

УДК 539.3

В.Божидарник, канд.фіз.-мат.наук; В.Садівський, канд.фіз.-мат.наук*Луцький державний технічний університет***Г.Сулим, докт.фіз.-мат.наук***Львівський національний університет імені Івана Франка*

КОЕФІЦІЄНТИ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ ЗА ЗГИНУ АІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ, ОСЛАБЛЕНОЇ ГОСТРОКУТНИМ ОТВОРОМ З ТОЧКОЮ ЗВОРОТУ

Методом конформних відображення та збурення форми границі побудовані асимптотичні вирази для коефіцієнтів інтенсивності напружень біля точки звороту гострокутного отвору, форма якого залежно від параметра розкриття змінюється від математичного розрізу до гіпоциклоїди з трьома точками звороту під час дії на тонку пластинку рівномірного всебічного згину. Досліджено вплив на коефіцієнти інтенсивності напружень параметра розкриття отвору та орієнтації отвору стосовно щодо головних осей ортотропії матеріалу.

Гострокутні отвори є одним із поширених видів дефектів чи технологічних елементів конструкцій. Такі отвори можна вважати також значним наближенням задач теорії пружності для пластин з надтріснутими гладкими отворами чи заокругленими

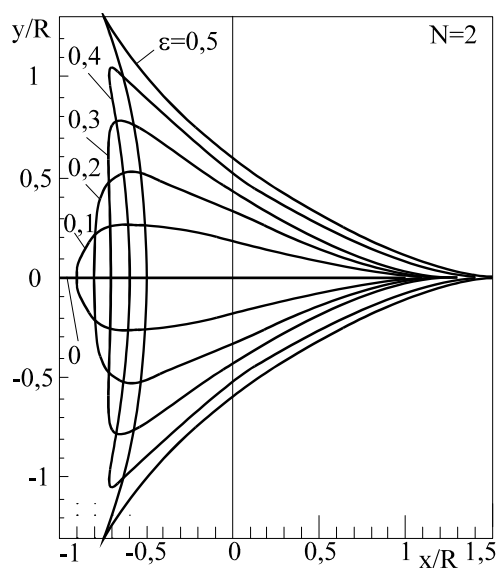


Рис. 1. Схема задачі

кутами отворів у тому випадку, коли у згладженому вістрі внаслідок високої концентрації напружень зародилася тріщина і розпочалося його збільшення. Постановка задач згину пластин із гострокутними отворами механічно досконаліша від аналогічних задач щодо тріщин, оскільки у випадку отворів область контакту берегів отвору відсутня і може виникнути лише у самому вістрі. Основна кількість досліджень напружено-деформованого стану пластин з гострокутними отворами, виконаних переважно В.В.Панасюком, Л.Т.Бережницьким та їх учнями, стосується плоских задач. Задачі згину вивчені набагато менше, причому більшість праць стосується ізотропних матеріалів [1]. У монографії [2] зроблено також підсумок досліджень застосування

методу збурення форми границі до згину трансверсально-ізотропних пластин з N -кутним гіпотрохідним отвором.

У площині xOy комплексної змінної $z = x + iy$ розглянемо в межах теорії Кірхгофа-Пуассона тонку анізотропну пластину завтовшки $2h$, що згинається рівномірно розподіленими уздовж зовнішнього краю на нескінченності моментами $M_n(s) = m = const$ (рівномірний всебічний згин). Пластина ослаблена гострокутним отвором, контур якого описує рівняння

$$\begin{aligned} x &= R \left[\cos \theta + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\theta) + b_n \sin(n\theta)] \right], \\ y &= R \left[d \sin \theta + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} [-a_n \sin(n\theta) + b_n \cos(n\theta)] \right] \quad (0 \leq d \leq 1). \end{aligned} \quad (1)$$

Для розв'язування задачі спочатку будемо розв'язок для відповідного гладкого отвору, а потім використовуємо метод збурення форми границі [2-5], застосований спершу С.Г.Лехницьким, О.С.Космодамианським та Г.М.Савіним для плоских задач теорії пружності, а потім розвинутий та поширений О.М.Гузем, Ю.М.Немішем та іншими авторами на інші області механіки деформовного твердого тіла. Асимптотичне подання напружень та переміщень має у цьому випадку вигляд, аналогічний залежності для прямолінійної тріщини-розрізу [6] чи (IX.42) – (IX.45), (IX.49) – (IX.51) [1]. Воно структурно не залежить від форми отвору. Остання впливає лише на значення КІН (див. теж п.ІІІ.10.2 [7]).

