

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМ. ІВАНА ПУЛЮЯ

КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

література



Навчально-методична

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з курсу

«Основи автоматизованого проєктування складних об'єктів і систем»

для студентів спеціальності

174 "Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та
робототехніка"

Тернопіль
2023

Конспект лекцій з курсу «Основи автоматизованого проєктування складних об'єктів і систем» для студентів спеціальності 174 "Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка" / уклад. І.С.Дідич, В.В.Левицький – Тернопіль: ТНТУ, 2023. – 52 с.

Рецензент: д.т.н., професор Марущак П.О.

Відповідальний за випуск: к.т.н., доцент Левицький В.В.

Розглянуто на засіданні кафедри комп'ютерно-інтегрованих технологій і рекомендовано до друку (протокол №6 від 7.12.2023 р.)

Схвалено та рекомендовано до друку НМК факультету прикладних інформаційних технологій та електроінженерії (протокол №4 від 12.12.2023 р.)

ЗМІСТ

Лекція 1. Уведення в проблематику автоматизованого проєктування.....	4
Лекція 2.Схеми і методи автоматизованого проєктування об'єктів і систем.....	9
Лекція 3.Вирішування задач автоматизації проєктування методами теорії масового обслуговування.....	13
Лекція 4.Застосування систем автоматизованого проєктування для технічних рішень.....	24
Лекція 5.Немарківські системи масового обслуговування.....	30
Лекція 6.Система масового обслуговування з неоднорідними потоками.....	37
Лекція 7.Стохастичні мережеві моделі масового обслуговування.....	43
Лекція 8.Стохастичні напівмарківські системи.....	47
Список літературних джерел.....	51

Лекція 1: Уведення в проблематику автоматизованого проєктування

Сучасне виробництво характеризується зростаючою складністю як самих виробників, що володіють широким спектром функціональних можливостей,

так і систем управління, їх проектуванням і функціонуванням. Одним з важливих напрямків у вирішенні даної проблеми є створення і впровадження нових підходів, методів і форм організаційно – технологічного управління процесами функціонування автоматизованих систем (АС). Накопичений досвід експлуатації АС показує, що принципи і методи їх роботи не забезпечують необхідний рівень ефективності експлуатації автоматизованих систем.

Труднощі, які часто спостерігаються при організації роботи АС пояснюються нестаціонарністю характеристик процесів обробки даних, що надходять від виробничих систем (ВС). Тоді в процесі функціонування АС можна виділити дві періодично повторювальні фази, пов'язані з необхідністю переналагоджування ВС. Тривалість певної фази (фаза настроювання АС) визначається об'ємом робіт, які необхідно виконати для забезпечення нових вимог споживачів по обробці даних. Фаза настроювання характеризується значними комбінаціями Техніко – економічних показників (ТЕП). Друга фаза – це період планованої роботи АС по обробці виробничих даних у стаціонарних режимах. На даний час успішно вирішуються задачі мінімізації тривалості часу, що зтрачається на переналагоджування АС. З метою вирішення даної проблеми необхідно використовувати нові класи математичних моделей та методів.

Основні класи моделей прийняття рішень з реалізації управління настроювання АС:

- Моделі нульового рангу невизначеності $M(t_0)$ задають тільки компоненти вектора.
- Моделі першого рангу невизначеності $M(t_1)$ задають причинно – наслідкові співвідношення між елементами відповідних множин.
- Моделі другого рангу невизначеності $M(t_2)$ задають структури операторів, що визначають співвідношення над множинами.
- Моделі третього рангу невизначеності $M(t_3)$ задають структурно і параметрично оператор, що визначає співвідношення над множинами.

Основні задачі організації настроювання АС із врахуванням особливостей функціонування ПС:

Задача α_1 . Оптимальне формування вектора D , який об'єднує густину допустимих станів системи.

Задача α_2 . Реалізація моделі за такти часу $t_1, t_2, t_3 \dots t_n$.

Задача α_3 . Реалізація об'єднаних моделей за такти часу $\tau_1, \tau_2 \dots \tau_n$, де $\tau_1 \leq \tau_i$.

При класифікації АС за типом зв'язків між елементами розрізняють наступні класи:

1. Системи з лінійною структурою, де кожен елемент зв'язаний з двома сусідніми. Руїнування одного зв'язку призводить до відказу всієї системи.
2. Системи з кільцевою структурою володіють двонаправленістю інформаційного обміну. Такі системи характеризуються відносно високою стійкістю до відказів, значною швидкістю інформаційних обмінів, де кожен елемент пов'язаний з кожним іншим елементом системи, однак вони не екологічні.
3. Системи з ієрархічною структурою. Чим вище рівень розміщення елемента, тим менша кількість зв'язків його з іншими структурними елементами.

Традиційно при оцінюванні ефективності функціонування обчислювальних систем (ОС) використовують узагальнений показник $E_1 = LV / C$, де LV - продуктивність ЕОМ; C - вартість.

Однак, на даний час, при оцінюванні різноманітних варіантів побудови ОС важливим також є фактор, що визначає клас задач, які класифікуються за часом вирішення.

При вирішенні задач малої тривалості обчислень пропонують показник: $E_2 = KW_0 / C$, де K - коефіцієнт технологічного використання; W_0 - продуктивність системи при ідеальній надійності.

У випадках, коли тривалість вирішення задач велика при оцінюванні ефективності враховують такі показники надійності, як:

$P_3(\tau)$ - ймовірність безвідказного вирішення системою задачі;

K_2, K_y - коефіцієнт готовності і технічного використання.

Тоді критерій ефективності: $E = K_2 P_3(\tau) W_0 / C$, крім того, основою для оцінювання надійності систем існує ряд характеристик:

- безвідповідальність ЕОМ (властивість ЕОМ зберігати роботоздатність протягом певного проміжку часу при обмеженнях на умови

експлуатації); розрізняють миттєві і поступові відкази. Безвідказність оцінюється середнім часом роботи ЕОМ на один відказ (T_0);

- ремонтоздатність ЕОМ (міра пристосовуваності ЕОМ до попередження, знаходження і знешкодження недоліків). Оцінюється середнім значенням тривалості відновлення роботоздатності після відказу ($T_{\text{в.о}}$);
- достовірність функціонування (властивість ЕОМ, що визначає безпомилковість вироблюваної інформації). Оцінюється середнім часом відновлення обчислювального процесу після збою у роботі системи (T_c);
- перевіркопридатність ЕОМ, яка оцінюється середньою тривалістю профілактичних досліджень (T_{np}).

Більш поширеним для багатопроцесорних ЕОМ є поняття живучості. Відносно живучості в якості показників надійності такі ЕОМ прийняті такі показники:

- ймовірність безвідказності роботи з заданою продуктивністю $P(t)$, тобто ймовірність того, що за час t продуктивність об'єкту буде не нижча мінімального допустимого рівня;
- середня робота до відказу за параметром T^E , де T^E - час, протягом якого продуктивність об'єкту досягає заданого рівня E ;
- коефіцієнт готовності до роботи із заданим рівнем продуктивності $K_2^E(t)$;
- коефіцієнт оперативної готовності із заданим рівнем продуктивності $K_0^E(t)$.

Розглянемо найбільш відомі підходи до оцінювання надійності програмного забезпечення (ПЗ) для АС. Для цього розглянемо моделі трьох класів:

1 клас – моделі росту ПЗ, що використовуються при налагоджуванні програм, при цьому отримують необхідні статистичні дані для прогнозування окремих характеристик ПЗ.

В якості прикладу приведемо модель Джелінського. Нехай $t_1, t_2, \dots, t_n$ - послідовність проміжків часу успішної роботи ПЗ між n - послідовними виявленнями її помилок в період налагоджування. В процесі роботи системи виконують N - на кількість помилок з певною густиною Φ . Для побудови статистичного оцінювання значень N і Φ в моделі використовується метод максимальної правдоподібності, що полягає у визначенні N і Φ , а також – в оцінюванні ймовірності безвідказної роботи ПЗ за формулою $R(t) = \exp[-(N - i + 1)\Phi t]$.

2 клас – становлять моделі в яких прогнозування надійності здійснюється на основі аналізу інформації про структуру ПЗ і вихідних даних. Наприклад, в моделі Нельсона ПЗ представляють у вигляді графу, що з'єднує вершину “вихідні дані” з вершиною “результат”. Граф містить n шляхів, кожна можливість однократної безвідказної реалізації ПЗ визначається виразом: $P = \sum_{i=1}^n B_i P_i$, де P_i - умова імовірності безвідказної реалізації ПЗ при умові $x \in \theta$ (кількість шляхів (ланок) системи); $B = P(x \in \theta)$ - імовірність вибору його шляху.

3 клас – складають моделі, в яких враховується психологічний аспект системи “машина - користувач”. Наприклад, при побудованні моделі Холстеда, виявлено співвідношення параметрів добре відлагоджених програмах, які вибрано за еталон. З ними порівнюють роботу інших систем, при цьому обов'язково враховується закономірності розумової діяльності людини на певному етапі прогнозування можливої кількості помилок.

Імовірності моделі для оцінювання статистичних характеристик виконання завдань.

При кількісному оцінюванні надійності АС найбільш часто використовують показник T , який може бути інтерпритований як тривалість або об'єм роботи, виконаною системою до першого відказу. Це може бути випадкова величина, що має певний розділ. Оцінювання безвідказності систем здійснюється шляхом розрахунку наступних параметрів, зокрема потоку відказів: $q(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{Q(\tau, \tau + \Delta t)}{\Delta t}$, де $Q(\tau, \tau + \Delta t)$ - імовірність відказу за інтервал часу $(\tau, \tau + \Delta t)$. Інтенсивність потоку відказів відповідно визначається: $U(t) = dN(t)/dt$, де $N(t)$ - кількість відказів в інтервалі $(0, \tau)$.

При виборі теоретичного розподілу слід враховувати ряд особливостей, які характерні для АС. Зокрема, значення часу змінюється в межах з t_n до t_k . Розглянемо ряд імовірних моделей надійності систем, що використовуються при вирішуванні практичних задач проектування:

Модель 1. Показник надійності T - непервно випадкова величина, рівномірно розподілена в інтервалі $[t_n, t_k]$. Густина розподілу тоді:

$$f(t) = \begin{cases} 1/(t_k - t_n), & t_n \leq t \leq t_k \\ 0, & t < t_n, t > t_k \end{cases}$$

Математичне очікування $m_t = (t_n + t_k)/2$ і дисперсія $\theta_t^2 = (t_k - t_n)^2 / 12$.

Модель 2. В основі моделі припущення про те, що густина функції розподілу значення надійності показника є сумою кількох густин розподілу:

$f(t) = \sum_{j=1}^n C_j f_j(t)$, де $f_j(t)$ - густина розподілу j -го типу, C_j - коефіцієнт, що вказує j - фактора.

