкції (більш двох-трьох періодів). Так, тиск продукту, снігове навантаження, температурне навантаження і т.п. є статичними, а навантаження, викликані поривом вітру автоколиваннями ділянок трубопроводів, що знаходяться в струмені постійного вітру, сейсмічні навантаження і т.п.— динамічними [8, 9, 10].

При розгляді температурного навантаження конструкції необхідно пам'ятати, що воно виявляється не тільки в появі термічних напруг і температурних переміщень, але й у зміні щільнісних характеристик використовуваних матеріалів, а тим самим у загальній зміні несучої здатності елемента, що піддається тепловому впливу.

За часом дії навантажень на конструкцію, розрізняють навантаження постійні, тимчасові й особливі. До постійних навантажень, звичайно, відносять навантаження, що діють на спорудження протягом усього терміну його експлуатації (власна маса, тиск ґрунту, монтажні напруги і т.п.), а до тимчасових — навантаження, що діють на нього протягом обмеженого часу, меншого, чим розрахунковий період експлуатації спорудження.

У свою чергу, тимчасові навантаження підрозділяють на тривалі (тиск продукту, температурний вплив і т.п.) і короткочасні (снігові, вітрові, іспитові й інші, ті навантаження, дія яких може тривати від декількох секунд, наприклад такелажна, до декількох місяців, наприклад, зледеніння).

Розглядаючи навантаження на лінійну частину трубопроводу, виділимо ті з них, що діють на будь-якій його ділянці, незалежно від місця й способу його будівництва. Такими навантаженнями є - вага труб і продукту; внутрішній тиск (основне навантаження, що визначає металоємність трубопроводу); зміна температурних умов експлуатації. [11, 12, 13, 14].

На даний час потреба в капітальному ремонті трубопроводів визначається на основі практичного досвіду підприємств нафтогазової промисловості. Для вирішення задач визначення оптимальної необхідності в ремонті з метою своєчасного відновлення ділянок із небезпечними ушкодженнями та для

підвищення надійності та безпеки експлуатації наземної частини трубопроводів необхідні наступні заходи:

- прогнозування передчасного фізичного зносу магістральних трубопроводів через їх, корозію в тих чи інших ґрунто-кліматичних умовах [15, 16, 17];
- плановий детальний огляд діючих магістральних трубопроводів із метою своєчасного виявлення фактичного зносу в реальних умовах;
- наукова розробка технічної політики в області ремонтних робіт на перспективу.

Визначення місць ремонту термоізоляційного покриття магістральних трубопроводів проводиться на основі комплексного огляду їхнього технічного стану. Аналізуються також відомості про корозійні властивості навколишнього середовища, залучаються всі існуючі дані про наявність та причини аварій на трубопроводах, про умови експлуатації тощо.

У процесі експлуатації трубопроводів у них трапляються різного роду відмови, аналіз яких показує, що в залежності від умов праці трубопроводу, інтенсивність відмов коливається в широких межах. З метою попередження відмов проводяться профілактичні та капітальні ремонтні роботи.

Відомо, що багато аварій на магістральних трубопроводах відбувається в результаті корозійної дії навколишнього середовища. Крім того, практика капітальних ремонтів показує, що відкрита поверхня очищена від бруду та старої термоізоляції трубопроводу в багатьох місцях покрита наскрізними корозійними дефектами. Глибина цих дефектів часто перевищує норму.

Особлива необхідність полягає у своєчасному отриманні інформації про стан трубопроводу. Вона, з одного боку, дозволяє уникнути невиправданих матеріальних витрат, зв'язаних із зупинкою трубопроводу, заміною труб, а з іншого боку, дозволяє уникнути аварій, які порівнюються зі стихійним лихом, котрі наносять величезний збиток народному господарству, який виражається не тільки в недопоставці продукту споживачу як усередині країни, так і на

експорт, але й у знищенні й забрудненні навколишнього середовища на великих площах, не говорячи вже про можливості людських жертв.

1.2 Види передачі теплоти. Теплопровідність твердих тіл, рідин і газів

Процес теплопередачі (теплообміну) широко поширений у природі і багато в чому визначає практичну діяльність людини. Поняття теплообмін охоплює сукупність явищ теплообміну в просторі, викликаних різницею температур окремих елементів навколишнього середовища. Наприклад, в даній магістерській роботі вирішується поставлена задача теплообміну, в якій, з однієї сторони – одним із таких елементів є наземна ділянка газопроводу, а з іншої – навколишнє середовище, яке діє ззовні. Газ, який передається по трубопроводі спричиняє внутрішню теплову дію. Складовими оточуючого середовища можуть бути різного роду явища, які тим чи іншим чином зумовлюють теплову дію на газопровід (наприклад, Сонце, Земля, а також такий тепловий вплив як зварювання). Теплова взаємодія газопроводу з кожним із цих складових елементів, які діють як ззовні так і зсередини відбувається по різному, тому виникає необхідність розглянути, які ж існують види передачі теплоти. Загалом теплообмін є складним процесом, що включає різні фізичні явища, але можна виділити три основних типи (механізмів) теплообміну: теплообмін, конвективний теплообмін і радіаційний теплообмін [18, 19].

Спочатку дамо визначення терміна теплопередача. Отже, теплопередача – процес теплообміну між двома теплоносіями, які розділені твердою стінкою. В нашому випадку, для прикладу, можемо говорити про теплову взаємодію газу і навколишнього середовища через стінку трубопроводу. Стінка трубопроводу виступає тілом для якого характерне явище теплопровідності. Отже, коефіцієнт теплопровідності — це молекулярна передача тепла тілам (або між ними), зумовлена неоднорідністю (різницею) температури навколишнього середовища.

Тобто відбувається процес передачі теплоти внаслідок хаотичного теплового руху молекул або атомів, але в той же час теплопровідність не супроводжується перенесенням молекул з одного місця в інше.

Отже, коефіцієнт теплопровідності не пов'язаний з макрорухом тіл і відбувається шляхом передачі енергії від одних мікрочастинок тіла іншим під час взаємодії. Наприклад, у газах такими частинками є молекули. Відомо, що молекули в нагрітій частині будь-якого газу мають більшу середню кінетичну енергію, ніж молекули в холодній частині. Коли молекули стикаються, відбувається обмін кінетичною енергією, що призводить до передачі тепла від більш гарячої частини газу до більш холодної.

Процес теплопровідності в металах подібний до процесу електропровідності і пов'язаний з рухом вільних електронів. У найпростішому випадку можна вважати, що вільні електрони поведуться як молекули газу, тобто рухаються між атомами і здійснюють теплообмін. Отже, для газів і металів процес теплопередачі визначається розподілом молекул і вільних електронів.

У рідинах і твердих тілах-діелектриках передача теплової енергії відбувається через пружні хвилі, що виникають в результаті коливань кристалічної решітки. Зауважимо, що в металах частина енергії передається пружними хвилями, але це незначно порівняно з термічною дифузією вільних електронів.

Кількість теплоти, передана шаром матеріалу товщиною Δl , площиною S при підтримуванні на його площинах різниці температур ΔT за час t визначається за формулою:

$$Q = \lambda \frac{\Delta T}{\Delta l} S t, \quad (1.1)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності. Це важлива характеристика матеріалів, з яких виготовляються трубопроводи.

Коефіцієнтом теплопровідності називається величина, чисельно рівна кількості теплоти, переданій за одиницю часу через шар одиничної товщини

при різниці температур поверхонь шару в 1°C , якщо площа поверхні шару рівна одиниці.

Вирівнювання температур в рідинах і газах в основному зумовлено конвекцією – направленим потоком більш теплої рідини або газу до більш холодних частин. У рідинах і газах великі потоки енергії можуть утворюватись при перенесенні нагрітих об'ємів, як це відбувається наприклад у повітрі при підніманні угору тієї його частини, яка нагрілась від контакту з теплою поверхнею Землі. Теплі потоки повітря, піднімаючись угору, контактують з зовнішньою поверхнею наземної ділянки трубопроводу і передають їй в процесі теплообміну частину свого тепла. Як бачимо, конвекція можлива лише в рідкому середовищі, оскільки теплопровідність нерозривно пов'язана із самою теплопровідністю. Для рідин конвекція завжди супроводжується теплопередачею. У твердих тілах конвекція відсутня.

Конвективний теплообмін – одночасне перенесення теплоти конвекцією і теплопровідністю.

Теплообмін між рідиною (газом) і поверхнею твердого тіла називається конвективною тепловіддачею [20, 21, 22].

Як ми вже згадували, теплота в процесах теплообміну передається не тільки способом конвекції, теплопровідності, а й за допомогою радіаційного випромінювання (теплого випромінювання).

Теплове випромінювання - це процес поширення тепла за допомогою електромагнітних хвиль. Завдяки цьому типу теплообміну внутрішня енергія матеріалу перетворюється на енергію випромінювання, а випромінювання передається та поглинається матеріалом.

Теплове випромінювання визначається тільки температурою і оптичними властивостями випромінюючого тіла. Він підпорядковується основним законам поширення світла, тобто законам відбивання, заломлення та поглинання.

Цікавою особливістю теплового випромінювання, яка відрізняє їх від інших видів теплопередачі (теплопровідності і конвекції), є безконтактний

тепловий обмін між випромінювальною і поглинаючою поверхнями (середовищами). Наприклад, передача енергії випромінюванням може проходити між поверхнями, які розділені вакуумом. В чистому вигляді (тобто без інших видів теплообміну) радіаційний теплообмін має місце в умовах глибокого вакууму, наприклад, між космічним літальним апаратом і оточуючим його безповітряним простором. Зокрема, передача енергії Сонця Землі проходить, виключно за допомогою випромінювання, не дивлячись на мільйони кілометрів космічного простору, які їх розділяють.

Пояснення природи поведінки, закономірностей теплового випромінювання може бути даним на основі як хвильової, так і корпускулярної теорії [23, 24, 25]. Хвильова теорія визначає теплове випромінювання як процес розповсюдження внутрішньої енергії випромінювального тіла електромагнітними хвилями, які мають визначену частоту ν та довжину λ . Згідно корпускулярної теорії, енергія випромінювання передається і поглинається не неперервно, а у вигляді дискретних порцій, які називаються світловими квантами або фотонами.

Нагріті тіла мають здатність випромінювати, крім світлових хвиль, також і невидимі – так звані ультрафіолетові і інфрачервоні хвилі. В нашому випадку джерелом такого випромінювання є Сонце, а об'єктом, який відповідно поглинає його – трубопровід. Тіло, яке повністю поглинає падаюче на нього випромінювання, називається абсолютно чорним тілом (або повним випромінювачем).

Відношення потужності випромінювання з одиниці поверхні тіла до відповідного інтервалу довжин його хвиль при конкретній температурі називається випромінювальною здатністю тіла $E_{\lambda T}$.

Випромінювальна здатність рівна випромінюваній з одиниці поверхні потужності, яка припадає на одиницю інтервалу довжин хвиль при визначеній температурі.

Відношення потужності, поглинутою одиницею поверхні тіла, до потужності падаючого на цю поверхню потоку випромінювання з одиничним інтервалом довжини хвиль називається поглинальною здатністю $A_{\lambda T}$ тіла при заданій температурі. Випромінювальна здатність при даній температурі пропорційна поглинальній здатності при тій же температурі (закон Кірхгофа):

$$\frac{E_{\lambda}}{A_{\lambda}} = \varepsilon_{\lambda}, \quad (1.2)$$

де ε_{λ} – при даній температурі постійна для всіх тіл величина.

Для абсолютно чорного тіла при всіх довжинах хвиль $A_{\lambda} = 1$, і тому, $E_{\lambda} = \varepsilon_{\lambda}$.

Потужність випромінювання всіх довжин хвиль абсолютно чорним тілом (ε) пропорційна четвертому степені абсолютної температури (закон Стефана – Больцмана):

$$\varepsilon = \sigma \cdot T^4, \quad (1.3)$$

де коефіцієнт пропорційності $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{вт}{м^2 \cdot град^4}$ [26].

Нагрівання трубопроводу здійснюється поглинанням енергії Сонця, яка приходить з космосу. Отже, теплопередача здійснюється через вакуум шляхом радіаційного випромінювання. Поглинута енергія проникає вглиб стінки трубопроводу шляхом теплопровідності, коли одна молекула штовхає сусідню, що знаходиться поряд. Оскільки, теплопровідність найвища у металів з хорошою електропровідністю, зокрема, і у сталей з яких виготовляють трубопроводи, то для зниження температури нагрівання трубопроводів використовуються термоізоляційні покриття різного роду. Вони бувають у вигляді нанесення шару фарби певного кольору, який максимально відбиває сонячне випромінювання. Мікропористі матеріали мають дуже низьку теплопровідність і також якнайширше використовуються для термоізоляційного захисту.

В процесах, з якими ми стикаємося в природі і техніці, теплообмін радіаційним випромінюванням супроводжується конвекцією і теплопровідністю. В цьому випадку процес називають складеним або радіаційно-конвективним. Але комплексне математичне випромінювання складеного теплообміну дуже ускладнене, тому часто попередньо розглядають кожний вид теплообміну окремо, а потім переходять до розгляду складеного теплообміну. Крім того, при вирішенні окремих задач один із видів теплообміну, як правило, є більш значущим (домінуючим), тому кількість теплоти, що передається іншими типами теплообмінників, незначна і нею можна знехтувати. Тому цікаво розглянути кожен вид теплообмінника окремо.

Теплопровідність у чистому вигляді зазвичай має місце в твердих тілах. Рідини і гази передають тепло конвекцією, тобто вони абсолютно нерухомі і чистий теплообмін можливий, якщо повністю виключена можливість конвекційних течій в них. При вивченні теорії теплообміну необхідно враховувати середовище, в якому відбувається теплообмін. Ми будемо розглядати все тіло, в якому процес теплообміну розглядаємо як однорідне середовище, тобто нехтуватимемо його дискретною структурою. Такий феноменологічний метод дослідження процесів теплообміну, особливо теплопровідності, справедливий, якщо розмір об'єкта дослідження досить великий порівняно з ефективною відстанню міжмолекулярної взаємодії.

Тому надалі ми будемо розглядати лише таке тверде середовище, у якому властивості різних точок однакові при однакових значеннях температури і тиску. Існує різниця між ізотропними та анізотропними суцільними середовищами. У першому середовищі фізичні властивості не залежать від обраного напрямку, а в другому, навпаки, деякі властивості в даній точці можуть бути функцією напрямку. На практиці найчастіше зустрічаються ізотропні тіла. Для нашого випадку також можна вважати, що матеріал з якого виготовлений трубопровід є ізотропним тілом і тому можна розглядати процес теплопровідності в однорідному, ізотропному, однофазному (тобто визначений агрегатний стан) суцільному середовищі.

1.3 Основні поняття і визначення явищ процесів теплообміну

Для того, щоб вирішити поставлену перед нами задачу, спочатку необхідно зрозуміти основні поняття і положення, якими потрібно правильно оперувати в ході виконання роботи.

1.3.1 Температурне поле

Оскільки кожне фізичне явище відбувається в просторі та часі, його вивчення призводить до виявлення просторових і часових властивостей параметрів, що характеризують цей процес. Сукупність миттєвих значень фізичної величини у всіх точках поля розгляду називається полем цієї фізичної величини [27, 28, 29].

У процесі теплопередачі основною фізичною величиною цих процесів є температура. Завдання теорії теплопередачі полягає в тому, щоб знайти температурне поле об'єкта, що розглядається, тобто визначити залежність

$$T = f(\tau, x, y, z), \quad (1.4)$$

де T – температура; τ – час; x, y, z – просторові координати в декартовій системі.

Оскільки температура є скалярною величиною, температурне поле також є скалярною величиною. Зауважте, що наведені вище визначення площі також справедливі для векторних величин, які відображають як величину, так і напрямок. Такі поля називають векторними полями векторних величин.

Розрізняють стаціонарні та нестаціонарні температурні поля [30, 31].

Нестационарне температурне поле – це поле, у якому температура змінюється в просторі та часі. У цьому випадку кажуть, що температура є функцією простору і часу. Прикладом математичної нотації поля температури є рівняння (1.4).

Стационарне температурне поле – це таке, в якому температура в будь-якій точці не змінюється з часом, тобто є функцією лише координат

$$T = f_1(x, y, z), \frac{\partial T}{\partial \tau} = 0. \quad (1.5)$$

Тепловий режим, який характеризується нестійким температурним полем, називається нестійким. Тепловий режим є стійким, якщо температурні поля стаціонарні.

Залежно від кількості просторових координат, що залежать від температури, температурне поле може бути тривимірним (його запис отримує вирази (1.4), (1.5)) і двовимірним

$$T = f_1(x, y, \tau), \frac{\partial T}{\partial \tau} = 0 \quad (1.6)$$

і одновимірним

$$T = f_1(x, \tau), \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial z} = 0. \quad (1.7)$$

Для багатьох задач теплообміну зручніше використовувати недекартову криволінійну систему координат. У цьому випадку рівняння (1.4) має вигляд

$$T = f(x_1, x_2, x_3, \tau), \quad (1.8)$$

де x_1, x_2, x_3 – координати вибраної криволінійної системи координат. Наприклад, в циліндричній системі координат $x_1 = r$ – відстань від початку координат (полюса) до проекції даної точки на площину $z = 0$ (полярний радіус); $x_2 = \varphi$ – кут повороту радіуса r від вибраного початкового напрямку в площині $z = 0$; $x_3 = z$ – відстань від точки до площини відліку ($z = 0$). Для

сферичної системи координат $x_1 = r$ – полярний радіус; $x_2 = \varphi$ – полярний кут; $x_3 = \psi$ – азимутальний кут.

Переміщення з будь-якої точки тіла в будь-якому напрямку супроводжується деякою зміною температури. Якщо нескінченно малому збільшенню просторових координат відповідає нескінченно мала зміна температури, то таке температурне поле називають безперервним. В іншому випадку температурне поле є розривним. Для безперервного температурного поля похідна температури в будь-якому напрямку має кінцеве значення. При вирішенні нашої задачі ми обмежимося розглядом лише неперервних температурних полів.

1.3.2 Температурний градієнт

Якщо з'єднати точки тіла з однаковою температурою, то вийде поверхня з однаковою температурою, яка називається ізотермою. Ізотермічна поверхня є рівною поверхнею температурного поля і записується рівнянням

$$T = f(x, y, z) = C, \quad (1.9)$$

де $C = \text{const}$.

При перетині ізотермічної поверхні на площині ми отримуємо групу ізотерм (ліній, що відповідають одній температурі).

Якщо температурне поле безперервне, то ізотермічна поверхня і ізотермічні лінії цієї температури не перетинаються і не розриваються всередині, тому що в одній точці тіла не може бути двох різних значень температури. Розглянемо дві ізотермічні поверхні, близькі до температури T і $T + \Delta T$ (рисунок 1.1). Зміна температури T вздовж ізотермічної поверхні не відбувається, тому що ізотермічна поверхня є геометричним розташуванням точок з однаковою температурою, а зміна температури спостерігається в довільно вибраному напрямку поперек ізотерми $T + \Delta T$. У той же час при русі в напрямку нормалі до ізотермічної поверхні буде чітко спостерігатися найбільша різниця температур на одиницю довжини.

Границя відношення зміни температури ΔT до відстані між ізотермами T і $T + \Delta T$ по нормалі Δn при $\Delta \rightarrow 0$ називається градієнтом температури, тобто

$$\text{grad}T = \lim_{\Delta n \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta T}{\Delta n} \right). \quad (1.10)$$

градієнт температури це вектор, направлений по нормалі до ізотермічної поверхні, при чому за додатній напрямок цього вектора приймається напрямок в сторону зростання температури:

$$\text{grad}T = \vec{1}_n \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right), \quad (1.11)$$

де $\vec{1}_n$ – нормальний одиничний вектор ізотермічної поверхні в напрямку підвищення температури; $\partial T / \partial n$ – похідна температури по нормалі $\vec{n}$. Похідна $\partial T / \partial n$ в бік зниження температури від’ємна.

Для вектора градієнта використовується ще позначення

$$\text{grad}T = \nabla T. \quad (1.12)$$

у відповідності з позначенням (1.12) вектор ∇ в декартовій системі координат може бути представлений наступним чином:

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}, \quad (1.13)$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори вибраної системи координат. Проекції вектора $\text{grad}T$ на осі $0x, 0y, 0z$, очевидно рівні

$$\begin{aligned} (\text{grad}T)_x &= (\nabla T)_x = \frac{\partial T}{\partial n} \cos(\vec{1}_n, \vec{i}) = \frac{\partial T}{\partial x}, \\ (\text{grad}T)_y &= (\nabla T)_y = \frac{\partial T}{\partial n} \cos(\vec{1}_n, \vec{j}) = \frac{\partial T}{\partial y}, \\ (\text{grad}T)_z &= (\nabla T)_z = \frac{\partial T}{\partial n} \cos(\vec{1}_n, \vec{k}) = \frac{\partial T}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

1.3.3 Тепловий потік. Основний закон теплопровідності Фур’є

Теплообмін тіла за допомогою теплообміну може здійснюватися тільки при нерівномірному розподілі температури всередині нього, тобто ненульовий

градієнт температури є необхідною умовою для формування теплового потоку всередині тіла. На практиці тепло передається від точки з вищою температурою до точки з нижчою, тому тепловий потік має певний напрямок, на відміну від температури, яка є скалярною величиною.

Позначимо кількість теплоти, що проходить через ізотермічну поверхню S за час τ , через Q_τ .

Тоді за одиницю часу $d\tau$ через цю поверхню проходить кількість теплоти dQ_τ , називають тепловим потоком.

Повну кількість теплоти Q_τ можна виразити через тепловий потік Q :

$$Q_\tau = \int_0^\tau Q d\tau. \quad (1.15)$$

Для визначення теплового потоку вводиться вектор щільності теплового потоку, величина якого дорівнює кількості тепла, що проходить через одиницю площі ізотермічної поверхні за одиницю часу, а напрямок в будь-яку точку ізотермічного тіла. протилежний напрямку температурного градієнта

$$q = |\vec{q}| = \frac{d^2 Q_\tau}{d\tau dS} = \frac{dQ}{dS}, \quad (1.16)$$

звідки

$$Q = \int_S q dS, Q_\tau = \int_0^\tau \int_S q dS. \quad (1.17)$$

Вектор густини теплового потоку спрямований у напрямку теплопередачі (див. рис. 1.1). Лінія, дотична до якої збігається з напрямком, називається лінією теплового потоку. Лінії теплового потоку перпендикулярні до точок перетину ізотермічної поверхні. Відповідно до гіпотези Фур'є, тепловий потік через елемент ізотермічної поверхні визначається величиною градієнта температури в розглянутій точці. Велика кількість практичних даних дозволила встановити прямо пропорційну залежність між щільністю теплового потоку і градієнтом температури

$$\vec{q} = -\lambda \text{grad}T, \quad \text{або} \quad q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}, \quad (1.18)$$

де λ – теплопровідність.

Основний закон теплопередачі Фур'є визначається рівнянням (1.18) і формулюється так: щільність теплового потоку прямо пропорційна градієнту температури.

Проекції вектора $\vec{q}$ на осі декартової системи мають вигляд

$$\begin{aligned} q_x &= q \cos(\vec{1}_n, \vec{i}) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \cos(\vec{1}_n, \vec{i}) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}, \\ q_y &= q \cos(\vec{1}_n, \vec{j}) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \cos(\vec{1}_n, \vec{j}) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}, \\ q_z &= q \cos(\vec{1}_n, \vec{k}) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \cos(\vec{1}_n, \vec{k}) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

де $q = \sqrt{q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} = |\vec{q}| = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)$ – модуль вектора теплового потоку.

Теплопровідність λ є фізичним параметром і в загальному випадку залежить від температури, тиску і властивостей матеріалу. Теплопровідність вимірюється в $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ і в більшості випадків визначається експериментально. При цьому використовується співвідношення

$$\lambda = \frac{q}{|\text{grad}T|}, \quad (1.20)$$

є наслідком рівняння (1.18), з якого фізичне значення стає більш зрозумілим: коефіцієнт теплопровідності дорівнює кількості тепла, що проходить через одиницю ізотермічної поверхні при градієнті температури, що дорівнює одиниці, тобто: за температурою різниця в один градус на одиницю довжини від нормального.

Теплопровідність різних матеріалів різна [32, 33]. Теплопровідність твердих тіл сильно залежить від температури і властивостей її зміни в більшості визначається хімічним складом матеріалу. Так, для чистих металів з підвищенням температури теплопровідність зменшується, а для сплавів – збільшується. Матеріали з теплопровідністю менше $0,25 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, застосовуються для теплової ізоляції, називаються теплоізоляційними. Багато

таких матеріалів мають порошкоподібну і пористу будову. На теплопровідність такого роду тіл поряд з температурою суттєво впливає пористість матеріалу, тобто при збільшенні густини збільшується теплопровідність. Теплопровідність пористих матеріалів залежить від вологості.

