Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
Кафедра автоматизації технологічних процесів і виробництв

Капаціла Ю.Б., Марущак П.О., Савків В.Б., Шовкун О.П.

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ТЕОРІЯ ЕКСПРИМЕНТУ

Навчальний посібник
для здобувачів освітнього ступеня «Магістр»
спеціальності 174 «Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка»

Тернопіль
2023

Основи наукових досліджень і теорія експерименту : Навчальний посібник для здобувачів освітнього ступеня «Магістр» спеціальності 174 «Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка» / укл. Ю. Б. Капаціла, П. О. Марущак, В. Б. Савків, О. П. Шовкун. Тернопіль : ФОП Паляниця В.А., 2023. 186 с.

ISBN 978-617-7875-34-4

Посібник розроблено у відповідності з навчальними планами підготовки здобувачів освітнього ступеня «Магістр» спеціальності 174 «Автоматизація, комп’ютерно-інтегровані технології та робототехніка».

Укладачі: к. т. н., доцент Капаціла Ю.Б.
д.т.н., професор Марущак П.О.
к. т. н., доцент Савків В.Б.
старший викладач Шовкун О.П.

Рецензент: д. т. н., професор Рогатинський Р.М.
к. т. н., доцент Вітровий А.О.

Відповідальний за випуск: к. т. н., доцент Капаціла Ю.Б.

Посібник розглянуто та схвалено на засіданні кафедри автоматизації технологічних процесів і виробництв, протокол №2 від 6 жовтня 2022 року.

Посібник рекомендовано до друку Вченою радою ТНТУ, протокол №11 від 22 листопада 2022 року.

ISBN 978-617-7875-34-4

ЗМІСТ

ВСТУП

Сучасні динамічні зміни в українському суспільстві особливо гостро охопили галузь освіти та професійних відносин. Система вищої школи зазнає радикальних перетворень, оскільки отримує соціальне замовлення на фахівців, котрі мають високу кваліфікацію, глибоку обізнаність із сучасними науковими знаннями, готовність до постійного професійного вдосконалення. Об’єктивною тенденцією світового розвитку в умовах сьогодення є те, що наука стала провідним фактором прогресу. Крім того, наука є складовою загальнолюдської культури, і тому кожна людина має знати, що таке наука, наукові дослідження та як вони проводяться.

В Законі України «Про освіту» зазначено, що наукова і науково-технічна діяльність у закладах вищої освіти є невід’ємною складовою освітньої діяльності і здійснюється з метою інтеграції наукової, навчальної і виробничої діяльності в системі вищої освіти. Вона передбачає:

- розвиток різних форм наукової співпраці (в тому числі міжнародної), розв’язання складних наукових проблем, впровадження результатів наукових досліджень і розробок;
- безпосередню участь учасників навчального процесу в науково-дослідних роботах, що проводяться в закладі вищої освіти;
- організацію наукових, науково-практичних, науково-методичних семінарів, конференцій, олімпіад, конкурсів, виконання науково-дослідних, курсових, кваліфікаційних та інших робіт.

Курс «Основи наукових досліджень і теорія експерименту» передбачає засвоєння студентами основних положень та відомостей про роль і місце науки у розвитку суспільства, про закономірності розвитку науки, про організацію та шляхи забезпечення наукових досліджень в державі. Окремо виділено розгляд питань організації, постановки, проведення і узагальнення результатів дослідження.

1 ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

1.1 Загальні відомості про науку

1.1.1 Поняття науки

Наука – особлива форма людської діяльності, яка склалася історично і має своїм результатом цілеспрямовано відібрані факти, гіпотези, теорії, закони і методи дослідження, на основі яких виявляються суттєві, найбільш важливі сторони та закономірності розвитку природи, суспільства і мислення.

Поняття «наука» має декілька основних значень. По-перше, під наукою (грецьк. episteme, лат. scientia) розуміють сферу людської діяльності, спрямовану на пізнання дійсності, вироблення і нагромадження об’єктивних знань про дійсність. У другому значенні наука виступає як результат цієї діяльності – система отриманих наукових знань. По-третє, термін «наука» вживається для позначення окремих галузей наукового знання. По-четверте, науку можна розглядати як галузь культури, що існувала не за всіх часів і не у всіх народів. У ході історичного розвитку наука перетворилася у продуктивну силу суспільства й найважливіший соціальний інститут.

Безпосередні цілі науки – це одержання знань про навколишній світ, передбачення процесів і явищ дійсності на основі законів, що відкриваються нею. У широкому змісті її мета – теоретичне відображення дійсності. Наука створена для безпосереднього виявлення істотних сторін усіх явищ природи, суспільства й мислення. До основних завдань науки можна віднести: 1) відкриття законів руху природи, суспільства, мислення й пізнання; 2) збір, аналіз, узагальнення фактів; 3) систематизація отриманих знань; 4) пояснення суті явищ і процесів; 5) прогнозування подій, явищ і процесів; 6) встановлення напрямків і форм практичного використання отриманих знань.

Не всяке знання можна розглядати як наукове. Не можна визнати науковими ті знання, які отримує людина лише на основі простого спостереження. Ці знання відіграють у житті людей важливу роль, але вони не розкривають суті явищ і взаємозв’язку між ними.

Істинність наукового знання визначається не лише логікою, але насамперед обов’язковою перевіркою його на практиці. Розкриваючи закономірні зв’язки дійсності, наука виражає їх в абстрактних поняттях і схемах, що строго відповідають цій дійсності.

Будучи невіддільною від практичного способу освоєння світу, наука являє собою специфічну форму діяльності, яка суттєво відрізняється від діяльності як у сфері матеріального виробництва, так і від інших видів духовної діяльності. Якщо в матеріальному виробництві знання використовуються лише як ідеальні засоби, то в науці їх отримання становить головну і безпосередню мету незалежно від того, у якому вигляді втілюється ця мета – чи у вигляді теоретичного опису, схеми технологічного процесу, зведення експериментальних даних або формули якого-небудь препарату. На відміну від видів діяльності, результат яких найчастіше відомий заздалегідь або заданий до початку діяльності, наукова діяльність правомірно називається такою лише тому, що вона дає приріст нового знання, тобто її результат принципово нетрадиційний. Саме тому наука виступає як сила, що постійно революціонізує інші види діяльності.

Від естетичного (художнього) способу освоєння дійсності, носієм якого є мистецтво, науку відрізняє прагнення до знеособленого, максимально узагальненого об'єктивного знання, у той час як у мистецтві результати художнього пізнання невіддільні від індивідуально-неповторного особистісного елемента. Часто мистецтво характеризують як «мислення в образах», а науку – як «мислення в поняттях», маючи на меті підкреслити, що перше розвиває переважно чуттєво-образну сторону творчої здатності людини, а наука – в основному інтелектуально-понятійну.

Розвитку науки притаманний нагромаджувальний характер: на кожному історичному етапі вона підсумовує в концентрованому вигляді свої минулі досягнення, і кожен результат науки входить невід'ємною частиною в її загальний фонд, не перекреслюючись наступними успіхами пізнання, а лише уточнюючись і переробляючись.

Спадковість науки приводить до єдиної лінії її поступального розвитку й необоротного характеру. Вона забезпечує також функціонування науки як особливого виду «соціальної пам'яті» людства, що теоретично кристалізує минулий досвід пізнання дійсності й оволодіння її законами.

Процес розвитку науки знаходить своє вираження не лише у зростанні «суми» накопичених знань. Він стосується також усієї структури науки. На кожному історичному етапі наукове пізнання використовує певну сукупність пізнавальних форм – фундаментальних категорій і понять, методів, принципів і схем пояснення, тобто всього того, що поєднують поняттям стилю мислення. Сучасна наука характеризується прагненням до цілісного і багатогранного охоплення об'єктів дослідження. Кожна конкретна структура наукового мислення після свого затвердження відкриває шлях до екстенсивного розвитку пізнання, до його поширення на нові сфери реальності.

Науку можна розглядати як систему, що складається з: теорії; методології, методики й техніки досліджень; практики впровадження отриманих результатів. Якщо науку розглядати з погляду взаємодії суб'єкта та об'єкта пізнання, то вона містить у собі такі елементи: об'єкт – те, що вивчає конкретна наука, суб'єкт – конкретний науковець, фахівець, дослідник, наукова організація; наукова діяльність суб'єктів, що застосовують певні прийоми, методи для виявлення законів дійсності.

Розвиток науки йде від збору фактів, їх вивчення та систематизації, узагальнення і розкриття окремих закономірностей до логічно стрункої системи наукових знань, що дозволяє пояснити вже відомі факти і спрогнозувати нові.

Шлях пізнання визначається від живого споглядання до абстрактного мислення й від останнього до практики.

Процес пізнання включає нагромадження фактів. Без систематизації і узагальнення, без логічного осмислення фактів не може існувати жодна наука. Але хоча факти – це необхідний матеріал для вченого, самі по собі вони ще не наука. Факти стають складовою частиною наукових знань, коли вони виступають у систематизованому, узагальненому вигляді. Факти систематизують і узагальнюють за допомогою найпростіших абстракцій – понять (визначень), що є важливими структурними елементами науки.