Зовнішність контура (1) конформно відобразимо на зовнішність $\zeta = \rho e^{i\theta}$ одиничного кола комплексної площини ζ за допомогою функції

$$z = \omega(\zeta) \equiv R \left[\frac{1+d}{2} \zeta + \frac{1-d}{2} \frac{1}{\zeta} + \varepsilon \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + ib_n) \zeta^{-n} \right], \quad (2)$$

де ε - малий параметр, що характеризує міру ухилення форми отвору від еліптичної. При $\varepsilon = 0$ така фігура вироджується у відрізок $[-R; R]$. Сталі d ($0 \leq d \leq 1$), a_n, b_n визначають конкретнішу форму отвору.

Якщо обмежитися підсумовуванням до значення $n=N$ та окремим випадком значень сталих $a_N = 1$, $a_n = b_n = 0$, $d = N\varepsilon$ ($n < N$), то під час зміни ε форма отвору змінюватиметься від прямого відрізка (завжди при $\varepsilon = 0$) до $N+1$ -кутної гіпоциклоїди (при крайньому значенні $\varepsilon = 1/N$) і (2) набере вигляду

$$z = \omega(\zeta) \equiv R \left[\frac{1+d}{2} \zeta + \frac{1-d}{2} \frac{1}{\zeta} + \frac{\varepsilon}{\zeta^N} \right]. \quad (3)$$

Якщо $N=0$, то відрізок отримаємо при довільних значеннях $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Умова $d = N\varepsilon$ отримана з необхідності рівності нулеві похідної відображувальної функції у розглядуваній точці звороту $z = R(1+\varepsilon)$, якій відповідає $\zeta = 1$: $\Omega'(1) = 0$. На рис. 1 зображені окремі типи форми отвору при $N=2$. Якщо вісь Ox провести через обрану точку звороту отвору симетрично відносно всього отвору, то вона перетинатиме його фігуру в точках, абсциси яких залежатимуть також і від ε : $\pm R(1 \pm \varepsilon)$. Таким чином її поздовжній вимір дорівнює $2R$.

Подання відображення (3) споріднене з (ІІ.163) [1]

$$z = \omega(\zeta) \equiv \frac{l}{2-b} \left[\zeta + \frac{1-b}{2\zeta} + \frac{b}{2\zeta^2} \right] \left(l \square R, b \square \frac{4\varepsilon}{1+2\varepsilon}, \varepsilon \square \frac{b}{4-2b}, d = 2\varepsilon \right).$$

Напружено-деформований стан анізотропного матеріалу згідно з викладеними у [8-10] результатами описується двома аналітичними функціями напружень $\varphi_j^*(z_j^*)$ ($j=1,2$) узагальнених комплексних змінних $z_j^* = x + \mu_j^* y$ ($j=1,2$), де $\mu_j^* = \alpha_j^* + i\beta_j^*$ ($j=1,2$) - корені класичного характеристичного рівняння [8-10] $D_{22}\mu^4 + 4D_{26}\mu^3 + 2(D_{12} + 2D_{66})\mu^2 + 4D_{16}s + D_{11} = 0$ з додатними уявними частинами, що визначаються пружними сталими, віднесеними до системи координат xOy (індекс 1 відповідає осі Ox ; індекс 2 – осі Oy). Для ортотропного матеріалу ($D_{16} = D_{26} = 0$) їх можна з використанням технічних пружних сталей легко обчислити за такими формулами:

$$\mu_{1,2}^* = \pm \sqrt{-A_1 \pm \sqrt{A_1^2 - E_1 E_2}} / \sqrt{E_2}, \quad A_1 = E_1 \nu_{21} + 2G_{12}(1 - \nu_{12}\nu_{21}). \quad (4)$$

