

МАШИНОБУДУВАННЯ ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА

УДК 631.358.42

П.Ясній, докт.техн.наук; Р.Рогатинський, докт.техн.наук;

Я.Козібрда, канд.техн.наук; І.Закалов

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕХАНІКО - МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ВОРОХУ КОРЕНЕПЛОДІВ ЦУКРОВИХ БУРЯКІВ У МІЖЛЕМІШНОМУ ПРОСТОРІ КОЛИВНИХ КОПАЧІВ

Теоретично досліджено процес викопування коренеплодів копачами, оцінено напружено-деформований стан ґрунту в міжлемішному просторі, вироблена математична модель для побудови траєкторії руху ґрунту по поверхні лемешів.

Умовні позначення

O, O_1	– відповідно центри базової та рухомої копача систем координат;
x, y, z	– координати базової системи координат;
x_1, y_1, z_1	– координати рухомої системи копача;
x_k, z_k	– координати т. O_1 у системі $Oxyz$;
a, b	– параметри супутньої системи координат, в замороженій в ґрунт, що функціонально зв'язані з координатами X, Y ;
φ	– кут повороту системи $O_1x_1y_1z_1$ із копачем;
2α	– кут між лемешами у горизонтальній площині;
2γ	– кут між лемешами у вертикальній площині;
S	– біжуча товщина ґрунту між робочими поверхнями лемешів;
S_0	– товщина вирізаного клину ґрунту в найнижчій точці лемешів;
S_b	– початкова товщина ґрунту при входженні у зону деформації;
$\Delta h, \Delta l$	– відповідно вертикальна та горизонтальна проекції різального леза;
ψ	– кут нахилу площини, що проходить через передні різальні краї і яка відділяє деформований і недеформований ґрунт, до горизонтальної площини;
r, r_1	– матричне подання довільного вектора відповідно у базовій та рухомій системах координат;
R_y, T	– відповідно матриці повороту відносно вісі Oy базової системи та лінійного переміщення рухомої системи координат $O_1x_1y_1z_1$;
R	– максимальний радіус копача;
e	– ексцентриситет кулачка;
l	– плече важеля приводу копача;
ω	– кутова швидкість обертання кулачка;
ξ	– кут розміщення копача;
x_0	– координата початку деформації ґрунту (леза лемеша);
h_{max}, h	– відповідно максимальна і біжуча глибина розміщення копача;
d_{max}	– максимальний діаметр буряка.

Одним з найбільш поширених викопувальних робочих органів бурякозбиральних машин, які відзначаються заниженою енергоємністю та високими експлуатаційними показниками, є вібраційні (коливні) копачі, [1]. Визначення енергосилових параметрів вібровикопування коренеплодів пов'язане із складною

взаємодією копача з ґрунтом та коренеплодами і визначає напружено–деформований стан ґрунту в міжлемішному просторі.

Розглянемо роботу вібраційного копача, рис. 1, що складається із закріплених на стояковій лемешів, які обертаються відносно вісі, нерухомо розміщеній на машині.

Коливний рух копачеві надає ексцентрик, що діє на важіль копача через пружний елемент.

Враховуючи надзвичайно високу складність аналітичного дослідження об’ємної деформації ґрунту, що передбачає спільний розв’язок рівнянь рівноваги, сумісності деформацій та зв’язку напружень і деформацій, перспективним напрямком оцінки напружено–деформівного стану ґрунту в міжлемішному просторі є побудова апроксимаційної деформаційної моделі з її перевіркою на адекватність за результатами експериментальних досліджень.

Виберемо за базову систему координати машини $Oxyz$, вісь Oy якої збігається із віссю обертання копача, вісь Ox – спрямована горизонтально, за ходом машини, при розміщенні копача симетрично площині Ozx . Крім цього, виберемо систему координат $O_1x_1y_1z_1$, що нерухомо зв’язана з копачем (лемешами), центр якої O_1 розміщений рівновіддалено від лемешів у найнижчій їх точці а вісі O_1x_1 , O_1y_1 , O_1z_1 в момент часу $t=0$ (коли відхилення копача у коливальному русі $\varphi = 0$) спрямовані паралельно всім системам координат $Oxyz$.

