ВІСНИК ТЕРНОПІЛЬСЬКОГО ДЕРЖАВНОГО ТЕХНІЧНОГО УНІВЕРСИТЕТУ. Том 6, № 2, 2001

УДК 627.34

А.Микитишин; П.Стухляк, докт.техн.наук; М.Митник, канд.техн.наук
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МОДЕЛЮВАННЯ ТВЕРДНЕННЯ РЕАКТОПЛАСТІВ ТРИ- І ЧОТИРИЕЛЕМЕНТНИМИ МАТЕМАТИЧНИМИ МОДЕЛЯМИ В'ЯЗКОПРУЖНИХ ТІЛ

Розглянуто весь спектр три- і чотириелементних моделей в'язкопружних тіл. Це дозволяє використати одну з моделей, порівнявши її з результатами експерементально отриманих даних, за допомогою виробленого авторами приладу, для моделювання динаміки процесів твердження композитних матеріалів з початкового моменту гідродинамічного поєднання компонентів до гелеутворення і переходу композиту до в'язкопружного стану.

Умовні позначення

δ - переміщення пружини або поршня;

P - прикладена сила;

k - коефіцієнти пропорційності;

ε - відносна деформація;

σ - напруження;

E - модуль пружності;

η - коефіцієнт в'язкості;

χ - тривалий модуль пружності;

α, β, γ - коефіцієнти.

При дослідженнях фізико-механічних характеристик матеріалів, у тому числі й полімерних композитів, важливим для прогнозування властивостей є процес тверднення при формуванні виробів. Тому особливо важливим є вивчення першого етапу формування полімерної просторової сітки для полімерних композитів. Оскільки їх можна описати в'язкопружними математичними моделями, то на перших етапах дослідження полімерних матеріалів треба розглянути побудову і опис в'язкопружних тіл за допомогою три- і чотириелементних математичних моделей. Конструктивно пружний елемент можна подати як пружину. Її видовження $\delta_{пр}$ пропорційне прикладеній силі Р [1-3]:

$$\delta_{пр} = k_1 P \tag{1}$$

В'язкий елемент можна подати у вигляді циліндра, заповненого рідиною, всередині якого переміщується поршень так, що рідина витікає через щілину між циліндром і поршнем. Швидкість переміщення δ_B поршня відносно циліндра пропорційна прикладеній силі Р [1-3]:

$$\frac{d\delta_B}{dt} = k_2 P \tag{2}$$

Найпростіші є двоелементні моделі, що є послідовним з'єднанням пружнього і в'язкого елементів (модель Максвелла), та їх паралельне з'єднання (модель Фойгта). Рівняння, що описують в'язко-пружні моделі Максвелла і Фойгта, виглядають так:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta} \tag{3}$$

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\frac{d\varepsilon}{dt} \tag{4}$$

Як відомо, моделі Максвелла і Фойгта лише якісно відображають деякі сторони складних процесів деформування матеріалів у часі. Так елемент Максвелла описує тільки процес релаксації напружень, а модель Фойгта – лише процес повзучості.

Для опису початкових етапів тверднення полімерних епоксикомпозитів, коли відбувається процес гелеутворення, цього явно замало. Тому логічно розглянути більш складні три- і чотириелементні моделі.

Триелементна модель, подана на рис. 1, складається з паралельно з'єднаних тіла Максвелла (1, 2) і пружнього елемента 3. Сила *Р*, що діє на з'єднання елементів, дорівнює сумі сил P_{12} і P_3, які діють на елемент Максвелла і в'язкий елемент відповідно:

$$P = P_{12} + P_3 \tag{5}$$

Зміна відстані між двома точками прикладання сил *Р* дорівнюватиме з одного боку, сумі видовження пружини 1 - δ_1 і переміщення поршня відносно циліндра 2 - δ_2, а з іншого, видовження пружини 3 - δ_3:

