

ВИМОГИ ДО РЕКОНСТРУКЦІЙНИХ АЛГОРИТМІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ

Показано ефективність використання електричного опору як критерію для оцінки стану м'яких тканин. Зроблено аналіз моделі області реконструкції та основних алгоритмів, що використовуються для реконструкції. Виявлено, що на якість реконструкції суттєвий впливає лінійна залежність між вимірними даними. Сформульовано основні вимоги для побудови ефективних реконструкційних алгоритмів для електроімпедансної томографії.

У клінічній практиці для ранньої діагностики онкозахворювань виникає потреба неінвазивної візуалізації внутрішньої структури м'яких тканин. На сьогодні для візуалізації структури тканин використовуються методи рентгенівської томографії [1,2], ЯМР-томографії [3,4], ультразвукової томографії [5] та термографії [6]. Всі ці методи, за винятком термографії, візуалізують розподіл густини речовини об'єкта, або величин, з нею пов'язаних. Проте, при онкозахворюваннях зміни відбуваються в більшій мірі на фізіологічному, ніж на структурному рівні тканини, тому густина тканини спостерігаються лише на пізніх стадіях захворювання. Це знижує ефективність застосування методів рентгенівської, ЯМР та ультразвукової томографії при ранній діагностиці онкозахворювань. При термографії візуалізується розподіл температури, безпосередньо пов'язаної з інтенсивністю фізіологічних процесів, але візуалізація можлива тільки для тканин біля поверхні тіла, що значно звужує сферу застосування термографічного методу. Крім цього, перелічені діагностичні системи досить дорогі, що зменшує доступність таких методів діагностики біотканин.

У статті вивчаються можливості методу електроімпедансної томографії при ранній діагностиці онкозахворювань та проблеми, що виникають при побудові реконструкційних алгоритмів.

Ефективним критерієм для оцінки стану біотканин є питомий електричний опір. Відносні зміни питомого електричного опору для м'яких тканин у нормальному стані та при захворюванні знаходяться в межах 50% [7], (тоді як, наприклад, відносні зміни коефіцієнта поглинання рентгенівського проміння не більші за 10%), тому проблема розробки електроімпедансних томографічних діагностичних систем дуже актуальна.

Суть електроімпедансної томографії полягає у багатократному вимірюванні потенціалу U_i на границі $\partial \Omega$ об'єкта реконструкції при заданих струмах I на границі (рис.1). На основі отриманих даних проводиться реконструкція розподілу питомого електричного опору або провідності всередині області реконструкції. Чутливість вимірюваних параметрів до змін електропровідності всередині об'єкта мала, що обумовлює низьку якість отримуваних зображень [8,9].

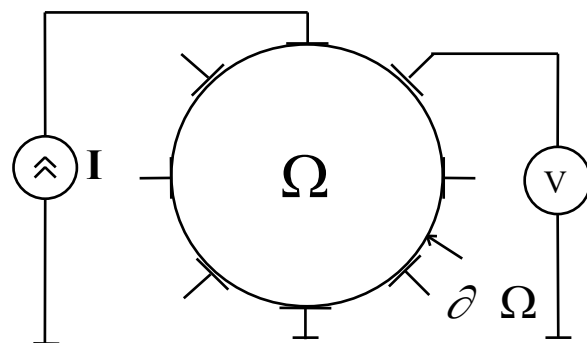


Рис.1 Схема вимірної системи.

Показниками якості томографічних зображень (у тому числі електроімпедансних) є роздільна здатність по провідності та просторова роздільна здатність, що взаємопов'язані між собою [8]. Аналіз робіт показав, що основним етапом при створенні томографічної системи є вибір моделі об'єкта досліджень та побудова реконструкційного алгоритму на її основі, які визначають потенційну якість реконструкції. Алгоритм реконструкції, з одного боку, формує вимоги до

вимірювальної системи, а з іншого, має враховувати особливості, зумовлені специфікою об'єкта досліджень та засобів апаратної реалізації вимірювальної системи. Огляд опублікованих джерел [8,9,10,11,12] свідчить про відсутність на даний час реконструкційних алгоритмів, які забезпечували б задовільну якість зображень реальних об'єктів при реалізації електроімпульсної томографічної системи на доступній апаратній базі. Тому виникає необхідність розробки моделі, адекватної досліджуваному об'єктові та побудови алгоритму реконструкції, який був би оптимізованим до реалізації на існуючій апаратній базі (тобто, щоб швидкодія та об'єм пам'яті персональної ЕОМ вистачало для реалізації такого алгоритму).