Найбільш високою формою узагальнення та систематизації знань є теорія. Під теорією розуміють вчення про узагальнений досвід (практику), що формулює наукові принципи й методи, які дозволяють узагальнити й пізнати існуючі процеси і явища, проаналізувати дію на них різних факторів і запропонувати рекомендації з використання їх у практичній діяльності людей.

1.1.2 Основні терміни і визначення

Науки розрізняють за предметом і об’єктом дослідження. Предмет науки – це сторона, якою об’єкт представлений у науці. Об’єкт дослідження – це сторона реальності, на вивчення якої спрямована наука. Кожній науці властиві свої поняття, засоби та методи.

Природничі науки вивчають поведінку об’єктів навколишнього світу. Суспільні науки мають справу з поведінкою людини й суспільних інститутів.

Основу науки складають закони – відкриті сталі зв’язки між явищами. Сукупність законів становить теорію – систематизований опис і пояснення явищ у певній області. Розвиток науки являє собою розвиток і зміну теорій. Теорія існує до того часу, поки не нагромадяться факти, що суперечать її положенням. Неможливість пояснити нові факти в рамках діючої теорії породжує необхідність аналізу і вироблення нової сукупності гіпотез.

Наукова (науково-дослідна) діяльність – діяльність, спрямована на одержання і застосування нових знань, у тому числі:

- фундаментальні наукові дослідження – експериментальна або теоретична діяльність, спрямована на отримання нових знань про основні закономірності побудови, функціонування й розвитку людини, суспільства, навколишнього природного середовища;
- прикладні наукові дослідження – дослідження, спрямовані переважно на застосування нових знань для досягнення практичних цілей і вирішення конкретних завдань.

Фундаментальні науки пізнають світ безвідносно до можливостей практичного застосування, а прикладні науки орієнтовані на застосування знань, отриманих фундаментальними дослідженнями. Однак фундаментальна й прикладна науки існують тільки у взаємозв’язку. Вони доповнюють і розвивають одна одну. Наукове дослідження спрямоване на виявлення властивостей і особливостей об’єкта досліджень, встановлення його істотних ознак, властивостей і особливостей.

Науково-технічна діяльність – діяльність, спрямована на отримання, застосування нових знань для вирішення технологічних, інженерних, економічних, соціальних, гуманітарних та інших проблем, забезпечення функціонування науки, техніки й виробництва як єдиної системи.

Експериментальні розробки – діяльність, що базується на знаннях, набутих у результаті проведення наукових досліджень або на основі практичного досвіду, і спрямована на збереження життя й здоров’я людини, створення нових матеріалів, продуктів, процесів, пристроїв, послуг, систем або методів і їхнє подальше вдосконалювання.

Науковий і науково-технічний результат – продукт наукової або науково-технічної діяльності, що містить нові знання або рішення, зафіксований на будь-якому інформаційному носієві.

Державна науково-технічна політика – система цілей, напрямків, способів і форм впливу держави на отримання нових наукових результатів, створення й освоєння нової техніки й технологій. Держава розглядає науку і її науковий потенціал як національне надбання, що визначає майбутнє нашої країни, у зв’язку з чим підтримка розвитку науки стає пріоритетним державним завданням.

Науково-технічна політика як самостійна особлива галузь діяльності держави за історичними мірками дуже молода. У цій галузі жодна країна поки не володіє традиціями й великим досвідом, неодноразово перевіреними на практиці.

1.1.3 Економічні закономірності та особливості розвитку науки

У XXI столітті розвиток нових напрямів науки та передових технологій прискорюється на тлі надзвичайної невизначеності та складності сучасного світу. Потенціал і ризики такого розвитку науки і технологій, зокрема для досягнення Цілей сталого розвитку (ЦСР), обговорено на Багатосторонньому форумі ООН з науки, технологій та інновацій для сталого розвитку (Нью-Йорк, США, 5-6 травня 2022 р.). Хоча інноваційний шлях кожної країни є специфічним для її культури та економічних особливостей, є низка загальних системних механізмів та інноваційних політик, яка може підтримувати сталий розвиток, особливо в країнах із середнім або низьким технологічним потенціалом. Просто модернізувати технологію за існуючими траєкторіями недостатньо – необхідна цілісна національна науково-технічна та інноваційна політика.

Важливим інструментом стимулювання розвитку країни є впровадження інновацій в економіці. Особливо це важливо для країн, що розвиваються (до яких належить і Україна), адже саме за допомогою інноваційних розробок та нових знань країна може збільшити продуктивність економіки, а отже, і підвищити свою конкурентоспроможність на світових ринках. Саме це стимулює економічне зростання, що одночасно забезпечує і підвищення зайнятості населення. В свою чергу, розвиток та запровадження інновацій фактично забезпечують наукові дослідження та технічні розробки (НДТР). Тож з метою підвищення рівня економічного зростання держава має стимулювати розвиток НДТР.

Особливості соціально-економічного розвитку України на сучасному етапі, визначений курс на європейську інтеграцію зумовлюють необхідність для

України брати активну участь у розрахунках індикаторів, проведенні відповідних порівнянь з іншими країнами, оцінюванні відносно сильних та слабких сторін національних інноваційних систем.

У рейтингу Глобального інноваційного індексу 2021 Україна, посівши 49 місце проти 45 місця у 2020 р., має кращі результати за інноваційними результатами, ніж інноваційними ресурсами, не дивлячись на погіршення позицій за деякими показниками, що входять до «Інноваційних результатів».

Основою української інноваційної конкурентоспроможності є людський капітал і дослідження, а також знання й результати наукових досліджень і креативність. Їх ефективна реалізація і є головною конкурентною перевагою. Однак у 2021 р. позиції України за цими трьома підіндексами знизились порівняно з 2020 р., що свідчить про можливість втрати Україною її основних переваг і зниження позиції України у майбутніх випусках рейтингу.

Україна у 2021 р. не використала, як розвинені країни, можливості, які приносить криза, – не збільшила фінансування досліджень і розробок, насамперед, за рахунок державного бюджету, не зростила інновації у сфері охорони здоров’я.

Показники Глобального індексу конкурентоспроможності талантів свідчать, що інноваційна політика в Україні не приділяє достатньо уваги стимулюванню нового експортно-орієнтованого технологічного бізнесу, вирощуванню талановитих інженерів та дослідників, співпраці науки та виробництва. Потрібна інноваційна політика, спрямована на структурні зміни та трансформацію всієї науково-технологічної сфери.

Результати оцінювання стану інноваційної та науково-технічної сфери України на основі рейтингу Зведеного інноваційного індексу за індикаторами Європейського інноваційного табло також свідчать про необхідність розроблення і втілення єдиної узгодженої науково-технічної та інноваційної політики, здійснення реальних кроків у напрямі реалізації необхідних структурних змін в економіці та науці, а також технологічної модернізації виробництва та стимулювання бізнесу до інновацій.

Зважаючи на зростання екологічної, геополітичної, економічної та соціальної нестабільності у світі, що збільшує ймовірність екстремальних подій з руйнівними наслідками, важливим є підвищення ефективності політики у сфері досліджень та інновацій, щоб ефективно реагувати в кризовій ситуації. Особливо це стосується державної підтримки всіх видів наукових досліджень і науково-технічних (експериментальних) розробок (ДіР) в оборонному секторі.

З позицій перспективного бачення післявоєнного розвитку України інноваційна політика має отримати роль рушія змін у напрямі інтелектуальної економіки знань XXI століття і суспільства сталого розвитку. Для вирішення амбітних викликів, які втілені у Цілях сталого розвитку, потрібна нова рамкова структура інноваційної політики, спрямована на трансформаційні зміни, що мають базуватися на критичному аналізі перешкод для здійснення дослідниками і бізнесом інновацій в найбільш важливих для відбудови сферах та прогалин в управлінні інноваційною політикою.

Загальні видатки державного бюджету України у 2021 р., спрямовані на фінансування наукової сфери за 42 бюджетними програмами 22 головними розпорядниками, становили 13064.75 млн грн у поточних цінах, з них із загального фонду – 10341.67 млн грн (79,17 % від профінансованого обсягу і на 37.02 % більше проти 2020 р.), із спеціального фонду – 2723.08 млн грн (на 45.62 % більше проти 2020 р.).

Загальний обсяг фінансування ДіР у 2021 р. становив 10076.31 млн грн, з них 77,74 % (7832.94 млн грн) – за рахунок загального фонду. За секторами науки (як і в попередні роки) найбільший обсяг коштів (77.3 % від загального обсягу видатків загального фонду на виконання ДіР) спрямовано на академічний сектор. На виконання ДіР за пріоритетними напрямами витрачено 7331.83 млн грн (або 93.6 % від загального обсягу видатків загального фонду на виконання ДіР), з них 62.8 % – на НТР за пріоритетним напрямом «Фундаментальні наукові дослідження».