Подамо вирази прогину пластинки w , згинальних та крутного моментів та перерізувальних сил через дві аналітичні функції $\theta_j(z_j^*)$ ($j=1,2$) для випадку $\lambda_1^* \neq \lambda_2^*$:

$$\begin{aligned} w &= 2 \operatorname{Re} \left[F_1^*(z_1^*) + F_2^*(z_2^*) \right], \quad M_x = -2 \operatorname{Re} \left[p_1^* \varphi_1^*(z_1^*) + p_2^* \varphi_2^*(z_2^*) \right], \quad \varphi_j^*(z_j^*) = \frac{dF_j^*(z_j^*)}{dz_j^*}, \\ M_y &= -2 \operatorname{Re} \left[q_1^* \varphi_1^*(z_1^*) + q_2^* \varphi_2^*(z_2^*) \right], \quad H_{xy} = -2 \operatorname{Re} \left[r_1^* \varphi_1^*(z_1^*) + r_2^* \varphi_2^*(z_2^*) \right], \\ N_x &= -2 \operatorname{Re} \left[\mu_1 s_1^* \varphi_1^{*''}(z_1^*) + \mu_2 s_2^* \varphi_2^{*''}(z_2^*) \right], \quad N_y = -2 \operatorname{Re} \left[s_1^* \varphi_1^{*''}(z_1^*) + s_2^* \varphi_2^{*''}(z_2^*) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

На основі цих виразів компоненти тензора напружень дорівнюють

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{3z}{h^3} \operatorname{Re} \left[p_1^* \varphi_1^*(z_1^*) + p_2^* \varphi_2^*(z_2^*) \right], \quad \sigma_{yy} = -\frac{3z}{h^3} \operatorname{Re} \left[q_1^* \varphi_1^*(z_1^*) + q_2^* \varphi_2^*(z_2^*) \right], \\ \sigma_{zz} &= 0, \quad \sigma_{xy} = -\frac{3z}{h^3} \operatorname{Re} \left[r_1^* \varphi_1^*(z_1^*) + r_2^* \varphi_2^*(z_2^*) \right], \\ \sigma_{xz} &= \frac{3}{h^3} (z^2 - h^2) \operatorname{Re} \left[\mu_1 s_1^* \varphi_1^{*''}(z_1^*) + \mu_2 s_2^* \varphi_2^{*''}(z_2^*) \right], \\ \sigma_{yz} &= \frac{-3}{2h^3} (z^2 - h^2) \operatorname{Re} \left[s_1^* \varphi_1^{*''}(z_1^*) + s_2^* \varphi_2^{*''}(z_2^*) \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Граничні умови першої основної граничної задачі на контурі отвору мають вигляд (IX.12) [1], (I.10.7) [10]:

$$\begin{aligned} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{p_1^*}{\mu_1} \varphi_1^*(z_1^*) + \frac{p_2^*}{\mu_2} \varphi_2^*(z_2^*) \right] &= -\int_0^s m dy - Cx + C_1, \\ 2 \operatorname{Re} \left[q_1^* \varphi_1^*(z_1^*) + q_2^* \varphi_2^*(z_2^*) \right] &= -\int_0^s m dx + Cy + C_2, \end{aligned} \quad (7)$$

де C - дійсна стала (дійсними сталими C_1, C_2 з огляду на врівноваженість навантаження можна знехтувати); пружні сталі згину p_j^*, q_j^*, s_j^* ($j=1,2$) визначаються за пружними сталими матеріалу співвідношеннями

$$p_j^* = D_{11} + D_{12} (\mu_j^*)^2 + 2D_{16}\mu_j^*, \quad s_j^* - r_j^* = \frac{p_j^*}{\mu_j^*}, \quad s_j^* + r_j^* = -q_j^* \mu_j^*;$$

$$q_j^* = D_{12} + D_{22} (\mu_j^*)^2 + 2D_{26}\mu_j^*, \quad r_j^* = D_{16} + D_{26} (\mu_j^*)^2 + 2D_{66}\mu_j^*,$$

$$s_j^* = \frac{D_{11}}{\mu_j^*} + 3D_{16} + (D_{12} + 2D_{66})\mu_j^* + D_{26} (\mu_j^*)^2,$$

де $D_{11} = D_{xx}$, $D_{22} = D_{yy}$ - жорсткості згину навколо осей y та x відповідно; D_{66} - жорсткість кручення для осей y та x ; D_{16} , D_{26} - побічні (другорядні) жорсткості; відношення D_{12}/D_{22} , D_{12}/D_{11} - зведені коефіцієнти Пуассона.