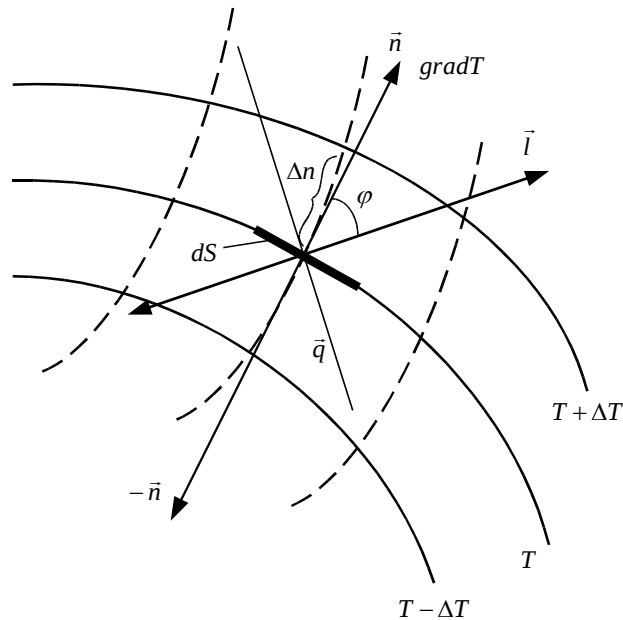


Рисунок 1.1 – Температурне поле і його характеристики

Більшість матеріалів, які зустрічаються в техніці можна наближено вважати ізотропними, а залежність коефіцієнта теплопровідності від температури у вузькому інтервалі температур можна прийняти лінійною: $\lambda = \lambda_0[1 + b(T - T_0)]$, де λ_0 – теплопровідність при $T = T_0$; b – коефіцієнт пропорційності, який визначається експериментально.

1.4 Температурні впливи на газопровід

1.4.1 Природне температурне поле навколишнього середовища

Під час руху реального газу в трубопроводі температура знижується за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем і термодинамічної неідеальності газу. Теплообмін пов'язаний з температурним полем, яке створюється навколо газопроводу. А останнє в свою чергу залежить від

сонячної радіації, теплообміну між атмосферою і поверхнею Землі, а також від випромінювання, яке віддається Землею в навколишній простір [34, 35].

Для міста одержано аналітичний вираз для функції зміни температури повітря T_n . За даними багаторічних спостережень обчислено середньомісячні температури для міста, які подані в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Середньомісячні температури

Місяці року	Січень	Лютий	Березень	Квітень	Травень	Червень
Середні температури, град	-5.1	-3.7	1.3	7.6	13.5	16.6
Місяці року	Липень	Серпень	Вересень	Жовтень	Листопад	Грудень
Середні температури, град	18.5	17.8	13.5	8.2	2.2	-2.4

Температура повітря записується у вигляді

$$T_n = T_{cp} + A \cos(\omega \tau - \varepsilon).$$

(1.21)

Параметр ε прийнято рівним нулеві. Величина A визначається за формулою

$$A = -(T_{лип} - T_{січ}) / 2, \quad (1.22)$$

де $T_{лип}, T_{січ}$ – температури відповідно липня і січня.

Підрахунок часу йде від початку січня, тому маємо рівняння $T_{січ} = T_{cp} + A$, звідси

$$T_{cp} = T_{січ} - A. \quad (1.23)$$

Величина ω знаходиться з рівняння $\omega \cdot \tau_p = 2\pi$, $\tau_p = 365 \cdot 12$ – кількість годин в році.

Приймаємо, що в кожному місяці однакова кількість годин, $\tau_m = (365 \cdot 24) / 12$. τ_m – кількість годин в одному місяці року. У такому разі формулу можна записати у дещо іншому вигляді

$$T = T_{cp} + A \cos(\omega \cdot (n-1) \tau_m), \quad (1.24)$$

де n – номер місяця в році.

Отже, маючи дану формулу для температури повітря, можна спрогнозувати температурний вплив навколишнього середовища у будь-яку пору року і, в результаті, вибрати оптимальний час для проведення ремонтів по заміні термоізоляційних покриттів наземних ділянок газопроводу.

1.4.2 Температура газу в газопроводі

При розгляді теплових процесів у газопроводах значну роль відіграє вплив зміни температури газу [36, 37, 38]. Цей вплив вносить свою складову у вихідне рівняння для розрахунку температурного режиму газопроводу. Дане рівняння є рівнянням першого початку термодинаміки:

$$dQ = dU + dL, \quad (1.25)$$

де d – підвід тепла; dU – зміна внутрішньої енергії; dL – робота, виконувана газом.

Слід зазначити, що підвід тепла можна розглядати як зовнішній і внутрішній:

$$dQ = dQ_{зовн} + dQ_{внут}. \quad (1.26)$$

Робота dL може бути записана:

$$dL = p dv. \quad (1.27)$$

З погляду математики

$$d(pv) = p dv + v dp. \quad (1.28)$$

Звідси

$$dL = d(pv) = d(pv) - v dp = d\left(\frac{p}{\rho}\right) - \left(\frac{dp}{\rho}\right), \quad (1.29)$$

де $\nu = \frac{1}{\rho}$ – питомий об'єм (величина, зворотна густині).

Запишемо рівняння в диференціальній формі:

$$\begin{aligned} U_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{\omega_1^2}{2} &= U_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{\omega_2^2}{2} - q \pm L, \\ U_2 - U_1 + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2} - dq \pm dL &= 0, \\ dU + \frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{\omega^2}{2}\right) - dq \pm dL &= 0, \\ \frac{dP}{\rho} + d\left(\frac{\omega^2}{2}\right) \pm dL &= 0. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Зміна внутрішньої енергії dU здійснюється за рахунок підведення тепла dq , тому обидва члени можна опустити.

Зміна швидкісного напору $d\left(\frac{\omega^2}{2}\right)$ нехтуємо як складовою вищого порядку малості: $-\frac{dP}{\rho} = dL_{тер}$ – робота сил тертя.

Підставимо результат у вихідне рівняння першого початку термодинаміки:

$$dQ_{зовн} + dQ_{внут} = dU + d\left(\frac{P}{\rho}\right) + dL_{тер} \quad (1.31)$$

Робота сил тертя перетворюється в тепло, тому

$$dQ_{внут} = dL_{тер},$$

$$dQ_{зовн} = dU + d\left(\frac{P}{\rho}\right). \quad (1.32)$$

Для оцінки процесу теплообміну з навколишнім середовищем розглянемо елемент трубопроводу зовнішнім діаметром D і довжиною dx , усередині якого температура газу T , а температура навколишнього середовища – T_0 (рисунок 1.3).

Теплообмін може бути записаний на підставі закону теплопередачі Ньютона:

$$Q = kF(t - t_{\text{зовн}})t, \quad (1.33)$$

де $F = \pi \cdot d_{\text{зовн}} dx$ – площа поверхні теплопередачі,

$$dQ_{\text{внут}} = \frac{k\pi D}{M}(T - T_0)dx, \quad (1.34)$$

де M – масова витрата.

Відповідно до правила диференціювання сум маємо:

$$dU + d\left(\frac{P}{\rho}\right) = d\left(U + \frac{P}{\rho}\right) = di. \quad (1.35)$$

Тому $\frac{k\pi D}{M}(T - T_0)dx = di$.

Функція ентальпії di є функцією двох змінних (тиску і температури) $i = i(P, T)$. Оскільки ентальпія є функцією двох змінних, її повний диференціал можна записати як

$$di = \left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_P \cdot dT + \left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_T \cdot dP. \quad (1.36)$$

З'ясуємо фізичний смисл похідних $\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_P$ і $\left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_T$.

Очевидно, $\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_P = C_P$ – ізобарна теплоємність.

Щоб знайти природу другої похідної $\left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_T$, розглянемо ізоентальпійний процес при $di = 0$. Тоді

$$\left(\frac{\partial i}{\partial T}\right)_P \cdot dT + \left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_T \cdot dP = 0. \quad (1.37)$$

$$\left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_T = -C_P \cdot \left(\frac{\partial i}{\partial P}\right)_i = C_P \cdot D_i, \quad (1.38)$$

де D_i – коефіцієнт ефекту Джоуля – Томсона.

$$\frac{k\pi \cdot D}{M}(T - T_0)dx = C_P dT - C_P D_i dP. \quad (1.39)$$

Позначимо $\frac{k\pi \cdot D}{MC_P} = a$, тоді:

$$\frac{dT}{dx} - D_i \frac{dP}{dx} = a(T - T_0). \quad (1.40)$$

Щоб розв'язати це рівняння, необхідно знати похідну $\frac{dP}{dx}$. Знайдемо її, використовуючи рівняння депресії тиску:

$$\frac{dP}{dx} = \frac{d}{dx} \left(\sqrt{P_n^2 - (P_n^2 - P_\kappa^2) \frac{x}{L}} \right) = \frac{1}{2L} \cdot \frac{P_n^2 - P_\kappa^2}{\sqrt{P_n^2 - (P_n^2 - P_\kappa^2) \frac{x}{L}}}. \quad (1.41)$$

Тоді

$$\frac{dT}{dx} = \frac{D_i}{2L} \cdot \frac{P_n^2 - P_\kappa^2}{\sqrt{P_n^2 - (P_n^2 - P_\kappa^2) \frac{x}{L}}} = a(T - T_0) \quad (1.42)$$

Одержати рішення даного рівняння в аналітичному вигляді неможливо, тому на практиці використовують наближені рішення.

Спробуємо розв'язати рівняння, вважаючи, що ефект Джоуля – Томсона відсутній, тобто $D_i = 0$. У цьому випадку перемінні легко розділяються:

$$\frac{dT}{dx} = a(T - T_0), \quad (1.43)$$

$$\frac{dT}{(T - T_0)} = \frac{a}{dx}, \quad (1.44)$$

$$\ln \frac{T_\Pi - T_0}{(T_x - T_0)e^{-ax}}. \quad (1.45)$$

Звідки

$$T_x = T_0 + (T_\Pi - T_0)e^{-ax} \quad (1.46)$$

Рівняння (1.45) – формула Шухова, отримана для нафтопроводів в кінці XIX сторіччя [39].

Температура буде наближатися до температури зовнішнього середовища T_0 і досягає її в нескінченості (рисунок 1.2). Температура різко падає на початку трубопроводу, а тиск, згадаємо, навпаки.

Повернемося до рівняння (1.42) і внесемо спрощення. Замінімо в знаменнику другого члена поточний тиск $\sqrt{P_n^2 - (P_n^2 - P_\kappa^2) \frac{x}{L}}$, що зміниться від P_n до P_κ , на середній тиск $P_{сер}$.

Одержимо:

$$\frac{dT}{dx} - \frac{D_i}{2L} \cdot \frac{P_n^2 - P_\kappa^2}{P_{сер}} = a(T - T_0). \quad (1.47)$$

Представимо цей вираз у вигляді

$$\frac{dT}{dx} = a \left[T - \left(T_0 - D_i \frac{P_n^2 - P_\kappa^2}{2aLP_{сер}} \right) \right]. \quad (1.48)$$

Позначимо комплекс $T_0 - D_i \frac{P_n^2 - P_\kappa^2}{2aLP_{сер}} = \bar{T}_0$ і назовемо його приведеною температурою навколишнього середовища. Очевидно, що вона буде меншою за справжню.

Тоді:

$$\frac{dT}{dx} = a(T - \bar{T}_0). \quad (1.49)$$

Порівняємо формулу (1.49) з (1.43). Вони схожі за формою, отже, вирішуючи далі, ми прийдемо до формули Шухова, тільки замість T_0 підставимо приведену температуру $\bar{T}_0$.

$$T_x = \bar{T}_0 + (T_\Pi - \bar{T}_0)e^{-ax}. \quad (1.50)$$

З урахуванням ефекту Джоуля – Томсона температура в трубопроводі може знижуватися нижче температури навколишнього середовища.

Для визначення величини $a = \frac{k\pi \cdot D}{MC_p}$ необхідна наявність таких величин:

де k – коефіцієнт теплопередачі, $\frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot \text{год} \cdot \text{град}}$, D – діаметр, мм; C_p – питома теплоємність, $M = Q \cdot \rho_{CT} = Q \cdot \Delta \rho_{нов}$ – масова продуктивність, $\frac{\text{кг}}{\text{с}}$; Q – комерційна продуктивність, $\frac{\text{млн.м}^3}{\text{доб}}$.

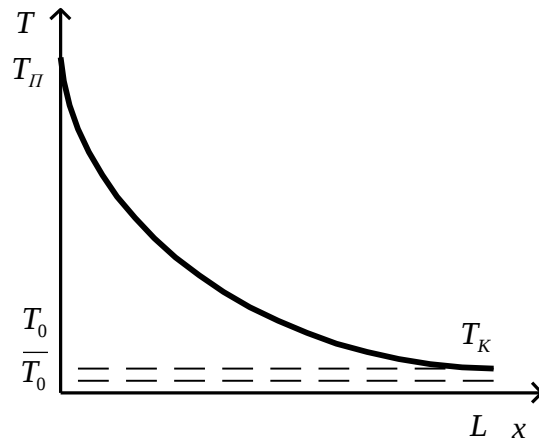


Рисунок 1.2 – Температурний режим трубопроводу

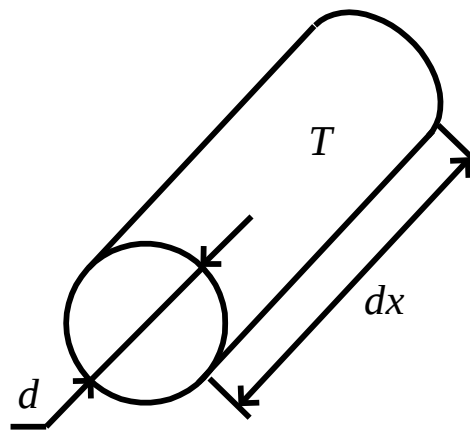


Рисунок 1.3 – Розрахункова схема

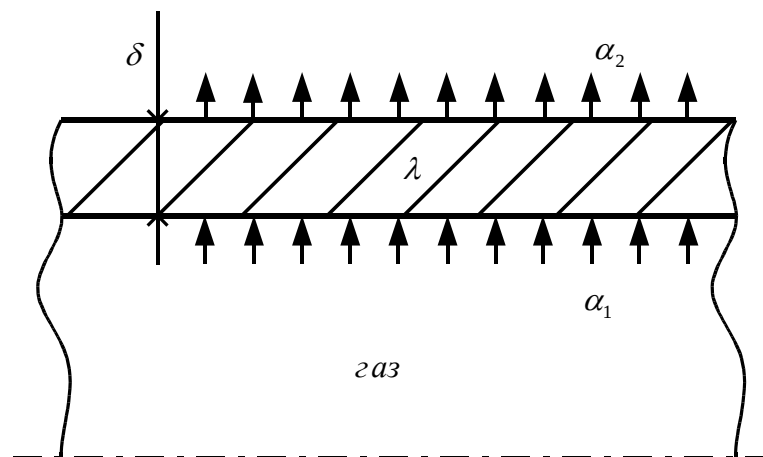


Рисунок 1.4 – Теплопередача через стінку:

α_1 – коефіцієнт теплопровідності від газу до стінки;

α_2 – коефіцієнт теплопровідності від стінки в навколишнє середовище;

λ – коефіцієнт теплопровідності стінки; δ – товщина стінки.

Тоді для a одержимо вираз: $a = \frac{62.6 \cdot 10^6 \text{ кДж}}{Q \Delta C_p} \cdot \left[\frac{1}{\text{км}} \right]$.

Повний коефіцієнт теплопередачі k від газу в навколишнє середовище може бути знайдений зі співвідношення (рисунок 1.4).

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (1.51)$$

Якщо чисельно порівнювати, то $\alpha_1 \gg \alpha_2, \alpha_2 \gg \frac{\lambda}{\delta}$. Тому в практичних розрахунках $k = \alpha_2$. У практичних розрахунках коефіцієнт теплопередачі $k = 1 \dots 1,5 \text{ ккал/м}^2 \cdot \text{год} \cdot \text{град}$.

В процесі експлуатації коефіцієнт теплопередачі можна визначити на підставі вимірювань зміни температури газу по довжині і в часі газопроводу. Обробивши інформацію про температуру навколишнього середовища, була отримана наступна формула:

$$t_0 = 6,91 - 3,6 \sin \frac{\pi}{180} (\tau + 165), ^\circ \text{C}, \quad (1.52)$$

τ – число діб, починаючи з 1-го січня.

Тоді для температури наприкінці газопроводу, використовуючи формулу Шухова, одержимо:

$$T_\kappa = T_0 + (T_\Pi - T_0) e^{-aL}. \quad (1.53)$$

Звідки

$$a = \frac{1}{L} \ln \frac{T_\Pi - T_0}{T_\kappa - T_0}. \quad (1.54)$$

Знаючи величину a , можна розрахувати температурний режим, не використовуючи величини коефіцієнта теплопередачі.

Визначення середньої температури. Для визначення середньої температури як вихідну формулу використаємо формулу Шухова (1.54). Ефект Джоуля – Томсона при необхідності можна враховувати заміняючи T_0 на $\bar{T}_0$.

$$T_{\text{сер}} = \frac{1}{L} \int_0^L T_x dx = \frac{1}{L} \left[\int_0^L T_0 dx + \int_0^L (T_\Pi - T_0) e^{-ax} dx \right] = T_0 + \frac{1}{L} \left[\frac{T_\Pi - T_0}{a} \Big|_0^L \right], \quad (1.55)$$

$$T_{cep} = T_0 + (T_{II} - T_0) \frac{1 - e^{-aL}}{aL}. \quad (1.56)$$

Рівняння (1.56) служить для визначення середньої температури і використовується на етапі проектування. На етапі експлуатації є можливість визначити кінцеву температуру. Тому параметр a може бути знайдений з формули (1.54).

$$T_{cep} = T_0 + (T_{II} - T_0) \frac{1 - e^{-\ln \frac{T_{II} - T_0}{T_K - T_0}}}{\ln \frac{T_{II} - T_0}{T_K - T_0}}, \quad e^{\ln x} = x, \text{ тому}$$

$$T_{cep} = T_0 + (T_{II} - T_0) \frac{1 - \frac{T_{II} - T_0}{T_K - T_0}}{\ln \frac{T_{II} - T_0}{T_K - T_0}}, \quad (1.57)$$

$$T_{cep} = T_0 + \frac{T_{II} - T_K}{\ln \frac{T_{II} - T_0}{T_K - T_0}}. \quad (1.58)$$

Середня температура потрібна для того, щоб змоделювати конвективну тепловіддачу всередині газопроводу.

2 НАУКОВО-ДОСЛІДНА ЧАСТИНА

2.1 Диференціальне рівняння теплопровідності

Аналітичне дослідження процесів теплообміну (як і інших фізичних явищ) неможливе без встановлення зв'язку між фізичними параметрами, що визначають ці процеси. Математичний вираз цієї залежності у вигляді диференціального рівняння називається основним диференціальним рівнянням теплопередачі. Він описує процес теплопередачі в будь-якій частині тіла і дає зв'язок між температурою, часом і довільними простими координатами об'єму. Диференціальне рівняння теплопередачі є наслідком збереження енергії та закону теплопередачі Фур'є.

Виведення рівнянь теплообміну для ізотропних тіл. Припустимо, що розглядуване тіло нерухоме, ізотропне, процес теплообміну стаціонарний, а температурна деформація простого об'єму значно менша, ніж об'єму.

Розглянемо безкінечно малий об'єм $dx dy dz$ в прямокутній системі координат $Oxyz$ (рис. 2.1).

Кількість тепла dQ_x , що проходить через грань $dy dz$, передається аксіально до поверхні основного об'єму з часом, який визначається рівнянням за законом Фур'є:

$$dQ_x = q_x dy dz d\tau = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dy dz d\tau. \quad (2.1)$$

Через протилежну грань $x + dx$ відводиться кількість теплоти dQ_{x+dx} . Розкладемо функцію dQ_{x+dx} в ряд Тейлора, зберігши тільки два члени розкладу:

$$dQ_{x+dx} = dQ_x + \frac{\partial}{\partial x}(dQ_x) dx + \dots \quad (2.2)$$

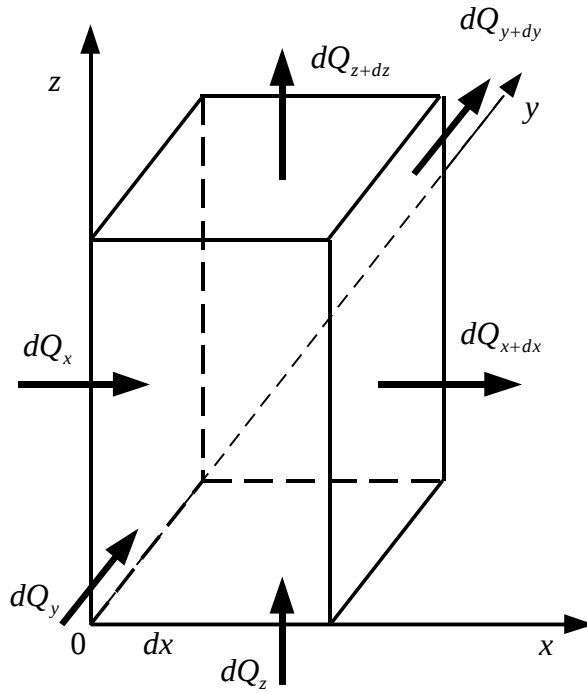


Рисунок 2.1 – Для виводу диференціального рівняння теплопровідності

Обчислимо кількість теплоти, збільшену на коефіцієнт теплопровідності в основному об'ємі за час уздовж осі та різницю теплоти, що виділяється з нього за цей же час уздовж осі $0x$:

$$dQ_x - dQ_{x+dx} = -\frac{\partial}{\partial x}(q_x) dx dy dz d\tau. \quad (2.3)$$

Аналогічним чином записується зміна кількості теплоти вздовж осей $0y$ і $0z$:

$$\begin{aligned} dQ_y - dQ_{y+dy} &= -\frac{\partial}{\partial y}(q_y) dx dy dz d\tau, \\ dQ_z - dQ_{z+dz} &= -\frac{\partial}{\partial z}(q_z) dx dy dz d\tau. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Додавши рівняння (2.3) і (2.4), ми отримаємо загальну різницю тепла, доданого і відведеного теплопровідністю протягом часу через поверхню основного об'єму:

$$dQ_1 = -\left[\frac{\partial}{\partial x}(q_x) + \frac{\partial}{\partial y}(q_y) + \frac{\partial}{\partial z}(q_z) \right] dx dy dz. \quad (2.5)$$

Отже, до елементарного об'єму за час $d\tau$ в кінцевому рахунку підведено за рахунок теплопровідності кількість теплоти dQ_1 , яка визначається рівністю (2.5).

Тепло може виділятися або поглинатися всередині тіла, наприклад, в результаті хімічних перетворень, випаровування вологи або дії електричного струму. Іншими словами, в тілі можлива наявність джерела (поглинача) об'єму тепла. Зверніть увагу на потужність внутрішнього джерела тепла (вона називається об'ємною щільністю теплового потоку), яка визначається як кількість тепла, що виділяється (поглинається) за одиницю часу від внутрішнього джерела (стока). поширений.

Нехай це відома функція q_v координат і часу $q_v = q_v(x, y, z, \tau)$. Кількість тепла в основному об'ємі від внутрішнього джерела тепла за час $d\tau$,

$$dQ_2 = q_v dx dy dz d\tau. \quad (2.6)$$

Загальна теплота в простому об'ємі за рахунок коефіцієнта теплопередачі dQ_1 , а також теплота dQ_2 , що виділяється від джерела об'єму, згідно із законом збереження енергії U , призводить до збільшення або збільшення внутрішньої енергії H , якщо відбувається процес при постійному обсязі. якщо процес протікає при сталому тиску, то ентальпія U кожному з цих випадків запишемо рівняння часового $d\tau$ теплового балансу для початкового об'єму $dx dy dz$:

при ізохорному процесі ($V = \text{const}$)

$$dQ_1 + dQ_2 = dU, \quad (2.7)$$

при ізобарному процесі ($p = \text{const}$)

$$dQ_1 + dQ_2 = dH. \quad (2.8)$$

Вважаючи внутрішню енергію одиниці об'єму функцією об'єму і температури, отримаємо

$$dU = C_v \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau dx dy dz = c_v \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau dx dy dz, \quad (2.9)$$

де c_v – ізохорна теплоємність одиниці маси, Дж/(кг·К); ρ – густина матеріалу, кг/м³; $C_v = \rho c_v$ – ізохорна теплоємність одиниці об'єму, Дж/(м³·К).

Підставляючи вирази для dU із (2.9) в рівняння (2.7) і враховуючи (2.5), (2.6), знаходимо

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial \tau} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_v. \quad (2.10)$$

Оскільки $\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} = \text{div} \vec{q}$, перепишемо (2.10) у вигляді

$$\rho \cdot c_v = \frac{\partial T}{\partial \tau} = -\text{div} \vec{q} + q_v. \quad (2.11)$$

У випадку ізобарного процесу, розглядаючи ентальпію одиниці об'єму h як функцію температури і тиску, можна отримати

$$dH = C_p \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau dx dy dz = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau dx dy dz, \quad (2.12)$$

де c_p – ізобарна теплоємність одиниці маси, Дж/(кг·К); C_p – ізобарна теплоємність одиниці об'єму, Дж/(м³·К).

Підставляючи (2.12) в (2.7) і використовуючи рівності (2.5), (2.6), отримуємо

$$\rho \cdot c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) + q_v = -\text{div} \vec{q} + q_v. \quad (2.13)$$

Вирази (2.11), (2.13) є диференціальними рівняннями енергії для ізохорного і ізобарного процесів відповідно.

Для твердих тіл значення c_p і c_v близькі, тому можна прийняти $c_p = c_v = c$. Величину c називають ще питомою теплоємністю.

