

# ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ

УДК 519.25 – 612.1

**Б.Млинко; М.Фриз, канд. техн. наук**

*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

## ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА ОЦІНЮВАННЯ ДІАГНОСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ФОТОПЛЕТИЗМОГРАМИ

*Робота присвячена розробці методик визначення інформативних діагностичних ознак фотоплетизмограми, виходячи із критерію мінімізації їх кількості при однаковій інформаційній цінності; обґрунтовано методи їх статистичного оцінювання.*

У фізіологічних та медичних дослідженнях широко застосовують оптичні методи спостереження за процесами, які відбуваються у живому організмі. Одним із них є фотоплетизмографія (ФПГ) (від грец. photos – світло, plethyein – наповнювати, graphēin – записувати) – неінвазивний метод діагностики функціонального стану живих тканин організму за показниками кровонаповнення, що ґрунтується на реєстрації у часі ритмічних коливань оптичної густини тканин, обумовлених серцевими скороченнями [1].

При класифікації патологічних станів пацієнтів застосовуються методи розпізнавання образів. Останнє потребує вирішення двох проблем: вибір інформативних ознак на основі математичної моделі і побудова у просторі цих ознак критеріїв та правил прийняття діагностичних рішень. В даній статті зупинемось на вирішенні першої проблеми.

Ефективність розпізнавання патологічного чи нормального стану ґрунтується на правильному виборі діагностичних ознак, тобто сукупності параметрів, які безпосередньо використовуються при аналізі та прийнятті рішень. Формального підходу до вибору таких ознак немає. Однак щодо їх вибору, можна сформулювати загальні вимоги, такі, як: придатність для вимірювання, інформативність.

Ознаки сигналу, знайдені на основі математичної моделі, є її характеристиками, і за такої умови їх легко шукати, використовуючи відповідний математичний апарат, а також трактувати отримані результати в рамках моделі.

У роботах [2, 3] обґрунтовано математичну модель ФПГ у вигляді періодичного лінійного випадкового процесу (ЛВП)

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau, t) d\pi(\tau), t \in (-\infty, \infty), \quad (1)$$

де  $\varphi(\tau, t)$  - ядро процесу (невипадкова функція), яке характеризує форму світлових імпульсів, відбитих еритроцитами під час перебування їх у зоні світлового пучка;  $\pi(\tau)$  - неоднорідний узагальнений пуасонівський процес, стрибки якого характеризують потужність цих імпульсів, а моменти стрибків є моментами часу, коли ці імпульси виникають.

Пуасонівський процес  $\pi(\tau)$  характеризується інтенсивністю появи стрибків  $\lambda(\tau)$ . Згідно з [4], коли  $\lambda(\tau) \rightarrow \infty$ , то розподіл процесу  $\xi(t)$  прямує до гауссівського, тобто при достатньо великому  $\lambda(\tau)$  можемо апроксимувати розподіл процесу  $\xi(t)$  нормальним розподілом.

Згідно з [5], кількість еритроцитів в  $1 \text{ мм}^3$  становить  $5 \cdot 10^6$ . Максимальна швидкість кровотоку, згідно з [6], становить 6 см/с, тому, очевидно, у даному випадку якраз і будемо мати  $\lambda(\tau)$  достатньо великим, щоб вважати розподіл фотоплетизмограми нормальним.

Даний висновок підтверджується результатами гістограмного аналізу. На рис.1 наведено приклади гістограм одновимірних розподілів ФПГ (для певних фіксованих моментів часу) та згладжуючі їх криві, побудовані як функції

$$\hat{p}(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}(t)}} \exp\left[-\frac{(x - \hat{m}(t))^2}{2\hat{\sigma}(t)^2}\right],$$

(виходячи з припущення про нормальність розподілу ФПГ), де  $\hat{m}(t)$ ,  $\hat{\sigma}(t)$  - відповідно статистичні оцінки математичного сподівання та середнього квадратичного відхилення відповідних одновимірних розподілів ФПГ. Гістограми та оцінки  $\hat{m}(t)$  і  $\hat{\sigma}(t)$  побудовано з врахуванням періодичності досліджуваного процесу, а саме, виходячи з того, що відліки ФПГ, взяті у часі з кроком  $T$  (де  $T$  - період ФПГ), утворюють стаціонарну випадкову послідовність. На рис.2 наведено приклад гістограми двовимірного розподілу ФПГ (для довільно вибраних двох моментів часу).