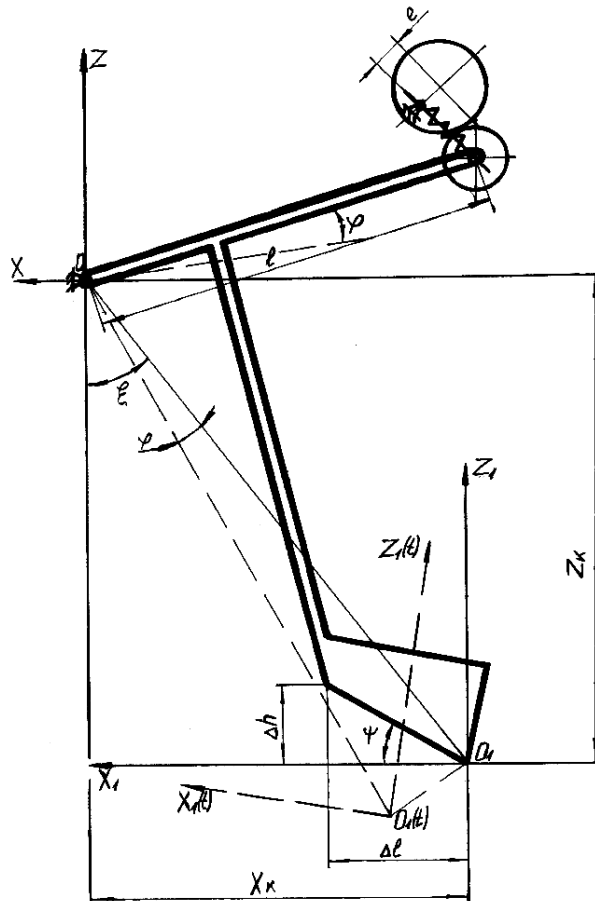


Рис. 1. Розрахункова схема вібраційного лемішного копача.

У системі копача поверхні лемешів утворюють клин, і кут між ними в горизонтальній площині ($O_1x_1y_1$) становить 2α , у вертикальній ($O_1z_1x_1$) – відповідно 2γ , рис.2.

Рівняння поверхонь лемешів такі:

$$x_1 \operatorname{tg} \alpha \pm y_1 + z_1 \operatorname{tg} \gamma \pm \frac{S_0}{2} = 0, \quad (1)$$

де S_0 – товщина вирізаного клину ґрунту в найнижчій точці лемешів (при $x = 0$, $z = 0$), а знаки (+) та (–) належать правому та лівому лемешам відповідно.

Тоді товщина ґрунту між робочими поверхнями лемешів буде:

$$S = |2y_1| = S_0 + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha + 2z_1 \operatorname{tg} \gamma \quad (2)$$

У системі координат $O_1x_1y_1z_1$ кут нахилу площини, що проходить через передні різальні краї і відділяє деформований і недеформований ґрунт, до горизонтальної площини становить $\psi = \operatorname{arctg}(\Delta h / \Delta l)$, де Δh та Δl відповідно вертикальна та горизонтальна проекція різального леза.

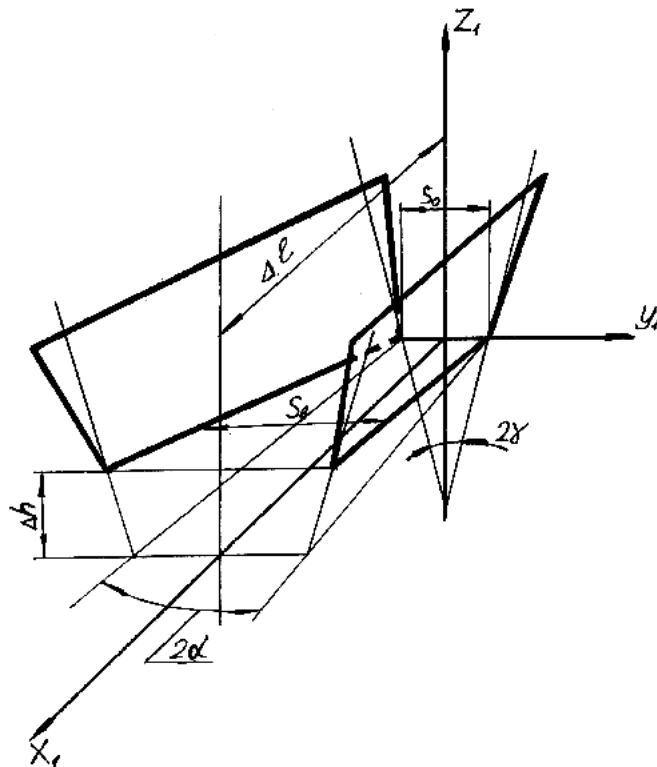


Рис. 2. Схема для визначення геометричних параметрів лемішного копача.

