УДК 519.87:620.9

ЛІНІЙНЕ ВИПАДКОВЕ ПОЛЕ ЯК МОДЕЛЬ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОЇ ДИНАМІКИ ЗАБРУДНЕННЯ ПОВІТРЯ В ЗАДАЧАХ МОНІТОРИНГУ ШКІДЛИВИХ ВИКИДІВ ОБ'ЄКТІВ ЕНЕРГЕТИКИ

Ю. В. Куц [1], Б. Б. Млинко [2], М. Є. Фриз [3], Л. М. Щербак [4]

[1,3,4]Інститут загальної енергетики НАН України, вул. Антоновича, 172, м. Київ, 03150, Україна
[1]НТУУ "Київський політехнічний інститут ім. Ігоря Сікорського", просп. Берестейський, 37, м. Київ, 03056, Україна
[2,3]Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, вул. Руська, 56, м. Тернопіль, 46001, Україна, тел.: +38(0352)519714, e-mail: [3]mykh.fryz@gmail.com

Обґрунтовано математичну модель просторово-часової динаміки концентрації забруднювачів повітря у вигляді лінійного випадкового поля. Модель враховує фізичну природу змін концентрації забруднювачів, а також може бути використана для моніторингу шкідливих викидів об'єктів енергетики.

Ключові слова: *лінійне випадкове поле, концентрація забруднень, моніторинг, об'єкти енергетики, безмежно-подільні розподіли, характеристична функція, моментні функції.*

LINEAR RANDOM FIELD AS A MODEL OF SPACE-TIME DYNAMICS OF AIR POLLUTION IN THE PROBLEMS OF HARMFUL EMISSIONS OF ENERGY FACILITIES MONITORING

Y. Kuts [1], B. Mlynko [2], M. Fryz [3], L. Scherbak [4]

[1,3,4]General Energy Institute of National Academy of Sciences of Ukraine, 172 Antonovycha str., Kyiv, Ukraine, 03150
[1]National Techn. University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", 37 Pr. Beresteiskyi, Kyiv, Ukraine, 03056
[2,3]Ternopil Ivan Puluj National Technical University, 56 Ruska str., Ternopil, Ukraine, 46001
phone: +38(0352)519714, e-mail: [3]mykh.fryz@gmail.com

The mathematical model of the spatio-temporal dynamics of the concentration of air pollutants in the form of a linear random field is substantiated. The model takes into account the physical nature of changes in the concentration of pollutants, and can also be used to monitor harmful emissions of energy facilities.

Key words: *linear random field, pollution concentration, monitoring, energy facilities, infinitely divisive distributions, characteristic function, moment functions.*

ORCID: [1]0000-0002-8493-9474; [2]0000-0003-0780-5365; [3]0000-0002-8720-6479; [4]0000-0002-1536-4806.

Математичне моделювання динаміки зміни концентрації забруднень повітря в просторі та часі є важливим етапом розробки інформаційного забезпечення моніторингу шкідливих викидів об'єктів енергетики. Інформаційне забезпечення формується в межах концепції досліджень процесів, сигналів і полів, пов'язаних із функціонуванням об'єктів енергетики з урахуванням фізичної природи їх породження. Сама концепція ґрунтується на послідовності об'єкт – енергія – інформація – модель – міра – алгоритм – програма – результат. У роботах [1, 2] побудовано моделі динаміки концентрації забруднень, що враховують фізичні особливості їх формування, включаючи інтенсивність емісії забруднювачів, їх конвекцію (враховуючи вектор швидкості вітру), дифузію та розпад. Ці моделі являють собою просторово-часові гауссівські випадкові поля.

У цій роботі ми пропонуємо математичну модель концентрації забруднень повітря у вигляді лінійного просторово-часового випадкового поля [3], ймовірнісний розподіл якого належить до класу безмежно-подільних розподілів (що включає розподіл Гаусса як частинний випадок). Ця модель дозволяє врахувати фізичну природу виникнення та динаміки зміни концентрації забруднювачів повітря, а також може бути використана в задачах моніторингу шкідливих викидів об'єктів енергетики.

Лінійним просторово-часовим випадковим полем, заданим на деякому ймовірнісному просторі $\{\Omega, \mathsf{F}, \mathbf{P}\}$ називається поле $\xi(\omega, \mathbf{r}, t)$, $\omega \in \Omega$ (де $-\Omega$ простір елементарних подій), $\mathbf{r} \in \mathbf{R}^3$, $t \in (-\infty, \infty)$, що допускає інтегральне зображення виду:

$$\xi(\omega, \mathbf{r}, t) = \int\limits_{\mathbf{R}^3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}, t) d\eta(\omega, \boldsymbol{\rho}, \tau),$$

де $\eta(\omega, \boldsymbol{\rho}, \tau)$, $\boldsymbol{\rho} \in \mathbf{R}^3$, $\tau \in \mathbf{R}$ – дійсне гільбертове просторово-часове стохастично неперервне випадкове поле з незалежними приростами (породжувальне поле); $\varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}, t)$ – невипадкова функція (ядро) така, що $\int\limits_{\mathbf{R}^3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left|\varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}, t)\right|^p d\kappa_p(\boldsymbol{\rho}, \tau) < \infty, \ \forall \mathbf{r}, t, \ p = 1, 2,$ де $\kappa_p(\boldsymbol{\rho}, \tau)$ – кумулянтна функція *p*-го порядку породжувального поля з незалежними приростами $\eta(\omega, \mathbf{r}, t)$.