Модель 3. Модель показникового розподілу надійності визначається виразом: $f(t) = \lambda \exp(-\lambda t)$, де λ - параметр розподілу, що називається інтенсивністю відказів.

Матиматичне оцінювання: $m_t = 1/\lambda$.

Лекція 2.

Схеми і методи автоматизованого проектування об'єктів і систем.

Проектування складного об'єкта є довготривалим процесом. Розрізняють дві основні схеми проектування:

- згори вниз;
- знизу вгору.

Проектування згори складається з кількох рівнів:

- 1 рівень – проектування обчислювального комплексу;
- 2 рівень – врахування вимог відповідно до мети;
- 3 рівень – використання периферії;
- 4 рівень – вивчення комплектуючих елементів;
- 5 рівень – розроблення технологічних процесів.

Проектування згори виконують для унікальних об'єктів, для яких не існує прототипів. З економічної точки зору це дороге проектування.

Проектування знизу використовують при модернізації існуючих об'єктів.

Системи автоматизованого проектування розробляють у кілька послідовних етапів, зокрема:

1. Діагностичний аналіз, метою якого є дослідження принципів формування складних систем. Для цього проводять попередній економічний аналіз: визначають співвідношення витрат і результатів, оцінюють необхідні ресурси, собівартість, необхідність і можливість розвитку.
2. Аналіз функцій автоматизованої системи, що складається зі списку функціональних завдань.
3. Аналіз і формування першочергових завдань (формують список функцій, які повинні бути реалізовані на початковому етапі функціонування системи).
4. Аналіз і формування списку функцій для розвитку автоматизованої системи (проектують виконання додаткових завдань системою після її створення і виконання основних функцій).
5. Вторинний аналіз про доцільність розроблення автоматизованої системи.
6. Прийняття рішення про створення складної системи.
7. Вибір початкових даних для формування технічного завдання.

Система автоматизованого проектування складна система, що потребує великих економічних витрат, тому аналіз ефективності її функціонування проводять на основі залежності, що наведена на рис. 4.1.

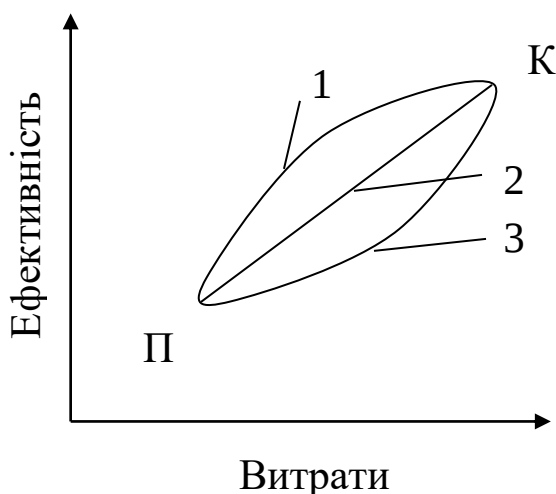


Рис. 4.1. Залежність ефективності функціонування автоматизованої системи від економічних витрат (пояснення див. у тексті).

Лінії (1, 2, 3) показують різноманітні варіанти реалізації системи автоматизованого проектування виробництва (рис. 4.1.). Лінії 1 і 3 – це крайні варіанти: крива 3 є перспективною для виробника, а крива 1 – для користувача. Лінія 2 – лінія компромісів, тобто – ефективність пропорційна до витрат. Це область Паретто, яка є оптимальною. Завданням інженера є запропонувати цю область.

При проектуванні необхідно враховувати такі аспекти:

1. Список функцій устаткування;
2. Міра (або ступінь) автоматизації устаткування;
3. Рівень надійності устаткування;
4. Ступінь швидкодії устаткування;
5. Науково-технічний рівень устаткування;
6. Рівень технологічності, стандартизації, екологічності устаткування.

Відповідно до цього реалізують системні підходи до побудови функціонально-топологічної структури проектування. Така структура складається з:

1. Порівняльного аналізу керованих і некерованих факторів;
2. Топологічної структури зв'язків рівнів;
3. Топології одного рівня;

4. Територіального прив'язування пунктів концентрації інформації, центрів периферії;
5. Розподілу функціональних задач за підсистемами.

Алгоритм побудови функціонально-топологічної структури складається з таких етапів:

1. Початок – формування для систем ознак якості та критеріїв виходу.
2. Централізоване генерування варіантів побудови автоматизованих систем.
3. Відкидання варіантів за умовами працездатності.
4. Відкидання коефіцієнтів завантажування деяких процесорів.
5. Відкидання коефіцієнтів використання, показники яких є меншими від необхідного рівня, попередньо запропонованого користувачем.
6. Відкидання коефіцієнтів готовності, показники яких є меншими від необхідного рівня.

Після відкидання незначущих варіантів отримують множину структур, кожна з яких відповідає технічному завданню на об'єкт проектування. Якщо у завданні оцінювання структур розглядають лише один критерій, тоді для кожної структури системи обчислюють значення цього критерію і список допустимих варіантів упорядковується. Якщо у завданні оцінювання розглядають кілька критеріїв, тоді упорядковування списку варіантів побудови функціонально-топологічної структури проводять трьома способами:

1. Введенням інтегрального критерію на множині часткових критеріїв.
2. Побудовою області Паретто (області оптимальних множин).
3. Використовуючи принцип часткових обмежень (усі критерії, крім одного, розглядають як обмеження).

На основі аналізу результатів обстеження будують модель, що відбиває діяльність підприємства на даний момент (до реорганізації). Її називають *моделлю "As Is"*. Далі розробляють вихідну концепцію АС.

Результати аналізу конкретизуються в ТЗ на створення АС. У ТЗ вказують потоки вхідної інформації, типи вихідних документів і надаваних послуг, рівень захисту інформації, вимоги до продуктивності (пропускної спроможності) і т.п. ТЗ направляють замовникові для обговорення й остаточного узгодження.

Ескізний проект подають у вигляді проектної документації, що описує архітектуру системи, структуру її підсистем, склад

модулів. Тут же вказуються пропозиції на вибір базових програмно-апаратних засобів, які повинні враховувати прогноз розвитку підприємства.

Відносно апаратних засобів і особливо ПЗ такий вибір найчастіше є вибір фірми-постачальника необхідних засобів (або, принаймні, базового ПЗ), тому що правильна спільна робота програм різних фірм досягається з великими складностями. У проекті може бути запропоновано кілька варіантів вибору. При аналізі з'ясовуються можливості покриття функцій, які автоматизуються, наявними програмними продуктами й, отже, обсяги робіт з розробки оригінального ПЗ. Такий аналіз необхідний для попередньої оцінки тимчасових і матеріальних витрат на автоматизацію.

Після прийняття ескізного проекту розробляють прототип АС, що являє собою набір програм, які емулюють роботу готової системи.

Завдяки прототипуванню можна не тільки розроблювачам, але й майбутнім користувачам АС побачити контури й особливості системи й, отже, завчасно внести корективи в проект.

Як на етапі обстеження, так і на наступних етапах доцільно дотримуватися певної дисципліни фіксації й подання одержуваних результатів, заснованої на тій або іншій методиці формалізації специфікацій. Формалізація потрібна для однозначного розуміння виконавцями й замовником вимог, обмежень і прийнятих рішень.

При концептуальному проектуванні застосовують ряд специфікацій, серед яких центральне місце займають моделі перетворення, зберігання й передачі інформації. Моделі, отримані в процесі обстеження підприємства, є моделями його функціонування. У процесі розробки АС моделі, як правило, зазнають істотних змін (перехід від "As Is" до "To Be") і в остаточному вигляді модель "To Be" розглядають як модель проектованої АС. Розрізняють функціональні, інформаційні, поведінкові й структурні моделі. *Функціональна модель* системи описує сукупність виконуваних системою функцій.

Інформаційна модель відбиває структури даних – їхній склад і взаємозв'язки. *Поведінкова модель* описує інформаційні процеси (динаміку функціонування), у ній фігурують такі категорії, як стан системи, подія, перехід з одного стану в інший, умови переходу, послідовність подій, здійснюється прив'язка вчасно. *Структурна модель* характеризує

морфологію системи (її побудову) — склад підсистем, їхнього взаємозв'язку. Змістом наступних етапів спадного проектування (відповідно до ДЕРЖСТАНДАРТУ, це стадії розробки технічного проекту, робочої документації, запровадження в дію) є уточнення переліків устаткування, що здобуває, і готових програмних продуктів, побудова системного середовища, детальне інфологічне проектування БД і їхнього первісного наповнення, розробка власного оригінального ПЗ, що, у свою чергу, ділиться на ряд етапів спадного проектування. Ці роботи становлять зміст робочого проектування. Після цього виконуються закупівля й інсталяція програмно-апаратних засобів, впровадження й експериментальна експлуатація системи.

Особливе місце в ряді проектних задач займає розробка проекту корпоративної обчислювальної мережі, оскільки технічне забезпечення АС має мережну структуру.

Якщо територіально АС розташовується в одному будинку або в декількох близько розташованих будинках, то корпоративна мережа може бути виконана у вигляді сукупності декількох локальних підмереж, зв'язаних опорною локальною мережею. Крім вибору типів підмереж, зв'язних протоколів і комутаційного устаткування доводиться вирішувати задачі розподілу вузлів за підмережами, виділення серверів, вибору мережного ПЗ, визначення способу керування даними в обраній схемі розподілених обчислень і т.п. Якщо АС розташовується у відокремлених один від одного пунктах, зокрема, розташованих у різних містах, то вирішується питання про оренду каналів зв'язку для корпоративної мережі, оскільки альтернативний варіант використання виділеного каналу в більшості випадків виявляється неприйнятним через високу ціну. Природно, що при цьому розглядається можливість використання послуг Internet. Проблеми, що виникають при цьому, пов'язані із забезпеченням інформаційної безпеки й надійності доставки повідомлень.

Лекція 3.

Тема: Вирішування задач автоматизації проєктування методами теорії масового обслуговування.

Для аналізу методів теорії масового обслуговування введемо поняття:

1. Потік вимог – послідовність етапів, що складається з вимог на обслуговування.
2. Джерело вимог – першопричина виникнення вимог незалежно від їхньої фізичної природи.
3. Обслуговуюча система – сукупність черг і каналів обслуговування.
4. Дисципліна обслуговування – алгоритми взаємодії каналів обслуговування з чергою.

За відсутністю чи наявністю можливості очікування до завершення обслуговування вимог системи поділяють на:

- системи з втратами (з причини обмеження ємності буферного накопичувача або часу очікування у черзі);
- системи без втрат.

Відповідно до кількості каналів системи обслуговування бувають одно- та багатоканальними (рис. 4.2).

