

УДК 164.338.3

Барановський В.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

## МЕТОДИКА РІШЕННЯ ТРАНСПОРТНИХ ЗАДАЧ У ВИГЛЯДІ МЕРЕЖЕВОЇ МОДЕЛІ

Baranovsky V.

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

## METHODS OF SOLVING TRANSPORT PROBLEMS AS A NETWORK MODEL

Ключові слова: перевезення, постачальник, споживач, цільова функція.

Keywords: transportation, supplier, consumer, target function.

Класична транспортна задача передбачає перевезення вантажів із пунктів постачальників до пунктів споживачів. При цьому кожен відправник пов'язаний із пунктом-споживачем окремою дорогою та характерними саме для неї витратами на перевезення. Проте на практиці, як правило, більшість шляхів, які пов'язують два пункти, або пункт постачальника та пункт споживача, проходять крізь інші не обов'язкові пункти. Більше того, виявиться можливим доправити необхідний вантаж з одного пункту до іншого кількома вірогідними шляхами.

Тому подібні транспортні задачі в основному формулюють не в матричній, а мережевій постановці шляхом розробки мережевої моделі, як один із методів вирішення транспортної задачі.

Постановку задачі опишемо в такому вигляді.

Нехай на мережі з вершинами ( $n$ ) і дугами ( $m$ ) знаходиться безліч постачальників (А) і споживачів (В), при цьому:

- відомі ресурси  $i$ -х постачальників ( $a_i$ ) та потреби  $j$ -тих споживачів ( $b_j$ );
- вказана вартість (довжини шляху) перевезення вантажів ( $C_{ij}$ ) за кожною дугою.

При цьому необхідно забезпечити мінімум вартості перевезення (мінімум сукупної транспортної роботи), тобто необхідно мінімізувати цільову функцію, або сукупні затрати на перевезення вантажу, тобто  $Z = \sum C_{ij}X_{ij} \rightarrow \min$  за наступних необхідних умов:  $\sum a_i = \sum b_j$ ; вантажопотоки ( $X_{ij}$ ) є невід'ємними величинами.

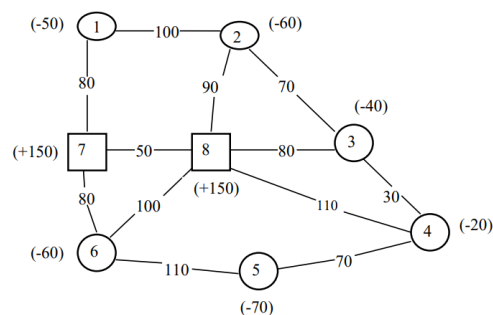


Рис. 1. Схема транспортної мережі

Крок 1. Перевіряємо головну умову рівності ресурсів постачальників і запитів споживачів. Якщо дана умова виконується, тоді приступають до вирішення задачі. Якщо ні – тоді необхідно привести цю умову до необхідних показників і забезпечити рівність ресурсів.

Крок 2. Складаємо вихідний початковий план (рис. 2), за якого ресурси постачальників повинні бути відправлені, а запит споживачів задоволений (стрілками на рис. 2 показані напрямки вантажопотоків, а числами – кількість вантажів, які необхідно перевезти, або доставити споживачу).

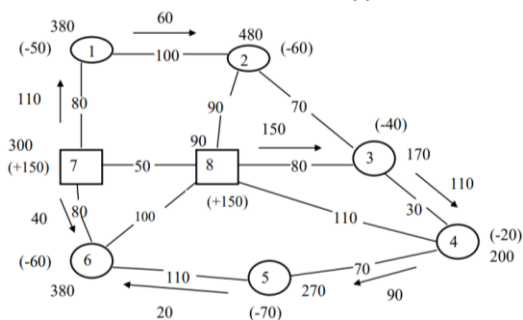


Рис. 2. Схема вихідного плану розподілення ресурсів

Крок 3. Привласнюємо потенціали вершинам так, щоб у подальшому вони не були від'ємними числами. Наприклад, у вершині 7 потенціал рівний 300. Призначаємо потенціали решті вершин, дотримуючись правила: при русі по дугах мережі в напрямку прямування вантажопотоку до потенціалу попередньої вершини додаємо довжину дуги, а при русі по дугах проти потоку цю довжину з потенціалу попередньої вершини віднімаємо (див. рис. 2).