Використовуючи закон Фур'є, запишемо рівняння (2.13) у вигляді (індекс «р» для теплоємності опускаємо)

$$\rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v,$$

або при $\lambda = \text{const}$

$$\rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda \cdot \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + q_v. \quad (2.14)$$

Рівняння (2.14) називають диференціальним рівнянням теплопровідності. Він встановлює залежність між змінами температури в будь-якій точці тіла в

просторі і часі. Для виведення рівняння (2.14) була використана декартова система координат, а в якості паралелепіпеда обрано простий об'єм. Цей висновок дозволяє нам підійти та зрозуміти явище теплопровідності. Тепер можна отримати диференціальне рівняння теплопровідності в будь-якій системі координат іншим, більш загальним способом, використовуючи формулу Остроградського-Гауса.

Для деякого середовища, де відбувається теплопередача, виберемо довільний об'єм V , обмежений поверхнею S . Кількість тепла, що проходить через поверхню S за одиницю часу згідно із законом Фур'є

$$dQ_1 = \int_{(S)} \lambda \cdot \text{grad} T d\vec{S} = \lambda \vec{1}_n \text{grad} T dS.$$

За рахунок внутрішніх джерел виділяється кількість теплоти

$$dQ_2 = \int_{(V)} q_v dV.$$

Теплота, накопичена теплопровідністю і виділена внутрішніми джерелами за одиницю часу, викликає зміну внутрішньої енергії об'єму V на величину

$$dU = \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{(V)} \rho u dV = \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{(V)} \rho c dV = \frac{\partial}{\partial \tau} \int_{(V)} c \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} dV.$$

Віповідно до закону збереження енергії

$$dQ_1 + dQ_2 = dU$$

або

$$\int_{(V)} c \rho \frac{\partial T}{\partial \tau} dV = \int_{(S)} \vec{1}_n \lambda \text{grad} T dS + \int_{(V)} q_v dV. \quad (2.15)$$

Перетворимо поверхневий інтеграл в правій частині рівності (2.15) в об'ємний, використовуючи формулу Остроградського-Гауса:

$$\int_{(S)} \vec{1}_n \lambda \text{grad} T dS = \int_{(V)} \text{div}(\lambda \text{grad} T) dV.$$

Тоді рівність (2.15) набуде вигляду

$$\int_{(V)} c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} dV = \int_{(V)} [div(\lambda grad T) + q_v] dV. \quad (2.16)$$

В силу довільності вибору об'єму V , із (2.16) витікає рівняння

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} = div(\lambda grad T) + q_v, \quad (2.17)$$

яке є найбільш загальною формою запису диференціального рівняння теплопровідності. При цьому припускається, що λ, ρ, c, q_v можуть бути довільними функціями температури або координат і часу.

Вирази (2.16), (2.17) записані у векторній формі, однаковій у всіх системах координат. Щоб отримати рівняння теплопровідності в якій-небудь системі координат, достатньо записати вирази для $div \vec{q}$ або $div(\lambda grad T)$ в цій системі координат. Запишемо формулу для вектора густини теплового потоку в довільній ортогональній системі координат (x_1, x_2, x_3) :

$$div \vec{q} = \nabla \vec{q} = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{H_1 H_2 H_3}{H_i} q_i \right), \quad (2.18)$$

де q_i – проекція вектора $\vec{q}$ на напрямок одиничного вектора $\vec{e}_i$ вздовж кривої x_i системи координат (x_1, x_2, x_3) ; H_i – коефіцієнти Ляме, визначаються рівнянням

$$H_i^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_i} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x_i} \right)^2, i=1,2,3. \quad (2.19)$$

З врахуванням виразу для вектора $grad T$ в ортогональній криволінійній системі координат

$$grad T = \nabla T(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 \vec{e}_i \frac{1}{H_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (2.20)$$

отримаємо із (2.18) наступну рівність

$$div \vec{q} = div(\lambda grad T) = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{H_1 H_2 H_3}{H_i} \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \right). \quad (2.21)$$

В прямокутній системі координат (x, y, z) коефіцієнти Ляме $H_i = 1, i = 1, 2, 3$, і рівняння теплопровідності має вигляд (2.14). Знайдемо рівняння теплопровідності в циліндричній системі координат (r, Θ, z) :

$$\begin{aligned} x &= r \cos \Theta, \quad y = r \sin \Theta, \quad z = z, \\ H_1^2 &= H_r^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial r}\right)^2 = \cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta = 1, \\ H_2^2 &= H_\Theta^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial \Theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \Theta}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial \Theta}\right)^2 = (-r \sin \Theta)^2 + (r \cos \Theta)^2 = r^2, \\ H_3^2 &= H_z^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial z}\right)^2 = 1. \end{aligned}$$

Відповідно, $H_r = H_z = 1, H_\Theta = r$;

$$\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \Theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right). \quad (2.22)$$

Таким чином, рівняння теплопровідності в циліндричній системі координат має вигляд

$$\rho \cdot c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \Theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_v. \quad (2.23)$$

В сферичній системі координат (r, φ, ψ) , яка пов'язана з прямокутною декартовою системою співвідношеннями $x = r \cos \varphi \sin \psi, y = r \sin \varphi \sin \psi, z = r \cos \psi$, аналогічно можна отримати

$$H_r = 1, H_\varphi = r \sin \psi, H_\psi = 1. \quad (2.24)$$

Тоді рівняння теплопровідності запишеться наступним чином:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin^2 \psi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \cdot \sin \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\lambda \sin \psi \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) + q_v. \quad (2.25)$$

На практиці в багатьох випадках тепловіддача слабо залежить від температури і її можна вважати постійною. Тоді рівняння (2.17) можна значно спростити:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \cdot \operatorname{div}(\operatorname{grad} T) + \frac{q_v}{c\rho} = \nabla^2 T + \frac{q_v}{c\rho}, \quad (2.26)$$

$\nabla^2 = \nabla$ – оператор Лапласа, який в ортогональній криволінійній системі координат задається відношенням

$$\nabla^2 = \frac{1}{H_1 H_2 H_3} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{H_1 H_2 H_3}{H_i} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right), i=1,2,3. \quad (2.27)$$

Пропорційний коефіцієнт рівняння (2.26) $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ називається теплопровідністю і вимірюється m^2/c . Поговоримо про фізичний зміст теплообміну. Можна показати, що об'ємна концентрація ентальпії на одиницю довжини від нормальної дорівнює кількості тепла, що проходить через одиницю поверхні, тобто коефіцієнт теплопровідності є коефіцієнтом розподілу внутрішньої енергії $V = const$ або ентальпії $\rho = const$.

У зв'язку з цим розрізняють теплопровідність при постійному об'ємі a_v і теплопровідність при постійному тиску a_p . Для твердих тіл $a_v = a_p = a$ [40, 41].

Теплопровідності також можна надати друге фізичне значення. З формули (2.26) видно, що швидкість зміни температурного поля залежить тільки від однієї фізичної величини - тепловіддачі, тобто похідна прямо пропорційна величині. Коефіцієнт, зворотний теплопровідності, описує властивість теплової інерції, пов'язану з розподілом температурного поля.

Одним з найбільш теплоінерційних тіл є вода, її температуропровідність при 363K і тиску 0.1 МПа рівна $a = 1,39 \cdot 10^{-8} m^2/c$ ($1/a = 0,67 \cdot 10^8 c/m^2$). Гази володіють малою тепловою інерцією, наприклад для газу при тих же умовах $a = 2,58 \cdot 10^{-5} m^2/c$ ($1/a = 0,39 \cdot 10^5 c/m^2$).

Коефіцієнт теплопровідності λ, c і ρ залежить від температури, а теплопровідність пористих і порошкоподібних тіл — від густини і вологості. Але для багатьох задач, як перше наближення, його можна вважати a постійною величиною.

Для стаціонарних процесів теплопровідності, тобто при $(\partial T / \partial \tau) = 0$, рівняння (2.17) має вигляд

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} T) + q_v = 0 \quad (2.28)$$

або при $\lambda = const$

$$\nabla^2 T + \frac{q_v}{\lambda} = 0, \quad (2.29)$$

$$\text{або } \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{q_v}{\lambda}.$$

Вираз (2.29) називається рівнянням Пуасона. При $q_v = 0$ рівняння Пуасона переходить в рівняння Лапласа.

Скориставшись формулою (2.27), запишемо рівняння Пуасона в різних системах координат:

прямокутній

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0,$$

циліндричний

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \Theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0,$$

сферичний

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2 \cdot \sin^2 \psi} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \cdot \sin \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\lambda \sin \psi \frac{\partial T}{\partial \psi} \right) + \frac{q_v}{\lambda} = 0.$$

Оскільки, в даній магістерській роботі поставлена задача про дослідження теплообміну в циліндричному тілі (трубопроводі), то нам необхідно використовувати рівняння (2.23) для теплопровідності записане в циліндричній системі координат.

Оскільки по довжині труби конфігурація теплової дії сонячного випромінювання змінюється мало, для моделювання процесу теплообміну використовується двомірне рівняння теплопровідності в циліндричних координатах.

2.2 Постановка крайових задач теорії теплопровідності

2.2.1 Умови однозначності

Диференціальне рівняння теплопровідності виводиться на основі загальних законів фізики і описує весь клас. У загальному випадку диференціальне рівняння теплообміну має нескінченну кількість рішень. Для

вибору відповідного рішення для процесу, що розглядається, з цієї множини необхідно додати до диференціального рівняння умови, які забезпечують математичний опис усіх особливостей процесу. Ці умови разом із диференціальними рівняннями забезпечують повний математичний опис конкретної задачі теплообміну і називаються однозначними умовами.

Неоднозначні умови поділяються на геометричні, фізичні та граничні умови. Геометричні умови визначають форму і розміри тіла, в якому відбувається процес. Фізичні умови задають теплофізичні параметри середовища: λ – теплопровідність, ρ – густина, c – питому теплоємність, q_v – об’ємну густину теплового потоку.

Граничний стан — це сукупність початкових і граничних умов. Початкові умови (граничні умови за часом) полягають у встановленні розподілу температури тіла в перший момент часу і використовуються лише при розгляді нестационарних задач. Перша умова вважається виконаною, якщо температура тіла протягом деякого часу (виберемо) є відомою функцією просторових координат. У загальному випадку умова має вигляд:

$$T = f(x, y, z) \text{ при } \tau = \tau_0. \quad (2.30)$$

При рівномірному розподілі температури в тілі початкові умови мають найпростіший вигляд: $T = T_0 = \text{const}$ при $\tau = \tau_0 = 0$.

Зустрічаються процеси в яких можна знехтувати початковими умовами. Наприклад, при нагріванні (охолодженні) тіл скінченної форми з незмінними зовнішніми умовами, починаючи з деякого моменту часу τ^* , настає такий режим теплопровідності, при якому розподіл в тілі повністю визначається граничними умовами, а початкові умови впливають на температуру тіла тільки на проміжку $(0 < \tau < \tau^*)$.

Граничні умови можуть бути заданими декількома способами. Основні з них в теорії теплопровідності називаються граничними умовами I–IV роду.

Розглянемо ті основні граничні умови, які необхідні для вирішення нашої задачі.

2.2.2 Граничні умови I – IV роду

Граничний стан першого типу визначається розподілом температури на поверхні тіла в будь-який момент часу

$$T(x, y, z, \tau)|_S = T_s = \varphi(x, y, z, \tau), x, y, z \in S. \quad (2.31)$$

Граничні умови першого типу застосовуються в задачах теплообміну, якщо температура поверхні тіла близька до температури при підтримці заданого режиму зміни температури на поверхні тіла або інтенсивному теплообміні з навколишнім середовищем. середовища. Коло практичних задач, в яких можна використовувати умови першого роду. Дуже обмежений, вони є по суті діла, математичною ідеалізацією реальних фізичних умов і тому використовуються в основному у оцінювальних розрахунках.

Граничні умови II роду задаються густиною теплового потоку на поверхні тіла як функції координат точок поверхні і часу, тобто

$$q(x, y, z, \tau)|_S = q_s = \psi(x, y, z, \tau), x, y, z \in S. \quad (2.32)$$

У відповідності із законом Фур'є умову (2.32) можна переписати у вигляді

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_S = \psi(x, y, z, \tau), x, y, z \in S, \quad (2.33)$$

де n – внутрішня нормаль до поверхні S .

При розгляді процесів стаціонарної теплопровідності співвідношення (2.32), (2.33) називають умовами Неймана.

Якщо функція ψ тотожно рівна нулю, співвідношення (2.33) називають умовою теплоізоляції: $\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_S = 0$.

На практиці умови другого порядку мають місце при нагріванні тіл високотемпературними джерелами теплоти, наприклад в муфельних печах, коли теплообмін в основному проходить за допомогою випромінювання за

законом Стефана-Больцмана, а температура нагрівачого тіла значно менша температури випромінювальних поверхонь.

Граничні умови III роду задаються густиною теплового потоку на поверхні тіла як функції температур поверхні тіла і навколишнього середовища [42, 43].

У випадку конвективного нагрівання (охолодження) поверхні тіла деякою рідиною (газом) густина теплового потоку визначається у відповідності до закону Ньютона:

$$q_s = \pm \alpha (T_s - T_c), \quad (2.34)$$

де α – коефіцієнт пропорційності, який називається коефіцієнтом тепловіддачі і вимірюється в $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Коефіцієнт тепловіддачі кількісно дорівнює кількості теплоти, що віддається (поглинається) одиницею поверхні тіла при різниці температур поверхні й середовища в один градус і визначає інтенсивність теплоти. теплова взаємодія середовища з поверхнею тіла.

Умови III роду використовуються в численних задачах дослідження теплообміну в твердих тілах, які обтікають рідина або газ.

Але граничні умови III роду у вигляді (2.34) можуть бути використані і при розгляді нагрівання або охолодження тіл випромінюванням. Щільність теплового потоку променистого тіла визначається законом Стефана-Больцмана. Поверхнева щільність потоку випромінювання в умовах термодинамічної рівноваги абсолютно чорного тіла з випромінюванням у вакуумі:

$$E_0 = \sigma_0 T^4,$$

де $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постійна Стефана – Больцмана.

Для неабсолютно чорного тіла $E = \varepsilon \sigma_0 T^4$, де ε – інтегральна степінь чорноти випромінювальної поверхні (коефіцієнт чорноти), який змінюється у межах 0 – 1.

У відповідності до закону Стефана – Больцмана густина теплового потоку між двома поверхнями

$$q_S = \varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_S^4 - T_a^4),$$

де $\varepsilon_{\text{пр}}$ – приведений коефіцієнт чорноти, T_a – температура поверхні.

Остання рівність перетворюється наступним чином:

$$q_S = (\varepsilon_{\text{пр}} \sigma_0 (T_S + T_a)(T_S^2 + T_a^2))(T_S - T_a) = \alpha_{\text{л}}(T_S - T_a), \quad (2.35)$$

де

$$\alpha_{\text{л}} = \sigma_0 \varepsilon (T_a^2 + T_S^2)(T_a + T_S) \quad (2.36)$$

– коефіцієнт випромінювального теплообміну.

Якщо температура поверхні тіла T_S не змінюється значно, коефіцієнт випромінювального теплообміну приблизно можна вважати постійним.

Форма запису граничної умови (2.35) співпадає з (2.34). якщо температура поглинаючого тіла T_a співпадає з температурою навколишнього середовища T_c , співвідношення для густини теплового потоку, яке враховує можливе конвективне перенесення теплоти, має вигляд

$$q_S = \alpha(T_S - T_c),$$

де $\alpha = \alpha_{\text{л}} + \alpha_{\text{к}}$ – сумарний коефіцієнт теплообміну ($\alpha_{\text{к}}$ – коефіцієнт конвективного теплообміну).

Використовуючи закон Фур'є, останню рівність можна записати в наступному вигляді:

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_S = \alpha(T_S - T_c). \quad (2.37)$$

Співвідношення (2.37) є найбільш часто використовуваним аналітичним вираженням граничних умов III роду. Коефіцієнт тепловіддачі α в цій умові не є фізичною постійною, характерною для того чи іншого матеріалу. В загальному випадку, як це було показано, він відображає спільну дію теплопровідності, конвекції, і радіації, при чому кожна із складових α , відповідна даному способу теплообміну, залежить від багатьох факторів [44, 45, 46]. Наприклад, конвективна складова $\alpha_{\text{к}}$ залежить від геометрії і розмірів тіла, режиму обтікання, фізичних властивостей середовища, розподілу швидкостей в

обтікаючому тіло потоці, температури середовища. В окремих випадках α_k , так як і коефіцієнт світлового теплообміну α_λ , залежить і від температури тіла. Тоді граничні умови (2.37) стають нелінійними і при вирішенні задач з такими граничними умовами виникають додаткові труднощі.

В багатьох випадках коефіцієнт тепловіддачі в першому наближенні можна вважати постійним. Але для більшості задач таке допущення вже не вірне. Тому при використанні граничних умов (2.37) для вирішення задач про теплообмін між тілом і навколишнім середовищем виникає питання: як визначити коефіцієнт α для застосування до конкретних умов розглядуваного процесу? Відповідь на це запитання буває надто труднішою, ніж вирішити вихідну задачу про визначення температурного поля при відомому α . Вся складність дослідження теплообміну в цьому випадку зосереджується на методі визначення коефіцієнта тепловіддачі.

Із граничних умов III роду шляхом граничних переходів можна отримати граничні умови I і II роду. Якщо, наприклад, в рівнянні (2.37) спрямувати α до нескінченості при $\lambda = \text{const}$, отримаємо умови I роду:

$$T_s - T_c = \frac{1}{\lambda} \lim_{\alpha \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_s \right] = 0, \text{ тобто } T_s = T_c.$$

Фізично це відповідає необмеженому зростанні інтенсивності теплообміну на границі з навколишнім середовищем; звичайно, що при цьому температура поверхні тіла T_s як завгодно близько наближається до температури середовища T_c .

Аналогічний результат можна отримати, спрямувавши λ до нуля при $\alpha = \text{const}$.

При $\alpha \rightarrow 0$ отримаємо частковий випадок граничних умов II роду (умова теплоізоляції):

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) \Big|_{s=0} = 0.$$

Замітимо, що при λ і α , не залежних від температури поверхні, і $T_c = 0$ граничні умови (2.37) будуть однорідними відносно температури поверхні.

Граничні умови IV роду (спряження) задаються на границі між тілом і навколишнім середовищем (при конвективному теплообміні) або на границі дотичних твердих тіл і відбивають рівність температур і густин теплових потоків на границі розмежування. В загальному випадку граничні умови IV роду можна записати у вигляді

$$\begin{cases} -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_S = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_S + q(x, y, z, \tau), \\ T_1(x, y, z, \tau) = T_2(x, y, z, \tau), x, y, z, \in S, \end{cases} \quad (2.38)$$

де $q = q(x, y, z, \tau)$ – поверхнева густина джерел тепла на границі S ; $T_1, T_2, \lambda_1, \lambda_2$ – відповідно температури і теплопровідності контактуючих середовищ; $\partial/\partial n$ означає диференціювання вздовж нормалі до поверхні розмежування.

Якщо на границі розмежування середовищ відсутні процеси, які протікають з виділенням або поглинанням теплоти ($q = 0$), граничні умови (2.38) спрощуються:

$$\begin{cases} \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_S = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_S, \\ T_1 \Big|_S = T_2 \Big|_S. \end{cases} \quad (2.39)$$

Перше із рівнянь (2.39) відображає закон збереження енергії на поверхні контакту двох середовищ, друге – неперервність температурного поля. Дані умови ще називають умовами ідеального теплового контакту. Але в багатьох практичних випадках контакт на границі двох тіл не є ідеальним, наприклад, якщо поверхні, які дотикаються покриті окисними плівками, тонким шаром фарби, теплоізоляції, або коли між ними існує газовий прошарок і інше. Теплофізичні властивості таких покриттів і прошарків сильно відрізняються від властивостей самих тіл, що приводить до скачка температур на границі розмежування [47, 48]. В цьому випадку граничні умови IV роду повинні бути записані з врахуванням термічного опору контакту R :

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} \Big|_s = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n} \Big|_s = \frac{1}{R} (T_1 - T_2). \quad (2.40)$$

Граничні умови (2.40) ще називають умовами спряження при неідеальному контакті.

2.3 Класифікація крайових задач і методів їх вирішення

Сукупність диференціальних рівнянь теплопровідності та умовної тотожності, що визначають цей процес (початкові та граничні умови, фізичні властивості матеріалів, геометричні розміри тіла), називають математичною моделлю процесу [49, 50, 51].

Крайовою задачею теорії теплообміну називають задачу визначення невідомої функції із системи рівнянь, що описують процес теплопередачі.

Залежно від невизначеності величин, що входять в математичну модель, можна виділити два типи задач.

- Пряме завдання. Якщо відоме диференціальне рівняння процесу і задані додаткові умови для повного визначення крайової задачі, то температурне поле визначається.
- Обернена задача. Знаючи математичний опис процесу і температурне поле, визначте граничні умови або коефіцієнти, що входять до основного диференціального рівняння.

У нашому випадку задача проста, тому надалі ми розглянемо можливі шляхи вирішення таких проблем. Крайові задачі можна розділити на лінійні та нелінійні. До першої належать задачі, математичне визначення яких складається лише з лінійних рівнянь, тобто лінійних рівнянь для невідомої функції (температури) та її похідної.

Якщо хоча б одне рівняння математичної моделі нелінійне, то крайова задача стає нелінійною.

Вирішення нелінійних задач являє собою набагато більше математичних труднощів, ніж вирішення лінійних і потребує використання, як правило, більш

громіздких і трудоемних методів. Методи розроблені для вирішення нелінійних задач, можуть застосовуватися і для вирішення лінійних, але не навпаки.

Існуючі методи вирішення граничних задач теплопередачі можна класифікувати різними способами та з різними характеристиками. Залежно від форми одержання результатів рішення методи поділяються на дві великі групи: аналітичні та кількісні. До першої групи належать методи, які дозволяють знайти рішення у вигляді формули, яка дозволяє визначити відповідне значення шуканої функції шляхом підстановки заданого значення аргументу.

До другої – методи, дозволяють знайти числове значення шуканої функції для деяких заданих завчасно значень аргументу, тобто дискретний розв'язок.

Аналітичні методи можуть бути точними, якщо формулу розв'язку вдається розкрити і довести до числа без втрат, і наближеними, якщо такі втрати є (наприклад, відкидаються деякі члени ряду, наближено обчислюється інтеграл). Числові методи завжди наближені, так як базуються на заміні початкових диференціальних рівнянь алгебраїчними.

Числові розв'язки хоча і менш наглядні, проте можуть бути отримані для більш широкого класу задач, включаючи навіть складні задачі, які аналітичними методами вирішити не можливо.

Для вирішення лінійних крайових задач теорії теплопровідності використовуються:

- класичні методи: розділення змінних (метод Фур'є), функцій джерел (функцій Гріна), теплових потенціалів.
- інтегральне перетворення в кінцевих границях (скінченні косинус- і синус– перетворення Фур'є, перетворення Лежандра), в кінцевих границях (Фур'є, Лапласа, Ханкеля і інших.)

Для вирішення нелінійних задач застосовуються:

- варіаційні методи (Рітца, Канторовича, Лейбензона).

– методи лінеаризації (зведення нелінійної крайової задачі до лінійної), підстановок (алгебраїчні і інтегральні) послідовності наближень.

Із числових методів для вирішення нелінійних задач теорії теплопровідності застосовуються наступні [52, 53]:

- метод кінцевих різниць (метод сіток).
- варіаційно – різницеві (локальних варіацій, кінцевих елементів).
- метод прямих.
- статистичні (імовірнісні).

Детальніше зупинимосся на методі кінцевих різниць. Метод кінцевих різниць дає можливість за допомогою ітерацій знаходити значення температури на кожному часовому шарі. Даний метод є найбільш застосовуваним для вирішення нелінійних задач теплопровідності, це пояснюється їх універсальністю, алгоритмічністю, зручністю реалізації вирішення електронно-обчислювальних машинах .

2.4 Дослідження нестационарної теплопровідності за допомогою різницевих схем (методом сіток)

2.4.1 Переваги методу кінцевих різниць

Розглянуті в §3.1, 3.2 [54, 55, 56] методи вирішення задач теплопровідності відносяться до розряду аналітичних методів, які дозволяють знайти розв'язок безпосередньо із диференціального рівняння у вигляді формули, розкривши яку можна для кожного значення аргументу отримати значення шуканої функції. При цьому вирішення отримується в загальній формі, яка дає можливість у будь-якій точці в будь-який момент часу відобразити вплив всіх факторів, які впливають на процес, оцінити їх значимість. Але на жаль, при дослідженні реальних процесів отримати аналітичний розв'язок дуже важко. Як правило, це вдається зробити тільки для тіл простої форми і при дослідженні лінійних задач. Інколи розв'язок буває

настільки громіздким, що отримання конкретних результатів для заданого набору параметрів викликає великі математичні труднощі і потребує в кінці кінців наближених обчислень з допомогою електронно-обчислювальних машин (ЕОМ).

Нелінійні задачі, як правило, не вдається розв'язати аналітичним методом навіть в найпростіших одномірних випадках. В цій ситуації зазвичай використовують числові методи, які дозволяють у всіх випадках розв'язати крайову задачу теплопровідності з визначеною точністю і ступенем достовірності, залежних головним чином від оперативної пам'яті і швидкодії використовуваних ЕОМ. При числовому розв'язанні задачі значення шуканої функції (температури) визначаються не у всіх точках області, а тільки в окремих, тобто розв'язок дискретний. Це створює деякі незручності при дослідженні задачі в порівнянні із застосуванням аналітичних методів, так як кожного разу розв'язується одна конкретна задача, і будь-яка зміна параметрів потребує цілком нового розв'язання. Але цей спосіб необхідний при розв'язанні тих задач, для яких аналітичні методи не застосовуються.