У 2021 р. рівень програмно-цільового фінансування ДіР збільшився до 9.19 %, в основному, через зростання частки видатків (понад удвічі більше проти 2020 р.) на фундаментальні та прикладні дослідження, проведені за грантовим фінансуванням НФДУ у 2021 р. (8.04 % від загальних видатків на ДіР).

При цьому вкрай низьким залишається рівень програмно-цільового фінансування державних цільових наукових і науково-технічних програм, науково-технічних (експериментальних) розробок за державним замовленням, проектів у межах міжнародного науково-технічного співробітництва – на виконання ДіР за цими напрямами у 2021 р. спрямовано лише 1.15 % від загальних видатків на ДіР.

Зважаючи на дуже обмежену фінансову спроможність держави, доцільно наявні ресурси зосередити на підтримці досліджень, які є основою інноваційного розвитку країни. В умовах дефіциту бюджету тільки об’єднання ресурсів та зусиль держави, наукової спільноти та бізнесових структур дозволить провести модернізацію економіки.

В 2021 р. за результатами ДіР, виконаних за рахунок коштів загального фонду, видано 83.8 тис. друкованих робіт, що на 2.9 % більше проти 2020 р. Кількість підручників, навчальних посібників збільшилась на 41.2 %, кількість монографій зменшилась на 1.0 % (монографій, що видані за кордоном – на 19.5 %), статей в наукових фахових журналах – на 11.4 %, статей, що входять до міжнародних баз даних – на 12,0 %.

Базову уяву про місце країни в науковому світі можна отримати, оцінивши загальну кількість публікацій, проіндексованих міжнародними наукометричними базами даних. Кількість українських публікацій як у БД WoS, так і у БД Scopus у 2021 р. зросла більш ніж удвічі проти 2012 р., але частка України у загальносвітовій кількості публікацій залишається на рівні 0.4 %.

Наявність вітчизняних публікацій у співавторстві із зарубіжними ученими характеризує відкритість науки країни, мобільність вчених, їх міжнародні наукові зв’язки. Зростання кількості таких публікацій обумовлено, насамперед, активними інтеграційними процесами, що відбуваються у науці в епоху глобалізації. За даними БД Scopus, частка спільних публікацій українських вчених із зарубіжними партнерами у період 1912-2021 рр. становила 32-37 %.

Найбільш плідною міжнародна співпраця українських авторів у 2021 р. була за такими напрямами, як «Машинобудування», «Комп'ютерні науки», «Фізика та астрономія», «Медицина» та «Матеріалознавство».

Статистика свідчить, що в Україні останнім часом відбувається хай незначне, але все таки зростання патентної активності. В 2021 р. кількість поданих заявок на видачу охоронних документів за результатами НТР, виконаних за рахунок загального фонду, збільшилась проти 2020 р. лише на 0.05 % і становила 76.0 % від загальної кількості поданих заявок на видачу охоронних документів. Також, порівняно з попереднім роком, збільшилась кількість поданих заявок за кордоном – на 40.0 %. Найбільшу патентну активність за результатами НТР, виконаних за рахунок загального фонду, виявили організації МОН як за кількістю поданих заявок, так і за кількістю отриманих охоронних документів.

Впровадження систем стимулювання і моніторингу публікаційної активності є важливим чинником залучення наукової спільноти країни до світової наукової комунікації та підвищення рейтингів вітчизняної науки.

Дослідження глобальних рейтингів підтверджують, що Україна поступово розширює свою участь у змаганнях з іншими країнами світу, отримуючи іноді невисокі позиції, але набуваючи цінний досвід всебічного оцінювання найбільш актуальних аспектів наукової, науково-технічної та інноваційної діяльності порівняно з провідними країнами світу.

1.1.4 Класифікація наук

Наукові дисципліни, що утворюють у своїй сукупності систему наук в цілому, досить умовно можна розділити на 3 великі групи (підсистеми) – природничі, суспільні і технічні, що розрізняються за своїми предметами і методами. Різкої грані між цими підсистемами немає – ряд наукових дисциплін займає проміжне положення. Так, наприклад, на стику технічних і суспільних наук перебуває технічна естетика, між природними і технічними наука – біоніка, між природними й суспільними науками – економічна географія.

За своєю спрямованістю, за безпосереднім відношенням до практики окремі науки розділяють на фундаментальні і прикладні. Завданням фундаментальних наук є пізнання законів, що керують поведінкою і взаємодією базисних структур природи, суспільства й мислення. Безпосередня мета прикладних наук – застосування результатів фундаментальних наук для вирішення не тільки пізнавальних, але й соціально-практичних проблем. Тому тут критерієм успіху служить не тільки досягнення істини, але й міра задоволення соціального замовлення. На стику прикладних наук і практики розвивається особлива область досліджень – розробки, що переводять результати прикладних наук у форму технологічних процесів, конструкцій, промислових матеріалів тощо.

Прикладні науки можуть розвиватися з перевагою як теоретичної, так і практичної проблематики. Наприклад, у сучасній фізиці фундаментальну роль відіграють електродинаміка і квантова механіка, додавання яких до пізнання конкретних предметних областей утворить різні галузі теоретичної прикладної фізики – фізику металів, фізику напівпровідників тощо. Подальше додавання їх результатів до практики породжує різноманітні практичні прикладні науки – металознавство, напівпровідникову технологію і т. д., прямий зв'язок яких із виробництвом здійснюють відповідні конкретні розробки. Усі технічні науки є прикладними.

Як правило, фундаментальні науки випереджають у своєму розвитку прикладні, створюючи для них теоретичний заділ. В сучасній науці на частку прикладних припадає до 80-90 % усіх досліджень і асигнувань. Одна з нагальних проблем сучасної організації науки – встановлення міцних, планомірних взаємозв'язків і скорочення термінів руху в рамках циклу «фундаментальні дослідження – прикладні дослідження – розробки – впровадження».

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Основні завдання науки.
2. З яких компонентів складається наука як система?
3. Що розуміють під терміном «теорія»?
4. Що вивчають природничі і суспільні науки?
5. Дайте визначення науково-технічної діяльності.
6. Що таке державна науково-технічна політика?
7. Який показник характеризує відкритість науки країни, мобільність вчених, їх міжнародні наукові зв'язки?
8. На які групи можна розділити наукові дисципліни?

1.2 Наукові дослідження

1.2.1 Наукові дослідження. Етапи наукових досліджень

Формою існування і розвитку науки є наукові дослідження. Мета наукових досліджень – визначення конкретного об’єкта і всебічне, достовірне вивчення його структури, характеристик, зв’язків на основі розроблених у науці принципів і методів пізнання, а також отримання корисних для діяльності людини результатів, впровадження у виробництво з подальшим ефектом.

Результати наукових досліджень оцінюються тим вище, чим вища науковість зроблених висновків і узагальнень, чим достовірніше вони й ефективніше. Вони повинні створювати основу для нових наукових розробок.

Однією з найважливіших вимог, що висуваються до наукового дослідження, є наукове узагальнення, що дозволить встановити залежність і зв’язок між досліджуваними явищами і процесами і зробити наукові висновки. Чим глибші висновки, тим вищий науковий рівень дослідження.

Наукові дослідження поділяють на фундаментальні і прикладні. Під фундаментальними науковими дослідженнями розуміють експериментальну або теоретичну діяльність, спрямовану на отримання нових знань про основні закономірності побудови, функціонування та розвитку людини, суспільства, навколишнього природного середовища. Прикладні наукові дослідження визначаються як дослідження, спрямовані переважно на застосування нових знань для досягнення практичних цілей і вирішення конкретних завдань. За джерелом фінансування розрізняють наукові дослідження: бюджетні, госпдоговірні і нефінансовані. Бюджетні дослідження фінансуються з коштів бюджету України. Госпдоговірні дослідження фінансуються організаціями-замовниками з господарських договорів. Нефінансовані дослідження можуть виконуватися з ініціативи вченого, індивідуального плану викладача.

За тривалістю наукові дослідження можна розділити на довгострокові, короткострокові та експрес-дослідження.

У науці можна виділити емпіричний і теоретичний рівні дослідження і організації знання. Теоретичний рівень наукового знання припускає наявність особливих абстрактних об’єктів і теоретичних законів, що їх поєднують і створюються з метою ідеалізованого опису й пояснення емпіричних ситуацій, тобто з метою пізнання сутності явищ. Їх мета – розширити знання суспільства та допомогти більш глибоко зрозуміти закони природи. Такі розробки використовують в основному для подальшого розвитку нових теоретичних досліджень, які можуть бути довгостроковими, бюджетними й ін.

Елементами емпіричного знання є факти, що отримуються за допомогою спостережень і експериментів і констатуючі якісні й кількісні характеристики об’єктів і явищ. Стійка повторюваність і зв’язки між емпіричними характеристиками виражаються за допомогою емпіричних законів, що часто мають імовірнісний характер.