Тоді відповідно рівняння площини, що обмежує деформований ґрунт і задає початкові параметри деформаційної моделі, виглядатиме так:

$$z_1 - x_1 \operatorname{tg} \psi = 0 \quad (3)$$

Система координат машини $Oxyz$ з системою координат копача (лемешів) $O_1x_1y_1z_1$ зв'язана перетвореннями, що в матричному вигляді в однорідній системі координат набирають вигляду

$$r = R_y T r_1, \quad (4)$$

де R_y та T – відповідно матриці повороту відносно вісі Oy базової системи та лінійного переміщення рухомої системи координат $O_1x_1y_1z_1$.

У розгорненому вигляді (4) виглядатиме так:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 + x_k \\ y_1 \\ z_1 + z_k \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

де x_k та z_k – координати т. O_1 у системі $Oxyz$;
 φ – кут повороту системи $O_1x_1y_1z_1$ з копачем.

Згідно (5) рівняння зв'язку координат виглядатимуть так:

$$\begin{aligned} x &= (x_1 + x_k) \cos \varphi + (z_1 + z_k) \sin \varphi; \\ y &= y_1; \\ z &= -(x_1 + x_k) \sin \varphi + (z_1 + z_k) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

Швидкість довільної точки лемеша з координатами x, y, z у системі координат машини буде

$$\begin{aligned} V_x &= [-(x_1 + x_k) \sin \varphi + (z_1 + z_k) \cos \varphi] \cdot \frac{d\varphi}{dt}; \\ V_y &= 0; \\ V_z &= [-(x_1 + x_k) \cos \varphi - (z_1 + z_k) \sin \varphi] \cdot \frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \quad (7)$$

Враховуючи те, що ексцентриситет е кулачка суттєво менший від плеча важеля l , вважатимемо, що кут φ змінюється за гармонійним законом:

$$\varphi = \frac{e}{l} \sin(\omega t), \quad (8)$$

де ω – кутова швидкість обертання кулачка.

Координати центра O_1 системи $O_1x_1y_1z_1$ визначаємо через кут розміщення ξ копача і максимальний радіус R .

$$\begin{aligned} x_k &= -R \sin \xi; \\ z_k &= -R \cos \xi \end{aligned} \quad (9)$$

Відповідно, швидкість точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$ лемеша у системі $Oxyz$, що нерухомо зв'язана з машиною, буде:

$$\begin{aligned} V_x &= [(R \sin \xi - x_1) \sin \varphi - (R \cos \xi - z_1) \cos \varphi] \frac{\omega e}{l} \cos(\omega t); \\ V_y &= 0; \\ V_z &= [(R \sin \xi - x_1) \cos \varphi + (R \cos \xi - z_1) \sin \varphi] \frac{\omega e}{l} \cos(\omega t). \end{aligned} \quad (10)$$

Деформацію ґрунту розглядаємо у власній системі координат копача. Враховуючи незначну зміну глибини копання та кути нахилу копачів при їх коливному русі, вважатимемо в першому наближенні, що лемеші при коливанні зберігають горизонтальне розміщення. Впровадимо додатково супутню систему координат O_cab , вмонтовану в ґрунт, що в недеформованій частині збігається із $O_1x_1z_1$.

Особливостями викопування буряків копачами лемішного типу є те, що ґрунт стискається, тобто пружно деформує, в основному до зони, розміщеної в міжлемішному просторі, а тому використовуємо реологічну модель, в якій задається зв'язок між напруженнями та швидкостями деформації. Враховуючи незначні величини кутів α та γ , вважатимемо деформацію ґрунту по товщині шару постійною.

З метою спрощення моделі приймаємо такі допущення:

- видовження $\frac{dx}{da}$ в міру проходження ґрунту на поверхнях копача пропорційне його стискуванню:

$$\frac{dx}{da} = \left(\frac{S_b}{S_z} \right)^\beta ; \quad (12)$$

- розширення елементарного об'єму $\frac{dz}{db}$ буде також пропорційне його стискуванню:

$$\frac{dz}{db} = \left(\frac{S_b}{S_z} \right)^\delta ; \quad (13)$$

- зміна об'єму відповідно буде пропорційна зміні товщини:

$$\frac{dV}{dV_0} = 1 - \varepsilon_v = \left(\frac{S_b}{S_z} \right)^{1-\beta-\delta} ; \quad (14)$$

де ε_v - об'ємна деформація ґрунту;

Виділимо елементарний об'єм ґрунту до входження у міжлемишний простір:

$$dV_0 = da \cdot db \cdot S_b ; \quad (15)$$

де da та db - елементарні довжини (на вісі Oх) та висота (на вісі Oz) об'єму;