Із всіх числових методів найбільш широке розповсюдження для розв'язання крайових задач теплопровідності отримав метод кінцевих різниць (метод сіток). Це пояснюється, в першу чергу, універсальністю методу (він застосовується як для лінійних, так і для нелінійних задач з різними видами граничних умов, для різних форм тіла) і його високою алгоритмічністю, що відкриває широкі можливості для використання сучасних ЕОМ. Метод сітки не потребує задання аналітичних виразів для рівнянь границь тіла, крайових умов, коефіцієнтів перенесення, дає можливість в математичному формулюванні задачі максимально відобразити специфіку протікання реального процесу, так як практично не накладає обмежень на умову задачі.

Ідея методу кінцевих різниць полягає в наступному. Область неперервної зміни аргументів замінюється кінцевою множиною точок (вузлів) – розрахунковою сіткою. Замість функції неперервного аргументу розглядаються

функції дискретного аргументу, які визначені у вузлах сітки – сіткові функції. Часткові похідні, які входять в диференціальне рівняння, початкові і граничні умови замінюються (апроксимуються) різницевиими співвідношеннями, які являють собою лінійну комбінацію значень сіткової функції в декількох вузлах [57, 58].

В результаті крайова задача в часткових похідних зводиться до системи алгебраїчних рівнянь відносно значень сіткових функцій у вузлах. Якщо розв’язок отриманої системи диференціальних рівнянь існує і при подрібленні сітки спрямований до розв’язання початкової диференціальної задачі, то цей розв’язок і є шуканим наближеним розв’язком крайової задачі.

2.4.2 Основні поняття методу сіток

Вихідна задача. Для прикладу розглянемо найпростішу першу крайову задачу для рівняння теплопровідності із постійними коефіцієнтами. В області $\{0 < x < l, 0 < t \leq T\}$ необхідно знайти розв’язок рівняння

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a(x, \tau) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + f(x, t), \quad \tau > 0, \quad 0 \leq x \leq b, \quad (2.41)$$

яке задовольняє початковій умові

$$T(x, 0) = T_0(x) \quad (2.42)$$

і граничними умовами

$$T(0, t) = \mu_1(t), \quad T(l, t) = \mu_2(t) \quad (2.43)$$

Де $u_0, \mu_1(t), \mu_2(t)$ – задані функції. Відомо, що при визначених припущеннях гладкості розв’язку задачі (2.41) – (2.43) існує і єдиний. В подальшому при дослідженні апроксимації різницевих схем будемо вважати, що розв’язок $T(x, t)$ володіє необхідним по ходу викладення числом похідним по x і по t . Розв’язок задачі (2.41) – (2.43) задовольняє принципів максимуму і тим самим неперервно залежить від початкових і граничних даних.

Застосуванню методу сіток і розв’язанню диференціальних задач передують дискретизація розрахункової області, тобто вибір різницевої сітки. Розміщення

вузлів сітки може бути довільним і визначатися специфікою вирішуваної задачі. Наприклад, у випадку одномірної задачі в області $\Omega = \{0 \leq x \leq l\}$ можна ввести сітку, розбивши відрізок $[0, l]$ на N рівних частин точками $x_i = ih$, $i = 0, 1, \dots, N$. Відстань між вузлами $x_{i+1} - x_i = h$ називається кроком сітки. В даному випадку $h = l/N = \text{const}$, тому множина точок x_i , $i = 0, 1, \dots, N$, являє собою рівномірну сітку і позначається $\bar{\Omega}_h = (x_i = ih)$, $i = 0, 1, \dots, N$. Така сітка зображена на рисунку 2.2.

Аналогічним чином може бути побудована різницева сітка на площині для прямокутної області $\Omega = \{0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$. Для цього розіб'ємо відрізки $[0, a]$ та $[0, b]$ відповідно на M і N частин і через точки x_i , $i = 0, 1, \dots, M$; $y_j = 0, 1, \dots, N$, проведемо прямі, паралельні осям координат (рис. 2.3). В результаті отримаємо множину точок (x_i, y_j) , які утворюють сітку в прямокутнику. В даному випадку кроки сітки по кожній із змінних постійні ($h = a/M$, $p = b/N$) і отримана сітка є рівномірною. Якщо хоча б по одній із змінних крок нерівномірний, сітку називають нерівномірною.

По аналогії з різницевою сіткою для просторових областей вводиться сітка по часовій змінній τ .

Наприклад, для вирішення одномірної по простору нестационарної задачі в області $\Omega = \{0 \leq x \leq l, 0 \leq \tau \leq \tau_k\}$ вводиться сітка

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_{h\tau} &= \bar{\Omega}_h \times \bar{\Omega}_\tau = \{(x_k, \tau_i), x_{k+1} = x_k + h_k, \\ \tau_{i+1} &= \tau_i + h_{\tau_i}, k = 0, 1, \dots, N; i = 0, 1, \dots, M. \\ x_0 &= 0, x_N = l, \tau_0 = 0, \tau_M = \tau_k\}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

яка називається просторово – часовою різницевою сіткою (рис. 2.4).

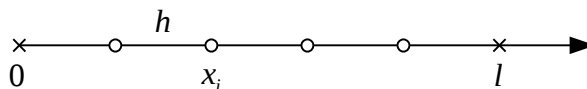


Рисунок 2.2 – Одномірна рівномірна різницева сітка

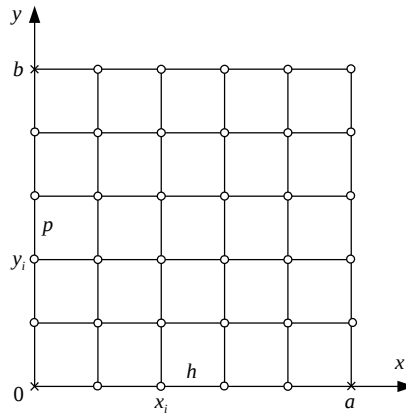


Рисунок 2.3 – Двовірна рівномірна різницева сітка

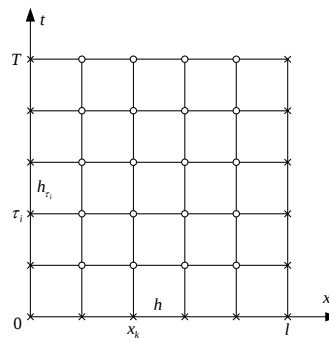


Рисунок 2.4 – Просторово-часова рівномірна різницева сітка

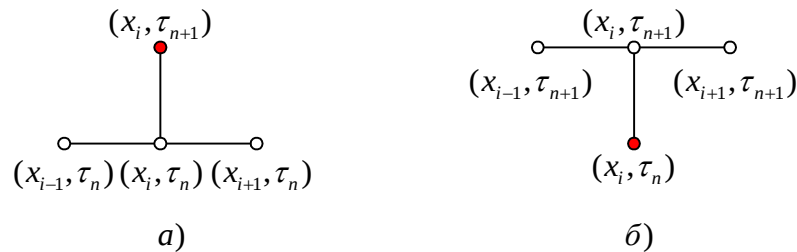


Рисунок 2.5 – Шаблони різницевих схем:

а) явна схема; б) неявна схема.

Сукупність вузлів, які лежать на лінії $\tau = \tau_i$, називають i -м часовим шаром.

Для позначення сіткової функції на i -му і $(i+1)$ -му часових шарах використовують позначення

$$T(x_k, \tau_i) = T_k^i = T_k; \quad T(x_k, \tau_{i+1}) = T_k^{i+1} = \hat{T}_k.$$

Найважливішими питаннями, які виникають при вирішенні задач методом сіток, є апроксимація, збіжність і стійкість. При цьому під різницевою

схемою розуміють форму запису різницевих рівнянь і додаткових умов, тобто різницевого аналогу системи рівнянь, які описують процес [59, 60].

При заміні деякого оператора крайової задачі, заданого на множині неперервного аргументу, різницеvim оператором A_h , заданого на множині сіткових функцій, звичайно, допускається деяка похибка, яку називають похибкою апроксимації. Якщо ця похибка являє собою нескінченно малу величину p -го порядку відносно кроку сітки по одній із змінних, тоді різницевий оператор апроксимує відповідний диференціальний оператор з p -м порядком точності по цій змінній.

Наприклад, різницевий оператор

$$A_h = T_{x,k}^- = (T_{k+1} - T_k) / h \quad (2.45)$$

апроксимує диференціальний оператор

$$A[T] = \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.46)$$

з першим порядком точності в точці x_k , в чому легко переконатися, розкладаючи функцію $T(x)$ в околі x_k в ряд Тейлора за степенями h . В той же час різницеве відношення $T_{x,k} = (T_{k+1} - T_{k-1}) / 2h$ для оператора dT/dx має другий порядок апроксимації.

Зауважимо, що степінь апроксимації різницевої схеми в цілому визначається не тільки степенем апроксимації диференціального рівняння у внутрішніх вузлах сітки (локальна апроксимація), але й степенем апроксимації кожної із граничних умов.

Якщо похибка апроксимації прямує до нуля при будь-якому законі прямування кроку до нуля, то така апроксимація називається абсолютною, або безумовною. В протилежному випадку апроксимація називається умовною.

Схема називається стійкою, якщо помилки заокруглення, які присутні при будь-якому розрахунку, при подрібненні сітки не зростають. Іншими словами, схема стійка, якщо розв'язок неперервно залежить від початкових даних

(правих частин рівняння, крайових умов) при зменшенні кроків різницевої сітки.

Збіжність схеми означає, що при згущенні сітки розв'язок різницевої задачі наближається до розв'язку диференційної крайової задачі, тобто при $h \rightarrow 0$, $h_\tau \rightarrow 0$, $\|T - u\| \rightarrow 0$, де $x_i = ih$, $\tau_j = jh_\tau$, $u_i = u(x_i, \tau_j)$, $i = 0, 1, \dots, N$, $j = 0, 1, \dots, M$; T – шукана функція; u – сіткова функція; $\|\cdot\|$ – норма функції у відповідному просторі, наприклад $\|u_i\|_C = \max u_i$.

Детально питання стійкості, збіжності і апроксимації розглянуті в монографіях [61, 62]

Важливим питанням при вирішенні крайових задач методом сіток є побудова різницевої схеми. Існує багато способів отримання різницевих аналогів диференціальних операторів: метод формальної заміни похідних кінцево-різницевиими виразами, метод інтегральних тотожностей, варіаційні методи і інші.

Розглянемо основні різницеві схеми для одномірного рівняння теплопровідності (2.41), побудовані за допомогою методу формальної заміни похідних кінцево-різницевиими виразами.

Явна схема. Введемо сітку по змінній x , яка описується формулою (2.44). Для функції $T(x, t)$, визначеної на введеній сітці, введемо позначення $T_i^n = T(x_i, \tau_n)$,

$$T_{t,i}^n = \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau}, \quad T_{xx,i}^n = \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{h^2}. \quad (2.47)$$

Щоб апроксимувати рівняння (2.41) в точці (x_i, t_n) , введемо шаблон, який зображений на рисунку 2.5,а і складається з чотирьох вузлів $(x_{i\pm 1}, \tau_n), (x_i, \tau_n), (x_i, \tau_{n+1})$.

Похідну $\partial T / \partial \tau$ замінимо в точці (x_i, τ_n) різницеvim відношенням $T_{t,i}^n$. Функцію у правій частині рівняння (2.41) замінимо наближено сітковою функцією φ_i^n . В результаті ми отримаємо різницеве рівняння

$$\frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} = \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{h^2} + \varphi_i^n, \quad (2.48)$$

яке апроксимує вихідне диференційне рівняння в точці (x_i, τ_n) з першим степенем по τ і другим степенем по h при умові, що різниця $\varphi_i^n - f(x_i, \tau_n)$ має той же степінь малості.

Різницеву схему по аналогії з диференціальною задачею будемо також називати різницевою задачею. У даному випадку різницева схема має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} &= \frac{T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n}{h^2} + \varphi_i^n, \\ i &= 1, 2, \dots, N-1, \quad n = 0, 1, \dots, K-1, \quad hN = l, \quad K\tau = t, \\ T_0^n &= \mu_1(t_n), \quad T_N^n = \mu_2(t_n), \quad n = 0, 1, \dots, K, \\ T_i^0 &= T_0(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Ця схема являє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь з числом рівнянь, рівним числу невідомих. Знаходити розв'язок такої системи необхідно по прошарках. Розв'язок на нульовому прошарку заданий початковими умовами $T_i^0 = T_0(x_i)$, $i = 0, 1, \dots, N$. Якщо розв'язок T_i^n , $i = 0, 1, \dots, N$, на прошарку n вже знайдено, тому розв'язок T_i^{n+1} на прошарку $n+1$ знаходиться за явною формулою

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \tau(T_{xx,i}^n + \varphi_i^n), \quad i = 1, 2, \dots, N-1, \quad (2.50)$$

а значення $T_0^{n+1} = \mu_1(\tau_{n+1})$, $T_N^{n+1} = \mu_2(\tau_{n+1})$ знаходиться із граничних умов. По цій причині схема (2.49) називається явною різницевою схемою.

Неявна схема. Неявною різницевою схемою для рівняння теплопровідності (схеми з випереджуванням) називається різницева схема, яка використовує шаблон (x_i, t_n) , $(x_{i\pm 1}, t_{n+1})$, (x_i, t_{n+1}) (рисунк 2.5, б) і має вигляд

$$\begin{aligned} \frac{T_i^{n+1} - T_i^n}{\tau} &= \frac{T_{i+1}^{n+1} - 2T_i^{n+1} + T_{i-1}^{n+1}}{h^2} + \varphi_i^n, \\ i &= 1, 2, \dots, N-1, \quad n = 0, 1, \dots, K-1, \\ T_0^{n+1} &= \mu_1(t_{n+1}), \quad T_N^{n+1} = \mu_2(t_{n+1}), \quad n = 0, 1, \dots, K-1, \\ T_i^0 &= T_0(x_i), \quad i = 0, 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Тут $\varphi_i^n = f(x_i, \tau_{n+1}) + O(\tau + h^2)$. Схема має перший степінь апроксимації по τ і другий – по h . Розв'язок знаходиться, так як у випадку явної схеми, по

прошарках, починаючи з $n=1$. Але тепер, на відміну від явної схеми, для знаходження T_i^{n+1} за відомими T_i^n необхідно розв'язати систему рівнянь

$$\begin{aligned} \gamma T_{i+1}^{n+1} - (1+2\gamma)T_i^{n+1} + \gamma T_{i-1}^{n+1} &= -F_i^n, \quad i=1,2,\dots,N-1, \\ T_0^{n+1} &= \mu_1(\tau_{n+1}), \quad T_N^{n+1} = \mu_2(\tau_{n+1}), \end{aligned} \quad (2.52)$$

де $\gamma = \tau/h^2$, $F_i^n = T_i^n + \tau \varphi_i^n$.

Дану систему можна розв'язати методом прогонки. Методика по використанні даного методу наведена в наступному розділі.

.

3 ТЕХНОЛОГІЧНА ЧАСТИНА

3.1 Основні розрахункові формули для методу прогонки

Двовимірне рівняння теплопровідності в циліндричних координатах з крайовими умовами можна вирішити з допомогою ітераційної різницевої схеми в основі побудови якої лежить числовий метод перемінних напрямків. Суть розв'язку даної ітераційної схеми перемінних напрямків полягає в тому, що на першому півкроці по часу рівняння теплопровідності апроксимується явною схемою по координаті r і неявною по координаті φ , а на другому півкроці – неявною по координаті r і явною по координаті φ [63, 64]. В загальному випадку вона має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{T^{n+\frac{1}{2}} - T^n}{\tau_{n+1}^{(1)}} = \Lambda_1 \cdot T^{n+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 \cdot T^n, & T^{n+\frac{1}{2}} \Big|_{\varphi=\{\varphi_1, \varphi_2\}} = f_{1,2}(r, \varphi, t_n), \\ \frac{T^{n+1} - T^{n+\frac{1}{2}}}{\tau_{n+1}^{(2)}} = \Lambda_1 \cdot T^{n+\frac{1}{2}} + \Lambda_2 \cdot T^{n+1}, & T^{n+1} \Big|_{r=\{r_1, r_2\}} = g_{1,2}(r, \varphi, t_n), \end{cases} \quad (3.1)$$

для $n=0,1,\dots,N-1$ при довільних початкових даних $T^0 = T(r, \varphi, t_n = 0)$.

Наприклад, для матриці $\Lambda_1: \lambda_{ij} = 0$, при $-i > j+1$ та $i < j-1$ вздовж рядків i та матриці $\Lambda_2: \lambda_{ij} = 0$, при $-j > i+1$ та $j < i-1$ вздовж стовпців j . Наочний конкретно взятий приклад трьохдіагональної матриці $\Lambda = [\lambda_{ij}]$, $i=5, j=4$ вздовж

рядків:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & \lambda_{33} & \lambda_{34} \\ 0 & 0 & \lambda_{43} & \lambda_{44} \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_{54} \end{pmatrix}.$$

Отже, для того, щоб перейти від n ітерації до $n+1$ ітерації по часу, використовуючи числовий метод перемінних напрямків, необхідно зробити дві обчислювальні процедури, вирішуючи на кожній з них систему з $i \times j$ лінійних алгебраїчних рівнянь. Здійснимо

$$T^{n+\frac{1}{2}} - \tau_{n+1}^{(1)} \cdot \Lambda_1 \cdot T^{n+\frac{1}{2}} = F^n, \quad (3.2)$$

$$\text{де} \quad F^n = T^n + \tau_{n+1}^{(1)} \cdot \Lambda_2 \cdot T^n \quad (3.3)$$

- відоме нам значення величини при n -ій ітерації.

Аналогічні операції здійснюємо на другому півкроці по часу $\tau_{n+1}^{(2)}$, де невідомим є шукане нами кінцеве значення величини T^{n+1} , але обчислення проводимо вже в напрямку зміни кута φ , тобто вздовж стовпців матриці Λ_2 :

$$T^{n+1} - \tau_{n+1}^{(2)} \cdot \Lambda_2 \cdot T^{n+1} = F^{n+\frac{1}{2}}, \quad (3.4)$$

$$\text{де} \quad F^{n+\frac{1}{2}} = T^{n+\frac{1}{2}} + \tau_{n+1}^{(2)} \cdot \Lambda_1 \cdot T^{n+\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

- відоме нам значення величини при $n + \frac{1}{2}$ -ій ітерації.

Таким чином, здійснивши $n+1$ - ітерацій по часу і розв'язавши $(n+1)$ систем з $i \times j$ лінійних алгебраїчних рівнянь, ми отримаємо шукані значення зміни температури в трубопроводі у вигляді масиву чисел $T = [i \times j]$.

Використавши структуру трьохдіагональних матриць Λ_1, Λ_2 , систему ЛАР (3.1) можна переписати у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^n}{\tau_{n+1}^{(1)}} = \frac{a_j T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + 2 \cdot c_j T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + b_j T_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}}{h^2} + \mu_{i,j}^n, \\ T_{i,j}^0 = T_0(r_i, \varphi_j, 0), \\ T_{i,0}^{n+\frac{1}{2}} = f_1(r_i, \varphi_0, \tau_{n+1}^{(1)}), \\ T_{i,L}^{n+\frac{1}{2}} = f_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(1)}). \end{cases} \quad \text{при } i = 0, 1, \dots, K; j = 0, 1, \dots, L \quad (3.6)$$

$$\begin{cases} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau_{n+1}^{(2)}} = \frac{a_i T_{i-1,j}^{n+1} + 2 \cdot c_i T_{i,j}^{n+1} + b_i T_{i+1,j}^{n+1}}{h^2} + \mu_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, \\ T_{0,j}^{n+1} = g_1(r_0, \varphi_j, \tau_{n+1}^{(2)}), \\ T_{K,j}^{n+1} = g_2(r_K, \varphi_j, \tau_{n+1}^{(2)}), \end{cases} \quad \text{при } i = 0, 1, \dots, K; j = 0, 1, \dots, L \quad (3.7)$$

Тут $\mu_{i,j}^{n+1/2} = T(r_i, \varphi_j, \tau_{n+1}^{(1)})$, $\mu_{i,j}^{n+1} = T(r_i, \varphi_j, \tau_{n+1}^{(2)})$, а також $a_{i,j}, b_{i,j}, c_{i,j}$ – відомі апроксимаційні коефіцієнти. Як бачимо, системи ЛАР (3.6) – (3.7) представляє собою чисто неявну різницеву схему для рівняння теплопровідності (схема з випереджуванням), яка використовує шаблон, наприклад, по координаті r , $(r_i, \varphi_j, \tau_n), (r_{i\pm 1}, \varphi_j, \tau_{n+1}), (r_{i,j}, \varphi_j, \tau_{n+1})$. Схема має перший порядок апроксимації по τ і другий – по h . Розв’язок системи (3.6) знаходиться по шарах, починаючи з $n=1$, тому для знаходження $T_{i,j}^{n+1}$ за відомим $T_{i,j}^n$ на кожній обчислювальній процедурі необхідно розв’язати систему рівнянь:

– на першій підітерації по часу:

$$\begin{cases} \gamma^{(1)} a_{i,j}^{(1)} T_{i,j+1}^{n+1/2} - (1 + 2 \cdot \gamma^{(1)} c_{i,j}^{(1)}) T_{i,j}^{n+1/2} + \gamma^{(1)} b_{i,j}^{(1)} T_{i,j-1}^{n+1/2} = -F_{i,j}^n, i = 0, 1, \dots, K; j = 1, 2, \dots, L-1, \\ T_{i,0}^{n+1/2} = f_1(r_i, \varphi_0, \tau_{n+1}^{(1)}), \\ T_{i,L}^{n+1/2} = f_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(1)}). \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\text{де } \gamma^{(1)} = \tau_{n+1}^{(1)} / h_\varphi^2, F_{i,j}^n = T_{i,j}^n + \tau_{n+1}^{(1)} \cdot \mu_{i,j}^n;$$

– на другій підітерації по часу:

$$\begin{cases} \gamma^{(2)} a_{i,j}^{(2)} T_{i+1,j}^{n+1} - (1 + 2 \cdot \gamma^{(2)} c_{i,j}^{(2)}) T_{i,j}^{n+1} + \gamma^{(2)} b_{i,j}^{(2)} T_{i-1,j}^{n+1} = -F_{i,j}^{n+1/2}, i = 1, 2, \dots, K-1; j = 0, 1, \dots, L, \\ T_{0,j}^{n+1} = g_1(r_i, \varphi_0, \tau_{n+1}^{(2)}), \\ T_{K,j}^{n+1} = g_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(2)}). \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\text{де } \gamma^{(2)} = \tau_{n+1}^{(2)} / h_r^2, F_{i,j}^{n+1/2} = T_{i,j}^{n+1/2} + \tau_{n+1}^{(2)} \cdot \mu_{i,j}^{n+1/2}.$$

Для числового розв’язання систем із трьохдіагональними матрицями застосовується метод прогонки, який являє собою метод послідовного виключення невідомих. Особливо широке застосування даний метод отримав при розв’язанні систем різницевих рівнянь, які виникають при апроксимації крайових задач для диференціальних рівнянь другого степеня. Отже, для нашої задачі можна використати даний метод, оскільки умови стійкості прогонки виконані.