Теоретичний рівень дослідження характеризується перевагою логічних методів пізнання. На цьому рівні отримані факти досліджуються, обробляються за допомогою логічних понять, законів та інших форм мислення. Тут об'єкти дослідження подумки аналізуються, узагальнюються, осягаються їх суть, внутрішні зв'язки, закони розвитку. Структурними компонентами теоретичного пізнання є проблема, гіпотеза і теорія. Під проблемою розуміють складне теоретичне або практичне завдання, способи рішення якого невідомі або відомі не повністю.

Гіпотеза – це припущення про причину, що потребує перевірки і доказу, що викликає певні наслідки, про структуру досліджуваних об'єктів і характер внутрішніх і зовнішніх зв'язків структурних елементів. Гіпотеза є науковою лише в тому випадку, якщо вона підтверджується фактами і може існувати лише до того часу, поки не суперечить безсумнівним фактам досвіду, d протилежному випадку вона стає просто фікцією.

Таким чином, наукова гіпотеза повинна відповідати таким вимогам:

1) релевантності, тобто відносності до фактів, на які вона опирається;

2) перевірюваності дослідним шляхом (виняток становлять гіпотези, що не перевіряються);

3) сумісності з існуючим науковим знанням;

4) володіння пояснювальною силою, тобто з гіпотези повинна виводитися деяка кількість підтверджуючих її фактів, наслідків. Більшу пояснювальну силу буде мати та гіпотеза, з якої виводиться найбільша кількість фактів;

5) простоти, тобто вона не повинна містити ніяких довільних припущень, суб'єктивістських нашарувань.

Факти досвіду якої-небудь обмеженої наукової сфери разом зі здійсненими, строго доведеними гіпотезами утворюють теорію. Теорія являє собою цілісну систему достовірних знань. Вона є найбільш високою формою узагальнення й систематизації знань. Теорія – це вчення про узагальнений досвід (практику), що формулює наукові принципи й методи, які дозволяють узагальнити й пізнати існуючі процеси і явища, проаналізувати дію на них різних факторів і запропонувати рекомендації з використання їх у практичній діяльності людей. Теорія не тільки описує сукупність фактів, але й пояснює їх, тобто виявляє походження й розвиток явищ і процесів, їх внутрішні і зовнішні зв'язки, причинні й інші залежності. Усі положення і висновки, що містяться в теорії, обґрунтовані й доведені.

Структуру теорії утворюють поняття, судження, закони, наукові положення, навчання, ідеї й інші елементи.

Поняття – це думка, що відображає істотні й необхідні ознаки певної безлічі предметів або явищ.

Категорія – загальне, фундаментальне поняття, що відбиває найбільш істотні властивості й відносини предметів і явищ.

Науковий термін – це слово або сполучення слів, що позначає поняття, що застосовується в науці. Сукупність понять (термінів), які використовуються в певній науці, утворює її понятійний апарат.

Судження – це думка, у якій стверджується або заперечується що-небудь.

Принцип – це подібні положення якої-небудь галузі науки. Вони є початковою формою систематизації знань (аксіоми евклідової геометрії, постулат Бора в квантовій механіці і т. д.).

Аксіома – це положення, що є вихідним, недоказовим, з якого за встановленими правилами виводяться інші положення. Логічними аксіомами є, наприклад, закон тотожності, закон протиріччя, закон виключення третього.

Закон – положення, що виражає загальний хід речей у якій-небудь області; висловлення щодо того, яким чином що-небудь є необхідним або відбувається з необхідністю. Закони об’єктивні й виражають найбільш істотні, стійкі, причинно обумовлені зв’язки і відносини між явищами й процесами.

Положення – наукове твердження, сформульована думка.

Вчення – сукупність теоретичних положень про яку-небудь область явищ дійсності.

Концепція – це система теоретичних поглядів, об’єднаних науковою ідеєю (науковими ідеями); основна думка.

Емпіричний рівень дослідження характеризується перевагою почуттєвого пізнання (вивчення зовнішнього світу за допомогою органів чуттів). На цьому рівні форми теоретичного пізнання наявні, але мають підпорядковане значення.

Формування теоретичного рівня науки приводить до якісної зміни емпіричного рівня. Якщо до формування теорії емпіричний матеріал, що послужив її передумовою, утворювався на базі повсякденного досвіду й природної мови, то з виходом на теоретичний рівень він «бачиться» крізь призму смислу теоретичних концепцій, які починають спрямовувати постановку експериментів і спостережень – основних методів емпіричного дослідження.

Структуру емпіричного рівня дослідження становлять факти, емпіричні узагальнення й закони (залежності).

Поняття «факт» вживається у декількох значеннях:

а) об’єктивна подія, результат, що належить до об’єктивної реальності або до сфери свідомості та пізнання;

б) знання про яку-небудь подію, явище, вірогідність якого доведена;

в) пропозиція, що фіксує знання, отримане в ході спостережень і експериментів.

Для успіху наукового дослідження його необхідно правильно організувати, спланувати й виконувати в певній послідовності. Ці плани й послідовність дій залежать від виду, об’єкта та цілей наукового дослідження. Так, якщо воно проводиться на технічні теми, то спочатку розробляється основний документ – техніко-економічне обґрунтування, а потім здійснюються теоретичні й експериментальні дослідження, складається науково-технічний звіт і результати роботи впроваджуються у виробництво.

1.2.2 Ефективність наукових досліджень

Під економічною ефективністю наукових досліджень у цілому розуміють зниження витрат суспільної й живої праці на виробництво продукції в тій галузі, де впроваджують закінчені науково-дослідні роботи й дослідно-конструкторські розробки (НДР та ДКР).

Основні види ефективності наукових досліджень:

а) економічна ефективність – зростання національного доходу, підвищення продуктивності праці, якості продукції, зниження витрат на дослідження;

б) зміцнення обороноздатності країни;

в) соціально-економічна ефективність – ліквідація важкої праці, покращення санітарно-гігієнічних умов праці, очищення навколишнього середовища тощо;

г) престиж вітчизняної науки.

Наука є найбільш ефективною сферою капіталовкладень. В світовій практиці прийнято вважати, що прибуток від капіталовкладень у неї становить 100-200 % і набагато вищий прибутків будь-яких галузей. За даними закордонних економістів, на один долар витрат на науку прибуток за рік становить 4-7 доларів і більше. З кожним роком наука обходиться суспільству усе дорожче. На неї витрачають величезні суми. Тому в економіці науки виникає й інша проблема – систематичне зниження витрат на дослідження при збільшенні ефекту від їх впровадження. У зв’язку з цим під ефективністю наукових досліджень розуміють також якомога ощадливіше проведення НДР.

Добре відомо, яке велике значення нині надається питанням прискореного розвитку науки та НТП. Робиться це з глибоких стратегічних причин, які зводяться до того об’єктивного факту, що наука й система її додатків стали реальною продуктивною силою, найбільш потужним фактором ефективного розвитку суспільного виробництва.

Є два кардинально різних шляхи ведення справ в економіці: екстенсивний шлях розвитку та інтенсивний. Екстенсивний шлях – це розширення виробничих площ, збільшення кількості обладнання тощо. Інтенсивний шлях припускає, щоб кожне виробництво з кожної одиниці обладнання, сільськогосподарське підприємство з кожного гектара посівних площ отримували усе більше і більше продукції. Це забезпечується використанням нових науково-технічних можливостей: нових засобів праці, нових технологій, нових знань. До інтенсивних факторів належить і зростання кваліфікації людей, і вся сукупність організаційних і науково-технічних рішень.

Сьогодні приблизно кожна гривня, вкладена в науку, в НТП і освоєння нововведень (нової техніки, нових технологій) у виробництві, дає в чотири рази більший ефект, ніж та сама гривня, вкладена в екстенсивні фактори. Це дуже істотна обставина. З цього випливає, що і надалі українська господарська політика повинна бути спрямована на те, щоб у всіх сферах суспільного виробництва вирішувалися проблеми подальшого розвитку переважно за рахунок інтенсивних факторів. При цьому особлива роль приділяється науці, а на саму науку поширюється та сама вимога. За останні 40…50 років у світі кількість нових знань збільшилася приблизно у два-три рази, у той самий час обсяг інформації (публікацій, різної документації) збільшився у 8…10 разів, а обсяг коштів, що відпускають на науку, – більш ніж у 100 разів. Ці цифри змушують замислитися. Адже зростання ресурсів, затрачуваних на науку, не є самоціллю. Отже, наукову політику треба змінювати, необхідно підвищити ефективність роботи наукових установ.

Однак головний інтерес полягає не тільки в прирості нових знань, а й прирості ефекту у виробництві. Необхідний аналіз пропорцій між отриманням знань і їхнім застосуванням на виробництві. А для цього необхідно збільшувати вкладення в заходи щодо освоєння результатів НТП у виробництві.