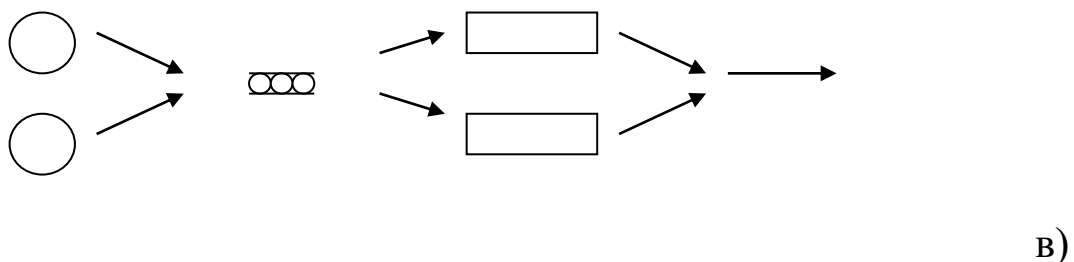
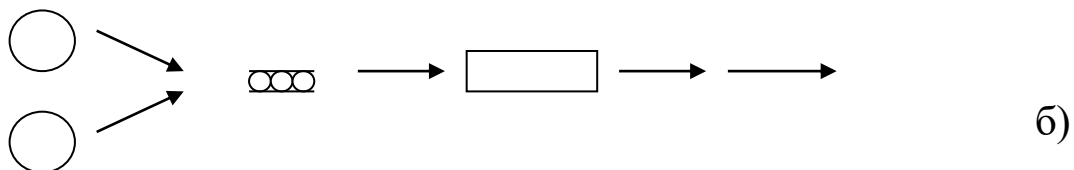
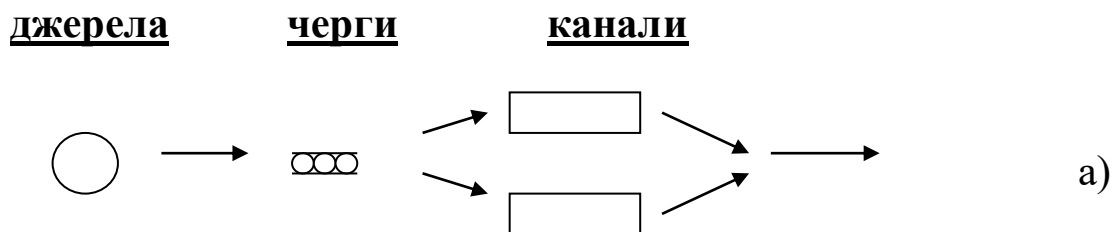


Рис. 4.2. Схема побудови структури систем масового обслуговування: а) двоканальні з одним джерелом вимог; б) одноканальні; в) двоканальні з двома джерелами вимог.

В теорії масового обслуговування існує система позначень, яка має такий вигляд: $B/A/K$.

B – описує розподіл проміжків часу між вимогами;

A – описує розподіл часу їх обслуговування;

K – кількість каналів обслуговування.

Показники A і B можуть приймати такі значення:

M – показниково-експоненціальні функції;

D – детерміновані функції (рівняння Лапласа) ;

E_r – розподіл Ерланга з порядком r ;

G – розподіл загального типу.

Крім того, деколи вказують ємність накопичувача системи (m) та кількість джерел навантажування (n). Тоді дисципліну масового обслуговування позначають таким чином: $G/G/K/m/n$. Коли відсутні два останні показники – приймається, що їх значення дорівнює нескінченності.

Одно- і багатоканальні системи загального типу $G/G/1$ і $G/G/K$ можна охарактеризувати, оцінюючи деякі параметри.

Зокрема, коефіцієнт завантаження (ρ) для системи $G/G/1$ обчислюють за формулою:

$$\rho = \lambda \cdot \bar{x} = \lambda / \mu ,$$

де:

λ – інтенсивність потоку вимог;

$\bar{x}$ – середній час обслуговування кожної вимоги.

У свою чергу, середній час обслуговування кожної вимоги обчислюють за формулою:

$$\bar{x} = 1 / \mu ,$$

де:

μ – інтенсивність обслуговування.

Аналогічно для багатоканальної системи $G/G/K$ формула для обчислення коефіцієнта завантаження матиме вигляд:

$$\rho_c = \lambda \cdot \bar{x} / K = \frac{\lambda}{K\mu}.$$

Середній час перебування вимоги у системі ($\bar{t}_c$) обчислюють таким чином:

$$\bar{t}_c = \bar{t}_{oc} + \bar{x},$$

де:

$\bar{x}$ – середній час обслуговування;

$\bar{t}_{oc}$ – середній час очікування у черзі.

Середню кількість вимог у системі ($\bar{j}$) знаходять за формулою:

$$\bar{j} = \lambda \cdot \bar{t}_c.$$

Аналогічно, для обчислення середньої кількості вимог, що очікують у черзі, використовують залежність:

$$\bar{n}_o = \lambda \cdot \bar{t}_{oc}.$$

Для багатоканальних систем $G/G/K$ середню кількість вимог у системі обчислюють за формулою:

$$\bar{j} = \bar{n}_o + K\rho_c = \lambda \bar{t}_{oc} + \rho,$$

де:

$\rho = K\rho_c$ – коефіцієнт завантаження системи.

3.1. Марковські системи масового обслуговування

Для опису поведінки системи у класі марковських процесів необхідно:

- визначити поняття стану;
- визначити множину станів, у яких може перебувати система;
- побудувати граф станів, тобто вказати шляхи можливих переходів системи із стану у стан;
- зазначити, у якому стані знаходиться система у початковий момент часу або задати розподіл початкових станів;

- для кожного можливого переходу обчислити інтенсивність потоку подій ($\lambda_{ij}(t)$) зі стану (i) у стан (j) за формулою:

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{p_{ij}(t, t + \Delta t)}{\Delta t}.$$

Загальна система диференціальних рівнянь, що описують поведінку марковського процесу має вигляд [103, 104]:

$$P_j(t) = - \left(\sum_{i=1}^n \lambda_{ij} \right) P_j(t) + \sum_{i=1}^n P_i(t) \lambda_{ij},$$

де:

$P_j(t)$ – ймовірність того, що система у момент часу (t), знаходиться у стані (j);

$P_i(t)$ – ймовірність того, що у системі за проміжок часу (t) перебувало (i) вимог;

i, j – індекси стану;

n – кількість вимог в джерелі;

λ – інтенсивність потоку.

Для обчислення усіх ймовірностей (P_j) систему диференціальних рівнянь перетворюють у систему лінійних алгебраїчних рівнянь, яку розв’язують із врахуванням умови: $\sum_{j=1}^n p_j = 1$ [105].

Ліва частина кожного рівняння містить похідну ймовірності стану, а права містить стільки членів, скільки дуг пов’язано з даним станом. Якщо дуга направлена зі стану, відповідний член має знак “мінус”, якщо у стан – знак “плюс”. Загальний вигляд графа показано на рис. 4.3.

Завданням марковських систем є обчислення ймовірностей того чи іншого стану системи. У зв’язку з цим, пропонують спосіб обчислення ймовірностей під назвою “Процес відмирання та розмноження” [103]. Граф поведінки марковського процесу такого виду є ланцюгом станів, у якому кожен зі станів ($j = 1, n-1$) пов’язаний прямими і оберненими зв’язками з кожним із наступних станів, а стани: $j = 0, j = n$ – лише з одним із сусідніх станів.

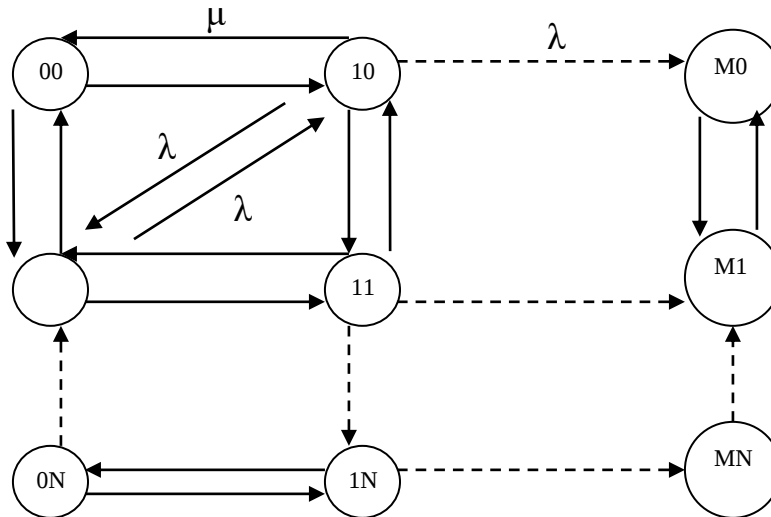


Рис. 4.3. Загальний вигляд графу станів: λ – інтенсивність потоку, μ – інтенсивність обслуговування.

Загальна система рівнянь, які описують динаміку такого процесу, має вигляд [106]:

$$P^I_0(t) = -\lambda_0 P_0(t) + \mu_1 P_1(t),$$

де:

$P^I_0(t), P_0(t), P_1(t)$ – ймовірності знаходження систем у i -му стані.

Розглянемо приклад . Розглядається двопроцесорна система, на вхід якої подають три потоки з інтенсивностями: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Процесори є однотипними із середньою швидкодією (θ). Тривалість перебування вимоги у системі не повинна перевищувати випадкової величини (τ_q), що розподілена експоненціально з математичним очікуванням ($\bar{\tau}_q$). Операційна система реалізує безпріоритетні дисципліни очікування і обслуговування. Критерій ефективності системи має вигляд:

$$E = \lambda(P_{\text{відн}} + P_y) + \left(K - \bar{K}_3\right),$$

де:

$P_{\text{відн}}$ – ймовірність відмови у обслуговуванні;

P_y – ймовірність виходу “застарілих” вимог з системи (тобто таких, час очікування яких у черзі на даний момент часу закінчився);

$\bar{K}_3$ – середня кількість зайнятих каналів.

Визначимо ефективність функціонування системи (E).

Розглядається система масового обслуговування типу:

$$M / M / K / m ,$$

де:

$$K = 2, m = 4 .$$

Інтенсивність обслуговування μ , інтенсивність виходу вимог з черги: $\alpha = 1/\bar{\tau}_q$.

Загальну інтенсивність потоку при безпріоритетному обслуговуванні знаходять за формулою: $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$. Коефіцієнт завантаження системи обчислюють як відношення інтенсивності потоку до інтенсивності обслуговування: $\rho = \lambda / \mu$.

Граф процесу відмирання та розмноження для даної моделі наведено на рис.4.4.

Граф побудований з врахуванням того, що перехід вимог з $(j+1)$ у j -й стан відбувається після завершення обслуговування стану системи.