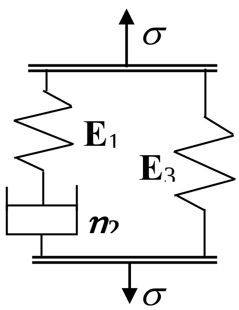


Рис.1. Триелементна модель

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \delta_3$$

Продиференціювавши це співвідношення у часі, отримаємо:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{d\delta_1}{dt} + \frac{d\delta_2}{dt} = \frac{d\delta_3}{dt} \tag{6}$$

Залежності між переміщеннями δ_1, δ_2 і δ_3 і силами, що діють на модель – *Р*, на пружину 1 – P_1, на поршень 2 – P_2 і на пружину 3 – P_3:

$$\frac{d\delta_2}{dt} = k_2 P_2\,;\ \delta_1 = k_1 P_1;\ \delta_3 = k_3 P_3 \tag{7}$$

причому:

$$P_1 = P_2 = P_{12} \tag{8}$$

Підставивши співвідношення (7) у вираз (6), використовуючи при цьому рівності (5) і (8), отримаємо:

$$\frac{d\delta}{dt} = k_1\frac{dP_1}{dt} + k_2 P_2 = k_1\left(\frac{dP}{dt} - \frac{dP_3}{dt}\right) + k_2\left(P - P_3\right),$$

$$\frac{d\delta}{dt} = k_1\frac{dP}{dt} - \frac{k_1}{k_3}\frac{d\delta}{dt} + k_2 P - \frac{k_2}{k_3}\delta.$$

звідси

$$\left[1+\frac{k_1}{k_3}\right]\frac{d\delta}{dt}+\frac{k_1}{k_3}\delta=k_2P+k_1\frac{dP}{dt}$$

Переходячи від переміщення δ і сили P до деференціації ε і напруження σ і замінюючи коефіцієнти k_1, k_2 і k_3 відповідно на $\frac{1}{E_1}$, $\frac{1}{\eta_2}$ і $\frac{1}{E_3}$, отримаємо

$$\left[1+\frac{E_3}{E_1}\right]\frac{d\varepsilon}{dt}+\frac{E_3}{\eta_2}\varepsilon=\frac{\sigma}{\eta_2}+\frac{1}{E_1}\frac{d\sigma}{dt}. \tag{9}$$

Рівняння (9) легко набирає вигляду:

$$\frac{d\sigma}{dt}+\alpha\sigma=E\left(\frac{d\varepsilon}{dt}+\beta\varepsilon\right) \tag{10}$$

де

$$\alpha=\frac{E_1}{\eta_2};E=E_1+E_2;\beta=\frac{E_1E_3}{\eta_2\left(E_1+E_3\right)} \tag{11}$$

Тривалий модуль пружності $\chi=E_3$.

Розв'язавши рівняння (10) відносно ε у випадку σ = const (процес повзучості), отримаємо рівняння кривої повзучості у вигляді:

$$\varepsilon=\frac{\sigma}{E}\left\{1+\frac{\alpha-\beta}{\alpha}\left[1-\exp(-\beta t)\right]\right\} \tag{12}$$

Для ε = const (процес релаксації напружень), розв'язок рівняння (5) відносно σ набере вигляду рівняння кривої релаксації:

$$\sigma=E\varepsilon\left\{1+\frac{\alpha-\beta}{\alpha}\left[1-\exp(-\alpha t)\right]\right\} \tag{13}$$

Величина α є часом релаксації напружень.

Отже, дана модель, на відміну від моделей Максвелла і Фойгта, відображає обидві сторони явища повзучості – повзучість і релаксацію напружень.

Математичний опис інших триелементних моделей, отриманих аналогічно, поданий у табл. 1 (3-6).

А тепер розглянемо одну чотириелементну модель. Модель (рис. 2) є послідовним з'єднанням моделей Максвелла і Фойгта.