Існує деяка теоретична модель, побудована з міркувань найбільш повного використання нових знань, нових наукових даних. Відповідно до цієї моделі, якщо асигнування в галузі фундаментальних досліджень взяти за одиницю, то відповідні показники складуть: щодо прикладних досліджень – 4, щодо розробок – 16, щодо освоєння нововведень у виробництво – 250. Ця модель побудована академіком В.М. Глушковим, виходячи з того, що все розумне (з нових ідей, відомостей, можливостей), отримане у сфері фундаментальних досліджень, буде використано. Для цього буде досить наявних потужностей прикладних наук. Потім можливості практичного застосування будуть реалізовані у вигляді нових технологій, нових конструкцій і т. п., тими, хто проектує, веде розробки. І в них, у свою чергу, буде досить потужностей, щоб усе це прийняти і повністю запустити в роботу. Нарешті, необхідно мати досить капіталовкладень і вільних потужностей, призначених для освоєння нововведень на виробництві, щоб освоїти й реалізувати усі необхідні нововведення.

Якщо сумарні витрати на фундаментальні і прикладні дослідження, а також на дослідно-конструкторські розробки прийняти за одиницю, то відношення між вкладеннями у виробництво нових знань і вкладеннями в освоєння цих знань народним господарством складе 1:12. А в дійсності таке співвідношення 1:7. Це свідчить про те, що в народному господарстві найчастіше немає вільних потужностей, не вистачає можливостей для маневру (в США таке співвідношення 1:11).

В сучасній науці кожен четвертий – керівник. Це дійсний факт. Керівників в науці більше, ніж фізиків, хіміків, математиків та ін., окремо взятих. Але математиків, фізиків, хіміків та інших готують ЗВО (і професійний рівень їхніх знань, як правило, дуже високий). Керівництву ж науковою діяльністю їх не навчали. Цього вони навчаються самі у найбільш непродуктивний спосіб – на своїх помилках. Рішення цього питання теж зможе підняти ефективність наукових досліджень.

Одним зі шляхів підвищення ефективності наукових досліджень є використання так званих попутних або проміжних результатів, які найчастіше зовсім не використовуються або використовуються пізно й недостатньо повно. Наприклад, космічні програми. Чим вони виправдовуються економічно? Звичайно, у результаті їхнього розроблення був покращений радіозв'язок, з'явилася можливість далеких передач телевізійних програм, підвищена точність пророкування погоди, отримані більші наукові фундаментальні результати в пізнанні світу і т. д. Усе це має або буде мати економічне значення.

На ефективність дослідницької праці прямо впливає оперативність наукових видань, насамперед періодичних. Аналіз строків знаходження статей у редакціях вітчизняних журналів показав, що вони затримуються вдвічі довше, ніж в аналогічних закордонних виданнях.

Відомо, що темпи зростання інструментальної озброєності сучасної науки повинні приблизно в 2.5…3 рази перевищувати темпи зростання кількості працюючих у цій сфері. У цілому по країні цей показник ще недостатньо високий, а в деяких наукових організаціях він помітно менший одиниці, що призводить до фактичного зниження ККД інтелектуальних ресурсів науки.

Сучасні наукові прилади морально зношуються настільки швидко, що за 4…5 років, як правило, безнадійно застарівають. При нинішніх темпах НТП абсурдний вигляд має ощадна (по кілька годин на тиждень) експлуатація приладу. Раціональним було б купувати приладів менше, але найдосконаліших, і завантажувати їх максимально, не боячись зношування, а через 2…3 роки інтенсивної експлуатації замінювати на нові, більш сучасні. Вітчизняна промисловість, оновлюючи свою продукцію кожні п’ять і більше років, лише 10…13 % її випускає на рівні світових показників. Серед причин цього явища важливе місце займає розпорошеність і слабкість наукового потенціалу відповідних підприємств, що роблять їх непідготовленими до сприйняття істотно нового, а тим більше до розробки його силами своїх учених та інженерів.

В сучасній науці важливим питанням є кадри. Варто визнати, що в цілому індустріальний сектор науки ще дуже слабко забезпечений висококваліфікованими кадрами дослідників. На кожну сотню центральних заводських лабораторій припадає лише один кандидат наук. Більшість заводських наукових підрозділів за масштабами робіт, порівняних зі звичайними НДІ, мають у кілька разів менше число докторів і кандидатів наук.

На особливу увагу заслуговує проблема цільової підготовки кадрів для індустріального сектору науки. Для оцінки ефективності досліджень застосовують різні критерії, що характеризують ступінь їхньої результативності. Фундаментальні дослідження починають віддавати капіталовкладення лише через значний період після початку розроблення. Результати їх, як правило, широко застосовують у різних галузях, іноді в тих, де їх зовсім не очікували. Тому інколи нелегко планувати результати таких досліджень. Фундаментальні теоретичні дослідження важко оцінити кількісними критеріями ефективності. Зазвичай можна встановити лише якісні критерії:

- можливість широкого застосування результатів досліджень у різних галузях народного господарства країни;
- новизну явищ, що дає значний поштовх для принципового розвитку найбільш актуальних досліджень; істотний внесок в обороноздатність країни;
- пріоритет вітчизняної науки;
- галузь, де можуть бути початі прикладні дослідження;
- широке міжнародне визнання робіт;
- фундаментальні монографії з теми і цитування їх вченими різних країн.

Ефективність прикладних досліджень оцінити значно простіше. В цьому випадку застосовують різні кількісні критерії. Про ефективність будь-яких досліджень можна робити висновки лише після їхнього завершення й впровадження, тобто тоді, коли вони починають давати віддачу для народного господарства. Великого значення набуває фактор часу. Тому тривалість розроблення прикладних тем по можливості повинна бути коротшою. Кращим є такий варіант, коли тривалість їхньої розробки не перевищує трьох років. Для більшості прикладних досліджень імовірність отримання ефекту в народному господарстві у цей час перевищує 80 %.

Як оцінити ефективність дослідження колективу (відділу, кафедри, лабораторії і т. д.) і одного науковця? Ефективність роботи науковця оцінюють різними критеріями: публікаційним, економічним, новизною розробок, цитуванням робіт та ін.

Публікаційним критерієм характеризують загальну діяльність – сумарну кількість друкованих праць, загальний обсяг їх у друкованих аркушах, кількість монографій, підручників, навчальних посібників. Цей критерій не завжди об’єктивно характеризує ефективність науковця. Можуть бути випадки, коли при меншій кількості друкованих праць віддача значно більше, ніж від більшої кількості дрібних друкованих праць. Економічну оцінку роботи окремого науковця застосовують рідко. Частіше як економічний критерій використовують показник продуктивності праці науковця. Критерій новизни НДР – це кількість авторських посвідчень і патентів. Критерій цитування робіт вченого являє собою кількість посилань на його друковані праці. Це другорядний критерій.

Ефективність роботи науково-дослідної групи або організації оцінюють декількома критеріями: середньорічним виконанням НДР, кількістю впроваджених тем, економічною ефективністю від впровадження НДР та ДКР, загальним економічним ефектом, кількістю отриманих авторських свідоцтв і патентів, кількістю проданих ліцензій або валютним виторгом.

Економічний ефект від впровадження – основний показник ефективності наукових досліджень – залежить від витрат на впровадження, обсягу впровадження, строків освоєння нової техніки та багатьох інших факторів. Ефект від впровадження розраховують за весь період, починаючи від часу розроблення теми до одержання віддачі. Звичайно тривалість такого періоду прикладних досліджень становить кілька років. Однак наприкінці його можна отримати повний народногосподарський ефект.

Рівень новизни прикладних досліджень і розробок колективу характеризують кількістю завершених робіт, з яких отримані авторські посвідчення і патенти. Цей критерій характеризує абсолютну кількість свідоцтв і патентів. Більш об’єктивними є відносні показники, наприклад, кількість свідоцтв і патентів, віднесених до певної кількості працівників даного колективу або до числа тем, що розробляються колективом, які підлягають оформленню свідоцтвами та патентами.

Розрізняють три види економічного ефекту: попередній, очікуваний і фактичний. Попередній економічний ефект встановлюється при обґрунтуванні теми наукового дослідження та включенні її до плану робіт. Розраховують його за орієнтовними, укрупненими показниками з урахуванням прогнозованого обсягу впровадження результатів досліджень у групу підприємств даної галузі.

Очікуваний економічний ефект обчислюють в процесі виконання НДР. Його умовно відносять (прогнозують) до певного періоду (року) впровадження продукції у виробництво. Очікувана економія – більш точний економічний критерій порівняно з попередньою економією, хоча в деяких випадках вона є також орієнтовним показником, оскільки обсяг впровадження можна визначити лише орієнтовно. Очікуваний ефект обчислюють не тільки на один рік, але і на більш тривалий період (інтегральний результат). Орієнтовно такий період становить до 10 років від початку впровадження для нових матеріалів і до 5 років для конструкцій, приладів, технологічних процесів.

Фактичний економічний ефект визначається після впровадження наукових розробок у виробництво, але не раніше, ніж через рік. Розрахунок його роблять за фактичними витратами на наукові дослідження й впровадження з обліком конкретних вартісних показників даної галузі (підприємства), де впроваджені наукові розробки. Фактична економія майже завжди трохи нижча від очікуваної: очікувану визначають НДІ орієнтовно (іноді із завищенням), фактичну – підприємства, на яких здійснюється впровадження.