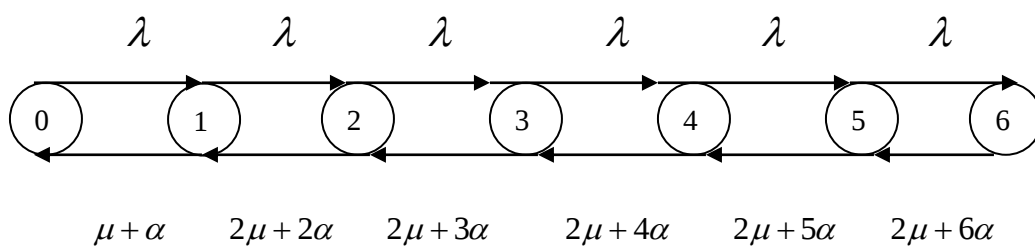


Рис. 4.4. Граф процесу відмирання та розмноження: (0-6) – стани системи; 2μ – інтенсивність обслуговування системи двома каналами; $5\alpha, 6\alpha$ – інтенсивність виходу вимог з черги.

Використовуючи формулу, для визначення суми ряду [103]:

$$P_0 = \left[1 + \sum_{j=1}^{\infty} \prod_{K=1}^j \frac{\lambda_{K-1}}{\mu_K} \right]^{-1} ,$$

знаходять значення ймовірностей перебування вимог у певних станах ($P_0 - P_6$).

Середню кількість зайнятих каналів знаходять за формулою:

$$K_3 = P_1 + 2P_2 + 2(I - P_0 - P_1 - P_2),$$

де: $I = I$ – одинична матриця.

Середню довжину черги обчислюють зі співвідношення:

$$\eta = IP_3 + 2P_4 + 3P_5 + 4P_6.$$

Коефіцієнт завантаження обчислюють за формулою: $\eta_3 = \bar{K}_3 / K$.

Ймовірність відмов з причини обмеженості буфера: $P_{\text{відк}} = P_6$.

Ймовірність виходу вимоги з черги обернено пропорційна до потоку вимог: $P_y = \eta \alpha / \lambda$.

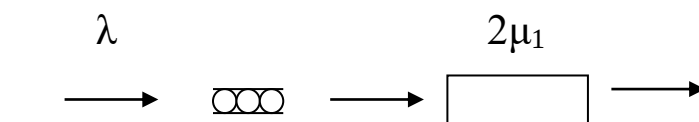
Ймовірність виходу вимоги за час обслуговування знаходять за формулою: $P_y = K_3 \alpha / \lambda$.

Далі обчислюють ефективність функціонування системи (E).

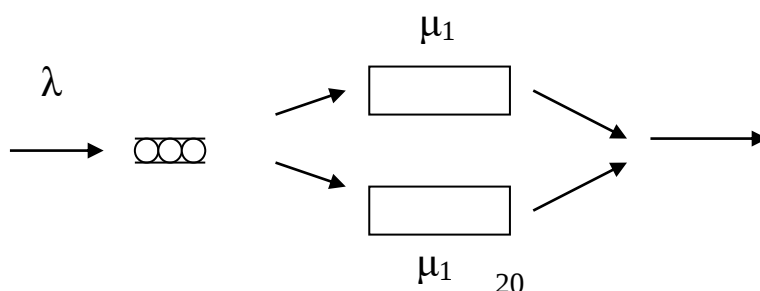
Основні співвідношення для простих систем масового обслуговування.

Приклад. Проведемо порівняльний аналіз двох структур організації системи оброблення інформації. Як показник порівняльного аналізу виберемо середню довжину черги у системі ($\bar{n}_0$).

Розглядають дві структури системи, схему яких наведено на рис. 4.5 [103, 104].



$$\sigma_x^2 = \frac{1}{\mu^2}; \bar{x} = \frac{1}{\mu}; \bar{j} = \dots$$



б)

Рис. 4.5. Схема одно- (а) і двоканальної (б) автоматизованої системи масового обслуговування.

Для структури (рис. 4.5,а) відповідно до моделі, що має вигляд $M / M / 1$, маємо:

$$n_0^{(a)} = \frac{\rho^2}{(1-\rho)}; \rho = \lambda / \mu, \text{ тоді: } n_0^{(a)} = \frac{(\lambda / (2\mu_1))^2}{(1 - \lambda / (2\mu_1))}.$$

Якщо: $\lambda / \mu_1 = \rho_*$, тоді:

$$n_0^{(a)} = \frac{(\rho_* / 2)^2}{1 - \rho_* / 2} = \frac{\rho_*^2 / 4}{(2 - \rho_*) / 2} = \frac{\rho_*^2}{4} \cdot \frac{2}{2 - \rho_*} = \frac{1}{2} \frac{\rho_*^2}{(2 - \rho_*)}.$$

Для структури (рис. 4.5,б) відповідно до моделі, що має вигляд $M / M / K$, маємо:

$$n_0^{(b)} = \frac{\rho^{K+1} P_0}{K \cdot K! (1 - \rho_c)^2}, \text{ де: } P_0 = \left[1 + \sum_{j=1}^K \rho^j \frac{1}{j!} + \rho^{K+1} \frac{1}{K! (K - \rho)} \right]^{-1}.$$

При $K = 2$, отримаємо:

$$n_0^{(b)} = \rho^3 \cdot P_0 \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \left(1 - \frac{\lambda}{2\mu_1} \right)^2}, \text{ оскільки: } \rho_c = \frac{\lambda}{K\mu}, \text{ тоді:}$$

$$P_0 = \left[1 + \rho_* + \rho_*^2 \frac{1}{2} + \rho_*^3 \frac{1}{2(2 - \rho_*)} \right]^{-1} = \left[\frac{2 + 2\rho + \rho^2}{2} + \frac{\rho^3}{2(2 - \rho)} \right]^{-1} =$$

$$\left[\frac{(2 + 2\rho + \rho^2)(2 - \rho) + \rho^3}{2(2 - \rho)} \right]^{-1} = \left[\frac{4 + 4\rho + 2\rho^2 - 2\rho - 2\rho^2 - \rho^3 + \rho^3}{2(2 - \rho)} \right]^{-1} = \frac{2 - \rho_*}{2 + \rho_*}$$

У цьому випадку: $\rho = \rho_* = \lambda \mu_1$.

Коефіцієнт переваги однієї структури над іншою оцінюють за формулою:

$$F_1(\rho_*) = \frac{n_0^{(a)}}{n_0^{(b)}} = \frac{1}{2} \frac{\rho_*^2}{(2 - \rho_*)} \cdot \frac{4 - \rho_*^2}{\rho_*^3} = \frac{2 + \rho_*}{2\rho_*} > 1.$$

Отже, середня довжина черги у системі зі структурою, яка зображена на (рис. 4.5,а), більша, ніж довжина черги системи, що показана на (рис. 4.5,б).

Розглянемо інший показник якості обслуговування – середній час перебування вимоги у системі $\bar{t}_c$.

Для моделі, що має вигляд $M/M/1$, показник ($\bar{t}_c$) обчислюють за формулою:

$$t_c^{(a)} = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{2\mu_1} \cdot \frac{1}{(1-\rho)} = \frac{1}{2\mu_1} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2\mu_1}} = \frac{1}{2\mu_1} \cdot \frac{2}{2 - \rho_*} = \frac{1}{\mu_1(2 - \rho_*)}.$$

Для моделі що має вигляд $M/M/K$, показник ($\bar{t}_c$) обчислюють за формулою:

$$t_c^{(a)} = \frac{1}{\mu} + \frac{\rho^K \rho_0}{K\mu K_1 (1 - \rho_c)^2}.$$

Тоді коефіцієнт переваги однієї структури над іншою оцінюють за формулою:

$$F_2(\rho_*) = \frac{t_c^{(a)}}{t_c^{(b)}} = \frac{1}{\mu_1(2 - \rho_*)} \cdot \frac{\mu_1(4 - \rho_*^2)}{4} = \frac{2 + \rho_*}{4}.$$

Оскільки $\rho \leq 1$, тоді: $F_2(\rho_*) < 1$.

Звідси можна зробити висновок, що середній час перебування вимоги у системі, схему якої наведено на рис. 4.5,а, менший, ніж для системи, схему якої наведено на рис. 4.5,б.

Відповідно можна констатувати, що показник якості обслуговування суттєво впливає на вибір структури системи масового обслуговування.

Лекція 4.

Тема:Застосування систем автоматизованого проєктування для технічних рішень

З ускладненням інноваційних проєктів, все більшого значення отримують автоматизовані методи і системи проєктування

Тільки з їх застосуванням відкривається можливість при прийнятних витратах і в оптимальний час закінчити інноваційний проєкт

При розгляді основних визначень і значень для практичного застосування в процесах проєктування можна застосувати такі визначення:

1. Системний підхід є відображенням і розвитком діалектичних принципів «загальної взаємозв'язку» і «розвитку» і, по суті справи, є один з принципів діалектичного методу пізнання. Методологія системного підходу передбачає подання будь-якого об'єкта у вигляді системи і всебічне її розгляд.

2. Система - комплекс елементів, закономірно організованих у просторі та часі, взаємопов'язаних між собою і утворюють певну цілісну єдність. Система характеризується складом елементів, структурою і виконує певну функцію.

3. Елементи - це відносно неподільні частини цілого; об'єкти, які в сукупності утворюють систему. Елемент вважається неподільним в межах збереження певного даної якості системи.

4. Структура - закономірна стійкий зв'язок між елементами системи, що відображає форму, спосіб розташування елементів і характер взаємодії їх сторін і властивостей. Структура робить систему деякими якісно певним цілим, відмінним від суми якостей складових її елементів (оскільки передбачає взаємодію елементів один з одним по-різному, тільки певними сторонами, властивостями, а не в цілому.)

5. Функція - зовнішній прояв властивостей об'єкта (елемента) в даній системі відносин; певний спосіб взаємодії об'єкта з навколишнім середовищем, «здатність» об'єкта. Системи володіють багатьма функціями.

6. Підсистеми - частини системи, що представляють собою деякі довільно або природно виділені групи елементів. Виділення підсистем проводиться за функціональною ознакою. Один елемент іноді може збігатися з деякою

підсистемою або входити відразу в кілька різних підсистем. При цьому зв'язок між елементами всередині підсистем і всередині системи відрізняється від характеру зв'язку між самими підсистемами. Елементи і підсистеми об'єднуються поняттям компоненти системи.

7. Надсистема - система вищого порядку по відношенню до даної, і в яку дана система вписана і функціонує «на правах» підсистеми.

8. Технічна система (ТС) є штучно створене матеріальне єдність закономірно організованих у просторі і в часі і знаходяться у взаємному зв'язку елементів, що має метою свого функціонування задоволення деякої суспільної потреби.

Елементи ТЗ можуть бути як штучними, так і природними. Будь ТЗ входить в дві системи відносин. З одного боку - це об'єкт матеріального світу, що підкоряється законам природи (в першу чергу законам фізики як найбільш загальним), з іншого боку, ТС виступає як елемент суспільних відносин, тому що техніка є лише засобом для здійснення соціальних цілей.

