

УДК 621.326

Богдан Товт, к.т.н.

Дніпровський державний аграрно-економічний університет, Україна

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТОПОЛОГІЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ МЕХАНІЧНИХ КОНСТРУКЦІЙ З УРАХУВАННЯМ ОБМЕЖЕНЬ НА МІЦНІСТЬ

Анотація. Мета доповіді полягає у розвитку наукових основ теорії топологічної оптимізації конструкцій у частині розв'язання складних задач оптимізації механічних конструкцій. Математичне програмування й математичне моделювання використані, як інструменти постановки задач топологічної оптимізації механічних. Виконано огляд і аналіз сучасного стану теорії топологічної оптимізації конструкцій. Наведено класичну варіаційну та скінченно-елементну постановки задач топологічної оптимізації. Розглянуто ідею та особливості реалізації SIMP-методу для їх розв'язання. Виконано постановку задачі топологічної оптимізації у вигляді мінімізації маси конструкції з урахуванням обмежень на напруження.

Ключові слова: топологічна оптимізація, метод скінченних елементів, SIMP-метод, обмеження на напруження

Bohdan Tovt, Ph.D.

PROBLEM STATEMENT OF STRESS-CONSTRAINED TOPOLOGY OPTIMIZATION OF MECHANICAL STRUCTURE

Abstract. The purpose of the report is to develop the scientific foundations of the theory of topological optimization of structures in terms of solving complex problems of optimization of mechanical structures. Mathematical programming and mathematical modeling are used as tools for setting problems of mechanical topological optimization. A review and analysis of the current state of the theory of topological optimization of structures was performed. Classical variational and finite-element formulations of topological optimization problems are given. The idea and features of implementing the SIMP method for their solution are considered. The formulation of the problem of topological optimization in the form of minimizing the mass of the structure, taking into account stress restrictions, has been carried out.

Keywords: topological optimization, finite element method, SIMP method, stress constraints

Головна мета дослідження, представленого у доповіді, полягає в розвитку наукових основ теорії топологічної оптимізації механічних конструкцій у частині розв'язання складних задач оптимізації конструкцій. У доповіді розглядаються ключові етапи становлення топологічної оптимізації, як окремої області наукових досліджень. Топологічна оптимізація конструкцій є концептуальним інструментом проектування й удосконалення конструкцій, який потребує пост-обробки й детального аналізу отриманих результатів. Окреслено методи математичного програмування, що застосовуються для вирішення задач чисельної скінченно-елементної топологічної оптимізації, а саме градієнтні методи (послідовного лінійного програмування, послідовного квадратичного програмування, методи випуклої лінеаризації, метод рухомих асимптот), неградієнтні методи (генетичні, еволюційні тощо), а також методи, засновані на критеріях оптимальності (евристичні методи). Градієнтні методи мають найбільше поширення серед сучасного оптимізаційного програмного забезпечення (Altair HyperWorks OptiStruct, Dassault Systems Simulia ABAQUS, ANSYS та ін.).

Основна ідея топологічної оптимізації конструкцій полягає у отриманні оптимального розподілу матеріалу у наперед визначеній області. Класична постановка задачі полягає у мінімізації піддатливості (максимізації жорсткості) конструкції при

обмеженнях на її об'єм або вагу. У доповіді розглядаються класична варіаційна та скінченно-елементна постановки задачі топологічної оптимізації.

Найбільш широко вживаним методом, який застосовується для вирішення задач топологічної оптимізації конструкцій на теперішній час є SIMP-метод, у основу якого закладено поняття Твердої Ізотропної Мікроструктури (або Матеріалу) зі Штрафом (Solid Isotropic Microstructure (or Material) with Penalization). Ідея SIMP-методу полягає в заміні цілих дискретно змінюваних змінних проектування неперервними змінними, для яких, після означеної заміни, задається певна форма штрафу, що приводить оптимальний проект до дискретного, так званого 0–1 розв'язку, тобто оптимальний проект конструкції має містити лише області з матеріалом – «1» і без нього – «0». Значення штучної функції густини, які лежать всередині визначеного проміжку, штрафуються. Зокрема, у доповіді детально розглядається особливості реалізації SIMP-методу для скінченно-елементної постановки задачі топологічної оптимізації.

Для більшості задач оптимізації механічних конструкцій, класична постановка задачі топологічної оптимізації є неприйнятною, оскільки створення найбільш жорсткої конструкції при обмеженнях лише на її об'єм або вагу не є актуальним. Практично доцільною постановкою задачі слід вважати задачу мінімізації маси конструкції з урахуванням обмежень на напруження.

Введення обмежень на напруження породжує ряд труднощів, серед яких слід виділити велику розмірність оптимізаційних задач у такій постановці, а також проблеми зі збіжністю, обумовлені так званою сингулярністю напружень. У доповіді детально описується і аналізується проблема сингулярності напружень у задачах топологічної оптимізації конструкцій. Для вирішення проблеми сингулярності обмеження на напруження піддаються релаксації задля вилучення вироджених підпросторів із простору допустимих проектів і, як результат, для того, щоб методами нелінійного програмування можна було отримати глобальний оптимум задачі. Для задач топологічної оптимізації рамних і фермових конструкцій було запропоновано релаксаційні методи, зокрема метод ϵ -релаксації та гладких обвідних функцій (smooth envelope functions, SEF). Також розглядається ряд методів, що вирішують цю проблему.

Складність, яка виникає при введенні обмежень на напруження до задач топологічної оптимізації конструкцій, пов'язана з локальним характером обмежень на напруження. У континуальній постановці задачі обмеження на напруження мають розглядатися для кожної точки матеріалу. У дискретній постановці (наприклад, скінченно-елементній) число точок матеріалу є скінченним, проте все одно занадто великим, як для практичної реалізації. Існує декілька способів введення обмежень на напруження до задачі топологічної оптимізації конструкцій, зокрема метод локальних обмежень, метод глобального обмеження і метод блочно-об'єднаних обмежень.

Інший підхід полягає у зведенні всіх локальних обмежень на напруження до одного глобального обмеження. Цей підхід відомий під назвою метод глобального обмеження. Проведено аналіз, розглянуто переваги і недоліки описаних методів.

Обмеження на напруження суттєво нелінійно залежать від проекту. На рівень напружень надмірно впливає зміна відносної густини матеріалу у сусідніх областях, і це явище посилюється в критичних областях з великими градієнтами напружень (концентраціями напружень), наприклад у гострих кутах. Ця проблема отримала назву проблеми залежності розв'язку від скінченно-елементної сітки (mesh-dependency problem). Таким чином, постановка задачі топологічної оптимізації конструкцій та алгоритм її вирішення мають уникати проблем зі збіжністю.

Виконано постановку задачі топологічної оптимізації механічних конструкцій з урахуванням обмежень на міцність, зокрема за критеріями допустимих напружень та коефіцієнтів запасу утомної міцності.