В загальному випадку системи лінійних алгебраїчних рівнянь із трьохдіагональними матрицями (3.8) – (3.9) мають вигляд

$$\begin{cases} A_{i,j}^{(1)} T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} - C_{i,j}^{(1)} T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + B_{i,j}^{(1)} T_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}} = -F_{i,j}^n, & i=0,1,\dots,K; \quad j=1,2,\dots,L-1, \\ T_{i,0}^{n+\frac{1}{2}} = \chi_1 \cdot T_{i,1}^{n+\frac{1}{2}} + f_1(r_i, \varphi_0, \tau_{n+1}^{(1)}), \\ T_{i,L}^{n+\frac{1}{2}} = \chi_2 \cdot T_{i,L-1}^{n+\frac{1}{2}} + f_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(1)}). \end{cases} \quad (3.10)$$

$$\begin{cases} A_{i,j}^{(2)} T_{i+1,j}^{n+1} - C_{i,j}^{(2)} T_{i,j}^{n+1} + B_{i,j}^{(2)} T_{i-1,j}^{n+1} = -F_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, & i=1,2,\dots,K-1; \quad j=0,1,\dots,L, \\ T_{0,j}^{n+1} = \chi_3 \cdot T_{1,j}^{n+1} + g_1(r_i, \varphi_0, \tau_{n+1}^{(2)}), \\ T_{K,j}^{n+1} = \chi_4 \cdot T_{K-1,j}^{n+1} + g_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(2)}). \end{cases} \quad (3.11)$$

Розв'язання систем ЛАР

$$T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{i,j+1}^{(1)} \cdot T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i,j}^{(1)}, \quad i=0,1,\dots,K; \quad j=0,1,\dots,L-1 \quad (3.12)$$

$$T_{i,j}^{n+1} = \alpha_{i+1,j}^{(2)} \cdot T_{i+1,j}^{n+1} + \beta_{i+1,j}^{(2)}, \quad i=0,1,\dots,K-1; \quad j=0,1,\dots,L \quad (3.13)$$

З формул (3.12), (3.13) знайдемо

$$\begin{aligned} T_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}} &= \alpha_{i,j}^{(1)} \cdot T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i,j}^{(1)} = \alpha_{i,j}^{(1)} \cdot (\alpha_{i,j+1}^{(1)} \cdot T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i,j+1}^{(1)}) + \beta_{i,j}^{(1)} = \\ &= \alpha_{i,j}^{(1)} \cdot \alpha_{i,j+1}^{(1)} \cdot T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + (\alpha_{i,j}^{(1)} \cdot \beta_{i,j+1}^{(1)} + \beta_{i,j}^{(1)}), \quad i=0,1,\dots,K; \quad j=1,2,\dots,L-1 \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} T_{i-1,j}^{n+1} &= \alpha_{i,j}^{(2)} \cdot T_{i,j}^{n+1} + \beta_{i,j}^{(2)} = \alpha_{i,j}^{(2)} \cdot (\alpha_{i+1,j}^{(2)} \cdot T_{i+1,j}^{n+1} + \beta_{i+1,j}^{(2)}) + \beta_{i,j}^{(2)} = \\ &= \alpha_{i,j}^{(2)} \cdot \alpha_{i+1,j}^{(2)} \cdot T_{i+1,j}^{n+1} + (\alpha_{i,j}^{(2)} \cdot \beta_{i+1,j}^{(2)} + \beta_{i,j}^{(2)}), \quad i=1,2,\dots,K-1; \quad j=0,1,\dots,L \end{aligned} \quad (3.15)$$

Підставляючи отримані вирази для $T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, T_{i,j-1}^{n+\frac{1}{2}}, T_{i,j}^{n+1}, T_{i-1,j}^{n+1}$ в рівняння (3.10) – (3.11), отримуємо:

– при $i=0,1,\dots,K; j=1,2,\dots,L-1$

$$[\alpha_{i,j+1}^{(1)} \cdot (A_{i,j}^{(1)} \alpha_{i,j}^{(1)} - C_{i,j}^{(1)}) + B_{i,j}^{(1)}] \cdot T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + [\beta_{i,j+1}^{(1)} \cdot (A_{i,j}^{(1)} \alpha_{i,j}^{(1)} - C_{i,j}^{(1)}) + A_{i,j}^{(1)} \beta_{i,j}^{(1)} + F_{i,j}^n] = 0 \quad (3.16)$$

– при $i=1,2,\dots,K-1; j=0,1,\dots,L-1$

$$[\alpha_{i+1,j}^{(2)} \cdot (A_{i,j}^{(2)} \alpha_{i,j}^{(2)} - C_{i,j}^{(2)}) + B_{i,j}^{(2)}] \cdot T_{i+1,j}^{n+1} + [\beta_{i+1,j}^{(2)} \cdot (A_{i,j}^{(2)} \alpha_{i,j}^{(2)} - C_{i,j}^{(2)}) + A_{i,j}^{(2)} \beta_{i,j}^{(2)} + F_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}] = 0 \quad (3.17)$$

Останні рівняння (3.16) – (3.17) будуть виконані, якщо коефіцієнти $\alpha_{i,j+1}^{(1)}, \beta_{i,j+1}^{(1)}; \alpha_{i+1,j}^{(2)}, \beta_{i+1,j}^{(2)}$ вибрати такими, щоб вирази в квадратних дужках перетворювалися в нуль. А саме, достатньо взяти:

– при $i=0,1,\dots,K-1; j=1,2,\dots,L-1$

$$\alpha_{i,j+1}^{(1)} = \frac{B_{i,j}^{(1)}}{C_{i,j}^{(1)} - A_{i,j}^{(1)} \cdot \alpha_{i,j}^{(1)}}, \quad \beta_{i,j+1}^{(1)} = \frac{A_{i,j}^{(1)} \beta_{i,j}^{(1)} + F_{i,j}^n}{C_{i,j}^{(1)} - A_{i,j}^{(1)} \alpha_{i,j}^{(1)}}, \quad (3.18)$$

– при $i=1,2,\dots,K-1; j=0,1,\dots,L$

$$\alpha_{i+1,j}^{(2)} = \frac{B_{i,j}^{(2)}}{C_{i,j}^{(2)} - A_{i,j}^{(2)} \cdot \alpha_{i,j}^{(2)}}, \quad \beta_{i+1,j}^{(2)} = \frac{A_{i,j}^{(2)} \beta_{i,j}^{(2)} + F_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{C_{i,j}^{(2)} - A_{i,j}^{(2)} \alpha_{i,j}^{(2)}}, \quad (3.19)$$

Співвідношення (3.18) – (3.19) є нелінійними різницевиими рівняннями першого порядку. Для їх розв'язання необхідно задати початкові значення $\alpha_{i,1}^{(1)}, \beta_{i,1}^{(1)}; \alpha_{1,j}^{(2)}, \beta_{1,j}^{(2)}$. Ці початкові значення знаходимо з вимоги еквівалентності умови (3.12) при $i = 0, 1, \dots, K; j = 0$, тобто умови $T_{i,0}^{n+\frac{1}{2}} = \alpha_{i,1}^{(1)} \cdot T_{i,1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i,1}^{(1)}$, другому із рівнянь (3.10). Аналогічним чином поступаємо при знаходженні початкових значень $\alpha_{1,j}^{(2)}, \beta_{1,j}^{(2)}$ для другої підітерації. В результаті отримуємо

$$\alpha_{i,1}^{(1)} = \chi_1, \quad \beta_{i,1}^{(1)} = f_1(r_i, \varphi_0, \tau_{n+1}^{(1)}) \quad (3.20)$$

$$\alpha_{1,j}^{(2)} = \chi_3, \quad \beta_{1,j}^{(2)} = g_1(r_i, \varphi_0, \tau_{n+1}^{(2)}) \quad (3.21)$$

Знаходження коефіцієнтів $\alpha_{i,1}^{(1)}, \beta_{i,1}^{(1)}; \alpha_{1,j}^{(2)}, \beta_{1,j}^{(2)}$ за формулами (3.18) ÷ (3.21) називається *прямою прогонкою*. Після того, як прогоночні коефіцієнти $\alpha_{i,j+1}^{(1)}, \beta_{i,j+1}^{(1)}; \alpha_{i+1,j}^{(2)}, \beta_{i+1,j}^{(2)}$, $i = 0, 1, \dots, K-1; j = 0, 1, \dots, L-1$, знайдені, розв'язок систем (3.10) – (3.11) знаходиться за рекурентними формулами (3.12) – (3.13), починаючи з $j = 0, 1, \dots, L-1$ та $i = 0, 1, \dots, K-1$ відповідно. Для початку розрахунку за цими формулами необхідно знайти $T_{i,L}^{n+\frac{1}{2}}$, яке визначається із рівнянь

$$\begin{aligned} T_{i,L}^{n+\frac{1}{2}} &= \chi_2 \cdot T_{i,L-1}^{n+\frac{1}{2}} + f_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(1)}) \\ T_{i,L-1}^{n+\frac{1}{2}} &= \alpha_{i,L}^{(1)} \cdot T_{i,L}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i,L}^{(1)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$\text{і дорівнює } (\chi_2 \cdot \beta_{i,L}^{(1)} + f_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(1)})) / (1 - \chi_2 \cdot \alpha_{i,L}^{(1)}).$$

Аналогічно знаходимо значення $T_{K,j}^{n+1}$, яке визначається із рівнянь

$$\begin{aligned} T_{K,j}^{n+1} &= \chi_4 \cdot T_{K-1,j}^{n+1} + g_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(2)}) \\ T_{K-1,j}^{n+1} &= \alpha_{K,j}^{(2)} \cdot T_{K,j}^{n+1} + \beta_{K,j}^{(2)} \end{aligned} \quad (3.23)$$

і дорівнює $(\chi_4 \cdot \beta_{K,j}^{(2)} + g_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(2)})) / (1 - \chi_4 \cdot \alpha_{K,j}^{(2)})$. Знаходження $T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}, T_{i,j}^{n+1}$ за формулами

$$\begin{aligned} T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} &= \alpha_{i,j+1}^{(1)} \cdot T_{i,j+1}^{n+\frac{1}{2}} + \beta_{i,j+1}^{(1)} \\ T_{i,L}^{n+\frac{1}{2}} &= \frac{\chi_2 \cdot \beta_{i,L}^{(1)} + f_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(1)})}{1 - \chi_2 \cdot \alpha_{i,L}^{(1)}}, \quad \text{при } j = L-1, L-2, \dots, 0; i = K-1, K-2, \dots, 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$T_{i,j}^{n+1} = \alpha_{+1i,j}^{(2)} \cdot T_{i+1,j}^{n+1} + \beta_{i+1,j}^{(2)}$$

$$T_{K,j}^{n+1} = \frac{\chi_4 \cdot \beta_{Ki,j}^{(2)} + g_2(r_i, \varphi_L, \tau_{n+1}^{(2)})}{1 - \chi_4 \cdot \alpha_{K,j}^{(2)}}, \text{ при } i = K-1, K-2, \dots, 0; j = L-1, L-2, \dots, 0 \quad (3.25)$$

називається *оберненою прогонкою*. Алгоритм розв'язання систем (3.10) – (3.11), що обчислюється за формулами (3.18) ÷ (3.25) називається *методом прогонки*. Існують також інші варіанти методів прогонки [64].

3.2 Математична модель процесу теплообміну в газопроводі при конкретно заданих крайових умовах

3.2.1 Постановка конкретної задачі теплообміну

Для того, щоб математично правильно змоделювати процес теплообміну в газопроводі з відповідними крайовими умовами, використаємо теоретичні відомості з пунктів даного розділу, які описані вище.

Необхідно знайти розподіл температури в напрямку зміни радіуса трубопроводу в певному січенні на основі визначеного закону, тому запишемо необхідне диференціальне рівняння

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right), \quad (3.26)$$

де T - температура стінки трубопроводу, t - час, a - відома константа: $a^2 = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}$, λ – ефективна теплопровідність матеріалу труби, яка враховує теплопровідність сталі та різних захисних покриттів (за наявності останніх), c – питома теплоємність матеріалу, ρ – густина, r - радіус трубопроводу, φ - кут вибраного сектора трубопроводу.

Задання початкових умов. Початкові умови задаються у вигляді розподілу температури по січенню труби:

$$T|_{t=0} = f(v, \varphi) \quad (3.27)$$

в початковий момент часу. Значення функції $f(v, u)$ визначається з використанням даних про режим транспортування продукту (його температури), а також з урахуванням апаратних вимірювань температури в певні моменти часу. Значення може також вважатися сталою величиною

$$T|_{t=0} = T_0 \quad (3.28)$$

Задання граничних умов:

а) відносно заданого радіуса:

$$\lambda_T \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \alpha(T_c - T) \quad (3.29)$$

$$\lambda_T \cdot \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = \alpha(T_c - T) + \varepsilon \sigma (T_c^4 - T^4) \quad (3.30)$$

б) відносно визначеного кута:

$$T|_{\varphi=\varphi_1} = T_c \cdot \left(\frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} \right) + T_1(t, \varphi_1) \cdot \left(\frac{R_1 - r}{R_1 - R_2} \right) \quad (3.31)$$

$$T|_{\varphi=\varphi_2} = T_c \cdot \left(\frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} \right) + T_1(t, \varphi_2) \cdot \left(\frac{R_1 - r}{R_1 - R_2} \right) \quad (3.32)$$

де T_0 – початкова температура стінки труби, T_c – температура навколишнього середовища, $T_1(t, \varphi)$ – відомий закон температурного режиму використання продукту, який транспортується по трубопроводу, R_1, R_2 – внутрішній і зовнішній діаметри трубопроводу відповідно, φ_1, φ_2 – граничні значення зміни кута $\varphi = \{\varphi_1, \dots, \varphi_2\}$ вибраного сектора трубопроводу.

3.2.2 Математичне вирішення поставленої задачі

Введемо просторово-часову різницеву сітку. Зміна по координаті r : $r_i = R_0 + i \cdot h_r$, h_r – крок зміни радіуса, $i = 0, \dots, K$. Зміна по координаті φ : $\varphi_j = \varphi_0 + j \cdot h_\varphi$, h_φ – крок зміни кута, відповідно $j = 0, \dots, L$. Зміна в часі t : τ – крок по часу, $n = 0 \dots N$ – номер кроку по часу. При нульовому кроці по часу $n = 0, t_n = t_0 = 0, T_{i,j}^0 = T_0$.

Запишемо відповідні апроксимаційні рівняння теплопередачі в газопроводі та заданих для неї крайових умов, враховуючи, що на кожному кроці по часу робиться дві обчислювальні процедури і в результаті вирішується $K \times L$ систем ЛАР. Розв'язком яких є масив поточних значень температури $T(i, j)$ у кожній точці стінки труби з координатами (i, j) .

На першому півкроці шукаємо невідомі величини $T_{i,j}^{n+1/2}$ із системи рівностей:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^n}{\tau/2} &= a^2 \cdot \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{h_r^2} + a^2 \cdot \frac{1}{R_1 + (i-1)h_r} \cdot \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2h_r} + \\ &+ a^2 \cdot \frac{1}{(R_1 + (i-1)h_r)^2} \cdot \frac{T_{i,j+1}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_\phi^2}, \\ T_{i,1}^{n+1/2} &= T_c \cdot \left(\frac{R_1 - r_i}{R_1 - R_2} \right) + T_1 \left(t_n + \frac{1}{2} \cdot \tau, \varphi_1 \right) \cdot \left(\frac{R_2 - r_i}{R_2 - R_1} \right), \\ T_{i,L}^{n+1/2} &= T_c \cdot \left(\frac{R_1 - r_i}{R_1 - R_2} \right) + T_1 \left(t_n + \frac{1}{2} \cdot \tau, \varphi_2 \right) \cdot \left(\frac{R_2 - r_i}{R_2 - R_1} \right). \end{aligned} \right. \quad (3.33)$$

На другому півкроці шукаємо невідомі величини $T_{i,j}^{n+1}$ із системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1/2}}{\tau/2} &= a^2 \cdot \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i-1,j}^{n+1/2}}{h_r^2} + a^2 \cdot \frac{1}{R_1 + (i-1)h_r} \cdot \frac{T_{i+1,j}^{n+1/2} - T_{i-1,j}^{n+1/2}}{2h_r} + \\ &+ a^2 \cdot \frac{1}{(R_1 + (i-1)h_r)^2} \cdot \frac{T_{i,j+1}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_\phi^2}, \\ \lambda \cdot \frac{T_{1,j}^{n+1} - T_{0,j}^{n+1}}{h_r} &= \alpha(T_\varepsilon - T_{0,j}^{n+1}), \\ \lambda \cdot \frac{T_{K,j}^{n+1} - T_{K-1,j}^{n+1}}{h_r} &= \alpha(T_c - T_{K,j}^{n+1}) + \varepsilon \cdot (T_c - T_{K,j}^{n+1}) \cdot 4T_c^3. \end{aligned} \right. \quad (3.34)$$

Спростимо праву явно задану частину першого різницевого рівняння із системи (3.26)

$$\begin{aligned} \frac{T_{i,j}^{n+1/2} - T_{i,j}^n}{\tau/2} &= a^2 \cdot \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{h_r^2} + a^2 \cdot \frac{1}{R_1 + (i-1)h_r} \cdot \frac{T_{i+1,j}^n - T_{i-1,j}^n}{2h_r} = \\ &= \frac{a^2}{2r_i} \cdot \frac{(2r_i + h_r)T_{i+1,j}^n - 2 \cdot 2r_i T_{i,j}^n + (2r_i - h_r)T_{i-1,j}^n}{h_r^2} \end{aligned} \quad (3.35)$$

Перепишемо без змін праву неявно задану частину першого різницевого рівняння (3.35)

$$\frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+1/2}}{\tau/2} = a^2 \cdot \frac{1}{(R_1 + (i-1)h_r)^2} \cdot \frac{T_{i,j+1}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_\varphi^2} \quad (3.36)$$

Виходячи з рівняння (3.35), (3.36) запишемо коефіцієнти апроксимаційного рівняння (3.33):

$$a^2(1 + \frac{h_r}{2r_i}) = a_i, \quad a^2 = c_i, \quad a^2(1 - \frac{h_r}{2r_i}) = b_i, \quad \frac{a^2}{r_i^2} = d_i; \quad (3.37)$$

Вівши коефіцієнти, можемо задатися новими позначеннями для функцій (3.35), (3.36):

$$F_{i,j}^n = \frac{a_i T_{i+1,j}^n - 2c_i T_{i,j}^n + b_i T_{i-1,j}^n}{h_r^2}, \quad (3.38)$$

$$F_{i,j}^{n+1/2} = \frac{d_i (T_{i,j+1}^{n+1/2} - 2T_{i,j}^{n+1/2} + T_{i,j-1}^{n+1/2})}{h_\varphi^2}, \quad (3.39)$$

Введемо ще деякі рівності для того, щоб використати вище описаний метод прогонки:

– необхідні розрахункові коефіцієнти, які отримані при перетворенні апроксимаційних формул для теплопровідності:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\tau}{2h_r^2}, & A_i^{(1)} &= \gamma_1 \cdot a_i, & A_i^{(2)} &= \gamma_1 \cdot a_i, \\ \gamma_2 &= \frac{\tau}{2h_\varphi^2}, & B_i^{(1)} &= \gamma_2 \cdot d_i, & B_i^{(2)} &= \gamma_1 \cdot b_i, \\ & & C_i^{(1)} &= 1 + 2\gamma_2 \cdot d_i, & C_i^{(2)} &= 1 + 2\gamma_1 \cdot c_i. \end{aligned} \quad (3.40)$$

– формули, отримані при перетворенні апроксимаційних формул, які описують крайові умови:

$$\begin{aligned}
\chi_1 &= 0, & f_1 &= T_c \cdot \left(\frac{R_1 - r_i}{R_1 - R_2} \right) + T_1 \left(t_n + \frac{1}{2} \cdot \tau, \varphi_1 \right) \cdot \left(\frac{R_2 - r_i}{R_2 - R_1} \right), \\
\chi_2 &= 0, & f_2 &= T_c \cdot \left(\frac{R_1 - r_i}{R_1 - R_2} \right) + T_1 \left(t_n + \frac{1}{2} \cdot \tau, \varphi_1 \right) \cdot \left(\frac{R_2 - r_i}{R_2 - R_1} \right), \\
\chi_3 &= \frac{\lambda}{\lambda + \alpha h_r}, & q_1 &= \frac{\alpha h_r}{\lambda + \alpha h_r}, \\
\chi_4 &= \frac{\lambda}{\lambda + h_r \alpha + \varepsilon \delta h_r 4 T_c^3}, & q_2 &= \frac{h_r \alpha T_c + \varepsilon \delta h_r 4 T_c^3 T_c}{\lambda + h_r \alpha + \varepsilon \delta h_r 4 T_c^4}.
\end{aligned} \tag{3.41}$$

Отже, ми отримали всі необхідні формули, які дають нам можливість реалізувати програмний алгоритм для знаходження розподілу температури у стінці труби. Тому, можна вважати, що поставлена задача теплообміну математично вирішена.

3.3 Обчислення теплових деформацій та напружень

Знаючи зміну температури вздовж кута та радіуса трубопроводу, температурні переміщення можуть бути визначені шляхом розв'язання двовимірної задачі теорії пружності в переміщеннях, яка в циліндричних координатах записується у вигляді [19, 20]:

$$\begin{cases}
(\lambda + 2\mu) \left[\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r^2} \right] - \frac{2(\lambda + \mu)}{r^3} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{(\lambda + \mu)}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \varphi} + \mu \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} - \alpha(3\lambda + 2\mu) \frac{\partial T}{\partial r} = 0, \\
\frac{\mu}{r^3} \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + \frac{\mu}{r^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \varphi} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + \frac{2\mu}{r^3} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \varphi^2} \frac{1}{r} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - \\
- \alpha(3\lambda + 2\mu) \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial T}{\partial \varphi} = 0.
\end{cases} \tag{3.42}$$

$$\text{де } \lambda = \frac{E}{(1 + \sigma) \cdot 2}, \quad \mu = \frac{\sigma E}{(1 - 2\sigma)(1 + \sigma)} \quad - \text{ параметри Ламе, } \alpha - \text{ коефіцієнт}$$

лінійного теплового розширення, $E = 210000 \text{ МПа}$, $\sigma = 0.3$.

Система (3.42) доповнюється граничними умовами:

$$\begin{aligned}
u|_{\partial G} &= f_1(t) \\
v|_{\partial G} &= f_2(t)
\end{aligned} \tag{3.43}$$

де ∂G – границя області, що моделює ділянку трубопроводу. Значення функцій $f_1(t)$ та $f_2(t)$ можуть бути визначені експериментально-теоретичним

шляхом. За знайденими функціями u та v контраваріантні компоненти тензора напружень визначаються за формулами:

$$\begin{aligned}\varepsilon^{rr} &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \varepsilon^{\varphi\varphi} &= \frac{1}{r^4} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{r^3} \\ \varepsilon^{r\varphi} &= \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - v \cdot \frac{1}{r^3} \\ \varepsilon^{rz} &= \varepsilon^{\varphi z} = \varepsilon^{zz} = 0\end{aligned}\tag{3.44}$$

а контраваріантні компоненти тензора напружень записуються з використанням закону Гука [21, 22]: в циліндричній

$$P^{ij} = \lambda I_1(\varepsilon) g^{ij} + 2\mu \varepsilon^{ij} - (3\lambda + 2\mu) \alpha_e T g^{ij}\tag{3.45}$$

де g^{ij} – контраваріантні компоненти матричного тензора, $I_1(\varepsilon)$ – перший інваріант тензора деформацій:

$$I_1(\varepsilon) = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{r}\tag{3.46}$$

Розроблена математична модель дозволяє вивчати процес теплообміну та оцінювати теплові навантаження, що виникають в об'єкті, оцінювати розміри зон ремонту, оптимальних за критерієм мінімальної зміни напружень, враховуючи геометричні, термічні, радіаційні та інші властивості матеріалу труби, які є змінними в часі, давати уточнену кількісну характеристику напружень, що виникають внаслідок дії на ділянку інтенсивних теплових навантажень.

4 КОНСТРУКТОРСЬКА ЧАСТИНА

4.1 Аналіз та вибір програмних засобів реалізації

Для розробки програмного забезпечення було обрано пакет Borland C++Builder. Цей програмний продукт, подібно до інших програм Windows, здатний інтегруватися з іншими застосунками, що може змінюватися в ході роботи. Таким чином, середовище Borland C++Builder призначене для створення додатків Windows, розроблених на основі мови програмування C++.

Середовище складається з чотирьох вікон, що дозволяє управляти ними як багатовіконною аплікацією з інтерфейсом одного документа. Це означає, що розміри та розташування кожного вікна можуть регулюватися незалежно. Головне вікно розташоване в верхній частині екрану і виконує функцію центрального елемента управління в процесі роботи з Borland C++Builder. Це вікно містить три основні елементи: панель меню, панель швидкого доступу та палітру компонентів.

Вікно інспектора об'єктів розташоване у нижньому лівому куті екрану. Інспектор об'єктів складається з двох основних аспектів: властивостей і подій. Завдяки інспектору об'єктів програми можна налаштовувати параметри та поведінку окремих елементів (компонентів), які створюються у середовищі.

Вікно форми – це робоча область, яка організовує елементи керування під час подальшого виконання програми. Більш складні програми потребують написання кількох різних форм у Borland C++ Builder в рамках одного проекту. Будь-яку із зазначених форм можна зробити видимою та використовувати для дизайну в будь-який час.

Вікно редактора коду дозволяє вводити та редагувати текст програми мовою C++. Він розташований праворуч внизу. Вікно редактора коду має кілька сторінок, і на кожній сторінці ви можете редагувати окремий текстовий файл програми. Перемикання між сторінками здійснюється за допомогою вкладок у нижній частині вікна або вкладок у верхній частині вікна.

У вікні діаграм можна отримати блок-схему, яка відображає зв'язок між компонентами вибраної форми. Наприклад, на рисунку 4.1 наведено діаграму зв'язків між компонентами головної форми програми.



Рисунок 4.1- Діаграма зв'язків між компонентами головної форми програми.

4.2 Блок-схема алгоритму обчислення та структурна схема алгоритму роботи програми

Для написання програмного забезпечення, яке призначене для моделювання теплових процесів в наземних ділянках трубопроводу, було розроблено алгоритм обчислення теплопровідності в стінці труби на основі методу різницевих схем (рис.4.2).

Запуск програми здійснюється за допомогою файлу `temperature gradient.exe`, після чого завантажується основне вікно програми (рис. 4.3), яке містить меню, в якому вибирається вид роботи, а також можна вибрати відеодемонстрацію теплового процесу в трубопроводі і прочитати відомості про програму (рис. 4.4). Для проведення подальшої роботи з програмою слід вибрати пункт меню *“Вид роботи F1”*, або клацнути на кнопці *“РОБОТИ”*, яка розміщена в лівому нижньому куті головного вікна. Після цього буде отримано панель користувача *“Вибір виду роботи”* (рис. 4.5). Вибравши вид роботи, отримаємо вікно *“Задання вхідних даних”* (рис. 4.6), в даному вікні містяться вкладки, вибираючи які, можна задати необхідні вхідні дані.