Якщо ТЗ характеризується просторовим розташуванням елементів, то ТС - пристрій або речовина. Якщо ТЗ характеризується організацією елементів у часі - маємо справу зі способом.

Поняття ТЗ дозволяє сформулювати основну ознаку технічного рішення (ТР): ТР вказує конкретну ТЗ, функціонування якої дозволяє досягти поставлену мету, тобто вказує на ставлення ТЗ до певної мети.

Сазерленд створив програму, прототип сучасних САПР, під назвою Sketchpad. Вона працювала на комп'ютері Lincoln TX-2. Програма мала зачатки графічного інтерфейсу, розуміла роботу з різними вікнами, вміла працювати з лініями, створювати об'єкти і обробляти їх як одне ціле. Такий підхід пізніше ліг в основу об'єктно-орієнтованого програмування.

Сьогодні основний програмної системою, найбільш прийнятною для інноваційного проектування є система SolidWorks

SolidWorks - система автоматизованого проектування, інженерного аналізу і підготовки виробництва виробів будь-якої складності і призначення.

Вона являє собою інструментальну середу, призначену для автоматизації проектування складних виробів в машинобудуванні і в інших областях промисловості.

SolidWorks є системою гібридного (твердотільного і поверхневого) параметричного моделювання, вона призначена для проектування деталей і зборок в тривимірному просторі (3-D проектування), а також для оформлення конструкторської документації.

Система відноситься до САПР "середнього класу". На відміну від "важких" САПР (Unigraphics NX, Pro / Engineer, CATIA), розроблених для Unix-платформ, SolidWorks спочатку створювалася для роботи на персональних комп'ютерах в системі Microsoft Windows.

SolidWorks має стандартний графічний користувацький інтерфейс Windows, максимально використовує всі переваги системи Microsoft Windows, такі як контекстні меню, режим copy-and-paste, режим drag-and-drop, швидкий перегляд, пошук і відкриття файлів за допомогою провідника, можливість "відкоту" та ін Крім того, SolidWorks ефективно взаємодіє з такими Windows-додатками, як Excel, Word і ін. Очевидними достоїнствами системи є її повна русифікація і підтримка ЕСКД, що вигідно відрізняє SolidWorks від інших зарубіжних САПР.

В системі SolidWorks підтримуються всі основні стандарти представлення та обміну даними. До складу базового пакета SolidWorks входить більше 20 трансляторів для експорту та імпорту.

Система автоматизованого проектування SolidWorks (SolidWorks Corp., США) створена для використання на персональному комп'ютері в операційному середовищі Microsoft Windows.

У SolidWorks використовується принцип тривимірного твердотільного і поверхневого параметричного проектування, що дозволяє конструктору створювати об'ємні деталі і компоувати збірки у вигляді тривимірних електронних моделей, за якими створюються двомірні креслення і специфікації відповідно до вимог ЕСКД.

Тривимірне моделювання виробів дає масу переваг перед традиційним двовимірним проектуванням, наприклад, виключення помилок збирання виробу ще на етапі проектування, створення по електронній моделі деталі керуючої програми для обробки на верстаті з ЧПУ.

За допомогою програми SolidWorks можна побачити майбутній виріб з усіх боків в обсязі і надати йому реалістичне відображення відповідно до обраного матеріалом для попередньої оцінки дизайну.

Тривимірна деталь SolidWorks виходить в результаті комбінації тривимірних примітивів. Більшість елементів засновані на плоскому ескізі, за яким створюється базовий тривимірний об'єкт. Послідовне нарощування 3D об'єктів і дозволяє у результаті отримати бажаний результат.

Двонаправлені асоціативні взаємозв'язки між деталями, збірками та їх кресленнями SolidWorks гарантують відповідність моделі та креслення, тому що всі зміни зроблені в деталі автоматично передаються пов'язану з нею збірку і креслення.

Опціональні модулі SolidWorks дозволяють розширити базові можливості додатковими функціями по:

- створення фотореалістичних зображень (PhotoWorks);
- розпізнавання дерева побудови та параметризації геометрії імпортованої з інших CAD систем (FeatureWorks);

створення презентаційних відеороликів виробів в середовищі SolidWorks (SolidWorks Animator);

тривимірної обводке кабелів електричних систем і трубопроводів (SolidWorks Routing);

Проектування зборок в SolidWorks здійснюється за двома основними методами: "знизу вгору" або "зверху вниз", а також їх поєднанням. При проектуванні "знизу вгору" спочатку створюються деталі, потім вони вставляються в збірку і сполучаються відповідно до вимог проекту. Метод проектування "зверху вниз" відрізняється тим, що робота починається в збірці. Проектування "зверху вниз" в контексті збірки дозволяє створювати посилання

на геометрію вихідної моделі, таким чином, що якщо змінюється розмір вихідної моделі, пов'язана з нею деталь оновлюється автоматично.

Основний функціонал SOLIDWORKS:

- моделювання деталей і зборок;
- 2D кресленик;
- 3D CAD;
- повторне використання дизайну і автоматизація;
- спільна робота і обмін даними САПР;
- перевірка похибок;
- інструменти аналізу першого проходу;
- програмування CAM (SOLIDWORKS CAM);
- дизайн для виробництва (DFM);
- інструменти для підвищення продуктивності;
- розширений імпорт / експорт файлів CAD і 3D Interconnect;

Xtended Reality (XR) Експортер.

Три пакети SOLIDWORKS відрізняються рішеннями і можливостями.

SOLIDWORKS Standard включає в себе засоби для 2D і 3D проєктування, моделювання, роботи зі зборками, креслениками, деталями, листовим металом, аналізу проєктів, автоматизації виробництва (CAM), конфігурації виробів, проєктування з урахуванням технологічних вимог. Також доступні інструменти для підвищення продуктивності, спільної роботи і обміну даними САПР.

SOLIDWORKS Professional містить весь функціонал стандартної версії, а також наступні можливості:

- бібліотека деталей і компонентів;
- перевірка креслеників і проєктів;
- розрахунок собівартості;
- функції спільної роботи;
- фотореалістичний рендеринг;
- додаткові інструменти для розробників електронних і механічних

систем.

SOLIDWORKS Premium – пакет з найповнішим функціоналом, що містить всі засоби двох попередніх версій та доповнений розширеними можливостями для створення розгорток, зворотного проєктування і прокладання кабелів і труб. Також передбачено структурний і кінематичний аналіз.

В SOLIDWORKS також пропонують рішення 3DEXPERIENCE WORKS, що дозволяє об'єднати фахівців, ідеї, дані і рішення в інтерактивному середовищі для спільної роботи, забезпечуючи зв'язок між віртуальним середовищем і світом. 3DEXPERIENCE SOLIDWORKS включає інтуїтивно зрозумілий і надійний набір інструментів для 3D-проєктування, можливість управління даними, концептуального проєктування і моделювання з поділом поверхонь. Також різні фахівці можуть найбільш підходящими інструментами отримувати необхідну інформацію в реальному часі і швидко приймати правильні рішення. І все це на єдиній платформі 3DEXPERIENCE – єдиному хмарному середовищі розробки виробів. 3DEXPERIENCE SOLIDWORKS також поставляється у трьох варіантах: Standard, Professional, Premium; які відрізняються функціоналом, проте будь яка комплектація обов'язково включає data management and collaboration in the cloud. Для підвищення продуктивності і зручності роботи з великими збірками та їх кресленнями, що містять десятки тисяч деталей, в SolidWorks передбачений спеціальний режим, що дозволяє скоротити час завантаження файлу і раціонально розподіляти ресурси комп'ютера за рахунок відображення скороченої інформації про компоненти збірки.

При накладенні відповідних взаємозв'язків між компонентами збірки можливе моделювання кінематики механізму складання.

реальним

Лекція 5.

Тема: Немарківські системи масового обслуговування.

Реальні процеси функціонування часто володіють наслідками, що зумовлюють реалізацію нових процесів, тому вони не є марківськими. При дослідженні даних процесів використовують методи, які розроблені для марківських ланцюгів, за рахунок виділення у вихідному випадковому процесі марківських послідовностей. У вихідному випадковому процесі вибираються такі моменти часу, де значення випадкового процесу утворюють марківський ланцюг. Окремим випадком вкладених ланцюгів Маркова є напівмарківський випадковий процес (НВП), в якому задано:

1. Множина станів і початковий стан.
2. Вектор законів розподілу тривалості перебування НВП в кожному стані: $F_i(t), i = \overline{1, n}$, де (n - кількість вимог в джерелі).
3. Матриця ймовірностей безпосередніх переходів у моменти, що відповідають закінченню перебування НВП у своїх станах: $P = \{P_{ij}\}$, (тобто ймовірності переходу із 1 стану в 2 таким чином співвідносяться між собою).

Визначимо основні співвідношення для обчислення граничних ймовірностей НВП P_j .

Введемо $\tilde{P}_j(j = \overline{1, n})$ - ймовірність перебування НВП в стані j тільки з врахуванням переходів. Тоді $\tilde{P}_j = \sum_i^n \tilde{P}_i \cdot P_{ij}$ (1), де

$\tilde{P}_i(i = \overline{1, n})$ - ймовірність перебування НВП в стані i з врахуванням переходів.

P_{ij} - ймовірність того, що в системі знаходиться i та j вимог.

Введемо формули для розрахунку граничних ймовірностей НВП P_j як з врахуванням переходів, так і тривалостей перебування процесу у відповідному стані.

Введемо деякі поняття:

L - кількість різноманітних переходів.

T_c - випадкова довжина (тривалість) реалізації НВП.

T_{cj} - сумарна тривалість перебування НВП в стані j .

L_j - кількість переходів НВП в стан j .

Тоді середнє значення тривалості реалізації НВП в j -му стані:
 $M[t_{cj}] = L \cdot \tilde{P}_j \cdot M[T_j]$, де

$M[T_j]$ - середнє значення тривалості перебування в j -стані.

Середнє значення тривалості реалізації НВП: $M[T_c] = L \sum_i \tilde{P}_i \cdot M[T_i]$.

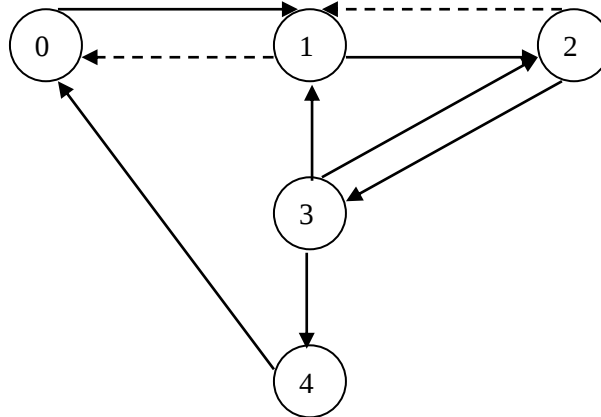
$$\text{Тоді } P_j = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{M[T_{cj}]}{M[T_c]} = \frac{\tilde{P}_j \cdot M[T_j]}{\sum_i \tilde{P}_i \cdot M[T_i]}.$$

$$\text{Відповідно: } \tilde{P}_j = \frac{P_j}{M[T_j]} \cdot \sum_i \tilde{P}_i \cdot M[T_i] \quad (2)$$

Прирівнявши рівняння (1) і (2) знаходимо потрібні ймовірності та величини.