Взаємозв'язок між напругою та провідністю в області реконструкції Ω , що використовується при побудові реконструкційних алгоритмів [11,12,13], виражається рівнянням

$$\nabla(\gamma_{(x)} \cdot \nabla U_{(x)}) = 0 \quad x \in \Omega \quad (1)$$

з граничними умовами:

$$\gamma_{(x)} \frac{\partial U_{(x)}}{\partial \vec{n}_{(x)}} = \psi_{(x)} \quad x \in \partial \Omega; \quad (1.a)$$

$$U_{(x)} = \varphi_{(x)} \quad x \in \partial \Omega; \quad (1.b)$$

де $U_{(x)}, \gamma_{(x)}$ - напруга та провідність в області $(\Omega + \partial \Omega)$;

$\vec{n}_{(x)}$ - вектор нормалі до границі $\partial \Omega$;

$\psi_{(x)}, \varphi_{(x)}$ - відомі функції струму та напруги на границі області.

Область Ω в реальних випадках є тривимірною і має складну просторову конфігурацію. При таких граничних умовах аналітичний розв'язок рівняння (1) знайти неможливо. Для спрощення постановки задачі реконструкції приймають такі припущення:

1) область Ω двовимірною;

2) границя області $\partial \Omega$ є правильним багатокутником або колом.

Перше припущення можна зробити, якщо струми, перпендикулярні до вибраної площини області реконструкції, незначні або якщо вони враховані в реконструкційному алгоритмі. На практиці можливість прийняття такого припущення забезпечується конструкцією вимірювальної установки і конфігурацією ділянки тканини, вибраної для реконструкції. Якщо розподіл провідності в області реконструкції близький до однорідного вздовж осі OZ, а електроди мають вигляд смужок, паралельних осі OZ (наприклад, циліндрична область, до якої прикладені електроди у вигляді вертикальних смужок на бічній поверхні циліндра), то струми вздовж осі OZ незначні і ними можна знехтувати. Реконструйоване зображення буде усередненням розподілу провідності вздовж осі OZ. При цьому відкритим залишається питання про вплив на результати реконструкції струмів через поверхні області реконструкції, перпендикулярні до осі OZ. Слід зауважити, що цей вплив зменшується із збільшенням лінійних розмірів області реконструкції вздовж осі OZ.

Коли область реконструкції не можна вважати однорідною вздовж осі OZ, виникає необхідність побудови реконструкційного алгоритму для тривимірної моделі області, у якому враховується поширення струму вздовж усіх напрямів. Як свідчать джерела [8,10], елементом тривимірної реконструкційного алгоритму є алгоритм реконструкції для двовимірної моделі області. У цьому випадку виникає необхідність побудови попереднього алгоритму на основі першого припущення і його узагальнення для тривимірної моделі області.

Друге припущення легко забезпечити, доповнивши до правильної фігури область об'єкта реконструкції (на практиці об'єкт поміщають у рідке середовище з відомою питомою електропровідністю).

З урахуванням припущень задача реконструкції формулюється наступним чином: для двовимірної області $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ знайти розподіл провідності $\gamma(x_1, x_2)$, $(x_1, x_2) \in \partial \Omega$ на основі відомих розподілів напруги $\varphi(x_1, x_2, \psi)$, $(x_1, x_2) \in \partial \Omega$, що виникають при заданих розподілах струму $\psi(x_1, x_2)$, $(x_1, x_2) \in \partial \Omega$, де $\partial \Omega$ - границя області.

