

Секція:

Математика та статистика

УДК 517.9

Дерев'янюк В. – ст. гр. СНм-51

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

**ПОБУДОВА ЧИСЕЛЬНОГО РОЗВ'ЯЗКУ ПЕРШОЇ КРАЙОВОЇ
ЗАДАЧІ ДЛЯ РІННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ**

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доц. Габрусєв Г. В.

Derevianko V.

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

**NUMERICAL SOLUTION OF THE FIRST BOUNDARY VALUE
PROBLEM FOR THE HEAT EQUATION**

Supervisor: Habrusiev H. V.

Ключові слова: рівняння теплопровідності, стержень, апроксимація, рівняння гіперболічного типу.

Keywords: heat equation, rod, approximation, hyperbolic partial differential equation

Розглянемо задачу про розподіл тепла в однорідному стержні довжиною 1, на кінцях якого підтримуються стала температура $t_1 = 10$ та $t_2 = 20$, а функція

$$f(x) = \begin{cases} 10 - 20x, & 0 \leq x \leq 0.5, \\ 40x - 20, & 0.5 \leq x \leq 1; \end{cases}$$

Описує розподіл температури всередині стержня у початковий момент часу $t = 0$.

Як відомо, процес теплообміну стержня описується рівнянням параболічного типу [1]. Отже в математичному плані одержуємо наступну крайову задачу

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq T,$$

із початковою умовою

$$u(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq 1$$

та граничними умовами

$$u(0, t) = 10, \quad u(1, t) = 20 \quad 0 \leq t \leq T.$$

Розв'язок задачі будемо проводити наближено із застосування системи комп'ютерної алгебри Mathcad [2].

Для розв'язання поставленої задачі в області виберемо крок розбиття по осі x $h = 0.1$, а крок розбиття часового інтервалу $\tau = 0.02$. Для прикладу виберемо сітку розміром 10×60 . На рисунку 1 зображено основні блоки програми. Функція $\text{pr}(n, \tau, h, u, y1, j)$ реалізує метод прогонки, тобто розв'язуючи СЛАР обчислює значення функції $u(x, t)$ певного часового шару на основі даних попереднього (масив значень $y1$). Функція ж $\text{P}(m1, n, \tau, h, u, f)$ дозволяє розв'язати поставлену задачу шляхом циклічного виклику функції $\text{pr}(n, \tau, h, u, y1, j)$.

У результаті виконання програми $P(m1, n, \tau, h, u, f)$ ми одержуємо значення шуканої функції $u(x, t)$ та будуємо її у вигляді поверхні та ліній рівня (рисунок 2).

```

pr(n, \tau, h, u, y1, j) :=
    \alpha_1 \leftarrow 0
    \beta_1 \leftarrow u_{0, j}
    \gamma \leftarrow \frac{\tau}{h^2}
    for i \in 1, 2.. n
        \alpha_{i+1} \leftarrow \frac{\gamma}{(1 + 2 \cdot \gamma - \gamma \cdot \alpha_i)}
        \beta_{i+1} \leftarrow \frac{\gamma \cdot \beta_i + y1_i}{(1 + 2 \cdot \gamma - \gamma \cdot \alpha_i)}
    \alpha
    \beta
    y_n \leftarrow u_{n, j}
    for k \in n - 1, n - 2.. 0
        y_k \leftarrow \alpha_{k+1} \cdot y_{k+1} + \beta_{k+1}
    y

P(m1, n, \tau, h, u, f) :=
    t \leftarrow 0
    for i \in 0, 1.. n
        y1_i \leftarrow f(x_i)
        y1
    for k \in 0, 1.. m1
        for i \in 0, 1.. n
            us_{i, k} \leftarrow y1_i
            us
        for j \in 0, 1.. 9
            y1 \leftarrow pr(n, \tau, h, u, y1, j)
            t \leftarrow t + \tau
            y1
        us
    us
    
```

Рис. 1. Програма в середовищі Mathcad.

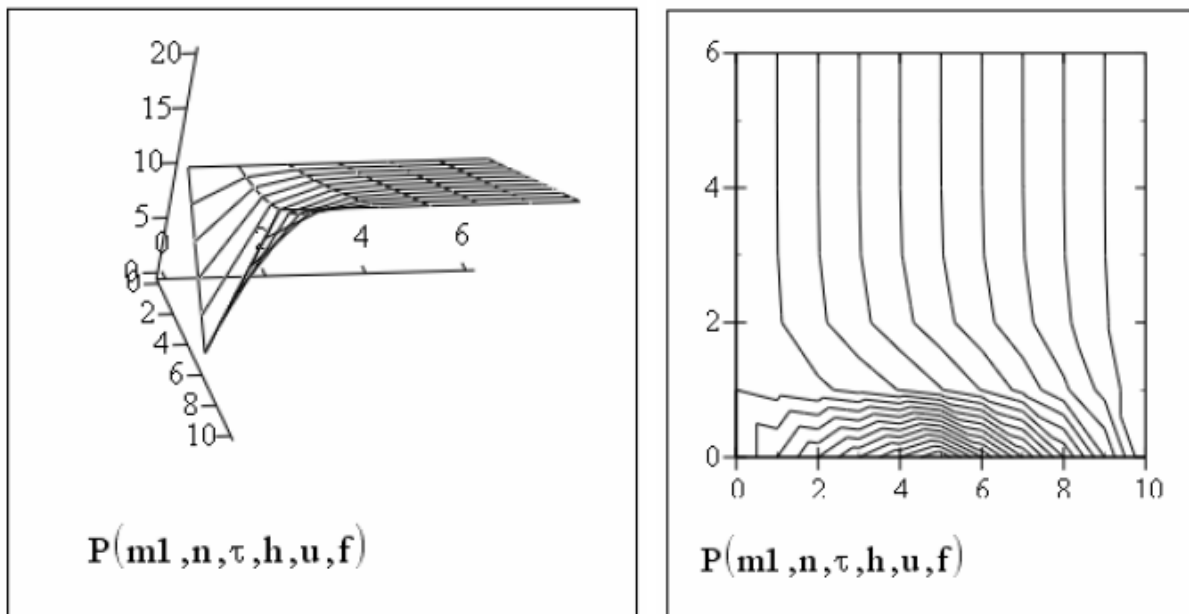


Рис. 2. Функція $u(x, t)$.

Література

1. Габрусев Григорій. Рівняння математичної фізики. Навчальний посібник / Г.В. Габрусев. – Тернопіль: Видавництво ТНТУ ім. Івана Пулюя: 2014 – 84 ст.
2. Habrusiev H. Contact interaction of a predeformed plate which lies without friction on rigid base with a parabolic indenter / Hryhorii Habrusiev, Iryna Habrusieva // Scientific Journal of TNTU. — Tern. : TNTU, 2021. — Vol 102. — P. 87–95.