Розглянемо приклад. Пропонується узагальнений цикл вирішення задач споживачем на обчислювальному центрі: підготовка програм – введення – обрахунок – аналіз результатів. На кожному з перших трьох етапів можливі помилки, виявлення яких може відбуватися на етапах введення, рахунку та аналізів результатів.

Представлено граф проходження задачі.



В даному випадку:

0-фаза підготовки;

1-фаза введення;

2-фаза рахунку;

3-фаза аналізу результатів;

4-фаза генерації нової задачі.

Матриця ймовірностей переходів виглядає наступним чином:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{11} & 1-P_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{22} & 1-P_{22} & 0 \\ P_{30} & P_{31} & P_{32} & 0 & P_{34} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} P_{31} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-P_{11} & 0 & 0 \\ 0 & P_{22} & 1-P_{22} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \text{ де}$$

P_{11}, P_{22} - ймовірність виявлення помилки на фазах введення і розрахунку;

P_{30}, P_{31}, P_{32} - ймовірність виявлення помилок за результатами аналізу;

P_{33} - ймовірність на виявлення помилок;

P_{34} - ймовірність правильного вирішення задачі.

Тоді формується схема рівнянь визначення U (лабораторна) для конкретного випадку:

$$U_0 = U_0 P_{30} + U_4 P_{40}$$

$$U_1 = U_1 P_{11} + U_3 P_{31} + U_0 P_{01}$$

$$U_2 = U_2 P_{22} + U_3 P_{32} + U_1 (1 - P_{11}) \quad ,$$

$$U_3 = U_2 (1 - P_{22})$$

$$U_4 = U_3 P_{34}$$

де U - час реакції системи на визначення (вирішення) заявки у певній фазі.

Причому: $\sum_{i=0}^4 U_i M(T_i) = 1$, де $M[T_i]$ - середнє значення тривалості перебування і i -му стані.

Вирішення даної системи рівнянь дозволяє знайти всі існуючі ймовірності P_j .

Характеристики простих систем масового обслуговування.

Важливим результатом використання методу вкладених ланцюгів

Маркова при аналізі характеристик СМО є формула Полячека –

Хінчена для визначення середньої кількості вимог у момент виходу

певної вимоги:

$$\bar{j} = \rho + \rho^2 \frac{\left(1 + \delta_x^2 / \left(\bar{x}\right)^2\right)}{2(1 - \rho)}, \text{ де } \bar{j} - \text{середнє число вимог у системі; } \rho -$$

коефіцієнт завантажування; δ_x^2 - дисперсія числа вимог у системі; $\bar{x}$ - тривалість інтервалу обслуговування.

1. Для системи $M/M/1$ (M - функція розписує розподіл проміжків часу між вимогами; M - функція розписує розподіл часу їх обслуговування; 1- кількість каналів):

$\theta_x^2 = \frac{1}{\mu^2}$, де μ - інтенсивність обслуговування.

$\bar{x} = \frac{1}{\mu}$; $\bar{j} = \frac{\rho}{1-\rho}$, де ρ - коефіцієнт завантаження.

2. Для системи $M/D/1$: $\theta_x^2 = 0$; $\bar{x} = \frac{1}{\mu}$; $\bar{j} = \rho + \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}$.

3. Для системи $M/E_r/1$:

$\bar{j} = \rho + \frac{\rho^2 \left(1 + \frac{1}{r^2}\right)}{2(1-\rho)}$, де r - порядок у розподілі Ерланга.

Крім того, можна отримати співвідношення, що визначають середній час очікування вимоги в черзі:

1. Для системи $M/\theta/1$: $t_{оч} = \frac{\rho \bar{x} \left[1 + \frac{\theta_x^2}{\left(\bar{x}\right)^2} \right]}{2(1-\rho)}$.

2. Для системи $M/D/1$: $t_{оч} = \frac{\rho}{2\mu(1-\rho)}$.

3. Для системи $M/E_r/1$: $t_{оч} = \frac{\rho(1+1/r^2)}{2\mu(1-\rho)}$.

Крім того, однією з найбільш важливих характеристик системи

$M/\theta/1$ є середній час до завершення обслуговування вимоги:

$\bar{T}_0 = 1/2\lambda \bar{x}^2$, де

λ - інтенсивність потоку;

$\bar{x}^2$ - другий початковий момент тривалості обслуговування вимоги у системі. В подальшому ми її більш детально розглянемо.

Реалізуємо використання розподілів напівмарківських процесів на прикладі.

Приклад. Визначити реальну пропускну здатність системи передачі даних (СПД) із врахуванням допустимого часу зберігання повідомлень. Лімітуючим фактором є допустимий час очікування t_0 . При цьому, можливі дві дисципліни (тобто алгоритми взаємодії) обслуговуючих каналів, що перевищують час очікування:

1. Вимога обслуговується, однак при визначенні реальної пропускну здатності передача таких вимог не враховується.
2. Вимога вибуває з черги, якщо час її очікування до початку обслуговування перевищує допустимий час очікування.

Розглянемо один випадок.

t_0 - допустимий час очікування;

$t_{0ч}$ - час очікування вимоги.

Тоді, ймовірність перевищування часу очікування:

$$P(t_{0ч} > t_0) = (1 - \rho) \exp \left[-\frac{t_0}{x} (U - \rho) \right], \text{ де}$$

ρ - коефіцієнт завантажування;

x - довжина інтервалу обслуговування;

U (лаб.) вибираємо з таблиці 1.

ρ	0,7	0,8	0,9	0,95
U	1,37	1,23	1,10	1,05

Відповідно, корисне завантажування системи: $\rho_{СПД} = \rho[1 - \rho(t_{0ч} - t_0)]$,

СПД – система передачі даних.

Значення $\rho_{СПД}$ для деяких t_0/x і ρ представлені в таблиці 2.

t_0/x	$\rho = 0.7$	$\rho = 0.8$	$\rho = 0.9$
5	0,67	0,72	0,61
10	0,7	0,8	0,78
40	0,7	0,9	0,9

Для дисципліни 2 знайдемо корисне завантажування системи

$$\rho_{СПД} = \rho(1 - P_{відх});$$

$$P_{відх} = \frac{(1-\rho)\rho^{2m+1}}{1-\rho^{2m+2}}, \text{ де } m = t_0/x.$$

Значення $\rho_{СПД}$ для тих же значень t_0/x і ρ представлені в таблиці 3.

t_0/x	$\rho = 0.7$	$\rho = 0.8$	$\rho = 0.9$
5	0,7	0,79	0,86
10	0,7	0,8	0,89

40	0,7	0,8	0,9
----	-----	-----	-----

При порівнянні таблиці 2 і 3 видно, що $\rho_{спд} < \rho_{спд}^*$ для одних і тих же значень завантажування ρ . Це свідчить про перевагу використання дисципліни 2, а відповідно, й більшої ефективності використання буферної пам'яті (означення дисципліни), яка відповідає максимальному часу очікування.

Лекція 6.

Тема: Система масового обслуговування з неоднорідними потоками. Одноканальні СМО з безпріоритетним обслуговуванням.

Розглянемо одноканальну систему СМО, в яку поступає потік з інтенсивностями $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$. Тривалість обслуговування кожного з потоків задається функцією $A_i(G)$ з математичним очікуванням $\nu_i = \bar{x}$ і другим початковим моментом $\nu_i^2 = x_i^2$. Обслуговування безпріоритетне. Інтенсивність обслуговування i -го потоку μ_i . Аналіз якості обслуговування проведемо методом середніх значень.

Базовою характеристикою даного методу є середній час очікування $\bar{t}_{0ч}$. Пояснимо коротку характеристику методу.

t_0 - момент поступлення вимоги з i -го потоку.

t_i - момент, коли вимога прийнята на обслуговування.

Тоді, $t_{0ч,i} = t_i - t_0$.

При безпріоритетному обслуговуванні в даному випадку існують параметри:

T_0 - час, необхідний для завершення обслуговування раніше вибраної вимоги.

T_i - час обслуговування вимог з i -го потоку, що поступили в систему раніше даної вимоги.

Тоді: $t_{0ч,i} = \bar{T}_0 + \sum_{i=1}^n \bar{T}_i$, де n - число вимог у джерелі.

$\bar{T}_0 = 1/2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{x}_i^2$ (з попередньої лекції), де

$\bar{x}_i^2$ - другий початковий момент тривалості обслуговування.

$\bar{T}_i = \bar{x}_i \bar{n}_{0i} = \bar{x}_i \lambda_i \bar{t}_{0ч,i}$, де

$\bar{x}_i$ - перший початковий момент тривалості обслуговування.

$\bar{n}_{0i}$ - середнє число вимог у черзі.

Тоді: $\bar{t}_{0q,i} = \bar{T}_0 + \sum_{i=1}^n \bar{x}_i \lambda_i \bar{t}_{0q,i}$, $i = \overline{1, n}$.

Звідси виходить, що $\bar{t}_{0q,i} = \frac{\bar{T}_0}{1-R}$, де $R = \sum_{i=1}^n \rho_i$, а $\rho_i = \bar{x}_i \lambda_i$.

Для різних законів розподілу видно, що $\bar{T}_0$ залежить від величини $\bar{x}_i^2$, бо $\bar{T}_0 = 1/2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \bar{x}_i^2$. Запишімо значення $\bar{x}_i^2$ для різних функцій розподілу у методі середніх значень:

- експоненціальна (М): $\bar{x}_i^2 = 2(1/\mu_i)^2$;
- детермінована (Лапласа) (Д): $\bar{x}_i^2 = (1/\mu_i)^2$;
- Ерланга I порядку (Е_{г1}): $\bar{x}_i^2 = (1/\mu_i)^2 \cdot (1/r_i + 1)$.

Одноканальні СМО з пріоритетним обслуговуванням.

1. Відносний пріоритет. Розглянемо дисципліну обслуговування з відносним пріоритетом. Причому менший номер потоку відповідає вищому відносному пріоритету. Тоді:

$$\bar{t}_{0q,i} = \bar{T}_0 + \sum_{K=1}^i T_K' + \sum_{K=1}^{i-1} T_K'', \text{ де}$$

$\bar{T}_0$ визначається аналогічно до безпріоритетного обслуговування.

$\sum_{K=1}^i T_K'$ - час обслуговування усіх вимог з більш високим пріоритетом, які поступили в систему за час $\bar{t}_{0q,i}$ даної вимоги.