З урахуванням сказаного функції напружень та сталу C подамо у вигляді рядів за степенями малого параметра ε [3, 8, 11]:

$$\varphi_{ji}^*(z_j') = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \varphi_{ji}^*(z_j'), \quad C = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i C^i \quad (j=1,2). \quad (8)$$

Підставляючи (8) в умови (7), прирівнюючи члени біля однакових степенів ε та використовуючи умову однозначності прогину під час обходу навколо отвору [8, 11], побудуємо послідовність граничних задач для знаходження функцій $\varphi_{ji}^*(z_j')$ та сталих

C^i . Розв'язок кожної з цих задач у відображеній області у свою чергу шукаємо у вигляді рядів за ε . Коефіцієнти інтенсивності напружень (КІН) K_I , K_{II} знаходимо згідно з їхнім механічним сенсом $\{K_I, K_{II}\} = \lim_{r \rightarrow 0, \theta=0} \sqrt{2\pi r} \{\sigma_{yy}, \sigma_{xy}\}$ та залежностями

(5) з виразів [6]

$$s_1^*(K_I p_2^* + K_{II} q_2^* \mu_2^*) = -24\sqrt{\pi} \frac{\Delta_1 \varphi_1^*(1)}{4h^2 \sqrt{\omega''(1)}}, \quad (9)$$

$$s_2^*(K_I p_1^* + K_{II} q_2^* \mu_1^*) = -24\sqrt{\pi} \frac{\Delta_1 \varphi_2^*(1)}{4h^2 \sqrt{\omega''(1)}}, \quad \Delta_1 = p_1^* q_2^* \mu_2^* - p_2^* q_1^* \mu_1^*,$$

які теж мають вигляд рядів за степенями ε

$$K_I = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i K_{Ii}, \quad K_{II} = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i K_{IIi}. \quad (10)$$

Якщо вісь розглядуваного вістря розширеної тріщини утворює кут γ з першим напрямом головної системи координат пружних сталей матеріалу, то, обчислюючи за формулами (2.4) величини K_I , K_{II} , слід використовувати співвідношення зміни коренів характеристичного рівняння під час повертання системи координат

$$\mu_j^* = \frac{\mu_j^* \cos \gamma - \sin \gamma}{\cos \gamma + \mu_j^* \sin \gamma}. \quad (11)$$

Застосування поданої методики у другому наближенні (з урахуванням у рядах (8), (10) членів до ε^2) дає такі вирази для КІН щодо вирізу, контур якого змінюється від прямолінійного математичного розрізу ($\varepsilon=0$) до гіпоциклоїдного вирізу з трьома точками звороту ($N=2$, $d=2\varepsilon$ при $\varepsilon=1/2$):

$$K_I = \frac{6\sqrt{\pi Rm}}{4h^2} \frac{1+2\varepsilon-4\varepsilon^2 \operatorname{Re}\left(q_1^* \lambda_1^{*2} \Omega_1^2 a_{01} + q_2^* \lambda_2^{*2} \Omega_2^2 b_{01}\right)}{\sqrt{1+4\varepsilon}}, \quad (12)$$

$$K_{II} = -\frac{6\sqrt{\pi Rm}}{4h^2} \frac{c_0(1-2\varepsilon)-4\varepsilon^2 \operatorname{Re}\left(p_1^* \lambda_1^{*2} \Omega_1^2 a_{01}/\mu_1^* + p_2^* \lambda_2^{*2} \Omega_2^2 b_{01}/\mu_2^*\right)}{\sqrt{1+4\varepsilon}},$$