Найбільш достовірним критерієм економічної ефективності наукових досліджень є фактична економія від впровадження.

1.2.3 Впровадження завершених наукових досліджень у виробництво

Впровадження – це досягнення практичного використання прогресивних ідей, винаходів, результатів наукових досліджень (інновацій). Впровадження інновацій вимагає перебудови сформованого виробництва, перепідготовки працівників, капітальних витрат і одночасно пов’язано з ризиком не отримати необхідний результат і зазнати збитків.

Замовниками на виконання НДР можуть бути технічні управління міністерств, управління підприємства, НДІ. Підрядниками є науково-дослідні організації, що виконують НДР відповідно до підрядної обопільної угоди. Вони зобов’язані сформулювати пропозицію щодо впровадження розробок. Пропозиції повинні містити технічні умови, технічне завдання, проектну документацію, тимчасову інструкцію, вказівки і т. д.

Процес впровадження складається із двох етапів: дослідно-виробничого впровадження і серійного впровадження (впровадження досягнень науки, нової техніки, нової технології).

Як би ретельно не проводилися НДР у науково-дослідних організаціях, все-таки вони не можуть всебічно врахувати різні фактори, що діють в умовах виробництва. Тому наукове розроблення на першому етапі впровадження вимагає дослідної перевірки у виробничих умовах. Пропозицію про закінчені НДР розглядають на науково-технічних радах, а у випадках особливо вартісних пропозицій – на колегіях міністерства, і направляють на виробництво для практичного застосування.

Після дослідно-виробничого випробування нові матеріали, конструкції, технології, рекомендації, методики впроваджують у серійне виробництво як елементи нової техніки. На цьому, другому, етапі науково-дослідні організації не беруть участі у впровадженні. Вони можуть на прохання організацій давати консультації або надавати незначну науково-технічну допомогу.

Після впровадження досягнень науки у виробництво складають пояснювальну записку, до якої додають акти впровадження й експлуатаційних випробувань, розрахунок економічної ефективності, довідки про річний обсяг впровадження, протокол участі на паях організацій у розробленні й впровадженні, розрахунок фонду заробітної плати й інші документи. Впровадження досягнень науки і техніки фінансують організації, які його здійснюють.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Мета наукових досліджень.
2. Як оцінюються результати наукових досліджень?
3. Які наукові дослідження можна віднести до прикладних, а які до фундаментальних?
4. Як поділяють наукові дослідження за джерелом фінансування?
5. Різниця між емпіричним і теоретичним рівнями дослідження.
6. Що слід розуміти під економічною ефективністю наукових досліджень?
7. Основні види ефективності наукових досліджень.
8. Хто може бути замовником на виконання НДР?

1.3 Методологічні основи наукового знання

1.3.1 Методологія наукових досліджень

Методологія в широкому значенні являє собою систему принципів і способів організації та побудови теоретичної і практичної діяльності, а також вчення про цю систему. Існує інше визначення методології як «навчання про метод наукового пізнання і перетворення світу». Методологія науки дає характеристику компонентів наукового дослідження, його об’єкта, предмета, завдань, сукупності засобів, необхідних для вирішення завдань дослідження, а також формує уявлення про послідовності дій дослідника у процесі вирішення завдання.

Метод, або по-іншому, шлях дослідження являє собою спосіб досягнення певної мети, сукупність прийомів і операцій практичного або теоретичного освоєння дійсності. У галузі науки метод є шляхом пізнання, що прокладається дослідником до свого предмета. Таким чином, метод наукового дослідження – це спосіб пізнання об’єктивної дійсності.

До методів емпіричного рівня належать: спостереження, опис, порівняння, розрахунок, вимірювання, анкетне опитування, співбесіда, тестування, експеримент, моделювання і т. д.

До методів теоретичного рівня належать: аксіоматичний, гіпотетичний, формалізація, абстрагування, загальнологічні методи (аналіз, синтез, індукція, дедукція, аналогія) та інші.

Спосіб – це дія або система дій, що застосовуються під час виконання будь-якої роботи, при здійсненні чого-небудь.

Методику можна визначити як сукупність способів і прийомів пізнання. Будь-яке наукове дослідження здійснюється певними прийомами і способами, за певними правилами.

1.3.2 Загальнонаукова та філософська методологія: суть, загальні принципи

Серед філософських методів найбільш відомими є діалектичний і метафізичний. Ці методи можуть бути пов’язані з різними філософськими системами.

При вивченні предметів і явищ діалектика рекомендує виходити з таких принципів.

1. Розглядати об’єкти, що досліджуються у світлі діалектичних законів: а) єдності й боротьби протилежностей; б) переходу кількісних змін у якісні; в) заперечення заперечення.

2. Описувати, пояснювати і прогнозувати досліджувані явища й процеси, спираючись на філософські категорії: загального, особливого та одиничного; змісту і форми; сутності і явища; можливості і дійсності; необхідного і випадкового; причин та наслідків.

3. Ставитися до об’єкта дослідження як до об’єктивної реальності.

4. Розглядати досліджувані предмети і явища: а) всебічно; б) у загальному зв’язку і взаємозалежності; в) у безперервній зміні, розвитку; г) історично.

5. Перевіряти отримані знання на практиці.

Метафізика розглядає речі і явища ізольовано, окремо, незалежно одне від одного. Метафізична думка спрямована до простого, єдиного й цілісного.

Усі загальнонаукові методи для аналізу доцільно розподілити на три групи: загальнологічні, теоретичні та емпіричні. Загальнологічними методами є аналіз, синтез, індукція, дедукція, аналогія.

Аналіз – метод дослідження, за допомогою якого явище, яке досліджують або процес подумки розчленовуються на складові елементи з метою вивчення кожного окремо. Різновидами аналізу є класифікація і періодизація.

Синтез – метод дослідження, що припускає уявне поєднання складових частин або елементів об’єкта дослідження, його вивчення як єдиного цілого.

Методи аналізу і синтезу взаємозв’язані, їх однаково використовують у наукових дослідженнях.

Індукція – це рух думки (пізнання) від фактів, окремих випадків до загального положення. Індукція приведе до загальних понять і законів, які можуть бути покладені в основу дедукції.

Дедукція – це виведення одиничного, частки з будь-якого загального положення; рух думки (пізнання) від загальних тверджень до тверджень про окремі предмети або явища. За допомогою дедуктивних висновків «виводять» певну думку з інших думок.

Аналогія – це спосіб отримання знань про предмети і явища на підставі того, що вони мають подібність із іншими; міркування, у якому з подібності досліджуваних об’єктів у деяких ознаках робиться висновок про їхню подібність і в інших ознаках.

До методів теоретичного рівня належать аксіоматичний, гіпотетичний, формалізація, абстрагування, ранжирування, узагальнення, історичний, метод системного аналізу.

В наукових дослідженнях широко застосовується спосіб абстрагування, тобто відволікання від другорядних фактів з метою зосередитися на найважливіших особливостях досліджуваного явища. Наприклад, при дослідженні роботи будь-якого механізму аналізують розрахункову схему, що відображає основні, істотні властивості механізму.

Іноді при аналізі явищ і процесів виникає потреба розглянути велику кількість фактів (ознак). Тут важливо вміти виділити головне. У цьому випадку може бути застосований спосіб ранжирування, за допомогою якого виключають все другорядне, що істотно не впливає на розглянуте явище.

Аксіоматичний метод полягає в тому, що деякі твердження (аксіоми, постулати) приймаються без доказів і потім за певними логічними правилами з них виводяться інші знання.

В ряді випадків використовують спосіб формалізації. Суть його полягає в тому, що основні положення процесів і явищ подають у вигляді формул і спеціальної символіки. Шляхом операцій з формулами штучних мов можна отримати нові формули, доводити правдивість будь-якого положення. Формалізація є основою для алгоритмізації і програмування, без яких не може обійтися комп'ютеризація знання і процесу дослідження. Застосування символів та інших знайомих систем дозволяє встановити закономірності між досліджуваними фактами.

Гіпотетичний метод базується на розробленні гіпотези, наукового припущення, що містить елементи новизни й оригінальності. Гіпотеза повинна повніше й краще пояснити явища й процеси, підтверджуватися експериментально й відповідати загальним законам діалектики й природознавства. Цей метод дослідження є основним і найпоширенішим у прикладних науках.

Узагальнення – встановлення загальних властивостей і відносин предметів і явищ; визначення загального поняття, у якому відбиті істотні, основні ознаки предметів або явищ даного класу. Разом з тим узагальнення може виражатися у виділенні не істотних, а будь-яких ознак предмета або явища. Цей метод наукового дослідження опирається на філософські категорії загального, особливого й одиничного.

Історичний метод дозволяє досліджувати виникнення, формування і розвиток процесів і подій в хронологічній послідовності з метою виявлення внутрішніх й зовнішніх зв'язків, закономірностей та протиріччя. Цей метод дослідження використовується переважно в суспільних і, головним чином, в історичних науках. В прикладних же науках він застосовується, наприклад, при вивченні розвитку і формування тих чи інших галузей науки і техніки.