Гіпотези про нормальність як одновимірних, так і двовимірного розподілів ФПГ перевірялися з використанням  $\chi^2$ -критерію Пірсона [10, 11]. Результати обчислення  $\chi^2$ -статистики для одновимірних розподілів з 7 ступенями свободи такі: 12,43; 8,56; 6,34; 4,68; 4,30; 6,22; 18,55; 12,15; 10,63; 12,09; 6,35; 7,65; 13,23; 2,83; 9,40; 16,89; 13,30; для двовимірних розподілів з 43 ступенями свободи наступні: 39,04; 25,34; 37,48; 27,07; 20,49; 51,61; 71,43; 45,74; 26,33; 27,34. Для розглядуваного першого випадку при рівні значимості  $\alpha = 0,05$  квантиль  $\chi^2$ -розподілу рівний  $\kappa_{0,95,7} = 14,07$ , тобто можна зробити висновок, що гіпотеза про нормальність одновимірних розподілів ФПГ не суперечить наявним даним.

Аналогічно для другого випадку при рівні значимості  $\alpha = 0,05$ , квантиль  $\kappa_{0,95,43} = 59,304$ , тому гіпотеза про нормальність двовимірних розподілів ФПГ також не суперечить наявним даним.

Як уже встановлено, процес  $\xi(t)$  має нормальний розподіл, тому він повністю характеризується своїм математичним сподіванням та кореляційною функцією. Тому, очевидно, діагностичні параметри слід вибирати на основі аналізу цих характеристик. Дана задача була розв'язана наступним чином.

Розглянемо вектор  $\Xi = (\xi_0, \dots, \xi_i, \dots, \xi_{n-1})$ , елементи якого отримані в результаті рівномірної дискретизації процесу  $\xi(t)$ . Нехай  $\mathbf{A} = (a_0, \dots, a_i, \dots, a_{n-1})$ ,  $a_i = \mathbf{M}[\xi_i]$ ,  $i = \overline{0, n-1}$  - математичне сподівання цього вектора, а  $\mathbf{R}$  - його кореляційна матриця, елементи якої мають вигляд:  $R_{ij} = \mathbf{M}[(\xi_i - a_i)(\xi_j - a_j)]$ ,  $i, j = \overline{0, n-1}$ .

Представимо вектор  $\mathbf{A}$  у вигляді розкладу за деяким ортонормованим базисом  $\{\varphi_k(i), i, k = \overline{0, n-1}\}$  у гільбертовому просторі, тобто

$$a_i = \sum_{k=0}^{n-1} C_k \varphi_k(i), \quad (2)$$

де  $C_k = \sum_{i=0}^{n-1} a_i \varphi_k(i)$ ,  $k = \overline{0, n-1}$  - коефіцієнти розкладу.

Статистичні оцінки коефіцієнтів  $C_k$  можна знайти наступним чином. Нехай

$$\Xi_l = (\xi_{l0}, \xi_{l1}, \xi_{l2}, \dots, \xi_{l,n-1}), \quad l = \overline{1, L},$$

- вибірка незалежних векторів, однаково розподілених з  $\Xi$ . Тоді вектор

$$\bar{\xi} = (\bar{\xi}_0, \dots, \bar{\xi}_i, \dots, \bar{\xi}_{n-1}), \text{ де } \bar{\xi}_i = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \xi_{li}, \quad i = \overline{0, n-1},$$

є статистичною оцінкою вектора  $\mathbf{A}$ , а

$$\hat{C}_k = \sum_{i=0}^{n-1} \bar{\xi}_i \varphi_k(i), \quad k = \overline{0, n-1},$$

- статистичні оцінки коефіцієнтів  $C_k$  ортогонального розкладу (2).