При прикладанні струму до границі області з допомогою пари електродів, один з яких має фіксоване положення при усіх вимірюваннях, а інший - дискретно переміщується вздовж границі області, рівняння (1) набере вигляду:

$$\nabla(\gamma_{(x_1, x_2)} \cdot \nabla U_{(x_1, x_2, \alpha)}) = 0, \quad (x_1, x_2) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \quad \alpha \in (0, 2\pi), \quad (2)$$

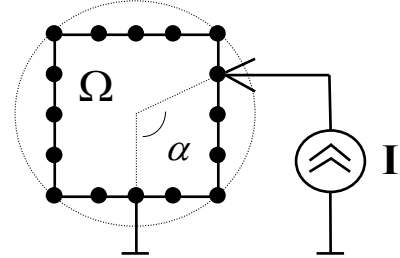


Рис.2 Дипольне прикладання електродів

$$\gamma_{(x_1, x_2)} \frac{\partial U_{(x_1, x_2, \alpha)}}{\partial \bar{n}_{(x_1, x_2)}} = I \cdot (\delta(\arctg(x_2/x_1) - \alpha) - \delta(\arctg(x_2/x_1)));$$

$$(x_1, x_2) \in \partial \Omega; \quad \alpha \in (0, 2\pi)$$

$$U_{(x_1, x_2)} = \varphi_{(x_1, x_2)} \quad (x_1, x_2) \in \partial \Omega,$$

де α - кут між положеннями рухомого та нерухомого електродів відносно точки, що є центром кола, описаного навколо області реконструкції;

$$\nabla - \text{оператор Гамільтона } \nabla = \frac{\partial}{\partial x_1} \bar{i} + \frac{\partial}{\partial x_2} \bar{j}.$$

При цьому напруга на границі буде функцією дискретного аргументу, що робить неможливим знаходження аналітичного розв'язку рівняння (2). Рівняння такого типу розв'язують числовими методами. Алгоритми, що використовуються в електроімпедансній томографії для розв'язування рівняння (2), поділяють на два типи: лінеаризаційні (на основі алгоритму Бербера-Брауна) та ітеративні.

В основі існуючих лінеаризаційних алгоритмів [11,13] лежить взаємозв'язок між приростами напруги δU на границі та провідності $\delta \gamma$ всередині області, який впливає з рівняння (1):

$$\nabla(\gamma_{(x)} \cdot \nabla \delta U_{(x)}) = -\nabla(\delta \gamma_{(x)} \cdot \nabla U_{(x)}) \quad x \in \Omega \quad (3)$$

$$\gamma_{(x)} \frac{\partial \delta U_{(x)}}{\partial \bar{n}_{(x)}} = -\delta \gamma_{(x)} \frac{\partial U_{(x)}}{\partial \bar{n}_{(x)}} \quad x \in \partial \Omega$$

Для отримання аналітичного розв'язку рівняння (3) приймемо припущення:

- * область Ω - одиничний круг $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2, |x| < 1\}$;
- * початкова провідність $\gamma_{(x)} = const \quad x \in \Omega$;
- * $\delta \gamma_{(x)} = 0, \quad x \in \partial \Omega$.

Тоді струм через границю набере вигляду:

$$\psi_{(x)} = -\pi \frac{\partial}{\partial \tau(x)} \delta_{\omega}, \quad \omega, x \in \partial \Omega,$$

де $\tau(x)$ -вектор, дотичний до $\partial \Omega$;

$\omega = (\omega_1, \omega_2)$ - точка прикладання електродів.