де

$$a_{01} = -\mu_1^* \frac{(id-c_0)q_2^* \mu_2^* + (idc_0-1)p_2^*}{2\Delta_1}, \quad b_{01} = \mu_2^* \frac{(idc_0-1)p_1^* + (id+c_0)q_1^* \mu_1^*}{2\Delta_1},$$

$$c_0 = \frac{d \operatorname{Re} S - \operatorname{Im} L}{\operatorname{Im} F - d \operatorname{Re} N}, \quad L = \frac{id(q_2^* - q_1^*) + p_1^* \mu_2^* - p_2^* \mu_1^*}{\Delta_1}, \quad d = 2\varepsilon,$$

$$F = \frac{(q_1^* - q_2^*) \mu_1^* \mu_2^* + id(p_1^* \mu_2^* - p_2^* \mu_1^*)}{\Delta_1}, \quad \Omega_j = \frac{2}{1+d+\lambda_j^*(1-d)} \quad (j=1, 2),$$

$$S = \frac{p_1^* \mu_2^{*2} - p_2^* \mu_1^{*2} + id(q_2^* \mu_1^* - q_1^* \mu_2^*) \mu_1^* \mu_2^*}{\Delta_1}, \quad (13)$$

$$N = \frac{(q_1^* \mu_2^* - q_2^* \mu_1^*) \mu_1^* \mu_2^* + id(p_1^* \mu_2^{*2} - p_2^* \mu_1^{*2})}{\Delta_1}.$$

При $\varepsilon=0$ звідси маємо

$$K_I|_{\varepsilon=0} \equiv K_I^T = \frac{6\sqrt{\pi Rm}}{4h^2}, \quad K_{II}|_{\varepsilon=0} \equiv K_{II}^T = -\frac{6\sqrt{\pi Rm}c}{4h^2}, \quad c = \frac{\operatorname{Im}\left[\left(\mu_1^* p_2^* - \mu_2^* p_1^*\right)/\Delta_1\right]}{\operatorname{Im}\left[\mu_1^* \mu_2^* (q_2^* - q_1^*)/\Delta_1\right]}, \quad (14)$$

що з точністю до позначень збігається з відомими виразами ((IX.47) монографії [1] (в [1] в означенні для КІН відсутні множники $\sqrt{\pi}$)).

Граничним переходом з (12) можна отримати залежності для КІН в ізотропному випадку.

Конкретні обчислення виконані для ізотропного матеріалу (оргскло) та шести ортотропних чи трансверсально-ізотропних матеріалів: некласифікованих композитів скла, бору або графіту з епоксидом та композитів ЛУ-1, ЭФ 32-301, ЭТФ [1, 12], що характеризуються такими пружними сталими і комплексними параметрами:

1. Оргскло: $E_x = E_y = 5,494$ ГПа, $G_{xy} = 2,198$ ГПа, $\nu_{xy} = 0,25$, $\mu_1^* = \mu_2^* = i$.

$$E_x = 27,586 \text{ ГПа}, \quad E_y = 2,8586 \text{ ГПа}, \quad G_{xy} = 1,032 \text{ ГПа},$$

2. Бор-епоксид:
 $\nu_{xy} = 0,25$, $\mu_{1,2}^* = \pm 1,034 + 1,427i$.

$$E_x = 5,386 \text{ ГПа}, \quad E_y = 1,795 \text{ ГПа}, \quad G_{xy} = 0,863 \text{ ГПа},$$

3. Скло-епоксид:
 $\nu_{xy} = 0,25$, $\mu_{1,2}^* = \pm 0,5199 + 1,209i$.

$$E_x = 27,586 \text{ ГПа}, \quad E_y = 1,104 \text{ ГПа}, \quad G_{xy} = 0,549 \text{ ГПа},$$

4. Графіт-епоксид:
 $\nu_{xy} = 0,25$, $\mu_{1,2}^* = \pm 1,371 + 1,766i$.

$$E_x = 96,000 \text{ ГПа}, \quad E_y = 10,800 \text{ ГПа}, \quad G_{xy} = 2,610 \text{ ГПа},$$

5. ЛУ-1:
 $\nu_{xy} = 0,21$, $\mu_{1,2}^* = \pm 1,070 + 1,355i$.