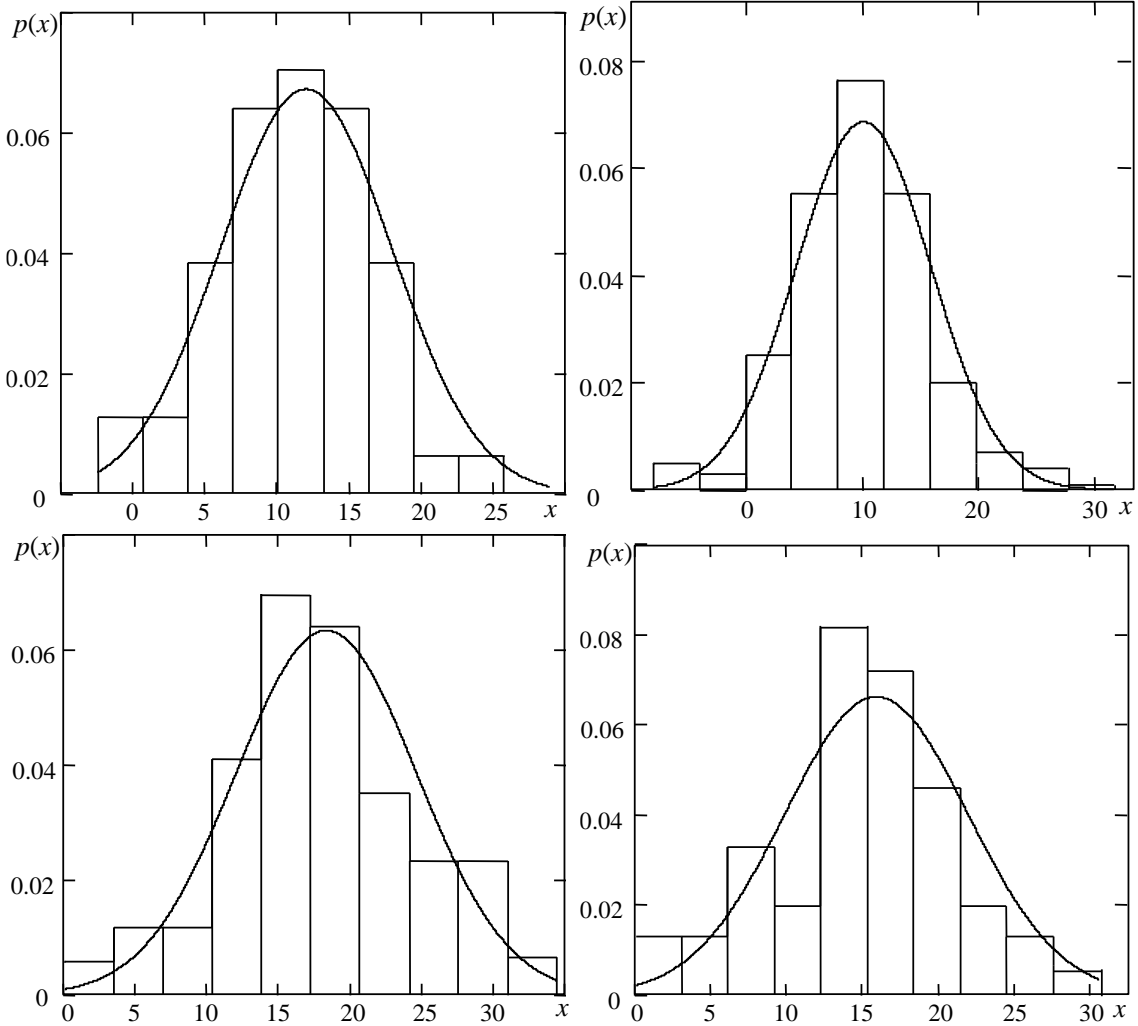


Рис.1. Типові гістограми одновимірних розподілів досліджуваного процесу та згладжуючі їх криві