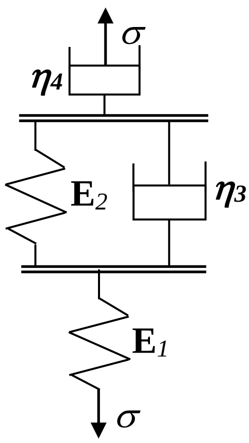


Рис.2. Чотириелементна модель

Зміна відстані між двома точками прикладання сил P дорівнюватиме сумі видовження пружини 1-δ_1, пружини 2-δ_2 і переміщення поршня відносно циліндра 4 -δ_4:

$$\delta=\delta_1+\delta_2+\delta_4, \tag{14}$$

причому

$$\delta_2=\delta_3 \tag{15}$$

Продиференціювавши співвідношення (15) у часі, отримаємо:

$$\frac{d\delta}{dt}=\frac{d\delta_1}{dt}+\frac{d\delta_2}{dt}+\frac{d\delta_4}{dt} \tag{16}$$

Залежності між переміщеннями $\delta_1,\delta_2,\delta_3,\delta_4$ і силами, що діють на модель-P, на пружину 1 - P_1, на пружину 2 - P_2 на поршень 3 - P_3 і поршень 4 - P_4.:

$$\delta_1=k_1P_1;\frac{d\delta_4}{dt}=k_4P_4;\delta_2=k_2P_2;\frac{d\delta_3}{dt}=k_3P_3, \tag{17}$$

причому:

$$P = P_1 = P_4 = P_2 + P_3 \tag{18}$$

Підставимо співвідношення (17) у вираз (16), використовуючи при цьому рівності (15) і (18).

Тоді отримаємо:

$$\frac{d\delta}{dt} = k_1 \frac{dP_1}{dt} + k_3 P_3 + k_4 p = k_2 \frac{dP}{dt} + k_3 \left(P - P_2\right) + k_4 P$$

$$\frac{d\delta}{dt} = k_1 \frac{dP}{dt} + k_3 P - \frac{k_3}{k_2}\left(\delta - \delta_1 - \delta_4\right) + k_4 P.$$

звідки

$$\frac{d\delta}{dt} = k_1 \frac{dP}{dt} + \left(k_3 + k_4\right)P - \frac{k_3}{k_2}\delta + \frac{k_3 k_1}{k_2} p + \frac{k_3 k_1}{k_2}\int P(t)dt \tag{19}$$

Продиференціювавши вираз (19) у часі, отримаємо:

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{k_3}{k_3}\frac{d\delta}{dt} = \left[k_3 + k_4 + \frac{k_3 k_1}{k_2}\right]\frac{dP}{dt} + k_1 \frac{d^2 P}{dt^2} + \frac{k_3 k_1}{k_2} P.$$

Переходячи від переміщення δ і сили P до деформації ε і напруження σ і замінюючи коефіцієнти k_1, k_2, k_3 і k_4 відповідно на $\frac{1}{E_1}, \frac{1}{E_2}, \frac{1}{\eta_3}$ і $\frac{1}{\eta_4}$, отримуємо рівняння, що описує дане тіло:

$$\frac{1}{E}\frac{d^2\sigma}{dt^2} + \gamma \frac{d\sigma}{dt} + \alpha\sigma = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \beta \frac{d\varepsilon}{dt}, \tag{20}$$

де $\alpha = \frac{E_2}{\eta_4 \eta_3}$; $E = E_1$; $\beta = \frac{E_2}{\eta_3}$; $\gamma = \frac{1}{\eta_3} + \frac{1}{\eta_4} + \frac{E_2}{E_1 \eta_3}$ (21)

Миттєвий модуль пружності $E = E_1$.