При конформному відображенні [10]:

$$(x_1, x_2) \rightarrow (u, v): \quad \Omega \rightarrow P = \left\{ v > \frac{1}{2} \right\} \quad (4)$$

розподіл напруги, що виникає при однорідному розподілі провідності, буде лінійною функцією відносно змінної u , і рівняння (3) можна подати у вигляді:

$$\Delta \delta U = - \frac{\partial(\delta \gamma)}{\partial u} \quad \text{в } P; \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\delta U)}{\partial v} = 0 \quad \text{в } \partial P = \left\{ v = \frac{1}{2} \right\}$$

Рівняння (5) розв'язують усередненням Бербера-Брауна [11]. Недоліком такого підходу є те, що вимога однорідності початкового наближення розподілу провідності, необхідна для побудови алгоритму, для реальних об'єктів виконується дуже рідко. Крім цього, розподіл провідності, отриманий після першого кроку роботи алгоритму, вже не буде однорідним, що робить неможливим ітеративне використання такого алгоритму для дальшого уточнення результатів.

У свою чергу ітеративні алгоритми [12] є покроковим уточненням розподілу питомого опору $r^{k+1} = r^k + \Delta r^k$ всередині області реконструкції шляхом мінімізації функції квадрату похибки реконструкції:

$$\varphi = 0.5(f - v_0)^T (f - v_0), \quad (6)$$

де $v_0 \in \mathfrak{R}^n$ - виміряні значення напруги;

$r \subset D \in \mathfrak{R}^m$ - розподіл електричного опору;

$f: D \subset \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^n$ - функція, що відображає розподіл опору на множину виміряних напруг.

У точці r^* мінімуму функції φ її похідна $\varphi'(r^*) = 0$.

У точці r з околу r^k : $\varphi'(r) \approx \varphi'(r^k) + \varphi''(r^k) \Delta r^k$,

де $\varphi'(r^k) = [f'(r^k)]^T [f - v_0]$;

$\varphi''(r^k) \approx [f'(r^k)]^T f'(r^k)$ - перша і друга похідні функції φ у точці r^k ;

$f'(r^k)$ - якобіан матриці f в точці r^k .

Приріст

$$\Delta r^k = - \left[[f'(r^k)]^T f'(r^k) \right]^{-1} [f'(r^k)] \cdot [f(r^k) - v_0]; \quad (7)$$

Як видно з (7), знаходження приросту Δr^k зводиться до розв'язання системи рівнянь (7), в якій функції $f(r^k)$ і $f'(r^k)$ залежать від значень напруги та струму на границі.

Відомо, що задача реконструкції є некоректною [14], тому на результати її розв'язку суттєво впливає точність величини прикладеного струму та вимірювання напруги, яку можна отримати в реальних вимірювальних системах. При цьому на точність реконструкції суттєво впливає ступінь залежності між рівняннями системи. При значній лінійній залежності між рівняннями системи при незначних змінах у вимірних вхідних даних суттєво змінюється розв'язок системи, що призводить до істотної похибки реконструкції. Часто при практичній реалізації алгоритму на ЕОМ, із збільшенням лінійної залежності між рівняннями системи ітеративний алгоритм втрачає збіжність. Подібні проблеми виникають при побудові багатопараметричних вимірювальних систем і в інших галузях техніки. Так, у [15] експериментально досліджено, що взаємозв'язок між похибкою E , просторовою роздільною здатністю dL та числом обумовленості системи X виглядає (рис.3). Теоретичний аспект цього питання вивчається у [16], де також враховано вплив скінченної точності обчислень на результати при реалізації алгоритму на цифрових ЕОМ. Проте, як свідчать публікації, зокрема [8-13], питання про вплив зв'язків між вимірними даними на результати реконструкції в електроімпедансній томографії не розглядається. Це призводить до

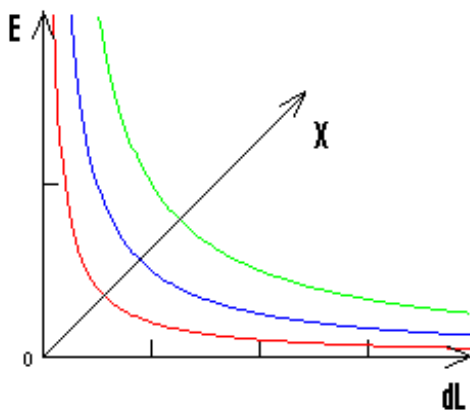


Рис.3. Взаємозв'язок між похибкою E , роздільною здатністю dL та числом обумовленості X .