Породжувальне поле задає розподіл джерел забруднення у часі та просторі, а також інтенсивність емісії забруднювачів. Ядро характеризує конвекцію, дифузію та розпад забруднювачів у часі та просторі. Очевидно, що ідентифікація та аналіз властивостей породжувального поля та ядра є важливими задачами в контексті здійснення моніторингу шкідливих викидів об'єктів енергетики в межах наведеної вище концепції.

Лінійне випадкове поле є безмежно подільним, тому його зручно аналізувати методом характеристичних функцій. Зокрема, припустимо, що $\eta(\omega, \mathbf{r}, t)$ – випадкове поле з незалежними *однорідними* приростами. Тоді логарифм характеристичної функції $f_\xi\left(u; \mathbf{r}, t\right) = \mathbf{M} e^{iu\xi(\omega, \mathbf{r}, t)}$ лінійного випадкового поля можна зобразити в такий спосіб:

$$\ln f_\xi\left(u; \mathbf{r}, t\right) = iua \int\limits_{\mathbf{R}^3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}, t) d\boldsymbol{\rho} d\tau + \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{\mathbf{R}^3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(e^{iux\varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}, t)} - 1 - iux\varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}, t)\right) \frac{dK(x)}{x^2} dx d\boldsymbol{\rho} d\tau,$$

де $\boldsymbol{\rho} = (\rho_1, \rho_2, \rho_3)$, $d\boldsymbol{\rho} = d\rho_1 d\rho_2 d\rho_3$; $a = \mathbf{M}\eta(\omega, \mathbf{1}, 1)$; $K(x), x \in (-\infty, \infty)$ – пуассонівський спектр стрибків безмежно подільної випадкової величини $\eta(\omega, \mathbf{1}, 1)$, $K(\infty) = \mathbf{D}\eta(\omega, \mathbf{1}, 1) = b$.

Математичне сподівання $\mathbf{M}\xi(\omega, \mathbf{r}, t)$ та кореляційна функція $R_\xi(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2)$ лінійного випадкового поля з породжувальним випадковим полем з *однорідними* незалежними приростами визначаються такими виразами:

$$\mathbf{M}\xi(\omega, \mathbf{r}, t) = a \int\limits_{\mathbf{R}^3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}, t) d\boldsymbol{\rho} d\tau,$$

$$R_\xi(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \mathbf{M}\left[\left(\xi(\omega, \mathbf{r}_1, t_1) - \mathbf{M}\xi(\omega, \mathbf{r}_1, t_1)\right)\left(\xi(\omega, \mathbf{r}_2, t_2) - \mathbf{M}\xi(\omega, \mathbf{r}_2, t_2)\right)\right] = b \int\limits_{\mathbf{R}^3} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}_1, t_1) \varphi(\boldsymbol{\rho}, \tau; \mathbf{r}_2, t_2) d\boldsymbol{\rho} d\tau.$$

Для вдосконалення наведеної моделі можна розглянути можливість зображення просторово-часової динаміки забруднення повітря у вигляді циклостаціонарного умовного лінійного випадкового поля [4–6], де ядро у наведеному вище інтегральному представленні є випадковою функцією, а породжувальне поле має циклостаціонарні за часом незалежні прирости.

ПОСИЛАННЯ

1. Xiao Liu, Kyongmin Yeo, Youngdeok Hwang, Jitendra Singh, Jayant Kalagnanam "A statistical modeling approach for air quality data based on physical dispersion processes and its application to ozone modeling," The Annals of Applied Statistics, Ann. Appl. Stat. 10(2), 756–785, (June 2016).

2. Kaiser, M. S., Daniels, M. J., Furakawa, K. and Dixon, P. (2002), Analysis of particulate matter air pollution using Markov random field models of spatial dependence. Environmetrics, 13: 615–628. https://doi.org/10.1002/env.534

3. V. Babak, A. Zaporozhets, Y. Kuts, M. Myslovych, M. Fryz, L. Scherbak, Models and Characteristics of Identification of Noise Stochastic Signals of Research Objects, in: Proceedings of the 2nd International Workshop on Information Technologies: Theoretical and Applied Problems (ITTAP 2022), Ternopil Ukraine, 2022, pp. 349–362. URL: https://ceur-ws.org/Vol-3309/paper22.pdf

4. Fryz, M., & Mlynko, B. (2022). Property Analysis of Conditional Linear Random Process as a Mathematical Model of Cyclostationary Signal. Proceedings of the 2nd International Workshop on Information Technologies: Theoretical and Applied Problems (ITTAP 2022), 3309, 77–82. https://ceur-ws.org/Vol-3309/short2.pdf

5. Fryz M., Scherbak L. Properties of discrete-time conditional linear random process in the problems of energy informatics. System Research in Energy. 2023. № 1 (72). Pp. 72–79.

6. Scherbak, L. M.; Fryz, M. Y.; Hotovych, V. A. Electricity Consumption Simulation Using Random Coefficient Periodic Autoregressive Model. IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci. 2023, 1254, 12027, doi:10.1088/1755-1315/1254/1/012027.