Тривалий модуль пружності

$$\chi = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{E_2}{\frac{\eta_3 + \eta_4}{\eta_4} + \frac{E_2}{E_1}}. \tag{22}$$

Для $\sigma = \text{const}$ (процес повзучості) рівняння (19) набере вигляду:

$$\alpha\sigma = \frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \beta \frac{d\varepsilon}{dt} \tag{23}$$

Розв'язком цього рівняння буде вираз:

$$\varepsilon = \varepsilon(0) - \frac{\alpha\sigma}{\beta^2} + \frac{\alpha\sigma}{\beta} t + \frac{\alpha\sigma}{\beta^2}\exp(-\beta t) \tag{24}$$

Враховуючи, що

$$\sigma(0) = \frac{\sigma}{E} \text{ і } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{1}{\eta_4},$$

отримаємо:

$$\varepsilon = \sigma\left\{\frac{1}{E_1} + \frac{1}{\eta_4}\left(t - \frac{E}{\eta_3}\left[1 - \exp\left(-\frac{E_2}{\eta_4} t\right)\right]\right)\right\} \tag{25}$$

При умові $\varepsilon = \text{const}$ рівняння (20) набере вигляду:

$$\frac{1}{E}\frac{d^2\sigma}{dt^2} + \gamma \frac{d\sigma}{dt} + \alpha\sigma = 0 \tag{26}$$

Для виведення рівняння кривої релаксації напружень скористаємося перетворенням Лапласа:

$$\frac{1}{E}p^2\sigma(p)+\gamma p\sigma(p)+\alpha\sigma(p)=\frac{\sigma(0)}{E}p+\gamma\sigma(0),$$

звідки

$$\sigma(p)=\frac{\frac{\sigma(0)}{E}p+\gamma\sigma(0)}{\frac{1}{E}p^2+\gamma p+\alpha} \tag{27}$$

Розкладаємо вираз $\frac{1}{E}p^2+\gamma p+\alpha$ на множники.

Для цього розв'яжемо рівняння

$$\frac{1}{E}p^2+\gamma p+\alpha=0$$

$$p_1=-\tau_1=-\frac{\gamma E}{2}-\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}-\frac{\alpha}{E}}$$

$$p_2=-\tau_2=-\frac{\gamma E}{2}+\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}-\frac{\alpha}{E}},$$

звідки

$$\frac{1}{E}p^2+\gamma p+\alpha=\frac{1}{E}(p+\tau_1)(p+\tau_2).$$

Тоді рівняння (27) можна подати у вигляді:

$$\sigma(p)=E\left[\frac{A}{p+\tau_1}+\frac{B}{p+\tau_2}\right] \tag{28}$$

Знайдемо коефіцієнти A і B виразу (28) так:

$$A(p+\tau_2)+B(p+\tau_1)=\frac{\sigma(0)}{E}p+\gamma\sigma(0)$$

$$\begin{array}{l|l} p^1 & A+B=\dfrac{\sigma(0)}{E} \\ p^0 & A\tau_2+B\tau_1=\gamma\sigma(0) \end{array},$$

звідки

$$A=\frac{\sigma(0)}{E}-B; \qquad \left[\frac{\sigma(0)}{E}-B\right]\tau_2+B\tau_1=\gamma\sigma(0);$$

$$B(\tau_1+\tau_2)=\gamma\sigma(0)-\frac{\sigma(0)}{E}\tau_2;$$

$$B=\frac{\sigma(0)\left[\gamma-\frac{\tau_2}{E}\right]}{\tau_1-\tau_2}; \qquad A=\sigma(0)\left[\frac{1}{E}-\frac{\gamma-\frac{\tau_2}{E}}{\tau_1-\tau_2}\right]. \tag{29}$$

Підставивши коефіцієнти (29) у вираз (28), отримаємо:

$$\sigma(p)=\sigma(o)\left\{\frac{1-\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_1-\tau_2}}{p+\tau_1}+\frac{\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_1-\tau_2}}{p+\tau_2}\right\} \tag{30}$$