6. ЭФ 32-301: $E_x = 32,800 \text{ ГПа}, E_y = 21,000 \text{ ГПа}, G_{xy} = 5,700 \text{ ГПа},$
 $\nu_{xy} = 0,21, \mu_{1,2}^* = \pm 0,5061 + 0,9968i.$

7. ЭТФ: $E_x = 29,600 \text{ ГПа}, E_y = 12,500 \text{ ГПа}, G_{xy} = 4,900 \text{ ГПа},$
 $\nu_{xy} = 0,189, \mu_{1,2}^* = \pm 0,5374 + 1,118i.$

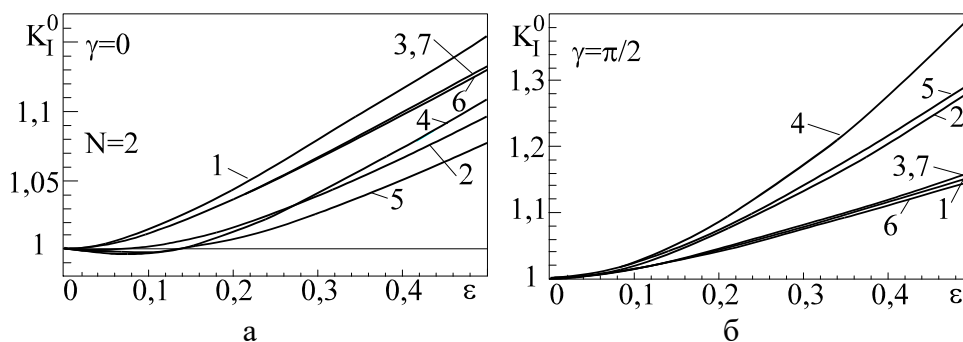


Рис. 2. Залежність зведеного КІН K_I^0 від параметра розкритості отвору ε (номер лінії відповідає номеру матеріалу)

Обчислення за формулами (12), (14) безрозмірного КІН розширеної тріщини $K_I^0 = K_I / K_I^T$, (K_I^T стосується КІН для прямолінійної тріщини у тому ж матеріалі і за такої ж орієнтації, як досліджуване вістря розширеної тріщини) виявило, що: 1) при орієнтації вістря гострокінцевого вирізу у напрямі більшої жорсткості матеріалу ($\gamma = 0$ - рис. 2 а, номер лінії на всіх рисунках відповідає номеру матеріалу) КІН K_I^0 для всіх досліджуваних анізотропних матеріалів був меншим, ніж відповідна величина для ізотропного матеріалу, причому зі збільшенням ε (розгортанням отвору) у матеріалів ЭТФ та ЛУ-1 K_I^0 спочатку зменшується, а вже потім збільшується.; 2) при орієнтації вістря гострокінцевого вирізу у напрямі меншої жорсткості матеріалу ($\gamma = \pi/2$ - рис. 2 б) КІН K_I^0 для всіх досліджуваних анізотропних матеріалів, за винятком ЭФ 32-301, був більшим, ніж відповідна величина для ізотропного матеріалу, причому в усіх випадках залежність від ε - монотонне зростання;. 3) при $\gamma = \pi/2$ відносне значення КІН при кожному даному ε тим більше, чим більша уявна частина кореня характеристичного рівняння; для $\gamma = 0$ обернена залежність справджується для малих ε (менших за 2,5).

Загалом вплив ортотропії у вершині гострокінцевого вирізу з полярною віссю у напрямі більшої жорсткості матеріалу ($\gamma = 0$) значно слабший, ніж у випадку його орієнтації у напрямі мінімальної жорсткості ($\gamma = \pi/2$).

При обох варіантах орієнтації вістря розрахунки для скла-епоксиду, ЭФ 32-301 і ЭТФ (вони мають менші за модулем від одиниці дійсні частини коренів характеристичного рівняння – порядку 0,5) дають результати, близькі до варіанту ізотропного матеріалу. Для інших матеріалів з більшими за модулем від одиниці дійсними частинами коренів характеристичного рівняння (бор-епоксид, графіт-епоксид, ЛУ-1) зведені КІН K_I^0 значно відрізняються від значень, отриманих для ізотропного матеріалу. Внаслідок симетрії задачі при $\gamma = 0, \pi/2$ КІН $K_{II} = 0$.