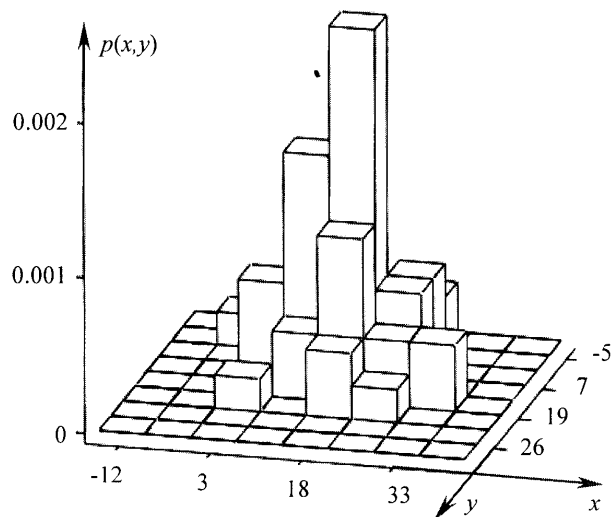


Рис.2. Типова гістограма двовимірного розподілу досліджуваного процесу

Для здійснення ортогональних розкладів ФПГ використовувались класичні ортонормовані базиси функцій Чебишева, Кравчука дискретного аргумента та базис дискретних експоненціальних функцій (ДЕФ).

На рис.3 наведено реалізації оцінок коефіцієнтів  $\hat{C}_k$  для поліноміальних базисів та реалізацію модуля оцінки коефіцієнтів  $\hat{C}_k$  для базису ДЕФ.

Візуально аналізуючи графіки, зображені на рис.3, можна зробити висновок, що для розкладу в кожному базисі можна виділити сукупність коефіцієнтів, які є найбільшими за величиною, порівняно з іншими. Кількісно цей висновок можна обґрунтувати наступним чином. Розглянемо коефіцієнт

$$K_{n,n_1} = \frac{\sum_{k=0}^{n_1-1} |C_k|^2}{\sum_{k=0}^{n-1} |C_k|^2},$$

який характеризує енергетичний вклад перших  $n_1$ - складових розкладу (2) у повну енергію вектора  $\mathbf{A}$ .

Для наведених на рис.3 результатів, для того, щоб було  $K_{n,n_1} > 0.95$ , достатньо взяти  $n_1 = 6$  в базисі ДЕФ,  $n_1 = 7$  в базисі функцій Чебишева та  $n_1 = 35$  в базисі функцій Кравчука дискретного аргумента.

Таким чином, якщо вибрати  $n_1$  перших коефіцієнтів розкладу (2) в якості діагностичних ознак, то вони згідно з наведеними вище результатами будуть характеризувати складові розкладу, що вносять в енергію вектора  $\mathbf{A}$  найбільший вклад (в даному випадку більше 95%). Крім того, доцільно вибрати в якості ортонормованого базису – базис ДЕФ, в якому  $n_1$  – найменше.

На основі наведених вище результатів та міркувань, у якості першого комплексу діагностичних ознак доцільно вибрати  $n_1 = 6$  перших коефіцієнтів розкладу (2) в ортонормованому базисі ДЕФ, що дозволяє мінімізувати число параметрів класифікації, і, отже, підвищити швидкодію алгоритмів розпізнавання.

Другий комплекс діагностичних ознак повинен характеризувати кореляційну матрицю  $\mathbf{R}$ , яка, в свою чергу, є характеристикою випадкової складової вектора  $\Xi$  (якщо вважати, що  $\mathbf{A}$  – його детермінована складова).

Згідно з [9], центрований випадковий вектор

$$\Xi^\circ = (\xi_0^\circ, \xi_1^\circ, \xi_2^\circ, \dots, \xi_{n-1}^\circ), \text{ де } \xi_i^\circ = \xi_i - a_i \quad i = \overline{0, n-1}$$

можна зобразити у вигляді розкладу Карунена-Лоева:

$$\xi_i^\circ = \sum_{k=0}^{n-1} \eta_k \varphi_k(i), \quad i = \overline{0, n-1},$$