Виконаємо зворотнє перетворення Лапласа, враховуючи, що

$$\sigma(o) = \varepsilon E$$

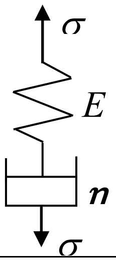
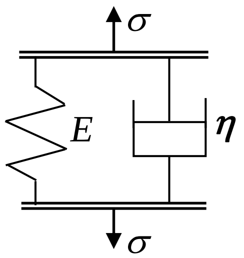
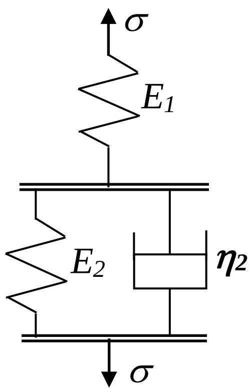
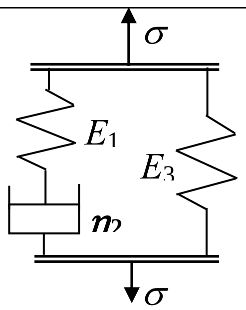
Тоді співвідношення (30) набере вигляду рівняння кривої релаксації напружень

$$\sigma = \varepsilon E\left\{\left[1-\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_2+\tau_1}\right]\exp(-\tau_1 t)+\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_2+\tau_1}\exp(-\tau_2 t)\right\}, \tag{31}$$

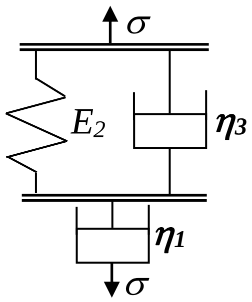
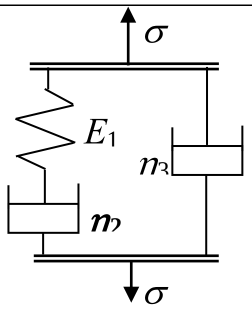
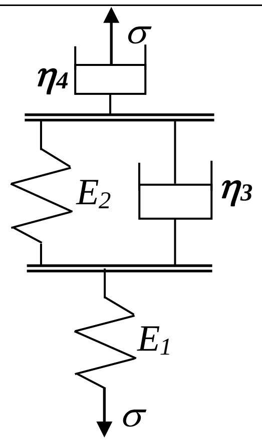
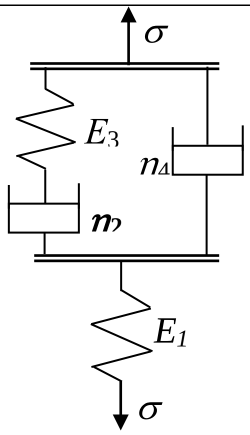
де τ_1 і τ_2 - дійсні числа, оскільки комплексними вони не можуть бути через втрату в такому випадку фізичного змісту кожного з елементів моделі.

Інші моделі в’язкопружних тіл подані в таблиці 1.

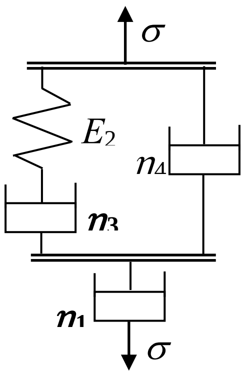
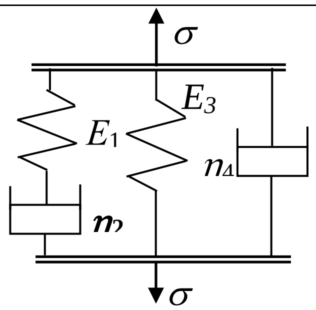
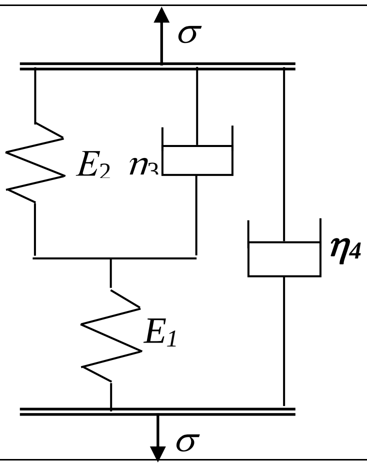
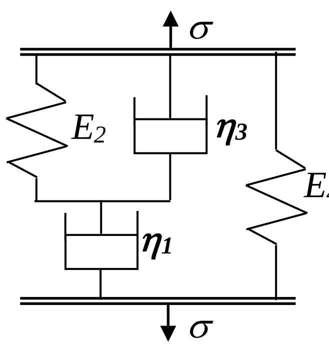
Таблиця 1

