

УДК 537.8, 539.3

Глинський С. – ст. гр. МПМ-51

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ОСТИГАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ДЕТАЛІ ПІСЛЯ НАПЛАВЛЕННЯ

Науковий керівник: асистент Король О.І.

Hlynskyi S.

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

COOLING OF A CYLINDRICAL PART AFTER SOLDERING

Supervisor: Korol O

Ключові слова: відновлення, граничні умови, динамічна в'язкість

Keywords: restoration, boundary conditions, dynamic viscosity

Після досягнення необхідної температури наплавлення джерело нагрівання вимикають і деталь циліндричної форми (колесо) вільно остигає. На циліндр невеликої товщини в цьому випадку діє тільки тепловий екран.

Рівняння вільного остигання циліндричної деталі має вигляд:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - m^2 T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0. \quad (1)$$

Внаслідок того, що температура повинна бути симетричною відносно центру деталі, можемо записати таку умову:

$$\frac{\partial T}{\partial r} = 0; \text{ при } r=0. \text{ На краю циліндричної деталі, де маємо теплове екранування,}$$

гранична умова матиме вигляд

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + K_T \alpha T = 0, \quad (2)$$

де $K_T = \frac{\lambda_T}{d_T \alpha}$. Будемо шукати розв'язок рівняння (1) у формі

$$T = C J_0(\nu r) e^{-a\lambda^2 t}. \quad (3)$$

Підставивши вираз (3) в граничну умову (2), одержимо:

$$C \nu \left[-J_1(\nu r_2) \right] e^{-a\lambda^2 t} + K_T \alpha C J_0(\nu r_2) e^{-a\lambda^2 t} = 0.$$

Звідси після розділення на $C \cdot e^{-a\lambda^2 t}$ одержимо рівняння для визначення ν :

$$-\nu J_1(\nu r_2) + K_T \alpha J_0(\nu r_2) = 0. \quad (4)$$

Оскільки коренів цього рівняння – нескінченна кількість, то розв'язок (3) набуде вигляду

$$T = \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_0(\nu_j r) \cdot e^{-a\lambda_j^2 t} \quad (5)$$

Для знаходження коефіцієнтів C_j використаємо умову, що в момент початку остигання $t = \tau$ температура рівна $T_\tau(r)$ – кінцевій температурі наплавлення.

$$\text{Тобто } T = T_\tau(r) \quad (6)$$

Помноживши вираз для температури (5) при $t = \tau$ на $J_0(\nu_j r)$ і проінтегрувавши його в границях від 0 до r_2 , будемо мати формулу

$$\int_0^{r_2} T_\tau J_0(\nu_j r) r dr = C_j e^{-a\lambda_j^2 \tau} \int_0^{r_2} [J_0(\nu_j r)]^2 r dr,$$

яка при $t = \tau$ набуде вигляду $\int_0^{r_2} T_\tau(r) J_0(\nu_j r) r dr = C_j e^{-a\lambda_j^2 \tau} \int_0^{r_2} [J_0(\nu_j r)]^2 r dr$.

$$C_j = \frac{\int_0^{r_2} T_\tau(r) J_0(\nu_j r) r dr}{e^{-a\lambda_j^2 \tau} \int_0^{r_2} [J_0(\nu_j r)]^2 r dr} \quad (7)$$

З цієї формули знаходимо

Підставляючи коефіцієнти C_j , знайдені по формулі (7), у вираз для визначення температури (5), одержимо кінцеву формулу для знаходження температури остигання деталі циліндричної форми:

$$T = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\int_0^{r_2} T_\tau(r) J_0(\nu_j r) r dr}{\int_0^{r_2} [J_0(\nu_j r)]^2 r dr} J_0(\nu_j r) \cdot e^{a\lambda_j^2 (\tau - t)}, \quad (8)$$

в якій корені ν_j визначаються з рівняння (4). З цієї формули також видно, що кінцева температура нагрівання однозначно визначає температуру остигання.