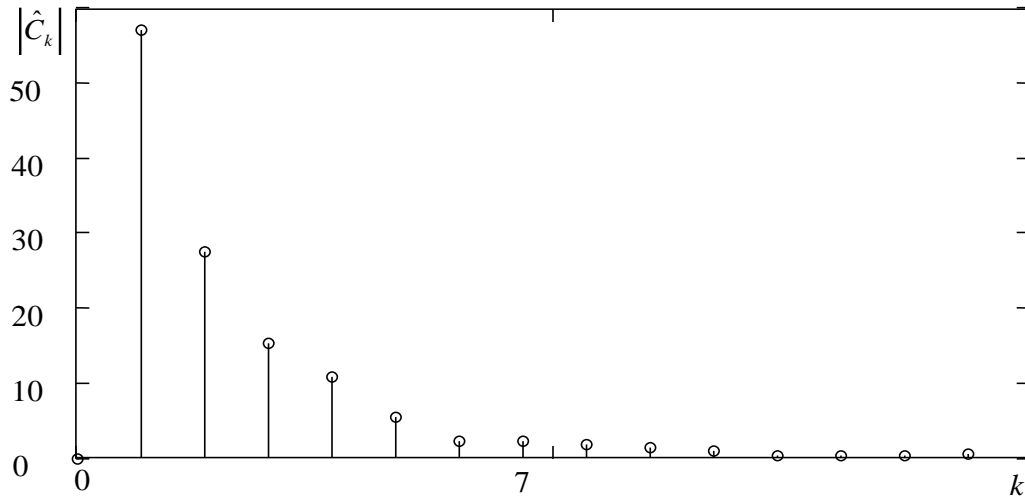
де  $\eta_k = \sum_{i=0}^{n-1} \xi_i^\circ \varphi_k(i)$  - коефіцієнти розкладу, які є незалежними випадковими величинами

з дисперсіями  $\mathbf{D}\eta_k = \sigma_k^2, k = \overline{0, n-1}$ ;  $\{\varphi_k(i), k, i = \overline{0, n-1}\}$ - ортонормований базис, елементи  $\varphi_k(i)$  якого є власними векторами кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ . Причому дисперсії  $\mathbf{D}\eta_k = \sigma_k^2, k = \overline{0, n-1}$ , рівні власним числам  $\lambda_k, k = \overline{0, n-1}$ , кореляційної матриці  $\mathbf{R}$ , що відповідають власним векторам  $\varphi_k(i), k = \overline{0, n-1}$ .

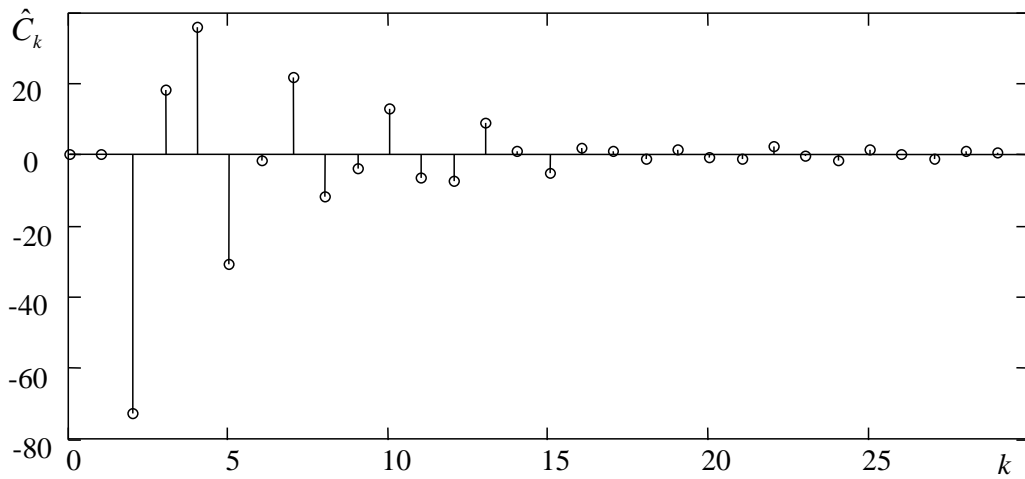
Будемо надалі нумерувати згадані власні числа і власні вектори так, щоб  $\lambda_0 \geq \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_{n-1}$ .

