УДК 69.04
Дяків В.
Тернопільський національний технічний імені Івана Пулюя

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ БУБНОВА-ГАЛЬОРКІНА ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПРОГИНУ ДВОХОПОРНОЇ БАЛКИ

Науковий керівник: к.т.н., доцент Федак С.І.

Diakiv V.
Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

DETERMINING MAXIMUM DEFLECTION OF A DOUBLE-SUPPORTED BEAM USING BUBNOV-GALORKIN METHOD

Supervisor: Fedak S.

Ключові слова: метод Бубнова –Гальоркіна, двохопорна балка, прогин.
Key words: Bubnov-Galorkin method, double-supported beam, deflection.

Метод Бубнова–Гальоркіна був запропонований ще в 1915 році і використовується для розв'язування диференціальних рівнянь в задачах механіки. Якщо диференціальне рівняння має вигляд $L(x, y, y', y'',...) - q(x) = 0$, де *y(x)* – невідома функція з заданими граничними умовами, а *q(x)* – відома функція зовнішніх навантажень, то тоді його розв'язок може бути знайдений у наступному вигляді $y(x) = \varphi_0(x) + \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k(x)$, де базисна функція $\varphi_0(x)$ задовільняє заданим граничним умовам, а базисні функції $\varphi_k(x)$ - однорідним граничним умовам. Диференціальне рівняння рівноваги двохопорної балки має вигляд $-q + \frac{d^2(EIy'')}{dx^2} = 0$. Розв'язок шукаємо у вигляді $y(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin\frac{k\pi x}{l}$. Базисні функції відповідають кінематичним та статичним граничним умовам. Обмежимо кількість членів ряду двома доданками: $y(x) = a_1 \sin\frac{\pi x}{l} + a_3 \sin\frac{3\pi x}{l}$. Підставляємо отримане диференціальне рівняння в умови ортогональності, отримаємо для k=1 та 3: $\int_0^l \left(\left(a_1 \frac{\pi^4}{l^4} \sin\frac{\pi x}{l} + a_3 \frac{81\pi^4}{l^4} \sin\frac{3\pi x}{l} \right) - q \right) \sin\frac{k\pi x}{l} dx = 0$.

Після інтегрування отримаємо коефіцієнти $a_1 = \frac{4ql^4}{\pi^5 EI}$ та $a_3 = \frac{4ql^4}{243\pi^5 EI}$. Отже, наближене рівняння прогину балки набуде вигляду $y(x) = \frac{4ql^4}{\pi^5 EI}\left(\sin\frac{\pi x}{l} + \frac{1}{243}\sin\frac{3\pi x}{l} \right)$. Оскільки найбільший прогин при таких умовах закріплення буде посередині балки, то візьмемо для його визначення $x = \frac{l}{2}$, отримаємо $y(\frac{l}{2}) = 1{,}304415 \cdot 10^{-2} \frac{ql^4}{EI}$. Якщо порівнювати результат з точним значенням $y(\frac{l}{2}) = 1{,}30208 \cdot 10^{-2} \frac{ql^4}{EI}$, то отримаємо що відносна похибка становить 0,1 %.