У разі неправильного задання вхідних даних необхідно повторити послідовність дій, починаючи з вибору роботи, або ще раз правильно задати дані у вже активному робочому вікні *“Загальний теплообмін”*, інакше при роботі появлятимуться повідомлення про помилки. Якщо вхідні дані задані правильно, появляється повідомлення про підтвердження даної події, тоді вікно *“Загальний теплообмін”* стає доступним до роботи. Дане вікно містить вкладки, вибираючи які можна отримати графічне зображення необхідної температури. Графічні зображення отримуються при натисканні кнопки, яка містить піктограму графіка. Для отримання графічного зображення температури на необхідному радіусі та куті, вкладки *“Температура на заданому радіусі”*, *“Температура у заданій точці”* містять спеціальні віконечка для задання номеру радіуса і кута відповідно.

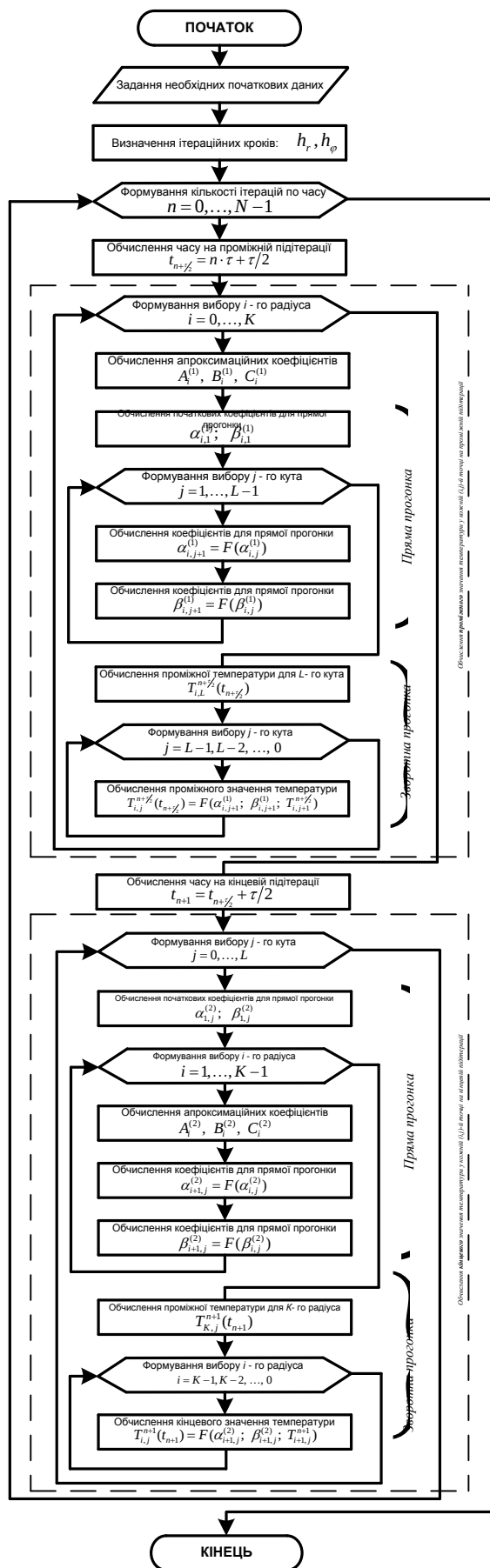


Рисунок 4.2- Структурна схема алгоритму роботи програми

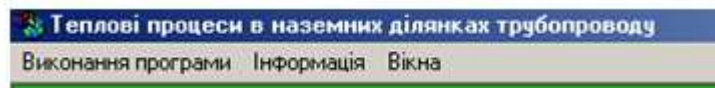


Рисунок 4.3- Основне вікно програми

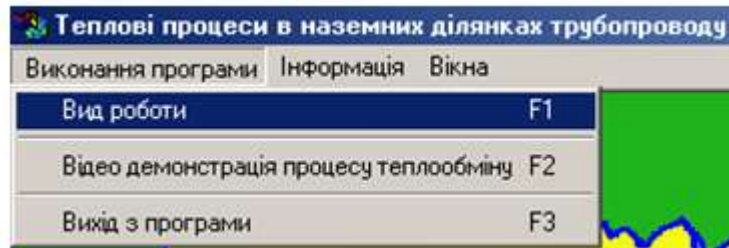


Рисунок 4.4 - Вибір виду роботи

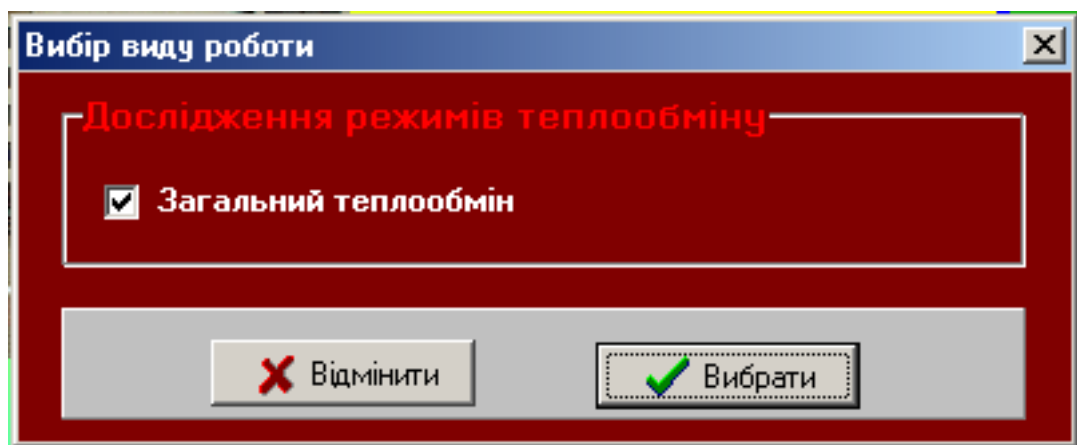
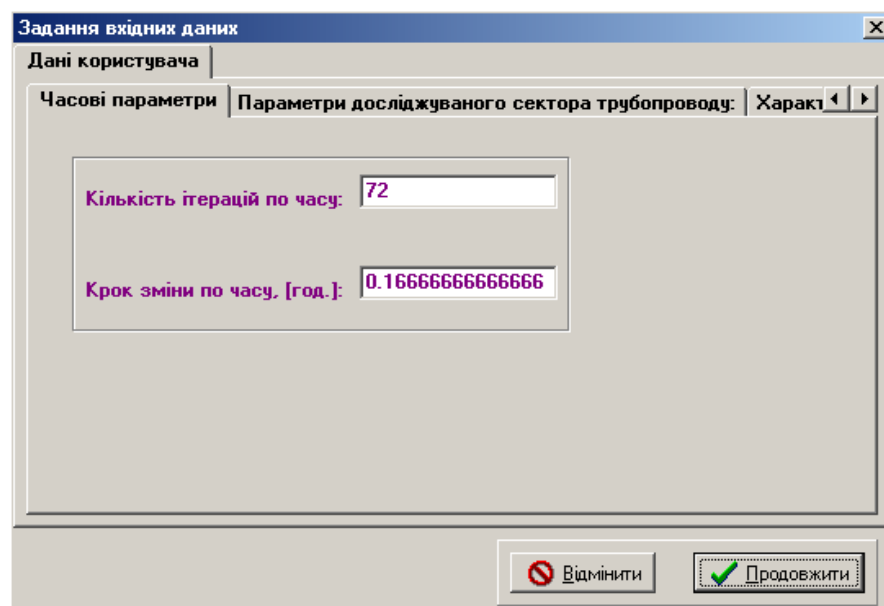


Рисунок 4.5 - Вигляд вікна “Вибір виду роботи”



а) часові параметри

Рисунок 4.6 - Вигляд вікна “Задання вхідних даних ”

Продовження рисунку 4.6

б) параметри досліджуваного сектора трубопроводу

в) температурні параметри

При неправильному вказанні номерів появляється повідомлення про помилку. Деякі вкладки містять кнопки, при спрацюванні яких появляються вікна “Масштабування”(рис. 4.7), які призначені для задання масштабу по відповідних координатних осях з метою зручного отримання графічної моделі.

Також вікно “Загальний теплообмін” містить віконце для відображення зміни поточного часового параметру, а також індикатор побудови графічної

моделі. При встановленні прапорців “Мітки значень функції” та “3D-графік” отримується нумерація кожної точки графічної моделі та її 3D-вигляд (рис.4.8).

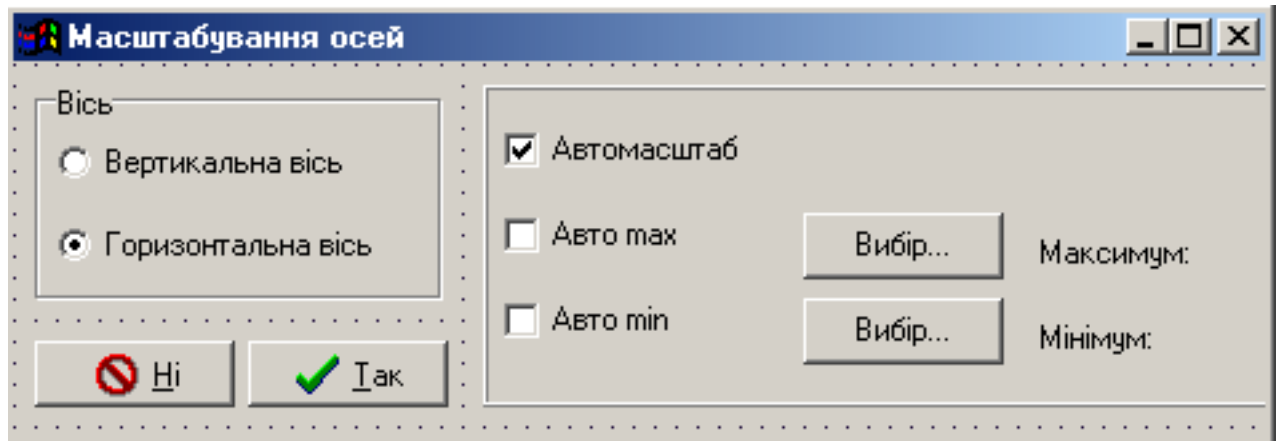


Рисунок 4.7 - Вигляд вікна “Масштабування”

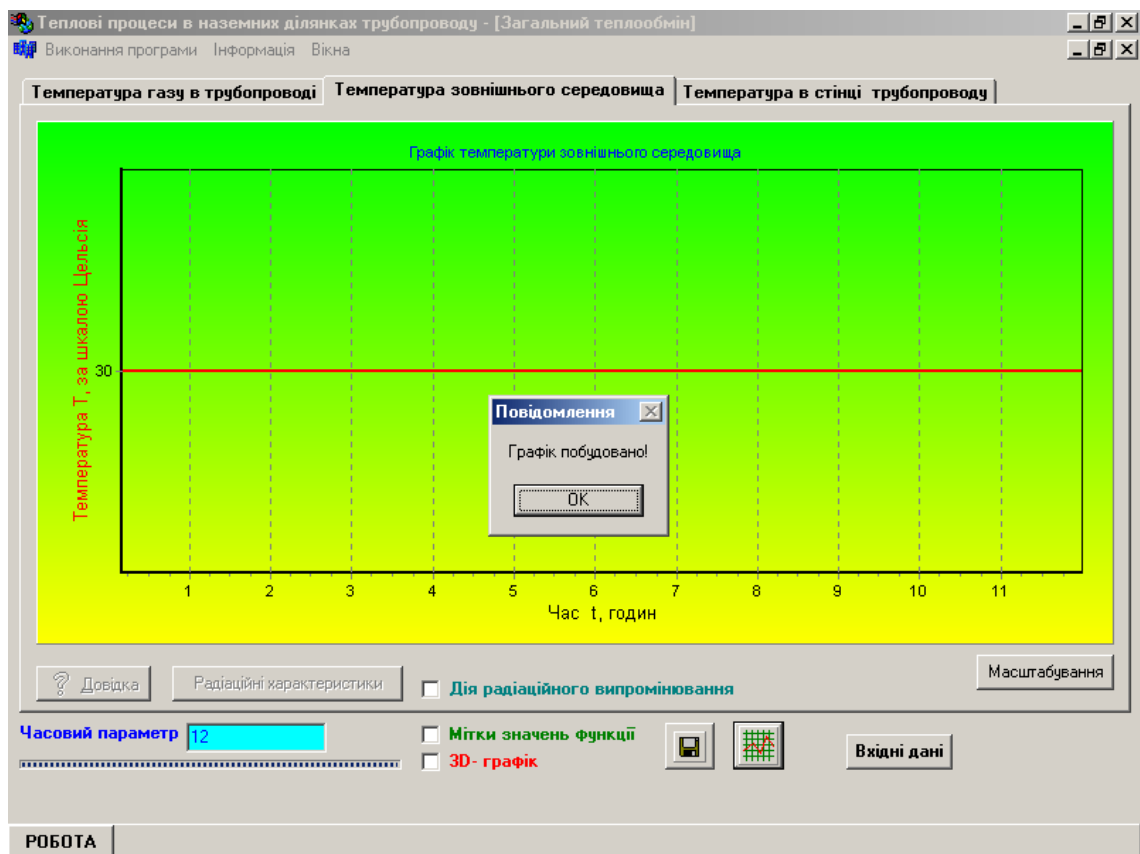


Рисунок 4.8 - Вигляд вікна “Графіки”

Для збереження результату розрахунку слід використовувати кнопку на якій зображена піктограма дискети. Клацнувши на даній кнопці буде отримано

вікно (рисунок 4.9) за допомогою якого обирають ім'я файлу у який необхідно здійснити запис даних.

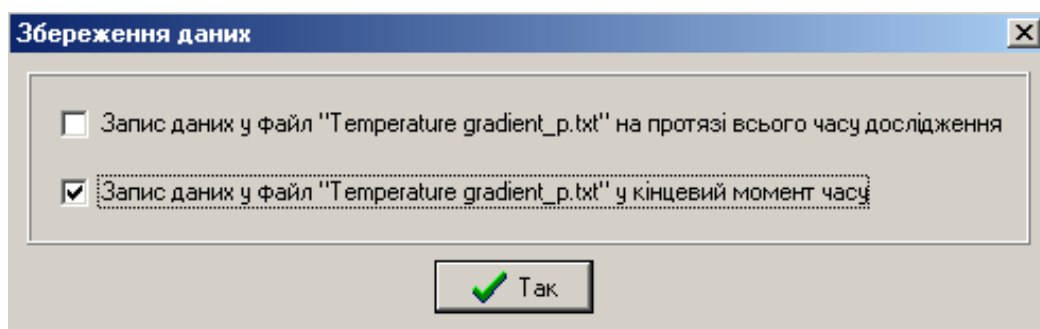


Рисунок 4.9 - Вигляд вікна “Збереження даних”

Файли даних temperature gradient.txt і temperature gradient_1.txt зручно і наглядно обробляти за допомогою ППЗ Mathcad Professional, для цього було створено спеціальний файл temperature gradient.mcd, який, як і всі решту файлів даної програми, знаходиться у її кореневому каталозі Terploobmin.

Вихід з даної програми здійснюється за допомогою вибору пункту меню “Вихід з програми F3”.

4.3 Тестові та натурні розрахунки

Дана програма подає результати обчислень у вигляді графічних моделей, тобто необхідні нам дані зображуються у вигляді графіків, а також масивів даних, які записуються у файл. При обробці масивів даних великих розмірностей робота по проведенні аналізу є дуже складною і незручною для сприйняття. Тому аналіз розрахунків проведемо на основі графічних моделей. Дані, які записуються у файл наведені у ДОДАТКУ Б.

Результати розрахунку.

Проведемо *тестовий розрахунок температури*. Для цього задамо необхідні вхідні дані.

Часові параметри:

– кількість ітерацій по часу – 144;

– крок зміни по часу, [год.] – 0.1666666666.

Параметри досліджуваного сектора трубопроводу:

– внутрішній радіус, [м] – 1.020;

– товщина стінки, [м] – 0.012;

– початкове значення кута, [град.] – 0;

– кінцеве значення кута [град.] – 180;

– кількість перетинів вздовж кута – 300;

– кількість перетинів вздовж радіуса – 300.

Характеристики матеріалу труби:

– марка матеріалу трубопроводу – Сталь типу 14Г2САФ;

– густина матеріалу труби [кг/м³] – 7800;

– ефективна теплопровідність матеріалу труби [Вт/(м*°C)] – 45;

– питома теплоємність матеріалу труби [Дж/(кг*град.)] – 460;

– коефіцієнт теплопередачі зовнішньої поверхні труби [Вт/(м²*град.)] – 400.

Температурні параметри:

– початкова температура стінки трубопроводу, [°C] – 0;

– температура газу в трубопроводі, [°C] – 30;

– температура зовнішнього середовища, [°C] – 30.

Використані константи:

– число пі – 3.1415926535897932385;

– стала Стефана-Больцмана, Вт/(м²·к⁴) – 0.00000005668.

Як видно з рисунків 4.10 – 4.11, що при впливі на трубопровід постійних в часі температур газу $T_g = 30^0 C$ і навколишнього середовища $T_c = 30^0 C$, температура у його стінці стабілізується та рівномірно розподіляється до такого ж значення, а також залишається незмінною в часі.

Отже, виходячи з практичних міркувань, можна вважати, що програма працює правильно і придатна для знаходження температурного градієнту у стінці трубопроводу.

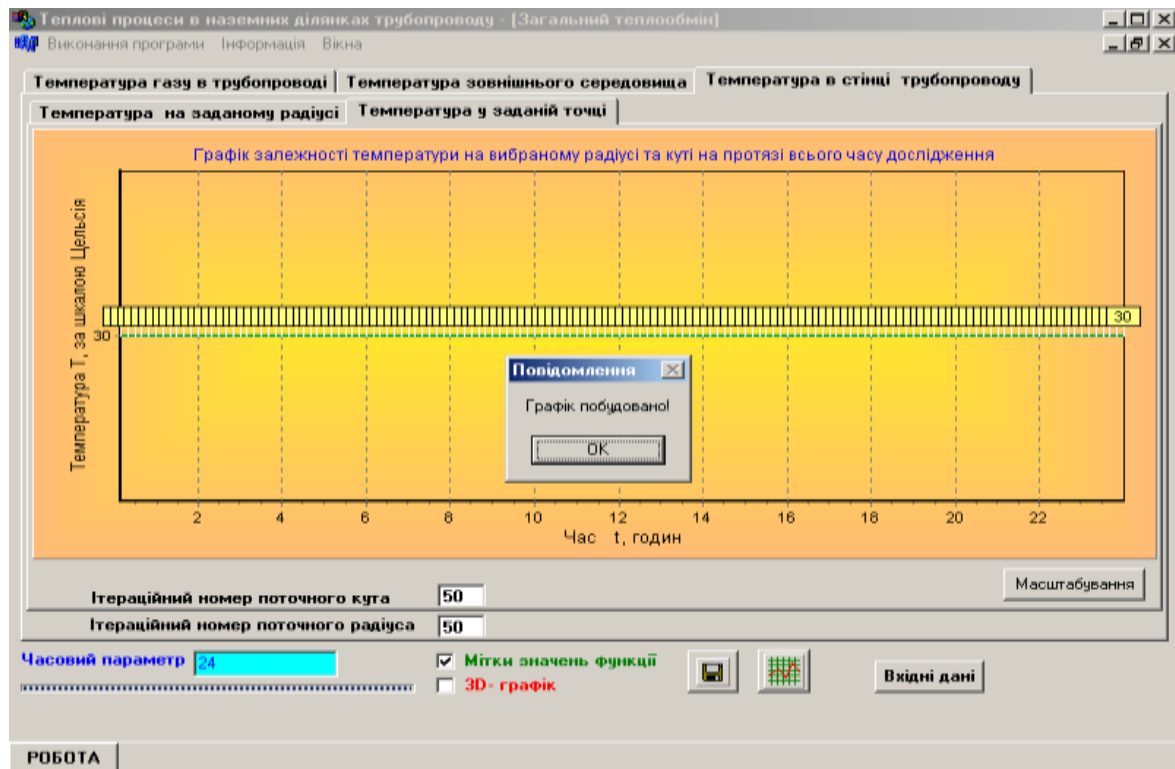


Рисунок 4.10 – Графік зміни температури у заданій точці стінки труби в часі

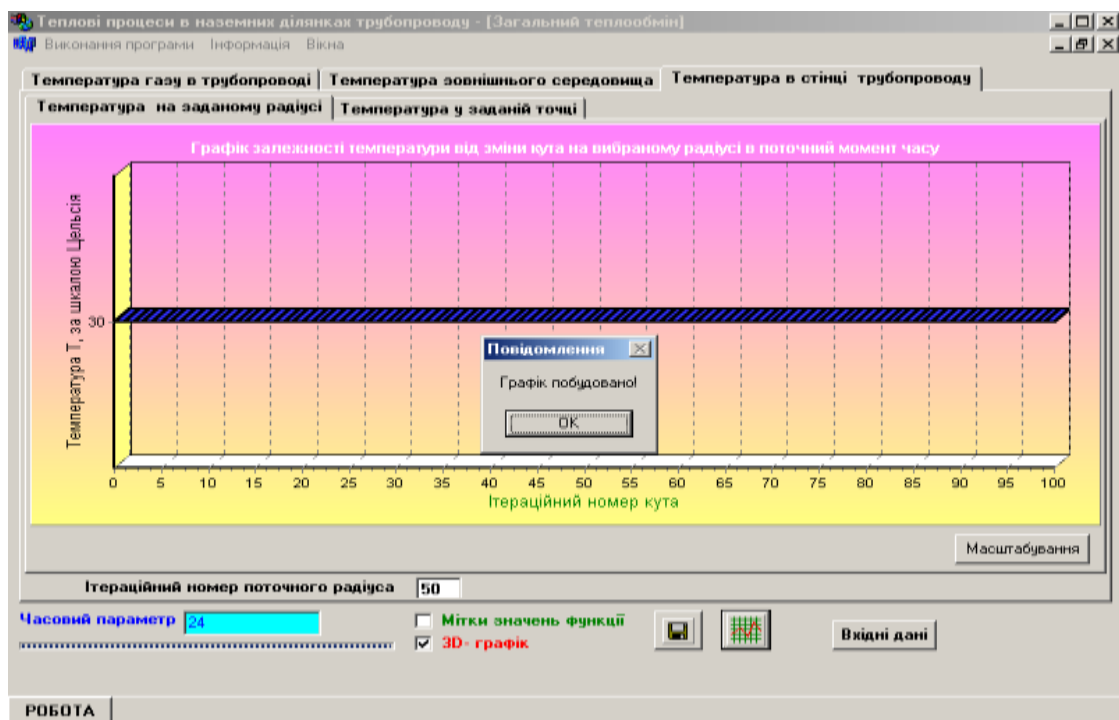


Рисунок 4.11– Розподіл температур на заданому радіусі труби в залежності від кута

5 СПЕЦІАЛЬНА ЧАСТИНА

5.1 Розрахунок надійності програмного забезпечення

Програмне забезпечення характеризується випадковим характером помилок і випадковістю комбінації вхідних даних, що викликає їх появу і дозволяє говорити про системні збої, викликані програмними помилками, як про випадкові події. Це дозволяє використовувати ті ж методи для аналізу апаратних збоїв.

Однак помилки, викликані помилками програмного забезпечення, є достатньо важливими, що призвело до розробки спеціальних методів аналізу надійності програмного забезпечення [18].

Джерелами програмних помилок є логічні помилки в проекті або його недосконалість, неправильне кодування або помилки верстки. Лише якщо зміни та виправлення програми потребують значних витрат часу та ресурсів, можна повністю перевірити помилки після об'єднання її частин. Крім того, якщо програма використовує раніше скомпільовані блоки, стає складніше вдосконалювати програму. Не всі програмні блоки запрограмовані з однаковою точністю та послідовністю, і, на жаль, іноді буває занадто пізно.

Бувають випадки, коли ідеально працююча програма, застосована до нової задачі чи інших вихідних даних, дає неприйнятні результати з точки зору точності та часу обчислення. Крім перерахованого вище, існує кілька факторів, які можуть викликати помилки в програмі. Залежно від складності програми, її можна розділити на кілька типів. Довжина стандартної програми для обчислення простих функцій не перевищує кількох сотень команд. Ці програми перевіряються дуже ретельно, але іноді вони мають помилки, як правило, в значеннях певних аргументів.

Найбільш складними є керуючі програми реального часу, які працюють на багатопроцесорних комп'ютерах і містять сотні тисяч команд. Таку

програму неможливо повністю перевірити під час налагодження. Повністю оцінити функціональність програми можна тільки під час використання.

Помилки програми зазвичай виявляються лише за дією певних вхідних сигналів, які в даному випадку виступають як дії програми. При розгляді набору значень вхідного сигналу програмні помилки можна вважати випадковими.

Випадковий характер програмних помилок і випадковий характер комбінацій вхідних даних, які їх викликають, дозволяє говорити про системні збої, викликані програмними помилками, як про випадкові події. Це дозволяє використовувати ті ж методи для аналізу апаратних збоїв.

Однак помилки, викликані помилками програмного забезпечення, є досить важливими, що призвело до розробки спеціальних методів аналізу надійності програмного забезпечення.

Для застосування математичного апарату теорії надійності до оцінки надійності програми розглядаються програмні помилки — події, що містяться в переходах до збоїв або завершенні програми. Після виникнення помилки програмісти тестують програму, щоб знайти (локалізувати) помилку та вдосконалити програму.