Повна енергія вектора  $\Xi^\circ$  рівна

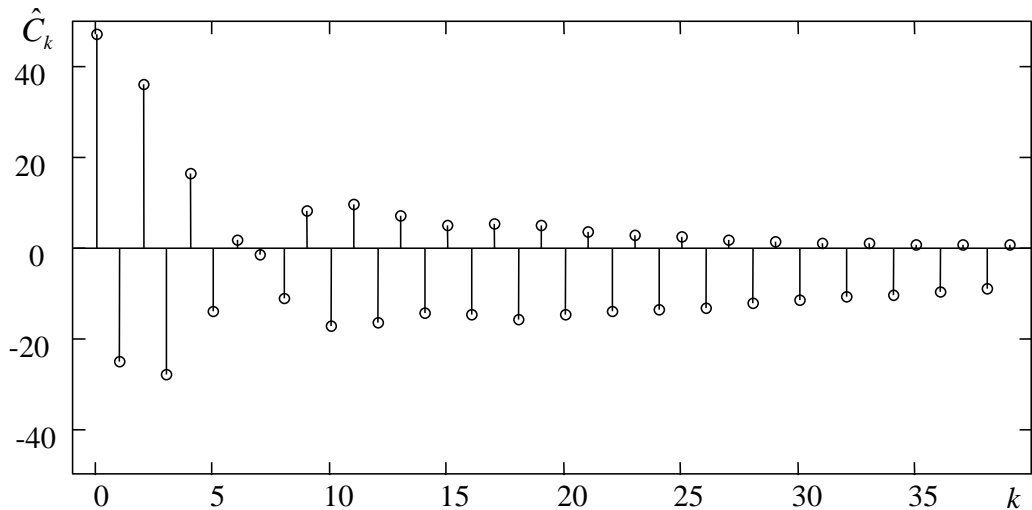
$$\sum_{i=0}^{n-1} R_{ii} = \sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k. \quad (3)$$



а) в базисі дискретних експоненціальних функцій (ДЕФ)



б) в базисі ортогональних функцій Чебишева дискретного аргумента



в) в базисі ортогональних функцій Кравчука дискретного аргумента

Рис.3. Реалізація модуля оцінки коефіцієнтів  $\hat{C}_k$  для базису ДЕФ (а) та реалізації оцінок коефіцієнтів  $\hat{C}_k$  для базисів Чебишева та Кравчука (б, в).

Множина власних чисел  $\lambda_k$  і власних векторів  $\varphi_k(i)$  однозначно характеризують кореляційну матрицю  $\mathbf{R}$  (а значить і вектор  $\Xi^\circ$ ), тому доцільним буде вибір в якості

діагностичних ознак  $n_2$  перших власних чисел та відповідних до них власних векторів, які вносять найбільший вклад у суму (3).

Знайдемо оцінку кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  у вигляді

$$\hat{\mathbf{R}} = \left\| \hat{R}_{ij}, i, j = \overline{0, n-1} \right\|, \quad (4)$$

де  $\hat{R}_{ij} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\xi_{li} - \bar{\xi}_i)(\xi_{lj} - \bar{\xi}_j)$ . Тоді оцінки власних чисел  $\lambda_k$  і власних векторів  $\varphi_k(i)$

будуть визначатися як власні числа і власні вектори випадкової матриці  $\hat{R}$ .

На рис.4 наведено реалізацію оцінки послідовності власних чисел для фотоплетизмограми. Аналіз цієї послідовності показує, що

$$\frac{\sum_{k=0}^{n_2-1} \lambda_k}{\sum_{k=0}^{n-1} \lambda_k} > 0,95$$

при  $n_2 = 7$ , це дозволяє нам вибрати в якості другого комплексу діагностичних ознак  $n_2 = 7$  перших власних чисел та відповідних власних векторів кореляційної матриці вектора  $\Xi$ .