<table>
<tr><td rowspan="3">Модель</td><td>A</td><td>Рівняння повзучост</td></tr>
<tr><td>B</td><td>Рівняння релаксації напружень</td></tr>
<tr><td>C</td><td>Коефіцієнти</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1 </td><td>B</td><td>$\sigma = \varepsilon E\left(-\frac{E}{\eta}t\right)$</td></tr>
<tr><td>2 </td><td>A</td><td>$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\left[1-\exp\left(-\frac{E}{\eta}t\right)\right]$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">3 </td><td>A</td><td>$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\left\{1+\frac{\alpha-\beta}{\alpha}[1-\exp(-\beta t)]\right\}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\sigma = E\varepsilon\left\{1-\frac{\alpha-\beta}{\alpha}[1-\exp(-\alpha t)]\right\}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\alpha = \frac{E_1+E_2}{\eta_3}$ $\beta = \frac{E_2}{\eta_3}$ $E=E_1$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">4 </td><td>A</td><td>$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\left\{1+\frac{\alpha-\beta}{\alpha}[1-\exp(-\beta t)]\right\}$</td></tr>
<tr><td>B</td><td>$\sigma = E\varepsilon\left\{1-\frac{\alpha-\beta}{\alpha}[1-\exp(-\alpha t)]\right\}$</td></tr>
<tr><td>C</td><td>$\alpha = \frac{E_1}{\eta_2}; E = E_1+E_2; \beta = \frac{E_1E_3}{\eta_2(E_1+E_3)}$</td></tr>
</table>

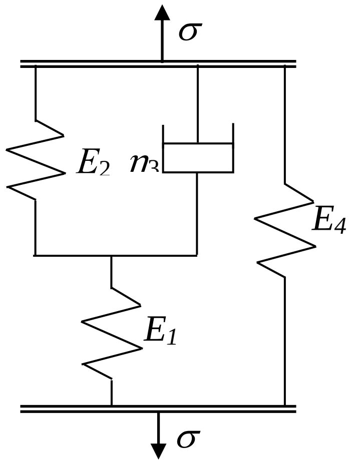
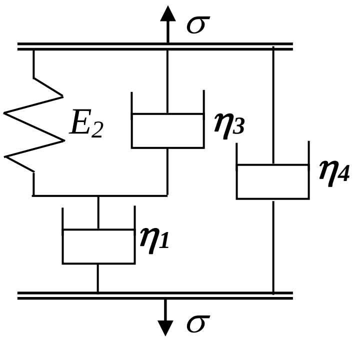
Продовження таблиці 1