погіршення точності реконструкції та непрогнозованості роботи реконструкційних алгоритмів.

З урахуванням приведеного аналізу та особливостей, що виникають при реалізації алгоритму на ЕОМ, розв'язання задачі електроімпедансної томографії поділяють на два етапи: побудову адекватної математичної моделі області реконструкції та розробку для цієї моделі числового реконструкційного алгоритму. Виявилось, що при побудові реконструкційного алгоритму необхідно враховувати зв'язок між похибкою, просторовою роздільною здатністю та числом обумовленості системи. При цьому для

забезпечення ефективної роботи алгоритм реконструкції повинен встановлювати наявність лінійного зв'язку між вимірними даними та при можливості усувати його.

The efficiency of using the electrical resistance as a criterion for estimating of weak tissues state is shown. The analysis of reconstruction area model and basic algorithms which are used for reconstruction is made. It is noted that the quality of reconstruction is strongly influenced by a linear relation between measured data. The basic requirements for build-up effective reconstruction algorithms for electroimpedance tomography are formulated.

Література

1. Винтергальтер С.Ф.. Рентгенодиагностика опухолей мягких тканей.- М.: Наука- 1979.
2. Введение в современную томографию / Под. ред. К.С.Тернового.- Киев:- Наукова думка.- 1983.
3. Хиншо У.С., Лент А.Х. Інформаційно-аналітичний аспект побудови ефективних алгоритмів реконструкції в електроімпедансній томографії.- ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ.- 2000.- №1.- С.63-78.
4. Хиншо У.С., Лент А.Х., Тернов К.С., Тернова С.С. Дж. Аналіз ефективності алгоритмів реконструкції в електроімпедансній томографії.- ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ.- 2000.- №1.- С.19-44.
5. Осипов Л.В. Ультразвуковые диагностические приборы.- Москва: ВИДАР, 1999.
6. Кондратьев В.Б. Тепловизионный метод в клинической практике.- Ленинград,1976.
7. Березовский В.А., Колотілов Н.Н.. Биофизические характеристики тканей человека: Справочник.- Киев: Наукова думка, 1990.
8. David Isacson, Margaret Cheney, Jonathan C Newell. Comments on reconstruction algorithm.- Clin. Phys. Physiol. Meas.- 1992- Vol.13- Suppl. A- P. 83-89.
9. M.S.Beck, R.A.Williams. Process tomography: a European innovation and its applications. Meas. Sci. Technol.- vol.7- 1996- p.215-224.

10. A.R.Daniels, R.G.Grean, I. Basarab-Horwath. Modelling of three-dimensional resistive discontinuities using HSPICE. Meas. Sci. Technol.- vol.7- 1996- p.338-341.
11. Fadil Santosa, Michael Vogelius. A Backprojection algorithm for electrical impedance imaging.- SIAM J. Appl. Math.- Vol. 50.- No.4.- P.216-243.
12. Thomas J. Yorkey, John G. Webster, Willis J. Tompkins. Comparing Reconstruction algorithms for electrical impedance tomography.- IEEE transactions on biomedical engineering- Vol.BME-34.- No.11.- P.843- 851.
13. Z.Q.Chen, F.J.paoloni. An integral equation approach to electrical conductance tomography.- IEEE transactions on biomedical engineering- Vol.11.- No.4.- P.570- 576.
14. Бакушинский А.Б., Гончарский А.В.. Некоректные задачи. Численные методы и приложения.- М.:Издательство Московского университета, 1989.
15. Свтух П. Про зв'язок між вимірювальною та обчислювальною процедурами в ІВС, оснащених ЕОМ // Вісник Тернопільського Державного Технічного університету.- 1998.-Том3.- Число 4.- С.72-75.
16. Дэннис Дж., Шнабель Р. Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений.- Москва: Мир, 1988.

Одержано 23.05.2000 р.