На даний момент не існує стандартного методу розрахунку надійності програмного забезпечення, тому при аналізі надійності програмного забезпечення використовуються експериментально-аналітичні методи прогнозування надійності програмного забезпечення на основі результатів тестування на основі конкретних припущень. Найпростішою з них є модель Шумана.

Для прогнозування надійності програмного забезпечення ця модель використовує кількість помилок, які зустрічаються під час компіляції програми та налагодження в програмній системі. На основі цих даних параметри моделі надійності можуть бути розраховані та використані для прогнозування показників надійності під час використання програмного забезпечення.

Під час послідовного виконання програми вхідні набори даних вважаються випадковими і вибираються відповідно до закону розподілу, що відповідає фактичним умовам роботи. [23]

Ця модель базується на наступних припущеннях:

- коли програми вперше інтегруються в програмну систему, вони містять помилку E_0 ; відсутність нових помилок під час виправлення,
- загальна кількість I машинних команд у програмі постійна,
- інтенсивність програмних збоїв λ пропорційна кількості помилок, що залишилися після налагодження протягом часу τ , тобто.

$$\lambda = C\varepsilon(\tau) = [E_0 / I - \varepsilon_C(\tau)]C, \quad (5.1)$$

де: $\varepsilon_C(\tau)$ - відношення кількості помилок, виправлених під час налагодження τ , до загальної кількості команд машинної мови.

Тому в моделі виділяють два значення часу: час налагодження τ (зазвичай кілька місяців) і час виконання програми t - загальний час виконання програми (зазвичай кілька годин). Час налагодження включає вартість тестування, моніторингу тощо для виявлення помилок. Правильний робочий час не враховується. Тому значення інтенсивності відмови λ приймається постійним протягом усього часу роботи $(0, t)$.

Завдяки прийнятому припущенню ймовірність того, що програма не зазнає збою під час виконання $(0, t)$ для постійного τ , визначається співвідношенням.

$$p(t, \tau) = \exp\{-\lambda t\}. \quad (5.2)$$

Середнє напрацювання програми до віказу

$$m_t = I / \lambda. \quad (5.3)$$

Щоб використати наведену формулу на практиці, необхідно розрахувати C і E_0 за експериментальними даними. Для цього скористаємося методом моментів.

Застосовуючи метод моментів і розглядаючи два періоди $\tau_1 < \tau_2$ для налагодження програми, отримуємо наступне співвідношення:

$$E_0^* = \frac{I[\gamma \varepsilon_C(\tau_1) - \varepsilon_C(\tau_2)]}{\gamma - I}, \quad \gamma = \frac{T_1 n_2}{T_2 n_1}, \quad C^* = \frac{n_1}{T_1 [E_0^* / I - \varepsilon_C(\tau_1)]}, \quad (5.4)$$

де n_1 і n_2 – кількість виявлених програмних помилок на τ_1 і τ_2 відповідно,

T_1 і T_2 – тривалість роботи системи, що відповідає τ_1 і τ_2 .

Враховуйте вищевикладене для розрахунку показників надійності програми.

Розроблена програма містить близько семи тисяч команд, тому $I = 7000$.

Для оцінки надійності програми було обрано два періоди тестування, протягом яких:

$$T_1 = 130 \text{ год}, \quad T_2 = 140 \text{ год}, \quad n_1 = 10, \quad n_2 = 11.$$

$$\text{Тому} \quad \varepsilon_C(\tau_1) = 10 / 7000 = 0,0014, \quad \varepsilon_C(\tau_2) = 11 / 7000 = 0,0016.$$

Врахувавши отримані значення, знайдемо:

$$\gamma = \frac{130 \cdot 10}{140 \cdot 11} = 0,8,$$

$$E_0^* = \frac{7000[0,8 \cdot 0,0014 - 0,0016]}{0,8 - 1} = 17.$$

Звідси знаходимо коефіцієнт C^* :

$$C^* = \frac{10}{130[17 / 7000 - 0,0014]} = 74,79,$$

За період тестування в програмі усунено $n = n_1 + n_2$ помилок, тому

$$n = 10 + 11 = 21$$

$$\varepsilon_C(\tau) = 21 / 7000 = 0,003$$

Інтенсивність відмов програми:

$$\lambda = 74,79(17 / 7000 - 0,003) = 0.042$$

Середня наробка програми до відмови:

$$m_t = 1 / 0.042 = 23.8 \text{ (год)}.$$

Ймовірність того, що під час виконання програми не буде помилок $(0, t)$, визначається за формулою $p(t, \tau) = \exp\{-23.8 \cdot t\}$ і показана на рисунку 5.1.

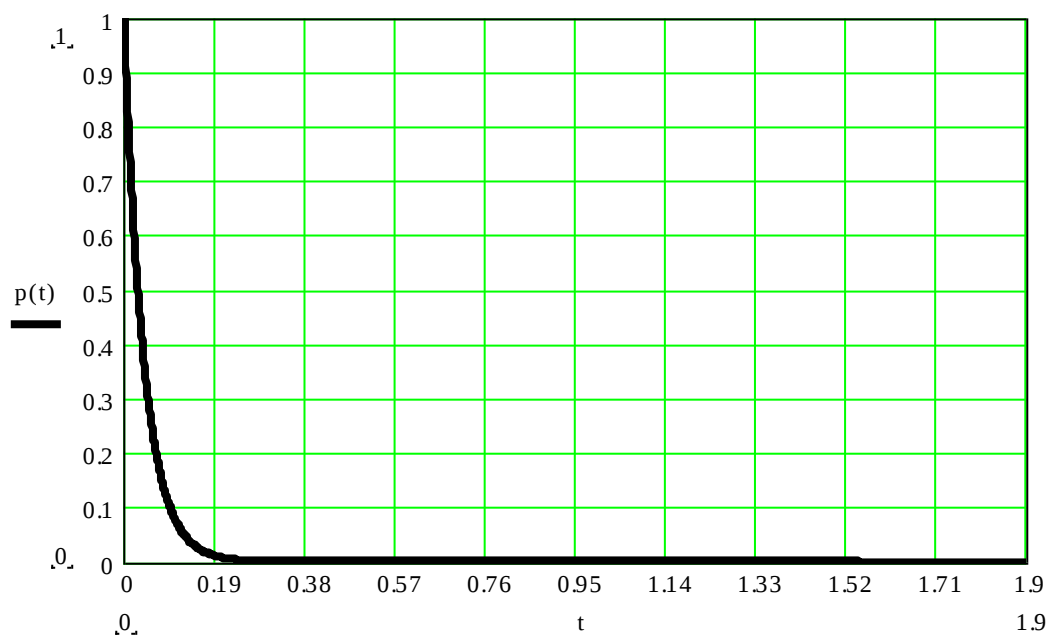


Рисунок 5.1 - Ймовірність відсутності помилок програм впродовж часу
напрацювання $(0, t)$

6 БЕЗПЕКА В НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЯХ, ОХОРОНА ПРАЦІ

6.1 Охорона праці

6.1.1 Аналіз потенційно шкідливих виробничих факторів

Дана розробка передбачає впровадження комп'ютерної програми на підприємствах нафтогазового комплексу.

Основною потенційною небезпекою при експлуатації комп'ютерної техніки є електрична енергія, якою вони живляться.

На підприємствах нафтогазового комплексу основними забруднюючими компонентами повітря є пари бензинів, сірчаний ангідрид, сірководень, окисли азоту, вуглеводні і механічні суміші. Їхня характеристика наведена в таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Характеристика шкідливих речовин

Назва речовини	ГДК (гранично-допустима концентрація) даної речовини		Перша допомога при отруєнні
	Середньодобова в робочій зоні	Середньо-добова в атмосфері населених пунктів	
Бензин	100	1,5	Свіже повітря, тепло, 20-30 капель валеріани
Сірчаний ангідрид	10	0.05	Свіже повітря, тепло, дезинфекція, промивання шлунку
Газовий конденсат	300	5	Свіже повітря, дезинфекція
Сажа	4	0.15	Свіже повітря, промивання очей, горла

При обслуговуванні нафто- і газопроводів можливі небезпечні моменти, які пов'язані із утворенням вибухонебезпечних смішей, а також отравлення при вдиханні нафтових випаровувань і газів, особливо тих, які містять сірководень.

Нафтопровідна мережа нафтогазодобуваючого підприємства складається із індивідуальних викидних ліній свердловин, нафтозбірних колекторів і напірних нафто-і газопроводів.

Важкі і небезпечні роботи по очистці нафтопроводів від піску і парафіну. Особливо небезпечна очистка нафтопроводів, які перекачують сірчану нафту, так як гази, які виділяються із очищуваного трубопроводу і видалених залишків, шкідливо діють на організм робітника. У зв'язку з цим необхідно організувати експлуатацію колекторів таким чином, щоб перш за все усунути причини, які викликають їх забруднення. Для цього необхідно максимально обмежити можливість осідання піску і парафіну в колекторі. Одним із способів досягнення цього є великі швидкості руху нафти в колекторі.

На практиці транспортування парафінових нафт для зниження в'язкості і покращення транспортабельності широко використовують попередній підігрів, а останнім часом для очистки нафтопроводів від відкладень парафіну почали застосовувати резинові кулі-депарафінізатори.

Для безпечної експлуатації газопроводів дуже важливе значення має сучасне визначення і ліквідація витікання газу, особливо із наземних газопроводів, розміщених поблизу промислових і житлових будівель. Причинами витікання газу можуть бути корозійні розрушення стінок газопроводу, розрив зварювальних швів при недостатній температурній компенсації, а також неякісного виконання зварювання. Місця витікання газу визначають за запахом, звуком, газоаналізаторами.

Вакуумний газопровід є небезпечним із-за можливості утворення вибухонебезпечної суміші всередині газопроводу у випадку засмоктування повітря. Щоб запобігти це необхідно: забезпечити герметичність усть насосних свердловин, вакуумного колектора і всіх його відгалужень. При відключенні або розбиранні відгалужень вакуумного колектора від сверловини потрібно закривати запірні пристрої і встановлювати на газопроводах заглушки. Для перевірки герметичності потрібно періодично перевіряти склад повітря в газі на

окремих ділянках і відгалуженнях вакуумного газопроводу, на прийомі вакуумної станції.

Велику увагу необхідно приділяти боротьбі гідратоутворенням в газопроводі. При визначених температурах і тисках під час транспортування газу на окремих ділянках газопроводу утворюються гідрати. Це може спричинити розрив газопроводу. Для боротьби з цим явищем найчастіше в газ вводять метанол. Як відомо, метанол – отрута, тому при роботі з ним повинні дотримуватися відповідні правила безпеки. До роботи з метанолом допускаються особи, які пройшли спеціальний інструктаж.

Зварювальні роботи на діючих газопроводах (під час ремонту газопроводу або взірці в нього відгалуження) під газом можуть бути розпочаті при умові зниження тиску в газопроводі до величини, яка не перевищує 100 мм вод.ст. Для запобігання попадання в газопровід повітря і утворення в ньому вибухонебезпечної суміші тиск в газопроводі не повинен знижуватися нище 40 мм вод.ст. Склад кисню в пробах, які взяті із ремонтної ділянки, не повинен перевищувати 1%.

Вакуумний газопровід перед зварювальними роботами необхідно повністю відключити з боку відкачування газу і створити в ньому надлишковий тиск газу.

Під час аварії газопроводу з витіканням газу в навколишнє середовище необхідно негайно відключити газ і застосувати зварювальні міри з ліквідації аварії.

До найбільш поширених забруднювачів атмосфери при переробці нафти і газу, а також при їх згоранні відносяться сірчаний ангідрид, сірководень, окисли азоту, вуглеводні і механічні суміші. Характеристика шкідливих речовин, що виділяються з об'єктів газової промисловості наведені в таблиці 6.2 .

Таблиця 6.2 – Характеристика шкідливих речовин

Речовина	Запах	Мінімальна концентрація, що створює шкідливий вплив, мг/м ³	Санітарні концентрації			Межі спалахування в повітрі, %		Температура, °С	
			Смертельна	Гранично допустима в атмосфері		Нижня	Верхня	Спалахування пари	загорання
				робочої зони (клас небезпеки)	Населених пунктів				
Метан	нема	180000	235000	300(4)	200	5	15	-161	537
Газовий конденсат	відчутний	38000	50000	300(4)	5	0.9	5.1	-44	345
Сірчистий ангідрид	гострий	90	1460	10(3)	0.05	-	-	-	-
Сірчана пилюка	подразнюючий	30	300	6(4)	-	1.3	-	-	232
Сажа	нема	500	5000	4(4)	0.15	-	-	-	260

Основна частина забруднюючих речовин поступає в водойми на територію промислових об'єктів з наступних основних вузлів промислового обладнання:

– Присвердловинні ділянки, де розлив нафти часто відбувається через порушення герметичності арматури, а також при проведенні робіт по освоєнню свердловин і капітальному ремонту.

– Збірні дільничні і промислові резервуарні парки, де розлив нафти часто відбувається при спуску стічних вод із резервуарів з осадками і парафіновими відкладеннями, переливах нафти через верх резервуарів.

В таблиці 6.3 наведена характеристика водопостачання і водовідведення об'єктів нафтової й газової промисловості.

6.1.2 Заходи по захисту навколишнього середовища

Найбільш активною формою захисту навколишнього середовища є повний перехід до безвідходних та маловідходних технологій і виробництв. Важливими напрямками екологізації промислових підприємств слід рахувати вдосконалення технологічних процесів і розробку нового обладнання з меншим

рівнем викидів у навколишнє середовище; екологічну експертизу всіх видів виробництв та промислової продукції; заміну токсичних відходів на нетоксичні; заміну не утилізованих відходів на утилізовані; широке застосування додаткових методів і засобів захисту навколишнього середовища.

Таблиця 6.3 – Характеристика водопостачання й водовідведення

Підприємства з об'ємом реалізації, тис.тон	Система водопостачання	Середньорічний розхід				Середньорічна кількість стічних вод			Безповоротні втрати води
		Оборотний	свіжої з джерела			всього	в тому числі, що підлягають очищенню		
			для виробничих потреб	для господарських потреб	всього		промислово-ливневі	побутові	
Перевалочні нафтобази до 100	Прямотічна	-	61,5	91,8	153,3	127,2	49,2	78	26,1
100-500	-//-	-	61,5-89,4	91,8-40,1	153-129	127-197	49,2-62,5	78-34,1	26,1-32,9
Розподільчі нафтобази 30-60	-//-	-	120-110	34-42	214-152	56-67,7	27-32	29-35,7	158-83,3
60 100	-//-	-	110-85	42-51	152-136	68-101	32-68	35-33	84-35
Перекачувальні станції магістральних нафтопроводів до 1000	Прямотічна і оборотна	144	5,5	5,1	10,6	11	6,8	4,2	0,4
1000-5000	-//-	144-84	5,53,9	5,1-1,5	10,6-5,4	11-6,48	6,8-4,4	4,2-2,08	0,4-1,08
5000-10000	-//-	84-52	3,9-2,7	1,5-1	5,4-3,7	6,48-4,8	4,4-2,8	2,08-2,01	1,08-1,11

Важлива роль в захисті навколишнього середовища відводиться заходам по раціональному розміщенню джерел забруднень; винесення промислових підприємств з великих міст у малонаселені райони з непридатними та малоприсаєднаними для сільського господарства землями.

В якості додаткових засобів захисту використовують: апарати та системи для очистки газових викидів стічних вод від домішок; глушники шумів при скиді газів в атмосферу; віброізолятори технологічного обладнання; екрани для захисту від ЕМВ та ін. Ці засоби захисту постійно вдосконалюються і широко впроваджуються в технологічні і експлуатаційні цикли в усіх галузях народного господарства.

Наприклад, впровадження систем обліку собівартості продукції підприємства передбачає контроль рівня нафтопродуктів в резервуарах і тиску газів у трубопроводах. При різкій незапланованій зміні показників система виявляє неполадку і вказує її місце. Це допоможе запобігти самовільному витіканню нафтопродуктів із резервуарів чи газу з трубопроводу. Отже, такі системи є теж своєрідним заходом з охорони довкілля.

6.2 Безпека в надзвичайних ситуаціях

З розвитком науково-технічного прогресу важливу роль грає можливість безпечного виконання людьми своїх трудових обов'язків. У цьому сенсі була створена та розвивається наука про безпеку праці та життєдіяльності людини. Безпека життєдіяльності (БЖД) — це комплекс заходів, вкладених у забезпечення безпеки людини у середовища проживання, збереження здоров'я, розробку методів і засобів захисту за допомогою зниження впливу шкідливих і найнебезпечніших чинників до допустимих значень, вироблення заходів для обмеження шкоди на ліквідацію наслідків надзвичайних ситуацій мирного і війни.

Мету й зміст БЖД: виявлення вивчення чинників довкілля, які впливають для здоров'я людини; - ослаблення дії цих факторів до безпечних меж чи виняток їх якщо може бути; - ліквідація наслідків катастроф і стихійних лих. Коло практичних завдань БЖД передусім обумовлений вибором принципів захисту, із розробкою та раціональним використанням засобів захисту чоловіки й природного довкілля від впливу техногенних джерел постачання та стихійних

явищ, і навіть коштів, які забезпечують комфортне стан середовища життєдіяльності. Охорона здоров'я працюючих, забезпечення безпеки умов праці, ліквідація професійних захворювань, і виробничого травматизму становитиме з головних турбот людського суспільства. Звертається увагу до необхідності широко він прогресивних форм наукової організації праці, відомості до мінімуму ручного, малокваліфікованого праці, створення обстановки, яка виключає професійні захворювання і виробничий травматизм. На робоче місце мають бути передбачені захисту від можливого впливу небезпечних і шкідливих факторів виробництва. Рівні цих факторів нічого не повинні перевищувати граничних значень, обумовлених правовими, технічними і санітарно-технічними нормами. Переважна частина вчених вважають, що і короткочасне, і тривале вплив всіх видів випромінювання від екрана монітора безпечно здоров'ю персоналу, обслуговуючого комп'ютери. Проте вичерпних даних щодо небезпеки впливу випромінювання від моніторів на які працюють із комп'ютерами й не існує дослідження, у цьому напрямі тривають. Максимальний рівень рентгенівського випромінювання робочому місці оператора комп'ютера звичайно перевищує 10мкбэр/ч, а інтенсивність ультрафіолетового і інфрачервоного випромінювань від екрана монітора лежать у межах 10...100мВт/м². Для зниження впливу цих видів випромінювання рекомендується застосовувати монітори зі зниженим рівнем випромінювання (MPR-II, TCO-92, TCO-99), встановлювати захисні екрани, і навіть дотримуватися регламентовані режими праці та відпочинку.

Виробничі аварії можуть бути різноманітними. Причинами їх можуть бути: стихійні лиха (землетруси, зсуви, повені, пожежі тощо). а також порушення технології виробництва і правил техніки безпеки.

Найбільш типовими наслідками аварій можуть бути: вибухи, пожежі, затоплення, завали шахт, зараження навколишнього середовища сильнодіючими отруйними речовинами.

Під стихійним лихом розуміють таке явище природи, яке не може бути відвернуте і характеризується порушенням нормальної життєдіяльності значної

групи населення, загрози для їх життя, руйнуванням чи затопленням та знищенням матеріальних цінностей.

До них відносяться: повені; потоки; урагани; зсуви; землетруси та інші.

До стихійних лих відносяться також масові лісові пожежі по тим втратам, які вони завдають народному господарству і великій небезпеці для населення, що проживає у районах, охоплених пожежами.

Крупними аваріями на промислових підприємствах вважаються надзвичайні пригоди, які викликають раптову зупинку роботи. створюють небезпеку для життя людей і можуть призвести до руйнування виробничих будівель, ушкодження чи знищення устаткування, сировини і готової продукції, а також до зараження місцевості отруйними речовинами і загазованості атмосфери. Наслідком аварій, а іноді і причиною їх можуть бути вибухи і пожежі.

Такі стихійні явища природи, крупні аварії у промисловості і на транспорті, які спричинили загибель людей, великі руйнування і знищення матеріальних цінностей, відносяться до категорії катастроф.

Крупні виробничі аварії і катастрофи можуть призводити до загибелі людей і завдавати відчутних втрат народному господарству.

Тому забезпечення безаварійної роботи підприємств слід розглядати як важливу державну справу, яка потребує повсякденної уваги керівництва. інженерно-технічних працівників. Аварії можуть трапитися на будь-яких промислових підприємствах і на транспорті, унаслідок безвідповідального відношення до своїх обов'язків усіх посадових осіб. а також робітників і службовців підприємства і недодержання ними правил техніки безпеки.

Однак, найбільшу небезпеку являють собою об'єкти. що виробляють чи застосовують у технології сильнодіючі отруйні речовини, вибухо і пожежонебезпечні матеріали і продукти. Небезпечними об'єктами є також склади, бази. залізничні станції і порти, де зберігаються чи маються запаси цих матеріалів і продуктів. Аварії можуть трапитися унаслідок:

- стихійних лих;

- допущення прорахунків у проектуванні будівництві і обладнанні підприємства;
- введення в експлуатацію промислових об'єктів з великими недоробками і відступами від проектів;
- прийняттям в експлуатацію вентиляційних систем без випробування на ефективність їх роботи;
- недоробок по техніці безпеки і охороні праці тощо.

Вони можуть бути також наслідком порушення технологічного процесу, несправності електропроводки і недостатнього впровадження надійних систем пожежогасіння.

Аварії виникають і унаслідок необачного поводження з вогнем.

Крім того, причинами аварії можуть бути: порушення вимог і правил техніки безпеки: низька трудова і технологічна дисципліна, відсутність належного контролю за процесом виробництва.

Аналіз причин аварій показує, що вони виникають головним чином унаслідок поганої навченості персоналу, допущеної халатності, порушень технологічного процесу виробництва і правил техніки безпеки.

Для запобігання аваріям на промислових підприємствах і транспорті заздалегідь розробляються і здійснюються організаційно-технічні заходи, спрямовані на підвищення стійкості і безаварійності роботи.

Вивчення причин виникнення аварій і всебічна оцінка ступеня їх небезпечності дасть можливість правильно визначити заходи, що до їх попередження, передбачити необхідні дії по захисту людей і зниженню втрат.

Важливим фактором забезпечення безаварійної роботи є вивчення і суворе дотримання всіма інженерно-технічними працівниками правил і норм техніки безпеки. Основними заходами по ліквідації наслідків аварій і стихійних лих є:

- оповіщення робітників і службовців, ЦО і населення, що проживає поблизу об'єкту, екстрена евакуація;
- комплексна розвідка об'єкту на якому виникла аварія;

- рятування людей з-під завалів, із оточуючих і ушкоджених будівель і споруд;
- надання медичної допомоги потерпілим від аварії, вивіз у лікувальні установи;
- гасіння пожеж;
- локалізація аварії на комунально-енергетичних мережах, перешкоджаючих веденню рятувальних робіт;
- улаштування проїздів і підходів до місць аварій;
- руйнування ненадійних конструкцій, розбирання завалів;
- демонтаж зберігшогося устаткування, якому загрожує небезпека;
- організація комендантської служби.

Задача кожного працюючого на підприємстві - знати основні правила поведінки при аваріях, вміти діяти в обставинах, що при цьому склалися. Ці правила і послідовність дій треба вивчати, постійно пам'ятати і вміти практично виконувати.

В аварійній ситуації важливою задачею є оповіщення про аварію. Кожний робітник і службовець будь-якого об'єкту народного господарства повинен вміти користуватися наявними на підприємстві оповіщувачами. Кожний робітник підприємства, пов'язаний з можливою газовою обстановкою, повинен знати способи виклику газорятівників.

Для ліквідації стихійних лих, виробничих аварій і рятування потерпілих на об'єктах народного господарства у першу чергу залучаються спеціальні підрозділи (газорятівників, пожежників і т. ін.), при необхідності можуть залучатися формування ЦО.

З виникненням аварій робітники і службовці, що входять до складу формування ЦО, зобов'язані негайно прибути на місце збору. Робітники і службовці підприємства, що не входять до складу формувань, повинні бути також готові вести роботи по ліквідації аварії, по спасінню потерпілих на об'єктах.

Ліквідація наслідків стихійних лих і аварій може здійснюватись одночасно на всьому об'єкті або по окремих його ділянках при наявності достатніх сил і засобів. При цьому розпочинають їх у першу чергу там, де необхідно надати допомогу людям, на ділянках, які становлять найбільшу небезпеку.

Перша медична і лікарська допомога надається перш за все потерпілим, що знаходяться у шоківому стані, а також вивільнені з-під уламків завалів. Вивільнення людей з-під великих завалів проводиться з додержанням особливих заходів перестороги, їм надається невідкладна медична допомога на місці з подальшою евакуацією у лікувальні установи.

Виробничим аваріям звичайно сприяють пожежі, що створюють у деяких випадках найбільшу небезпеку. Обстановка в осередку пожежі може створитися досить складна, особливо при наявності руйнувань, завалів, порушення і навіть припинення водопостачання. Боротьба з вогнем пов'язана із рятуванням людей, якщо частина персоналу підприємства опинилася у зоні, охопленій полум'ям. Наявність у виробництві вибухонебезпечних і швидко займистих матеріалів може погіршити становище. Тому до ліквідації пожежі необхідно залучити технічний персонал підприємства, який добре знає розташування апаратури, що знаходиться під великим тиском, місцезнаходження вибухонебезпечних чи отруйних речовин, а також можливості використання стаціонарних засобів пожежегасіння.