Первинним в пізнанні сутності процесів є спостереження. Спостереження – це спосіб пізнання, що ґрунтується на безпосередньому сприйнятті властивостей предметів і явищ за допомогою органів чуттів. Кожне спостереження може зафіксувати лише деякі фактори. Для того, щоб найбільш повно зрозуміти процес, необхідно мати велику кількість спостережень. Якщо спостереження проводилося в природній обстановці, то його називають польовим, а якщо умови навколишнього середовища були спеціально створені дослідником, то воно буде вважатися лабораторним. Результати спостереження можуть фіксуватися в протоколах, щоденниках, картках, на електронних носіях й інших способах.

Найбільш важливою складовою частиною наукових досліджень є експерименти. Це один з основних способів отримати нові наукові знання. Від звичайного, повсякденного, пасивного спостереження експеримент відрізняється активним впливом дослідника на досліджуване явище.

Основною метою експерименту є перевірка теоретичних положень (підтвердження робочої гіпотези), а також більш широке і глибоке вивчення теми наукового дослідження.

Експеримент повинен бути проведений по можливості в найкоротші терміни з мінімальними витратами при найвищій якості отриманих результатів.

Розрізняють експерименти природні і штучні.

Природні експерименти характерні при вивченні соціальних явищ (соціальний експеримент) в обстановці, наприклад, виробництва, побуту і т. д.

Штучні експерименти широко застосовуються в багатьох природничих наукових дослідженнях. У цьому випадку вивчають явища, ізольовані до необхідного ступеня, щоб оцінити їх у кількісному і якісному відношеннях.

Експериментальні дослідження бувають лабораторні та виробничі.

Лабораторні дослідження проводять із застосуванням типових приладів, спеціальних моделювальних установок, стендів, обладнання тощо. Ці дослідження дозволяють найбільш повно і якісно, з необхідною повторюваністю, вивчити вплив одних характеристик при варіюванні інших. Лабораторні дослідження у випадку досить повного наукового обґрунтування експерименту (математичне планування) дозволяють отримати гарну наукову інформацію з мінімальними витратами. Однак такі експерименти не завжди повністю моделюють реальний хід процесу, який досліджують, тому виникає потреба в проведенні виробничого експерименту.

Виробничі експериментальні дослідження мають на меті вивчити процес у реальних умовах з урахуванням впливу різних випадкових факторів виробничого середовища.

Опис – це фіксація ознак об’єкта дослідження, які встановлюються, наприклад, шляхом спостереження, вимірювання або експерименту.

Опис буває безпосереднім, коли дослідник безпосередньо сприймає та описує ознаки об’єкта і опосередкованим, коли дослідник відзначає ознаки об’єкта, які сприймалися іншими особами.

Розрахунок (кількісний метод) – це визначення кількісних співвідношень об’єктів дослідження або параметрів, що характеризують їхні властивості.

Порівняння – це порівняння ознак, властивих двом або декільком об’єктам, встановлення розбіжностей між ними або знаходження в них загального.

Виділити головне і потім глибоко досліджувати процеси або явища за допомогою великої, але несистематизованої інформації важко. Тому таку інформацію прагнуть «згустити» у деяке абстрактне поняття – «модель».

Під моделлю розуміють штучну систему, що відображає основні властивості досліджуваного об’єкта – оригіналу. Модель – це зображення у зручній формі чисельної інформації про об’єкт дослідження. Вона перебуває в певній відповідності з останнім, може замінити його при дослідженні й дозволяє отримати інформацію про нього.

Метод моделювання – вивчення явищ за допомогою моделей – один з основних у сучасних дослідженнях. Розрізняють фізичне і математичне моделювання. При фізичному моделюванні фізика явищ в об’єкті і моделі та їх математичних залежностях однакова. При математичному моделюванні фізика явищ може бути різною, а математичні залежності однаковими. Математичне моделювання набуває особливої цінності, коли виникає необхідність вивчити дуже складні процеси.

При побудові моделі властивості і сам об’єкт зазвичай спрощують, узагальнюють. Чим ближча модель до оригіналу, тим вдаліше вона описує об’єкт, тим ефективніше теоретичне дослідження і тим ближче отримані результати до прийнятої гіпотези дослідження.

Моделі можуть бути фізичні, математичні, натурні.

Фізичні моделі дозволяють наочно представляти процеси, що відбуваються у натурі. За допомогою фізичних моделей можна вивчати вплив окремих параметрів на перебіг фізичних процесів.

Математичні моделі дозволяють кількісно досліджувати явища, що важко піддаються вивченню на фізичних моделях.

Натурні моделі являють собою об’єкти, що масштабно змінюються і дозволяють найбільш повно досліджувати процеси, що відбуваються у натурних умовах.

Стандартних рекомендацій з вибору та побудови моделей не існує. Модель повинна відображати істотні явища процесу. Дрібні фактори, зайва деталізація, другорядні явища і т. п. лише ускладнюють модель, ускладнюють теоретичні дослідження, роблять їх громіздкими, нецілеспрямованими. Тому модель повинна бути оптимальною за своєю складністю, наочною, але головне – адекватною, тобто описувати закономірності досліджуваного явища з необхідною точністю.

Для побудови найкращої моделі необхідно мати глибокі і всебічні знання не лише з теми і суміжних наук, але й добре знати практичні аспекти завдання, яке досліджується.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Які методи досліджень належать до емпіричного, а які до теоретичного рівнів досліджень?
2. В світлі яких діалектичних законів розглядаються об’єкти досліджень?
3. Загальні принципи вивчення предметів і явищ.
4. В чому суть аксіоматичного методу досліджень?
5. Основна мета експерименту.
6. Яке устаткування використовують при лабораторних дослідженнях?
7. Суть методу моделювання.

1.4 Вибір напрямку та планування науково-дослідної роботи. Аналіз теоретико-експериментальних досліджень і формулювання висновків

Весь хід наукового дослідження можна представити у вигляді такої логічної схеми:

1) визначення об’єкта і предмета дослідження, вибір теми;
2) обґрунтування актуальності обраної теми;
3) постановка мети і конкретних завдань дослідження;
4) вибір методу (методики) проведення дослідження;
5) опис процесу дослідження;
6) обговорення результатів дослідження;
7) формулювання висновків й оцінка отриманих результатів.

1.4.1 Формулювання теми наукового дослідження

Підготовчим етапом науково-дослідної роботи є вибір теми наукового дослідження. Тема науково-дослідної роботи може бути віднесена до певного наукового напрямку або до наукової проблеми.

Під науковим напрямком розуміють сферу наукових досліджень наукового колективу, присвячених вирішенню будь-яких великих, фундаментальних теоретичних і експериментальних завдань в певній галузі науки.

Структурними одиницями напрямку є комплексні проблеми, проблеми, теми і питання. Комплексна проблема містить у собі кілька проблем.

Наукова проблема – це сукупність складних теоретичних або практичних завдань; сукупність тем науково-дослідної роботи. Проблема охоплює значну галузь дослідження і має перспективне значення. Проблема може бути галузевою, міжгалузевою, глобальною. Проблема складається з ряду тем.

Тема – це наукове завдання, що охоплює певну сферу наукового дослідження. Вона базується на численних дослідницьких питаннях. Під науковими питаннями розуміють більш дрібні наукові завдання, що стосуються конкретної сфери наукового дослідження.

Теми можуть бути теоретичними, практичними і змішаними. Теоретичні теми розробляють переважно з використанням літературних джерел. Практичні теми розробляються на основі вивчення, узагальнення й аналізу фактів. Змішані теми поєднують у собі теоретичний і практичний аспекти дослідження.

При розробленні теми або питання висувається конкретне завдання в дослідженні – розробити нову конструкцію, прогресивну технологію, нову методику і т. д.

Вибір тем передбачає ретельне ознайомлення з вітчизняними та закордонними джерелами даної і суміжної спеціальностей. Постановка (вибір) проблем або тем є важким, відповідальним завданням і містить у собі ряд етапів.

Перший етап – формулювання проблем. На основі аналізу протиріч напрямку досліджень формулюють основне питання – проблему і визначають очікуваний результат.

Другий етап містить у собі розроблення структури проблеми. Виділяють теми, підтеми, питання. Композиція цих компонентів повинна становити дерево проблеми. З кожної теми виявляють орієнтовну область дослідження.

На третьому етапі встановлюють актуальність проблеми, тобто цінність її на даному етапі для науки й техніки. Для цього з кожної теми виставляють кілька заперечень і на основі аналізу, методом дослідницького наближення, виключають заперечення на користь реальності даної теми. Після такого «очищення» остаточно складають структуру проблеми і позначають умовним кодом теми, підтеми, питання.

При виборі важливо вміти відрізняти псевдопроблеми від наукових проблем. Псевдопроблеми (помилкові, уявні), яку б не мали зовнішню форму, в основі мають антинауковий характер.

Після обґрунтування проблеми і встановлення її структури науковець (або колектив), як правило, самостійно розпочинає вибір теми наукового дослідження. На думку деяких вчених, вибрати тему найчастіше більш складно, ніж провести саме дослідження.