Рис. 3 характеризує залежність K_I^0 від кута γ (у радіанах) орієнтації вістря отвору щодо осі максимального модуля пружності при параметрі геометрії $\varepsilon = 0,2$. Зі збільшенням розкриття дефекту вплив анізотропії на КІН посилюється. Для дуже малих

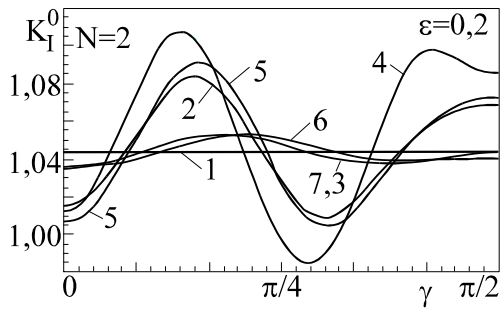


Рис. 3. Залежність зведеного КІН K_I^0 від кута γ орієнтації отвору щодо головних осей ортотропії (номер лінії відповідає номерів матеріалу)

ϵ цей вплив орієнтації (кута γ між напрямками вістря та максимальної жорсткості) є дуже малим. Для прямолінійної тріщини при рівномірному всебічному навантаженні (так само, як і при плоскій задачі за самоврівноваженого навантаження берегів розрізу) різниці у значеннях КІН для ізотропного та анізотропного випадків зовсім нема. Під час повертання отвору в анізотропному матеріалі на кут від 0 до $\pi/2$ КІН коливається щодо його відповідного значення, властивого для ізотропного матеріалу.

КІН K_I^0 біля вістря отвору у склі-епоксиді, ЭФ 32-301 і ЭТФ (мають менші за модулем від одиниці дійсні частини коренів характеристичного рівняння) доволі близькі до даних, отриманих для ізотропного матеріалу. Для інших матеріалів з більшими за модулем від одиниці дійсними частинами коренів характеристичного рівняння (бор-епоксид, графіт-епоксид, ЛУ-1) зведені КІН K_I^0 набагато більше відрізняються від значень, отриманих для ізотропного матеріалу.

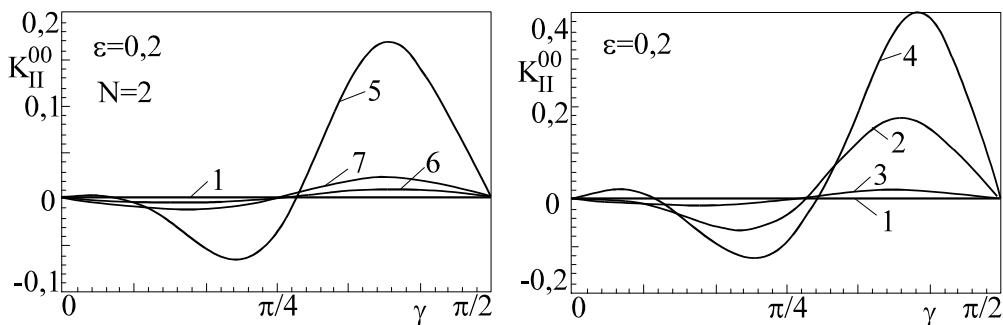


Рис. 4. Залежність зведеного КІН K_{II}^{00} від кута γ орієнтації отвору щодо головних осей ортотропії (номер лінії відповідає номерів матеріалу)

Обчислення виявляють також, що навіть при $\epsilon = 0,2$ з точністю до 5% можна нехтувати анізотропією досліджуваних матеріалів, вважаючи їх ізотропними. При $\epsilon \leq 0,1$ з такою ж точністю можна під час обчислення КІН в анізотропному матеріалі заступати отвір прямолінійною тріщиною ($\epsilon = 0$).