Тоді маємо систему рівнянь:

$$\bar{t}_{0q,i} = T_0 + \sum_{K=1}^i \rho_K \bar{t}_{0q,i} + \sum_{K=1}^{i-1} \rho_K \bar{t}_{0q,i}$$

$$\bar{t}_{0q,i} = T_0 / 1 - \sum_{K=1}^i \rho + \sum_{K=1}^{i-1} \rho_K = T_0 / 1 - R_i - R_{i-1}, \text{ де } R_i = \sum_{K=1}^i \rho_K, R_{i-1} = \sum_{K=1}^{i-1} \rho_K.$$

2. Абсолютний пріоритет. В даному випадку час очікування визначається: $\bar{t}_{0q,i} = T_i^H + T_i^H$, де

T_i^H - час очікування початку обслуговування

T_i^H - час очікування в перерваному стані.

Із врахуванням багатократного переривання: $T_i^H = \sum_{l=1}^{\infty} T_i^{(l)} = \frac{\nu_1 R_{i-1}}{1 - R_{i-1}}$, де

$$\nu_i = x_i; R_{i-1} = \sum_{K=1}^{i-1} \rho_K.$$

Час очікування до початку обслуговування i - вимоги.

$$T_i^H = \sum_{K=1}^i T_{0,K} + \sum_{K=1}^i T_K^{\cdot} + \sum_{K=1}^{i-1} T_K^{\cdot\cdot} + \sum_{K=1}^i T_K^{\cdot\cdot\cdot}, \text{ де}$$

$\sum_{K=1}^i T_{0,K}$ - час, потрібний для завершення обслуговування раніше вибраної вимоги з більш високим або таким же пріоритетом.

$\sum_{K=1}^i T_K^{\cdot}$ - час обслуговування вимог, які поступили в систему раніше заявки чи вимоги.

$\sum_{K=1}^{i-1} T_K^{\cdot\cdot}$ - час обслуговування вимог, які поступили в систему за час очікування і мають більш високий пріоритет; відповідно, приймаються на обслуговування раніше даної вимоги.

$\sum_{K=1}^i T_K^{\cdot\cdot\cdot}$ - час обслуговування всіх вимог, які на момент поступлення вимоги знаходились у перерваному стані.

В кінцевому випадку отримаємо: $\bar{T}_i^H = \frac{\sum_{K=1}^i 1/2\lambda_K \nu_K^{(2)}}{(1 - R_{i-1})(1 - R_i)}; R_0 = 0; i = \overline{1, n}$, де

$\nu_K^{(2)} = \bar{x}^2$ - другий початковий момент тривалості обслуговування.

Знаходимо $\bar{t}_{0q,i}$, зсумовуючи T_i^H і T_i^H :

$$\bar{t}_{0q,i} = \frac{\nu_1 R_{i-1}}{1 - R_{i-1}} + \frac{\sum_{K=1}^i 1/2\lambda_K \cdot \nu_K^{(2)}}{(1 - R_{i-1})(1 - R_i)}.$$

Одноканальні СМО із зміщеними пріоритетами.

В деяких системах масового обслуговування необхідно задовольнити жорсткі обмеження на час очікування окремих режимів, що вимагає присвоєння їм абсолютних пріоритетів. Щоб витримати обмеження по всіх видах вимог, можна поряд з абсолютними пріоритетами присвоїти деяким заявкам відносні пріоритети, а інші заявки будуть обслуговувати без пріоритетів. Така дисципліна називається змішаною.

Розглянемо надалі змішану дисципліну обслуговування з трьома класами вимог, де є абсолютні, відносні пріоритети та звичайні вимоги, що обслуговують в порядку поступлення. Вимоги I класу (абсолютні пріоритети) мають пріоритет по відношенню до вимог другого і третього класів, а вимога II класу – мають пріоритет по відношенню до вимог III класу.

Для вимог I класу, що мають абсолютний пріоритет до всіх інших, характерна незалежність середнього часу обслуговування. У даному випадку середній час очікування вимог I класу буде такий же, що й час очікування для дисциплін з абсолютним пріоритетом, який

$$\text{визначається: } t_{0q} = \frac{R_{i-1}V_i}{1 - R_{i-1}} + \frac{\sum_{K=1}^i 1/2\lambda_K V_K^{(2)}}{(1 - R_i)(1 - R_{i-1})}.$$

Вимоги II і III класів розглядаються як вимоги з відносними пріоритетами, час очікування яких збільшено за рахунок переривання вимогами I класу, причому вимоги III класу мають найнижчий відносний пріоритет. Із врахуванням цього середній час очікування вимог даних класів визначається:

$$\overline{t_{0q,i}} = \overline{t_{0q,i}}^{(n)} + \overline{t_{0q,i}}^{(o)}, \text{ де}$$

$\overline{t_{0q,i}}^{(o)}$ - середній час очікування вимог з відносними пріоритетами без врахування переривань зі сторони вимог I класу.

$\overline{t_{0q,i}}^{(n)}$ - середній час очікування, зумовлений перериваннями вимогою I класу.

По аналогії до визначених формул:

$$\overline{t_{0q,i}}^{(n)} = \frac{\nu_i R_i}{1 - R_i}, \text{ де}$$

ν_i - середній час обслуговування вимоги II класу.

$R_i = \sum_{K=1}^i \rho_K$ - завантаження зі сторони вимог I класу.

$\overline{t_{0q,i}}^{(o)}$ - визначається, як і у випадку з відносними пріоритетами:

$$\overline{t_{0q,i}}^{(o)} = \frac{\sum_{K=1}^i \lambda_K \nu_K^{(2)}}{2(1 - R_{i-1})(1 - R_i)}, \text{ де } \nu_K^{(2)} - \text{похідна від } \nu_K.$$

Величина R_{i-1} означає завантаження зі сторони усіх вимог з більш високим пріоритетом; R_i - завантаження зі сторони з пріоритетом відносно III класу. У зв'язку з цим для вимог III класу:

$$\overline{t_{0q,i}}^{(o)} = \frac{\sum_{K=1}^l \lambda_K \nu_K^{(2)}}{2(1 - R_{l_1+l_2})(1 - R)}, \text{ де } l_1, l_2 - \text{канали, зайняті вимогами I і II класу.}$$

Тепер зсумуємо $\overline{t_{0q,i}}^{(n)}$ і $\overline{t_{0q,i}}^{(o)}$ для знаходження загального $\overline{t_{0q}}$ системи – це є система рівнянь:

$$t_{0q,i} = \begin{cases} \text{рівняння 1 класу} \\ \text{рівняння 2 класу} \\ \text{рівняння 3 класу} \end{cases}$$

Циклічне обслуговування.

Обслуговування вимог i -го потоку продовжується до тих пір, поки в черзі не залишиться ні однієї заявки даного потоку. При цьому на обслуговування приймаються вимоги, що є в наявності в черзі, а також вимоги, що поступають в період обслуговування і черги. Перехід на обслуговування заявок $(i+1)$ -го потоку здійснюється лише після того, як в черзі не залишиться жодної вимоги. Переважно даний режим називається режимом пакетної обробки інформації.

Для випадку $n=2$ (n - число вимог у джерелі) середній час очікування заявок у черзі буде:

$$t_{0_{\eta},1}^{-} = \frac{\lambda_1 \nu_1^{(2)}}{2(1-\rho_1)} + \frac{\lambda_2 \nu_2^{(2)}(1-\rho_1)^2 + \lambda_1 \nu_1^{(2)} \rho_2^2}{2(1-\rho_1)(1-\rho)(1-\rho+2\rho_1\rho_2)}$$

$$t_{0_{\eta},2}^{-} = \frac{\lambda_2 \nu_2^{(2)}}{2(1-\rho_2)} + \frac{\lambda_1 \nu_1^{(2)}(1-\rho_2)^2 + \lambda_2 \nu_2^{(2)} \rho_1^2}{2(1-\rho_2)(1-\rho)(1-\rho+2\rho_1\rho_2)}$$

Лекція 7.

Тема: Стохастичні мережеві моделі масового обслуговування.

Стохастична мережева система масового обслуговування – це сукупність систем масового обслуговування, основною властивістю якої є випадкова передача виконаних вимог з однієї системи у іншу відповідно до матриці передач: $T = \{\theta_{ij}\}$.

Кожен елемент (θ_{ij}) матриці (T) є ймовірністю передачі вимоги у систему з номером (j) після закінчення її обслуговування у системі з номером (i).

У простих випадках мережу задають сукупністю характеристик:

$$\{M, T, (\mu_i), (k_i), \lambda_0\},$$

де:

M – кількість вузлів мережі (кількість систем масового обслуговування);

$T = \{\theta_{ij}\}$ – матриця передач;

μ_i – вектор інтенсивності обслуговування, кожна компонента якого $\mu_i(n_i)$ залежить від кількості вимог (n_i) у вузлі з номером (i);

(k_i) – вектор складу, k_i – кількість обслуговуючих приладів у i -му вузлі;

λ_0 – інтенсивність поступлення вимог із зовнішнього джерела.

Мережу називають розімкнутою, якщо виконується умова: $\lambda_0 \neq 0$. У розімкнутих мережевих моделях для відображення зовнішнього середовища вводять вузол з номером (0). Тоді матриця: $T = \{\theta_{ij}\}$ визначається у межах:

$$0 \leq i, j \leq M \quad \text{і} \quad \sum_{j=0}^M \theta_{ij} = 1, i = 0, 1, \dots, M.$$

Такі системи будуть функціонувати за умови, що коефіцієнт завантаження (ρ_i) кожного вузла не є більшим за одиницю ($\rho_i < 1$). Тоді інтенсивність потоків визначають за формулою:

$$\lambda_i = \alpha_j \lambda_0, \quad j = 1, 2, \dots, M,$$

де:

α_j – коефіцієнт передачі вимог від джерела до j -го вузла.

Замкнуті мережі систем масового обслуговування характеризуються відсутністю зовнішнього джерела, тобто виконується умова: $\lambda_0 = 0$.

Кількість вимог у мережах постійна і дорівнює деякій кількості (N). Тоді найпростішу замкнуту мережу задають набором характеристик:

$$\{M, T, (\mu_i), (k_i), N\},$$

Для такої мережі справедливим є співвідношення:

$$\sum_{j=0}^M \theta_{ij} = 1, \quad i = 0, 1, \dots, M.$$

7.1 Замкнуті мережі з одноканальними системами масового обслуговування

Введемо позначення для середніх значень характеристик обслуговування у i -му вузлі:

N – кількість вимог;

$\bar{t}_{i,N}$ – середній час перебування вимоги у вузлі;

$\bar{n}_{i,N}$ – середня кількість вимог у вузлі;

$q_{i,N}$ – ймовірність знаходження вимоги у i -му вузлі;

$\rho_{i,N}$ – коефіцієнт завантаження вузла;

$\lambda_{i,N}$ – інтенсивність потоку вимог через вузол.