S_b - товщина міжлемишного простору в зоні входження висотою

$$z = b ; \quad (16)$$

У довільній площині $X=a$ об'єм виділеної зони з урахуванням об'ємної деформації ґрунту ε_v дорівнюватиме:

$$dV = dx \cdot dz \cdot S_\theta = (1 - \varepsilon_v) dV_0 . \quad (17)$$

Відповідно координату z довільного шару ґрунту, початкова висота якого $z_0 = b$, можна визначити з диференціального рівняння (13)

$$S_b^\delta \cdot db = S_z^\delta \cdot dz . \quad (18)$$

Залежність S_z і S_b від змінних z та b виглядатимуть так:

$$S_z = S_0 + 2z \operatorname{tg} \gamma , \quad (19)$$

$$S_b = S_0 + 2b \left(\operatorname{tg} \gamma + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \psi} \right) , \quad (20)$$

Згідно з рівнянням (3)

$$z = x \cdot \operatorname{tg} \psi , \quad (21)$$

при $x = a$; $z = b$ визначимо залежність

$$b = a \cdot \operatorname{tg} \psi , \quad (22)$$

Тоді зміна товщини S_b виглядатиме так:

$$S_b = S_0 + 2b \operatorname{tg} \gamma + 2a \operatorname{tg} \alpha = S_0 + 2a (\operatorname{tg} \psi \cdot \operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \alpha) \quad (23)$$

Плинна товщина виділеного елемента ґрунту така:

$$S_{xy} = S_0 + 2x \operatorname{tg} \alpha + 2z \operatorname{tg} \gamma \quad (24)$$

Для перетину $x = a$ диференціальне рівняння (17) зв'язку параметрів b та z таке

$$\frac{dz}{db} = \left(\frac{S_0 + 2b \left(\operatorname{tg} \gamma + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \psi} \right)}{S_0 + 2z \operatorname{tg} \gamma + 2a \operatorname{tg} \alpha} \right)^\gamma = \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \psi} \right)^\delta \times \left[\frac{b + \frac{S_0}{2 \left(\operatorname{tg} \gamma + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \psi} \right)}}{z + \frac{S_0 + 2a \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \alpha}} \right]^\delta \quad (25)$$

Позначимо

$$B = \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \psi} \right)^\delta; \quad C_b = \frac{S_0}{2 \left(\operatorname{tg} \gamma + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \psi} \right)}; \quad C_z = \frac{S_0 + 2a \operatorname{tg} \alpha}{2 \operatorname{tg} \gamma}.$$

Тоді розв'язок диференціального рівняння (25) виглядатиме так:

$$(C_z + z)^{\delta+1} = B(C_b + b)^{\delta+1} + C \quad (26)$$

Знайдемо постійну інтегрування, підставивши граничні умови

$$z = b = a \operatorname{tg} \psi$$

$$\text{Тоді } C = (C_z + a \operatorname{tg} \psi)^{\delta+1} - B(C_b + a \operatorname{tg} \psi)^{\delta+1}$$

Рівняння (26) виглядатиме так:

$$(C_z + z)^{\delta+1} = B(C_b + b)^{\delta+1} + (C_z + a \operatorname{tg} \psi)^{\delta+1} - B(C_b + a \operatorname{tg} \psi)^{\delta+1} \quad (27)$$

Відповідно траєкторія руху коренеплодів та ґрунту в міжлемішному просторі для виділеного елементарного об'єму з початковим параметром b визначатимуть рівнянням

$$z = \sqrt[\delta+1]{B[(C_b + b)^{\delta+1} - (C_b + a \operatorname{tg} \psi)^{\delta+1}] + [C_z + a \operatorname{tg} \psi]^{\delta+1}} - C_z \quad (28)$$

Розроблена модель дозволяє оцінити переміщення ґрунту в міжлемішному просторі копачів і, відповідно, контактні напруження на поверхнях лемешів. Очевидно, що витягування коренеплоду, із накладеними на нього зв'язками з ґрунтом, призводить до збільшення контактних напружень на лемешах порівняно із значеннями, обчисленими за залежністю (28), що можна врахувати відповідними коефіцієнтами, визначеними експериментально.

The process of beet-roots digging out was theoretically investigated, the estimation of intensede formed condition of ground in space between working organs was given, the respective mathematical model for construction of ground's monement trajectory and definition of contact pressure on surfaces of working organs was developed.

Література

1. Погорельий Л.В., Татянюк М.В. Брей В.В. и др. Свеклоуборочные машины.– К.: Техніка, 1983.– 168 с.

2. Закалов І.О., Козіброда Я.І. Експериментальні дослідження коливних викопуючих органів бурякозбиральних машин з пружним шатуном. Сільськогосподарські машини. Зб. наук. статей.– Луцьк.: Ред.-вид. відділ ЛДТУ, 1999.–С.140-144.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. М.: Наука, 1976, Т.1.–535 с.; Т.2.–573 с.

Одержано 31.03.2001 р.