Подібні дані щодо зведеного КІН $K_{II}^{00} = cK_{II}^0 = cK_{II}/K_{II}^T = -K_{II}h^2 / (6\sqrt{\pi Rm})$ характеризує рис. 4. Тут замість природного $K_{II}^0 = K_{II}/K_{II}^T$ обрано дещо інше нормування з огляду на те, що нормувальний коефіцієнт c , що є множником у виразі для K_{II}^T . При кутах $\gamma = 0; \pi/2$, так само, як і для ізотропного матеріалу, цей множник дорівнює нулеві і робить нульовим також K_{II}^T . При інших кутах для анізотропних матеріалів коефіцієнт c є ненульовим. Кутову залежність $c = c(\gamma)$ відображає рис. 5. Максимум коефіцієнта c для деяких матеріалів зсунутий у бік напрямку матеріалу з більшим модулем пружності.



Рис. 5. Залежність нормувального коефіцієнта c від кута γ орієнтації отвору щодо головних осей ортотропії (номер лінії відповідає номеру матеріалу)

само, як і K_I , коливається стосовно його відповідного значення, властивого для ізотропного матеріалу. Різниця полягає у тому, що його максимум зсунутий у бік напрямку матеріалу з меншим модулем пружності.

Загалом для кожного конкретного навантаження, форми дефекту та особливостей анізотропії матеріалу можна вибрати оптимальну орієнтацію отвору стосовно головних напрямів симетрії (армування) матеріалу, щоб забезпечити найвищу міцність конструкції. Зрозуміло також, що так само, як і в ізотропному випадку [1], при малих ε величини КІН при збільшенні кількості вершин

$N+1$ у гіпоциклоїдному отворі за фіксованого значення ε внаслідок більшої розгорнутості вістря зменшуватимуться за законом A/\sqrt{N} .

With the conform mapping method and the shape boundary disturbance method an asymptotic expressions for stress intensity factors near sharp recovery point of hole (which contour relative to opening parameter change from mathematical cut to hypocycloid with three recovery point) in thin plate under uniform all-round bending. Influences of the hole opening parameter and the hole orientation angle relative to orthotropy axis on stress intensity factors are investigated.

Література

1. Бережницький Л.Т., Делявський М.В., Панасюк В.В. Изгиб тонких пластин с дефектами типа трещин. - К.: Наук. думка, 1979. - 400 с.
2. Мазурак Л.П., Бережницький Л.Т. Изгиб трансверсально-изотропных пластин с дефектами типа трещин. - К.: Наук. думка, 1990. - 256 с.
3. Гузь О.М. Про наближений метод визначення концентрацій напруження навколо криволінійних отворів в оболонках // Прикл. механіка.- 1962. - Т. 8, № 6. - С. 605 - 612.
4. Панасюк В.В., Бережницький Л.Т., Садивський В.М. О влиянии анизотропии материала на коэффициенты интенсивности напряжений возле дефектов типа трещин//Пробл. прочности.- 1977. - № 4. - С. 16 - 21.
5. Бережницький Л.Т., Садивський В.М. К теории остроконечных концентраторов напряжений в анизотропных пластинах//Физ.-хим. механика материалов.- 1977. - Т. 13, № 3. - С. 82 - 90.
6. Бережницький Л.Т., Садивський В.М., Оньшко Л.И. Изгиб анизотропной пластины с трещиной // Прикл. механіка.- 1978. - № 2. - С. 42 - 49.
8. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. - М.: Наука, 1974. - 640 с.
9. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. - К.: Наук. думка, 1968. - 888 с.
10. Лехницький С.Г. Анизотропные пластинки. - М.: Гостехиздат, 1957. - 463 с.
11. Божидарник В.В. Двовимірні задачі теорії пружності й термопружності структурно-неоднорідних тіл.- Львів: Світ, 1998. - 352 с.
12. Ермолаев Б.И. Приближенный метод определения напряжений при изгибе анизотропных пластин с отверстием//Изв. вузов. Стр-во и архитектура.- 1960. - № 1. - С. 35 - 44.
13. Серенсен С.В., Зайцев Г.П. Несущая способность тонкостенных конструкций из армированных пластиков с дефектами. - К.: Наук. думка, 1982. - 296 с.

Одержано 15.12.2000 р.