5 	A	$\varepsilon=\frac{\sigma}{E_2}\left\{\frac{\eta_3}{\eta}+\frac{E_2}{\eta_1}t-\frac{\eta_3}{\eta_1}\left[1-\exp\left(-\frac{E_2}{\eta_3}t\right)\right]\right\}$
	B	$\sigma=\varepsilon\frac{E_2\eta_1}{\eta_1+\eta_3}\exp\left[-\frac{E}{\eta_1+\eta_2}t\right]$
6 	A	$\varepsilon=\frac{\sigma}{\beta}\left\{\frac{1}{\eta}+\alpha t-\frac{\alpha}{\beta}[1-\exp(-\beta t)]\right\}$
	B	$\sigma=\varepsilon\beta\eta\exp(-\alpha\eta t)$
	C	$\alpha=\frac{E_2}{\eta_1\eta_3};\beta=\frac{E_2}{\eta_3}+\frac{E_2}{\eta_1}=\frac{E_2}{\eta};\eta=\frac{\eta_1\eta_3}{\eta_3+\eta_1}.$
7 	A	$\varepsilon=\sigma\left\{\frac{1}{E}+\frac{\alpha}{\beta}\left(t-\frac{1}{\beta}[1-\exp(-\beta t)]\right)\right\}$
	B	$\sigma=\varepsilon E\left\{\left[1-\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_2+\tau_1}\right]\exp(-\tau_1 t)+\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_2+\tau_1}\exp(-\tau_2 t)\right\}$
	C	$E=E_1;\alpha=\frac{E_2}{\eta_4\eta_3};\ \beta=\frac{E_2}{\eta_3};\ \gamma=\frac{1}{\eta_3}+\frac{1}{\eta_4}+\frac{E_2}{E_1\eta_3}$ $\tau_{1,2}=\pm\frac{\gamma E}{2}-\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}-\frac{\alpha}{E}}$
8 	A	$\varepsilon=\sigma\left\{\frac{1}{E}+\frac{\alpha}{\beta}\left(t-\frac{1}{\beta}[1-\exp(-\beta t)]\right)\right\}$
	B	$\sigma=\varepsilon E\left\{\left[1-\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_2+\tau_1}\right]\exp(-\tau_1 t)+\frac{\gamma E-\tau_2}{\tau_2+\tau_1}\exp(-\tau_2 t)\right\}$
	C	$\alpha=\frac{E_3}{\eta_4\eta_2};E=E_1;\beta=\frac{E_3}{\eta};\gamma=\frac{1}{\eta_4}+\frac{E_3}{E_1\eta};\eta=\frac{\eta_1\eta_3}{\eta_3+\eta_1}$ $\tau_{1,2}=\pm\frac{\gamma E}{2}-\sqrt{\frac{\gamma^2}{4}-\frac{\alpha}{E}}$

Продовження таблиці 1

9 	A	$\varepsilon = \sigma\left\{\frac{1}{E} + \frac{\alpha}{\beta}\left(t - \frac{1}{\beta}\left[1 - \exp(-\beta t)\right]\right)\right\}$
	B	$\sigma = \varepsilon E\left\{\left[1 - \frac{\gamma E - \tau_2}{\tau_2 + \tau_1}\right]\exp(-\tau_1 t) + \frac{\gamma E - \tau_2}{\tau_2 + \tau_1}\exp(-\tau_2 t)\right\}$
	C	$E = E_2 + E_4;\ \alpha = \frac{E_2 E_4}{\eta_1\eta_3(E_2 + E_4)};\ \beta = \frac{E_2 E_4}{\eta_3(E_2 + E_4)};$ $\gamma = \frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta};\ \eta = \frac{\eta_1\eta_3}{\eta_3 + \eta_1};\ \tau_{1,2} = \pm\frac{\gamma E}{2} - \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \frac{\alpha}{E}}$
10 	A	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_3} + \left(\frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{E_3}\right)\left\{\frac{\tau}{\omega}\sin\omega\tau + \cos\omega\tau\right\}\exp(-\tau t)$
	B	$\sigma = \varepsilon\left[\chi + (E - \chi)\exp(-\beta t)\right]$
	C	$\tau = \frac{E}{2\eta_4};\ \omega = \sqrt{\frac{\alpha}{\eta_4} - \frac{E^2}{4\eta^2{}_4}}.\ E = E_1 + E_3 + \frac{E_1\eta_4}{\eta_2}$ $\alpha = E_1\frac{E_3}{\eta_2}\ \ \beta = \frac{E_1}{\eta_2}\ \ x = E_3$
11 	A	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_3} + \left(\frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{E_3}\right)\left\{\frac{\tau}{\omega}\sin\omega\tau + \cos\omega\tau\right\}\exp(-\tau t)$
	B	$\sigma = \varepsilon\left[\chi + (E - \chi)\exp(-\beta t)\right]$
	C	$E = E_1 + \frac{\eta_4}{\eta_3}(E_1 + E_2);\alpha = \frac{E_1 E_2}{\eta_3};\beta = \frac{E_1 + E_2}{\eta_3};$ $\chi = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2},\ \omega = \sqrt{\frac{\alpha}{\eta_4} - \frac{E^2}{4\eta^2{}_4}}.\ \tau = \frac{E}{2\eta_4};$
12 	A	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_3} + \left(\frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{E_3}\right)\left\{\frac{\tau}{\omega}\sin\omega\tau + \cos\omega\tau\right\}\exp(-\tau t)$
	B	$\sigma = \varepsilon\left[\chi + (E - \chi)\exp(-\beta t)\right]$
	C	$E = \frac{E_2\eta_1}{\eta_1 + \eta_3} + E_4;\ \alpha = \frac{E_2 E_4}{\eta_1 + \eta_3};\ \beta = \frac{E_2}{\eta_1 + \eta_3};\ \chi = E_4;$ $\eta = \frac{\eta_1\eta_3}{\eta_3 + \eta_1};\ \omega = \sqrt{\frac{\alpha}{\eta_4} - \frac{E^2}{4\eta^2{}_4}};\ \tau = \frac{E}{2\eta}$