У першу чергу локалізують і гасять ті осередки пожежі, які становлять перешкоду рятувальним роботам і створюють загрозу подальшого поширення вогню.

Особовий склад формувань пожежегасіння повинен суворо дотримуватись правил безпеки, слідкувати за станом будівельних конструкцій, що загрожують обвалом, і не допускати, щоб вогонь оточував працюючих. При сильній задимленості особовий склад, що приймає участь у гасінні пожежі, повинен діяти у протигазах і використовувати інші захисні засоби.

Пожежі впливають на людей дуже сильним психологічним ефектом. Відомо, що паніка серед людей навіть при невеликих пожежах є причиною

значних жертв. Знаючи правила поведінки, людина, захоплена цим лихом, у будь-якій обстановці зможе не лише врятувати своє життя, але й надати допомогу у рятуванні інших людей, матеріальних цінностей від вогню.

При самопорятунку і рятуванні інших людей у будинках охоплених вогнем, діяти слід швидко, оскільки основною небезпекою є висока температура повітря, задимлення, можливі обвалення будівельних конструкцій. Палаюче приміщення треба долати, накрившись з головою мокрою ковдрою, цупкою тканиною чи верхнім одягом, крізь сильно задимлене приміщення слід повзти чи рухатись пригинаючись. Двері у задимлене приміщення слід відчиняти обережно, бо швидкий потік повітря викличе спалах полум'я. Ввійшовши у приміщення, де можуть бути люди, слід гукнути їх, відшукуючи потерпілих, треба пам'ятати, що діти від переляку ховаються під ліжку, шафу, забиваються у кутки, в інші місця.

Під час пожежі на людях спалахує одяг. При невеликих ділянках палаючого одягу вогонь може бути погашений шляхом збивання його курткою, рукавицею. Не виключено, що у деяких випадках люди в палаючому одязі намагаються бігти. Необхідно зупинити їх, накинувши на таких потерпілих будь-яке полотнище, щільно притуливши його до тіла потерпілого. Цим може бути досягнуте припинення припливу повітря до місця горіння і самогоріння.

При виникненні пожежі на виробництві у першу чергу треба повідомити пожежну команду, а потім сміливо вступати у боротьбу з вогнем.

Для гасіння пожеж застосовуються : вода, пісок, вогнегасники і інші підручні засоби. Крім цих засобів треба застосовувати підготовлений протипожежний інвентар, пінні, порошкові і вуглекислотні вогнегасники, а також підручні матеріали, що мають вогнегасну дію.

Бензин, гас, різні органічні масла і розчинники, палаючу електропроводку водою гасити не можна, їх слід гасити за допомогою пінних і порошкових вогнегасників, шляхом засиплення піском і землею, а якщо вогнище пожежі невелике - накрити його брезентовим покривалом, важкою тканиною чи

одягом, змоченим водою. Палаючу електропроводку гасити можна лише впевнившись, що з неї знята напруга.

Треба бути уважним при наявності обвислих проводів: не з'ясувавши, що провід знеструмлено, слід вважати його під напругою і вживати відповідні заходи безпеки.

На ряді об'єктів народного господарства здійснюється виробництво, використання, зберігання, а у деяких районах і перевезення сильнодіючих отруйних речовин (СДОР). Це стосується перш за все підприємств хімічної, нафтопереробної, нафтохімічної та інших споріднених з ним галузей промисловості, підприємств, що мають холодильні установки в яких застосовується як холодильний агент речовини типу аміаку, водопровідних і очисних споруд, що використовують хлор, залізничних станцій, що мають колії рухомого складу для СДОР, а також складів і баз з запасами отрутохімікатів, чи інших аналогічних речовин. Серед СДОР можуть бути: аміак, хлор, окис вуглецю, сірчастий ангідрид, сірковуглець, трихлористий фосфор, фтористий водень та. ін.

У наслідок стихійних лих (наприклад, під час землетрусу , пожежі чи залізничної катастрофи) чи при аварії на виробництві, можливі виливи (викиди) СДОР і пов'язані з ними зараження місцевості і повітря. При цьому не виключені ураження людей, що знаходяться у районах виливу (викиду) СДОР.

Після виявлення викиду в атмосферу СДОР чи розливу її по території слід негайно сповістити всіх, хто може опинитися у небезпечній зоні, включаючи і житловий сектор, який межує з об'єктом.

Робітники і службовці, а у деяких випадках і жителі прилеглих районів на випадок аварії повинні бути забезпечені промисловими фільтруючими протигазами, призначеними для захисту від даного виду СДОР.

Робота по ліквідації аварії у першу чергу спрямована на те, щоб припинити розповсюдження отруйної речовини в атмосферу і розтікання її по місцевості. Для цього потрібно відключити ушкоджену ділянку перекрити крани і інші запірні пристрої. На розриви, що утворилися у ємностях і трубопроводах,

накласти пластирі, муфти, у необхідних випадках забити пробки із дерева чи металу, перекачати СДОР з ушкоджених ємностей у справні. Крім того, для збору отруйних речовин необхідно відкопати рови і канали.

Розвідники, як тільки виявлять зараження, визначають концентрацію СДОР, уточнюють зони небезпечного і надзвичайно небезпечного зараження, позначають їх межу, встановлюють шляхи підходу, характер і масштаби руйнувань, стан людей і обладнання. Район, де відбулася аварія обов'язково оточується, сторонні не допускаються.

Органи ЦО у цей час повинні уважно стежити за метеорологічною обстановкою. Напрямок вітру і температура повітря можуть змінюватись, і це відібрається на характері і напрямку розповсюдження отруйних парів.

Не менш важливою турботою при ліквідації зараження є дегазація зараженої території, споруд і устаткування. Як речовини для дегазації можуть бути використані, наприклад, хлор, гашене вапно, лужні відходи промисловості. Застосовують їх найчастіше у вигляді розчинів або кашки.

Усі хто приймає участь у ліквідації аварії, забезпечуються промисловими чи ізолюючими протигазами, захисним одягом, індивідуальними протихімічними пакетами, медичними засобами.

У зонах можливих затоплень на місцевості слід додержуватись встановленого порядку, зайняти підвищені місця. При рятувальних роботах необхідно виявляти витримку і самовладання, суворо дотримуватись вимог рятувальників. Не можна переповнювати рятувальні засоби (катери, човни, плоти), оскільки це загрожує безпеці рятувальників і врятованих. Потрапивши у воду, слід скинути із себе важкий одяг і взуття, відшукати поблизу плаваючі чи підвищені над водою предмети, скористатися ними до отримання допомоги.

У випадку одержання сигналу сповіщення населення про наближення селевого потоку чи зсуву, а також при перших ознаках їх появи, треба якомога швидше залишити приміщення попередити про небезпеку оточуючих і вийти у безпечне місце. Залишаючи приміщення, слід загасити печі, перекрити газові крани, вимкнути світло і електроприлади. Це допоможе відвернути виникнення

пожежі. Селеві потоки і зсуви являють серйозну небезпеку при їх раптовій появі. У цьому випадку страшнішим за все є паніка.

У випадку захоплення когось потоком селю, треба надати потерпілому допомогу усіма наявними засобами . Такими засобами можуть бути жердини, канати чи мотузки, що подають рятівники. Виводити врятованих з потоку треба у напрямку потоку із поступовим наближенням до краю.

На кожній ділянці аварійних робіт виставляється охорона і спостерігачі, а біля небезпечних місць встановлюється огорожа і вивішуються плакати з попередженнями про небезпеку.

ВИСНОВКИ

В кваліфікаційній роботі розроблено математичну модель нестационарних теплових процесів в наземних ділянках трубопроводу, що має місце при експлуатації трубопроводів в складних умовах, а також при проведенні ремонтних робіт, яка зводиться до двовимірних рівнянь теплопровідності з відповідними граничними та крайовими умовами.

Для цього було проведено наступні роботи:

- розроблено чисельний алгоритм на основі диференціальних рівнянь другого порядку для опису теплопровідності в циліндричних координатах;
- доведено збіжність чисельного алгоритму;
- розроблено програмне забезпечення для моделювання теплових процесів в трубопроводах;
- проведено аналіз надійності та охорони праці.

Розроблена математична модель дозволяє вивчати процес теплообміну та оцінювати теплові навантаження, що виникають в об'єкті, оцінювати розміри зон ремонту, оптимальних за критерієм мінімальної зміни напружень, враховуючи геометричні, термічні, радіаційні та інші властивості матеріалу труби, які є змінними в часі, давати уточнену кількісну характеристику напружень, що виникають внаслідок дії на ділянку інтенсивних теплових навантажень.

На основі математичної моделі було написано програму на мові програмування Borland C++Builder . Програма дає можливість відобразити зміну в часі температури газу в трубопроводі, температури навколишнього середовища, а також температури в стінці трубопроводу, яка утворюється в результаті дії на трубопровід попередніх температур. Програма дозволяє записати в файл як поточні значення температури в стінці трубопроводу на

протязі часу дослідження, так і у кінцевий момент часу, тобто є можливість записати отримані результати на носій інформації та надрукувати їх.

.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Дорошенко Я.В. Призначення та склад споруд магістральних трубопроводів. Спорудження магістральних трубопроводів. – Режим доступу:
https://zadarma.at.ua/index/priznachennja_ta_sklad_sporud_magistralnikh_truboprovodiv_doroshenko_ja_v/0-13
2. Діагностика та оцінка технічного стану лінійних об'єктів – Режим доступу: <https://it-transit.com/uk/produkti/rozrakhunkovo-analitychni-systemy/diagnostika-i-otsinka-tehnichnogo-stanu-linejnih-obyektiv/>
3. Комплексний підхід до проблеми діагностики технічного стану магістральних трубопроводів та усунення їх пошкоджень / А.О. Камінський, В.М. Бастун, С.К. Фомічов, О.І. Беспалова, Г.П. Урусова, О.С. Богданова, С.М. Мінаков // Вісн. НАН України. — 2015. — № 1. — С. 49-61.
4. Кулінченко В.Р., Ткаченко С.Й. Теплопередача з елементами масообміну (теорія і практика процесу) – Режим доступу:
https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fbteg/kulinchenko_teploper/index.htm#3
5. Теорія теплопровідності: підручник: підручник. для студ. спец. 105 «Прикладна фізика та наноматеріали» / А. В. Гільчук, А. А. Халатов, Т. В. Доник; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 131 с.
6. Стаціонарна теплопровідність : навч. посіб./ С.В. Юшко, О.Є. Борщ, М.А. Юшко – Х.: НТУ «ХП», 2011.– 80 с.
7. Обертюх Р.Р. Теоретичні основи теплотехніки: Навч. Посібник. – Вінниця: УНІВЕРСУМ- Вінниця, 2009.- 165с.
8. Алексеева І. В., Гайдей В. О, Диховичний О. О., Федорова Л. Б. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник . Т. 2. Київ : Видавничий дім «Кондор», 2019.
9. Журавчак Л. М. Дискретна математика для програмістів: навчальний

- посібник. Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2019.
10. Борисенко О. А. Дискретна математика: підруч. для студ. вищ. навч. закл. Суми : Університетська книга, 2019.
 11. Волонтир Л. О, Зелінська О. В., Потапова Н. А., Чіков І. А. Чисельні методи: навч. посіб. - Вінниця : ВНАУ, 2020.
 12. Дичка І. А., Онай М. В., Гадиняк Р. А. Чисельні методи. Розв'язання задач лінійної алгебри та нелінійних рівнянь: лаб. практикум. - Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018.
 13. Третиник В. В., Любашенко Н. Д. Методи обчислень. Частина 1. Чисельні методи алгебри: навч. посіб. для студ. - Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019.
 14. СОУ 60.3-30019801-006.2004. Стандарт організації України: Галузева система діагностичного обслуговування обладнання магістральних газопроводів та АГНКС.– К. : ДК «Укртрансгаз», 2004. – 178 с.
 15. СОУ 60.3-30019801-067:2009. Стандарт організації України: Магістральні газопроводи. Оцінка фактичного технічного стану потенційно небезпечних ділянок. Методи і методики. – К. : ДК «Укртрансгаз», 2009. – 188с.
 16. ДСТУ–НБВ.2.3–21:2008. Визначення залишкової міцності магістральних трубопроводів з дефектами. – Київ: Мінрегіонбуд України, 2008. – 88 с.
 17. Дубовой, Є.В. Проблеми проведення діагностики й неруйнівного контролю магістральних газопроводів в процесі експлуатації [Текст] / Є.В. Дубовой, С.О. Охрімчук // Підвищення надійності та ефективності роботи лінійної частини магістральних газопроводів газотранспортної системи ДК «Укртрансгаз». – Київ : ДК «Укртрансгаз», НВЦ «Техдіагаз», 2012. – С. 14 – 18.
 18. Теслюк, В.М. Математичне моделювання згинних коливань прямолінійної ділянки трубопроводу під дією рухомого діагностичного поршня [Текст] / В.М. Теслюк, Л.Є. Харченко // Моделювання та інформаційні технології: Збірник наукових праць. – Вип. 69. – Київ :

Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України, 2013. – С. 126 – 135.

19. Трембач Р.Б. Теорія електричних та магнітних кіл. Навчальний посібник / РБ Трембач–Тернопіль: ТНЕУ, 2015.
20. Trembach, B., Kochan, R., Trembach, R. The method of correlation investigation of acoustic signals with priority placement of microphones. *Advances in Science, Technology and Engineering Systems*, 2018, 3(1), pp. 412–417
21. Трембач Р.Б., Шовкун О.П. Методичні вказівки до виконання до виконання лабораторних робіт з дисципліни “Інформаційно – вимірювальні системи” Модуль І. «Вимірювальна техніка» – Тернопіль: ТНТУ., 2024. – 67 с.
22. Трембач Р.Б., Медвідь В.Р. Методичні вказівки до виконання до виконання лабораторних робіт з дисципліни “Електроніка і мікросхемотехніка” Модуль І. «Базові елементи електроніки» – Тернопіль: ТНТУ, 2024. – 36 с.
23. Трембач Р.Б., Медвідь В.Р. Методичні вказівки до виконання до виконання лабораторних робіт з дисципліни “Електроніка і мікросхемотехніка” Модуль 3. «Імпульсна техніка, вторинні джерела живлення, основи цифрової електроніки» – Тернопіль: ТНТУ, 2024. – 26с.
24. Трембач Р.Б., Медвідь В.Р. Методичні вказівки до виконання до виконання лабораторних робіт з дисципліни “Електроніка і мікросхемотехніка ” Модуль 4. «Мікросхемотехніка» – Тернопіль: ТНТУ, 2024. – 44с.
25. Diahovchenko I., Kolcun M., Čonka Z., Savkiv V., Mykhailyshyn R. Progress and challenges in smart grids: Distributed generation, smart metering, energy storage and smart loads. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, 2020. Vol. 44. P. 1319-1333. <https://doi.org/10.1007/S40998-020-00322-8>.
26. Palamar A., Pettai E., Beldjajev V. Control System for a Diesel Generator and

- UPS Based Microgrid. Scientific Journal of Riga Technical University. Power and Electrical Engineering. 2010. Vol. 27. P. 47-52.
27. Vasylykivskyi I., Ishchenko V., Pohrebennyk V., Palamar M., Palamar A. System of water objects pollution monitoring. International Multidisciplinary Scientific GeoConference Surveying Geology and Mining Ecology Management (SGEM 2017), Vienna, Austria, November, 27–29, 2017. Vol. 17, No. 33. P. 355-362.
 28. Wieclaw L.; Pasichnyk V.; Kunanets N.; Duda O.; Matsiuk O.; Falat P. Cloud computing technologies in “smart city” projects. In Proceedings of the 2017 9th IEEE International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications (IDAACS). Bucharest: Romania, 21–23 September 2017. pp. 339–342.
 29. Yaskiv V. Using of High-Frequency Magnetic Amplifier in Switch Mode DC Power Supplies. Proceedings of the 35th Annual IEEE Power Electronic Specialists Conference (PESC'04), Aachen, 2004. P. 1658–1662.
 30. Автоматизація виробничих процесів : навч. посіб. / Проць Я. І., Савків В. Б., Шкодзінський О. К., Ляшук О. Л. Тернопіль : ТНТУ ім. І.Пулюя, 2011. 344с.
 31. Безпека в надзвичайних ситуаціях. Методичний посібник для здобувачів освітнього ступеня «магістр» всіх спеціальностей денної та заочної (дистанційної) форм навчання / укл.: Стручок В. С. Тернопіль: ФОП Паляниця В. А., 2022. 156 с.
 32. Букетов А. В., Стухляк П. Д., Кальба Є. М. Фізико-хімічні процеси при формуванні епоксикомпозитних матеріалів. Тернопіль: Збруч, 2005. 182 с.
 33. Драган Я.П., Яворський Б. І., Яворська Є. Б. Концепції і принципи побудови моделей для означення метрологічних характеристик ритміки кардіосигналів. Вісник нац. унів. “Львівська політехніка”: зб. наук. пр. Львів: Національний університет “Львівська політехніка”, 2002. № 443. С. 200-205.
 34. Коваль В. П., Івасечко Р. Р., Козак К. М. Енергетична ефективність

- систем позиціонування плоских сонячних панелей. Енергозбереження. Енергетика. Енергоаудит. 2015. № 3. С. 2-10.
35. Микитишин А. Г., Митник М. М., Стухляк П. Д. Телекомунікаційні системи та мережі. Тернопіль: Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, 2017. 384 с.
 36. Микитишин А. Г., Митник М. М., Стухляк П. Д., Пасічник В. В. Комп'ютерні мережі. Книга 1 [навчальний посібник]. Львів : «Магнолія 2006», 2013. 256 с.
 37. Микитишин А. Г., Митник М. М., Стухляк П. Д., Пасічник В. В. Комп'ютерні мережі. Книга 2. [навчальний посібник]. Львів : "Магнолія 2006", 2014. 312 с.
 38. Паламар М. І., Стрембіцький М. О., Паламар А. М. Проектування комп'ютеризованих вимірювальних систем і комплексів : навч. посіб. Тернопіль : ТНТУ, 2019. 150 с.
 39. Development of Digital Platform to Identify and Monitor the Digital Business Transformation Index, Strutynska, I., Dmytrotsa, L., Kozbur, H., Dudkin, P., Dudkina, O., International Scientific and Technical Conference on Computer Sciences and Information Technologies, 2020, 2, pp. 171–175, 9322016
 40. Information technology to support the digital transformation of small and medium-sized businesses, Mosiy, L., Kozbur, H., Strutynska, I., Mosiy, O., Yatsyshyn, V. CEUR Workshop Proceedings, 2024, 3742, pp. 150–165
 41. Analysis of the SMEs' Digitalization State Using HIT Index and Machine Learning Technique, Strutynska, I., Kozbur, H., Dmytrotsa, L., Kozbur, I., Gashchyn, N., Proceedings - International Conference on Advanced Computer Information Technologies, ACIT, 2023, pp. 332–337
 42. Working-Out of Recommendation System to Increase the Digital Maturity Level of Enterprises, Strutynska, I., Dmytrotsa, L., Kozbur, H., Hlado, O., Sorokivska, O., 2020 IEEE International Conference on Problems of Infocommunications Science and Technology, PIC S and T 2020 - Proceedings, 2021, pp. 147–151, 9467978

43. The Unification of Approaches to Measuring the Digital Maturity of Business Structures (International and Domestic Approaches) / Strutynska, I., Dmytrotsa, L., Kozbur, H., Melnyk, L., Sherstiuk, R., CEUR Workshop Proceedings, 2021, 3013, pp. 10–23
44. Стухляк П.Д., Букетов А.В. Епоксикомпозитні матеріали, модифіковані ультрафіолетовим опроміненням. Тернопіль: Збруч, 2009. 237 с.
45. Ткачук Р., Яворський Б. Метод побудови біотехнічної системи для оцінювання електроретинограм з підвищеною вірогідністю та ефективністю. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2009. №3. С. 102-110.
46. Юзьків А. В., Яворський Б. І. Математичне моделювання електроретинографічних сигналів. Вісник ТДТУ. Тернопіль, 1997. № 2. С. 40-45.
47. Яворський Б. І. Математичні основи радіоелектроніки. Частина І. Тернопіль: ТПІ імені Івана Пулюя. 1996. 184 с.
48. Пилипець М. І. Правила заповнення основних форм технологічних документів : навч.-метод. посіб. / Уклад. Пилипець М. І., Ткаченко І. Г., Левкович М. Г., Васильків В. В., Радик Д. Л. Тернопіль : ТДТУ, 2009. 108 с. <https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/42995>.
49. Методичні вказівки для написання розділу «Безпека життєдіяльності, основи охорони праці» в кваліфікаційних роботах здобувачів освітнього рівня „бакалавр”. Для студентів всіх форм навчання рівень вищої освіти перший (бакалаврський)/ укл.: О. Я. Гурик , І. Б. Окіпний. – Тернопіль: ТНТУ імені Івана Пулюя, 2021. - 20 с.
50. Платформа .NET та мова програмування C# 8.0: навчальний посібник / Коноваленко І.В., Марущак П.О. – Тернопіль: ФОП Паляниця В. А., 2020 – 320 с.
51. Проектування мікропроцесорних систем керування: навчальний посібник / І.Р. Козбур, П.О. Марущак, В.Р. Медвідь, В.Б. Савків, В.П. Пісьціо. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2022. – 324 с.

52. Медвідь В.Р., Проектування мікропроцесорних систем керування: навчальний посібник / І.Р. Козбур, В.Р. Медвідь, В.П. Пісьціо. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2015. – 354 с., ISBN 978-966-305-045-4, <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/123456789/20504>.
53. Савків В.Б., Капаціла Ю.Б., Михайлишин Р.І. Методичні вказівки до виконання кваліфікаційної роботи бакалавра спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Тернопіль.: Видавництво ТНТУ. 2021. 50 с. <https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/35172>
54. Основи наукових досліджень і теорія експерименту : Навчальний посібник для здобувачів освітнього ступеня «Магістр» спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» / укл. Ю. Б. Капаціла, П. О. Марущак, В. Б. Савків, О. П. Шовкун. Тернопіль : ФОП Паляниця В.А., 2023. 186 с.
55. Козбур І.Р., Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи «Дослідження частотних характеристик неперервних лінійних систем», по курсу «Теорія автоматичного управління», для студентів 3 курсу спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Авт.: Козбур І.Р., Козбур Г.В. Марущак П.О., Савків В.Б. – Тернопіль: ТНТУ, ФПТ, каф. АВ, – 2022. – с. 16. <https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/39207>
56. Розробка мікропроцесорної системи керування на основі мікропроцесорного комплекту КР580 та на основі ОМЕОМ К1816ВЕ51/ Методичні вказівки для виконання курсового проєкту з дисципліни "Електроніка і мікропроцесорна техніка" //Медвідь В.Р, Пісьціо В.П., Микулик П.М. Тернопіль: ТНТУ - 2016. 108 с.
57. Козбур І.Р., Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи «Дослідження часових характеристик неперервних лінійних систем», по курсу «Теорія автоматичного управління», для студентів 3 курсу спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Авт.: Козбур І.Р., Козбур Г.В. Марущак П.О., Савків В.Б. –

- Тернопіль: ТНТУ, ФПТ, каф. АВ, – 2022. – 19 с.
<https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/39206>
58. Лабораторний практикум з проектування та моделювання роботи електропневматичних схем у середовищі програмного пакету «FluidSIM Pneumatics» з курсу «Технічні засоби автоматизації» / укл. : О.К. Шкодзінський. - Тернопіль : ТНТУ імені Івана Пулюя, 2020. - 32 с.
<https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/31418>
59. Автоматизація виробничих процесів. Навчальний посібник для технічних спеціальностей вищих навчальних закладів. / Я.І. Проць, В.Б. Савків, О.К. Шкодзінський, О.Л. Ляшук. Тернопіль: ТНТУ ім. І. Пулюя, 2011. 344 с.
60. Автоматизація виробничих процесів: Навчальний посібник / Я.Проць, О.Данилюк, В.Савків - ТДТУ. 2005. -264с.
61. Методичні вказівки з виконання курсової роботи з дисципліни «Основи наукових досліджень» для здобувачів освітнього ступеня «Магістр» спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / укл. : П.О. Марущак , Ю.Б. Капаціла , Р.І. Михайлишин. - Тернопіль : ТНТУ імені Івана Пулюя, 2018. - 75 с.
<https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/26145>
62. Методичні вказівки по роботі з програмним симулятором "AVR simulator IDE" з курсу "Мікропроцесорні та програмні засоби автоматизації" / укл. : В.Р. Медвідь , В.П. Пісьціо. - Тернопіль : ТНТУ імені Івана Пулюя, 2020. - 21 с. <https://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/32136/>.
63. Методичні рекомендації для практичних занять з курсу «Засади провадження наукової діяльності» / укл. : Дмитрів Олена Романівна, Рогатинський Роман Михайлович. – Тернопіль : ТНТУ імені Івана Пулюя, 2024. – 112 с., <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/44669>.
64. Ростислав Трембач, Віталій Ковалик, Ростислав Гвоздецький, Інна Кобринчук. Автоматизована система діагностування процесів теплообміну наземних ділянках трубопроводів. Актуальні задачі сучасних технологій : зб. тез доповідей XIII міжнар. наук.-практ. конф.

Молодих учених та студентів, (Тернопіль, 11-12 грудня 2024) / М-во освіти і науки України, Терн. націон. техн. ун-т ім. І. Пулюя [та ін.]. – Тернопіль: ФОП Паляниця В. А., 2024. – С.497-499.

ДОДАТОК А.