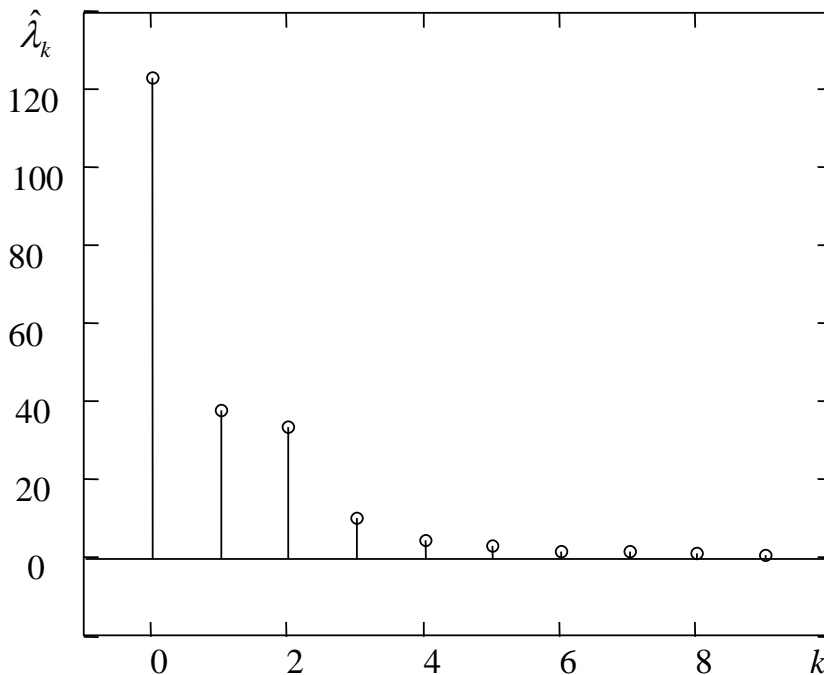


Рис.4. Реалізація оцінки послідовності власних чисел ФПГ

Таким чином, ми вибрали для здійснення діагностики за фотоплетизмограмою такі діагностичні ознаки:

- $n_1$  перших коефіцієнтів ортогонального розкладу вектора  $\mathbf{A}$  (математичного сподівання вектора  $\Xi$ ) в базисі ДЕФ, які характеризують 95% енергії цього вектора;
- $n_2$  перших власних чисел та відповідних їм власних векторів кореляційної матриці  $\mathbf{R}$  вектора  $\Xi$ , які характеризують 95% енергії цього вектора.

Таким чином, у роботі отримано наступні результати:

1. Проведено гістограмний аналіз розподілу ФПГ. Із використанням критерію згоди  $\chi^2$  Пірсона встановлено, що наявні експериментальні дані не суперечать гіпотезі про нормальність розподілу ФПГ.

2. На основі аналізу енергетичного вкладу складових ортогонального розкладу досліджуваного процесу у повну його енергію обґрунтовано можливість використання

в якості діагностичних ознак перших коефіцієнтів ортогонального розкладу досліджуваного сигналу в базисі ДЕФ; перших власних чисел та відповідних їм власних векторів кореляційної матриці ФПГ.

**3. Розглянуто методи оцінювання діагностичних параметрів.**

*The present work is dedicated to developing principles of determination of informative diagnostic characteristics on the assumption of criterion minimizing their number at the same informative value; proved methods of their statistical evaluation*

**Література**

1. Мошкевич В.С. Фотоплетизмография (аппаратура и методы исследования). – М.: Медицина, 1970. - 208 с.
2. Марченко Б.Г., Млинко Б.Б., Фриз М.С. Математична модель світлового сигналу, породженого динамікою взаємодії світло-біотканина. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 2001. - № 1. - С. 161-165.
3. Млинко Б.Б., Пастух О.А., Фриз М.С. Обґрунтування вибору математичної моделі ритмічного світлового сигналу, породженого циклічними змінами пульсового кровонаповнення. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. - 2001. - № 2. - С. 100-103.
4. Марченко Б.Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложение в радиотехнике. - К.: Наукова думка, 1973. - 191 с.
5. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно- неоднородных средах. - М.: Мир, 1981.
6. Гуревич и др. Импедансная реоплетизмография. К., 1982.
7. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Радио и связь, 1982. - 624 с.
8. Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. - М.: Наука, 1969. - 512с.
9. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Многомерный статистический анализ и временные ряды: Пер. с англ. - М.: Наука, 1976. - 736 с.

*Одержано 15.06.2002 р.*