Середній час перебування вимоги у вузлі визначають за формулою:

$$\bar{t}_{i,N} = \frac{1}{\mu_i} \left(1 + \frac{N w_i \bar{t}_{i,N}}{\sum_{j=1}^M w_j \bar{t}_{j,N}} \right),$$

де:

$N = 1, 2, \dots; i = 1, 2, \dots, M$.

W – середня відносна частота переходи вимоги через вузол.

Для розв'язання цього рівняння використовують формули:

$$q_{i,N} = \frac{w_i \bar{t}_{i,N}}{\sum_{j=1}^M w_j \bar{t}_{j,N}}; n_{i,N} = N q_{i,N};$$

$$\rho_{i,N} = \frac{n_{i,N}}{t_{i,N} \mu_i}; \lambda_{i,N} = \mu_i \rho_{i,N}.$$

Хоча наведений вище спосіб придатний лише для визначення середніх параметрів функціонування моделі замкнутої мережі, відносна простота обчислень може у багатьох випадках забезпечити високу ефективність застосування цього методу, особливо на початкових етапах системного проектування обчислювальних комплексів.

7.2 Багатоканальні замкнуті мережі

Ймовірність знаходження у i -му вузлі (n_i) вимог визначають за формулою [105, 108]:

$$P(n_1, \dots, n_M) = q(n_1, \dots, n_M) / G_M(N),$$

де:

$q(n_1, \dots, n_M)$ – ймовірність знаходження вимоги у i -му вузлі;

$G_M(N)$ – нормуюча константа.

Враховуючи алгоритмічні перетворення запишемо:

$$P_M(n) = x_M(n) G_{M-1}(N - n) / G_M(N), \text{ для } n = 0, 1, \dots, N,$$

де:

$x_M(n)$ – величина, що залежить від середньої кількості вузлів та вимог у вузлах.

Відповідно, інтенсивність ($\lambda_{M,N}$) потоку вимог через M -й вузол визначають за формулою:

$$\lambda_{M,N} = w_M G_M(N-1) / G_M(N),$$

де:

w_M – середня частота переходу вимоги через вузол.

Лекція 8.

Тема: Стохастичні напівмарківські системи.

Сукупність можливих різноманітних станів системи називається фазовим простором станів (ФПС).

В якості ФПС може виступати множина елементів (буквенні, цифрові), які придатні для кодування різних станів системи.

Функціонування системи полягає в тому, що протягом певного часу відбувається зміна станів системи, тобто перехід з одного стану в інший.

Розглянемо основні напрямки функціонування системи, що дозволяють будувати напівмарківські моделі стохастичних систем:

1. Скачковидна зміна станів: тобто перехід з одного стану в інший відбувається у вигляді скачків (дискретно) – в кожному стані система перебуває певний час, а потім миттєво переходить в інший стан.

В реальних системах даний перехід займає певний час. У такому випадку тривалість переходу зараховується до часу перебування вимоги у вихідному стані, а сам перехід вважають миттєвим.

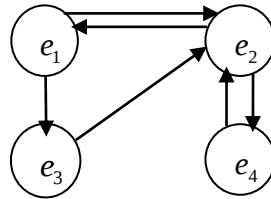
2. Стохастичність системи: випадковий характер зміни станів системи і випадковість часів перебування у станах. Зміна станів системи відбувається у відповідності з ймовірностями переходів, а часи перебування у стані є випадковими величинами.
3. Часова однорідність системи: незалежність ймовірностей переходів між станами, а також розподілів часів перебування у станах від кількості здійснених переходів системи.
4. Напівмарківська властивість системи, що означає незалежність ймовірностей переходів із стану в стан, і незалежність розподілу часів перебування у станах від тривалості перебувань та реалізації процесу переходу інших (попередніх) вимог. Це означає, що система в даний момент володіє марківськими властивостями і повністю “забуває” свої попередні дії, подальша її еволюція повністю залежить від даного стану.

Приклад. Система складається з двох однакових елементів. Якщо обидва елементи працездатні, тоді один з них є основним, а інший – резервний. При відказі основного елементу резервний тут же робиться основним.

Визначимо простір станів процесу системи: $E = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$, де

стан e_1 - один елемент працює в якості основного, відказ резервного елемента ще не настав;
стан e_2 - один елемент відказав і відновлюється, інший працює в якості основного;
стан e_3 - відказав основний елемент, при підключенні резервного елемента виявлено і його відказ і один елемент відновлюється;
стан e_4 - основний елемент відказав за час відновлення іншого елемента.

Граф переходів зображено на рисунку.



Очевидно, що стани e_1 і e_2 є робочими станами, а стани e_3 і e_4 - станами відказу. При кожному переході в стан e_1 існують 2 елементи на початковому етапі. Попередні дії не мають значення для подальшого процесу над вимогою, том, коли марківська властивість виконується тільки для деякої множини E станів системи. Якщо розглядати тільки переходи з E станів, то отримаємо вкладені процеси $\{S(t), t \geq 0\}$, які називаються вкладеними напівмарківськими процесами (ВНП).

Існує декілька способів задання процесу марківського відновлення (ПМВ).

1. Конструктивний спосіб: ПМВ, що описує функціонування системи у просторі станів $E = \{1, 2, \dots, n\}$ задається напівмарківською матрицею: $Q_{Kq}(t) = P\{S_{n+1} = r, \theta_{n+1} = t / S_n = K\}; K, r \in E$. Елемент напівмарківської матриці $Q_{Kq}(t)$ дорівнює ймовірності того, що відбудеться перехід із стану K в стан n і число перебування в стані K буде не більше t .
2. Заданням матриці перехідних ймовірностей і розподілів часів перебування у станах. У даному випадку основні характеристики систем описуються перехідними ймовірностями вкладених ланцюгів Маркова і функціями розподілу часів перебування у станах $G_K(t)$.
3. Стохастичний спосіб. На практиці ПМВ, що описує функціонування реальної системи, визначається наступним співвідношенням: $\alpha_K = \min_{r \in E_K} \{\alpha_{Kr}\}$.

Спочатку для кожного стану системи e_k задаються часи дії α_{kr} , $r \in E_k$ випадкових факторів, що призводять до зміни станів системи, тобто до переходу $e_k \rightarrow e_r$, потім визначаються часи перебування у певних станах і переходи їх вкладених ланцюгів Маркова.

8.1 Основні властивості марковських процесів

1. Стаціонарність (перехідні ймовірності та часи перебування у тому чи іншому стані не залежать від часу).
2. Одинарність (за певний інтервал часу не може відбутися більше одного переходу зі стану у стан).
3. Відсутність наслідків (вся наступна траєкторія переходів процесу зі стану у стан залежить тільки від теперішнього стану і не залежить від попередньої історії розвитку даного процесу).

8.2 Основні відмінності між марковськими і напівмарковськими процесами

Відомо, що властивість відсутності наслідків (марковська властивість) зберігається лише у момент переходу зі стану у стан [107]. При кожному переході часова шкала зсувається до ($t_0 = 0$) і перебіг процесу надалі відбувається, починаючи з нульового часового параметру. Час відраховують з початку останнього переходу.

Якщо реєструвати тільки моменти переходів у конкретні стани (e_i), тоді відбуватиметься процес “марковського відновлення”. У такому процесі часи між двома послідовними переходами взаємно незалежні і однаково розподілені.

Іноді зустрічається ситуація, коли марковська властивість виконується тільки для деякої множини (E) станів системи. Якщо розглядати тільки переходи з (E) станів, тоді отримують вкладені процеси $\{S(t), t \geq 0\}$, які, у свою чергу, називають “вкладеними напівмарковськими процесами”.

Існує декілька способів реалізації “процесу марковського відновлення”.

- *Конструктивний спосіб*. Процес марковського відновлення описують функціонуванням системи у просторі станів $E = \{1, 2, \dots, n\}$ і задають напівмарковською матрицею:

$$Q_{Kq}(t) =$$

$P\{S_{n+1} = r, \theta_{n+1} = t / S_n = K\}$; . Елемент напівмарковської матриці $K, r \in E$

$(Q_{Kq}(t))$ визначається ймовірністю того, що відбудеться перехід зі стану (K) у стан (n) і кількість перебувань у стані (K) буде не більшою від (t) .

- *Заданням матриці перехідних ймовірностей і розподілів часів перебування у станах.* У такому випадку основні характеристики систем описують перехідними ймовірностями вкладених ланцюгів Маркова і функціями розподілу часів перебування у станах: $G_K(t)$.

- *Стохастичний спосіб.* На практиці процес марковського відновлення, що описує функціонування реальної системи, визначають за такою формулою: $\alpha_K = \min_{r \in E_K} \{\alpha_{Kr}\}$. У цьому

випадку для кожного стану системи (e_K) задають тривалість реалізації процесу $(\alpha_{Kr}, r \in E_K)$ випадкових факторів, що призводять до зміни станів системи, тобто до переходу $(e_K \rightarrow e_r)$. Потім визначають тривалість перебування процесів у певних станах і переходів конкретно визначених вкладених ланцюгів Маркова.

Список рекомендованої літератури

1. Букетов А.В. Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів та систем. – Тернопіль: СМП «Тайп».- 2009.- 260с.
2. Таланчук П.М., Скрипник Ю.О., Дубровський В.О. Засоби вимірювання в автоматичних інформаційних і керуючих системах.-К.: Райдуга, 1994.- 326с.
3. Романенко В.Д. Методи автоматизації прогресивних технологій .-К.: Вища школа, 1995.- 228с.
4. Томашевський В.М. Моделювання систем / В.М. Томашевський.- К.: Вид-во “ВНУ”, 2005.-352с.
5. Івахненко А.Г., Мюллер Й.А. Самоорганізація прогнозованих моделей.- К.: Техніка, 1985; Берлін: ФЕБ Ферлаг Технік, 1984.-223с.
- 6 Литвинов В.В., Марьянович Т.П. Методи побудови імітаційних систем.- К.: Наукова думка, 1991.-120с.
7. Ставлення і розвиток імітаційного моделювання в Україні / В.В. Бігдан, В.В. Гусєв, Т.П. Марьянович, М.А. Сахнюк // Пр. міжнар. симп. “Комп’ютери у Європі. Минуле, сучасне і майбутнє”.-К., 1998.-С.182-193.
8. Томашевський В.М. Імітаційне моделювання систем і процесів.-К.: ІСДО, 1994.-124с.
9. Duffy J.J., Franklin M.A. A Case Study of Environmental System Modeling with Group Method of Data Handling // Proceedings of the 1973 JACC, Ohio State University.-Columbia, Ohio.-1973.-P. 101-111.

Видавництво Тернопільського національного
технічного університету імені Івана Пулюя

вул. Руська 56, м.Тернопіль, 46001

Формат 60х90/16. Папір офсетний.
Наклад 20 прим. Зам.№127-11.03