Необхідно зазначити, що у разі, якщо неможливо призначити потенціали всім вершинам відносно однієї заданої (у нашому випадку вершина 7), транспортна мережа розбивається на окремі незалежні частини, оптимізація яких можлива, або із застосуванням методу кільцевих маршрутів, або у вигляді мережевої моделі.

Крок 4. Перевіряємо виконання умови оптимальності для всіх дуг мережі, на яких немає вантажопотоку, тобто дотримання умов  $P_j - L_i \leq C_{ij}$ , де:  $P_j$  – потенціал в  $j$ -му пункті (вартість у споживача);  $L_i$  – потенціал в  $i$  пункті (вартість у постачальника);  $C_{ji}$  – відстань між пунктами (вартість транспортування).

Такими дугами (парами пунктів) є: 2–3 ( $480 - 170 = 310 > 70$ ); 7–8 ( $300 - 90 = 210 > 50$ ); 4–8 ( $200 - 90 = 110 = 110$ ); 6–8 ( $380 - 90 = 290 > 100$ ); 2–8 ( $480 - 90 = 390 > 90$ ). При цьому, умова оптимальності порушена на чотирьох дугах з п'яти, отже, вихідний план неоптимальний.

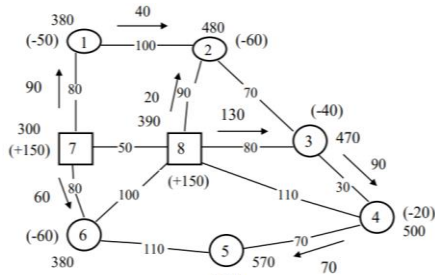


Рис. 3. Схема покращеного варіанту розподілення ресурсів

Крок 5. Складаємо покращений варіант вихідного плану розподілення ресурсів, наприклад, який зображено на рис. 3. Вибираємо дугу 2–8 з максимально можливим порушенням умови оптимальності та направляємо по ній вантажопотік від вершини з меншим потенціалом (8) до вершини з більшим потенціалом (2). Далі необхідно скласти замкнутий контур, що складається із дуг з потоком і обраної дуги з порушенням. Це можна зробити єдиним способом, склавши контур із дуг 8–2, 2–1, 1–7, 7–6, 6–5, 5–4, 4–3, 3–8. Просуваючись за цим контуром від точки 8 до точки 2 і далі до точки 8 знаходимо найменший зустрічний потік (20). Додаючи це число до всіх попутних вантажопотоків і віднімаючи його з усіх зустрічних, отримуємо покращений варіант перевезень (рис. 3).

Повторюємо крок 3. Немає необхідності заново підраховувати всі потенціали вершин мережі, достатньо виправити лише потенціали тих вершин, де змінився напрямок вантажопотоків.

Крок 6. Знову перевіряємо виконання умови оптимальності для всіх дуг мережі, на яких немає вантажопотоку: 2–3 ( $480 - 470 = 10 < 70$ ), 8–7 ( $390 - 300 = 90 > 50$ ), 8–6 ( $390 - 380 = 10 < 100$ ), 5–6 ( $570 - 380 = 190 > 110$ ), 4–8 ( $500 - 390 = 110 = 110$ ). Умова не виконується на двох із п'яти дуг. Найбільше порушення на дузі 5–6. Повторюючи крок 5, отримуємо другий покращений план розподілу ресурсів. Порівнюючи вихідний та другий покращений план розподілу ресурсів за показником сукупної транспортної роботи, одержуємо необхідний показник оптимізації сукупної транспортної роботи.