Продовження таблиці 1

13 	A	$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}\left\{1 + \frac{\alpha - \beta}{\alpha}\left[1 - \exp(-\beta t)\right]\right\}$
	B	$\sigma = E\varepsilon\left\{1 - \frac{\alpha - \beta}{\alpha}\left[1 - \exp(-\alpha t)\right]\right\}$
	C	$E = E_1 + E_4; \alpha = \frac{E_1 + E_2}{\eta_3}; \beta = \frac{E_1 E_4}{\eta_3 (E_1 + E_4)} + \frac{E_2}{\eta_3}.$
14 	A	$\varepsilon = \frac{\sigma}{\beta}\left\{\frac{1}{\eta} + \alpha t - \frac{\alpha}{\beta}\left[1 - \exp(-\beta t)\right]\right\}$
	B	$\sigma = \varepsilon\beta\eta\exp(-\alpha\eta t)$
	C	$\alpha = \frac{E_2}{\eta_3\eta_4 + \eta_1\eta_3 + \eta_1\eta_4}; \beta = \frac{E_2\eta_1(1 + \eta_1\eta_4)}{\eta_3\eta_4 + \eta_1\eta_3 + \eta_1\eta_4};$ $\eta = \eta_4 + \frac{\eta_1\eta_3}{\eta_1 + \eta_3}.$

Таким чином, автори побудували і проаналізували увесь спектр три- і чотириелементних механічних моделей в’язкопружних тіл. Це дозволяє моделювати динаміку процесів тверднення композитних матеріалів з початкового моменту гідродинамічного поєднання компонентів до гелеутворення і переходу композиту у в’язкопружний стан. Використовуючи вироблений на кафедрі комп’ютерно-інтегрованих технологій Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя пристрій, можна експериментально спостерігати тверднення епоксидних композитів від перших секунд (в’язкий матеріал) до кількох годин (твердий матеріал) тверднення з фіксацією результатів через кожні 30 секунд.

Construction and analysis of total spectrum of mechanical models of visco-elastic bodies with three and four elements was conducted. This analysis allow to simulate the dynamic processes of materials hardness.

Література

1. Уорд И. Механические свойства твердых полимеров - М: Химия, 1975. – 350с.
2. Алфрей Т. Механические свойства высокополимеров. – Москва: ИЛ, 1952. – 384 с.
3. Малкин А.Я., Аскадский А.А., Коврига В.В. Методы измерения механических свойств полимеров. - М:Химия, 1978. – 336с.

Одержано 09.12.2000 р.