До теми висувають ряд вимог.

Тема повинна бути актуальною, тобто важливою, що потребує вирішення в даний час. Ця вимога одна з головних. Критерію для встановлення ступеня актуальності поки немає. Так, при порівнянні двох тем теоретичних досліджень ступінь актуальності може оцінити досвідчений вчений даної галузі або науковий колектив. При оцінці актуальності прикладних наукових розробок помилки не виникають, якщо більш актуальною виявиться та тема, що забезпечить більший економічний ефект.

Тема повинна вирішувати нову наукову задачу. Це означає, що тема в такій постановці ніколи не розроблялася та у цей час не розробляється, тобто дублювання виключається. Дублювання можливо тільки в тому випадку, коли за завданням керівних організацій однакові теми розробляють два конкуруючі колективи з метою вирішення найважливіших державних проблем у найкоротший термін. Таким чином, виправдане дублювання тем (розробок) іноді може бути однією з вимог.

Тема повинна бути економічно ефективною і мати значущість. Будь-яка тема прикладних досліджень повинна давати економічний ефект в народному господарстві. Це одна з найважливіших вимог.

На стадії вибору теми дослідження очікуваний економічний ефект може бути визначений, як правило, орієнтовно. Іноді економічний ефект на початковій стадії встановити взагалі неможливо. В таких випадках для орієнтовної оцінки ефективності можна використати аналоги (близькі за назвою й розробкою теми).

При розробленні теоретичних досліджень вимога економічності може поступатися вимогам значущості. Значущість як головний критерій теми має місце при розробленні досліджень, що визначають престиж вітчизняної науки або тих, що складають фундамент для прикладних досліджень або спрямовані на вдосконалювання суспільних і виробничих відносин та ін.

1.4.2 Обґрунтування актуальності обраної теми

Актуальність (від лат. actualis – фактично існуючий – справжній, сучасний) – важливість, значущість чого-небудь на даний момент, сучасність, злободенність. Актуальність – це значущість, важливість проблеми в суспільному житті та обґрунтування причин, за якими обрана дана тема досліджень. Актуальність теми – ступінь її важливості в даний момент і у даній ситуації для вирішення даної проблеми (завдання, питання).

Актуальність – обов’язкова вимога до будь-якого наукового дослідження, тому її вступ повинен починатися з обґрунтування актуальності обраної теми. Те, як автор вміє вибрати тему й наскільки правильно він цю тему розуміє й оцінює з погляду сучасності і соціальної значущості, характеризує його наукову зрілість і професійну підготовленість. Головне – показати суть проблемної ситуації, з чого й буде видна актуальність теми.

Актуальність теми наукового дослідження є одним з основних критеріїв при його експертизі і означає, що поставлені в дослідженні з обраної теми завдання вимагають якнайшвидшого вирішення для практики або відповідної галузі науки. Актуальність теми розкривається як актуальність об’єкта дослідження й предмета дослідження.

Актуальність об’єкта дослідження не повинна викликати сумніву у фахівців і бути очевидною. Очевидність полягає в тому, що фахівець дійсно усвідомлює наявність проблеми з теми роботи в певній галузі знань деякої сфери науки. Наприклад, неможливо на деякому рівні розвитку теорії щось пояснити або неможливо на існуючій експериментальній базі в галузі щось виміряти з необхідною точністю, або дані експерименту не відповідають розумінню процесу, або дуже дорого обходиться виробництво даного продукту, істотно відстає якість при існуючій технології, не використовуються резерви, існує потреба в автоматизації і т. д.

Актуальність теми наукового дослідження обґрунтовується в науковому і прикладному значеннях.

Актуальність у науковому аспекті означає, що:

- завдання фундаментальних наук вимагають розроблення даної теми для пояснення нових фактів;
- уточнення, розвиток і вирішення проблеми наукового дослідження можливі й гостро необхідні в сучасних умовах;
- теоретичні положення наукового дослідження дозволять зняти існуючі розбіжності в розумінні процесу або явища;
- гіпотези та закономірності, висунуті в науковому дослідженні, дозволяють узагальнити відомі раніше та отримані автором емпіричні дані, спрогнозувати перебіг явищ і процесів.

Актуальність теми в прикладному аспекті означає, що:

- завдання прикладних досліджень вимагають розроблення питань з даної теми;
- існує нагальна потреба вирішення завдань наукового дослідження для потреб суспільства, практики та виробництва;
- наукові дослідження з даної теми істотно підвищують якість розробок

творчих і наукових колективів у певній галузі знань;

- нові знання, отримані в науковому дослідженні, сприяють підвищенню кваліфікації кадрів або можуть увійти в навчальні програми підготовки здобувачів певного освітнього рівня.

1.4.3 Визначення об'єкта та предмету дослідження

Об'єкт дослідження являє собою знання, що породжують проблемну ситуацію, яке об'єднане в певному понятті або системі понять, і визначається як сфера наукових пошуків даного дослідження. Для об'єкта дослідження підбирається індекс універсальної десяткової класифікації (УДК).

Предмет дослідження можна визначити як нове наукове знання про об'єкт дослідження, що отримує автор у результаті наукових пошуків. До складу предмета дослідження може увійти і інструмент отримання цього нового наукового знання про об'єкт дослідження, якщо він має істотні ознаки новизни. Предмет дослідження, як правило, перебуває у межах об'єкта дослідження.

Найбільш простий спосіб побудови предмета дослідження полягає в тому, що автор відбирає перелік питань, що підлягають розгляду, і вибудовує їх у тій послідовності, у якій вони будуть розбиратися. Так вибудовується схема наукового дослідження. Кожний пункт доповнюється характеристикою новизни, корисності, вірогідності.

Деякі автори предмет дослідження представляють у вигляді моделей прикладного або теоретичного характеру, які аналізуються, досліджуються, адаптуються до конкретних прикладних завдань.

1.4.4 Формулювання мети і конкретних завдань дослідження

Від доказу актуальності обраної теми логічно перейти до формулювання мети дослідження, а також вказати на конкретні завдання, які треба вирішувати відповідно до цієї мети.

Постановку завдань наукового дослідження можна представити у вигляді наведених нижче етапів.

1. Виявлення потреби у вирішенні конкретного наукового завдання. При різному ступені гостроти виникає потреба зміни існуючої ситуації. Це можуть бути знання на рівні локальної теорії, наприклад, за необхідності пояснення емпіричного факту або пророкування результату впливу; технічного протиріччя, коли відомі технології не дозволяють досягти бажаного ефекту; адміністративного протиріччя, що виражається у великому бажанні якимось чином змінити становище самому, коли ніхто не має сил допомогти. У деяких випадках потребу у вирішенні конкретного наукового завдання необхідно планувати. Це особливо помітно, наприклад, у галузі розроблення військової техніки. Таким чином, виникає потреба у новому науковому знанні.

2. Встановлення потреби у проведенні наукового дослідження. Проведення

наукових досліджень не потрібне, якщо їхній очікуваний результат відомий і загальнодоступний. Першовідкривачем наукового факту, теорії, процесу, як правило, визнається тільки один вчений або нечисленна група вчених-колег, що зробили нові наукові знання загальнодоступними. Для того щоб наукові факти, отримані вченим або групою вчених, стали відомі усім колегам в галузі наукового знання, їх варто публікувати в центральних наукових виданнях, що перекладаються на іноземні мови.

Вченому варто не забувати, що в науці існує серйозна конкуренція. Методи і результати вирішення одного і того самого наукового завдання можуть істотно розрізнятися за формою і суттю в різних авторів. Цю обставину варто правильно використовувати для критики та обґрунтування власної точки зору.

Після того як був проведений ретельний огляд літератури в центральних наукових і науково-популярних виданнях і не були знайдені аналогічні рішення, вченому слід будувати плани з розгортання повноцінного наукового дослідження для отримання оригінального рішення.

3. Визначення та ранжування цілей наукового дослідження. Потреба у вирішенні наукового завдання органічно втілюється в меті наукового дослідження. Мета – продукт потреби. Чітко сформульована потреба багато в чому визначає мету. Головною метою, що визначає наукову діяльність, є отримання нового наукового знання про реальність з конкретної галузі науки. Продукт інженерної діяльності – проект, технологія, винахід. Вони більше пов’язані з наукою, однак цікавлять суспільство здебільшого з погляду практичного результату, а не за кількістю і якістю отриманих знань. Нове знання – ось основна мета наукового дослідження.

4. Систематизація предметної області дослідження. Системність – одна з істотних ознак науковості. Наукова систематизація знання має цілий ряд важливих особливостей: прагнення до повноти, ясне бачення основ систематизації та їхньої несуперечності. Величезна область наукових знань розчленована на окремі дисципліни.

Системність реалізується через уміння класифікувати предмет і об’єкт дослідження. Класифікація не тільки зробить дослідження системним, але й точно визначить ту наукову нішу, розробленням якої займається науковець.

Вдалими можна визнати класифікації, що мають властивості системи, що дозволяє назвати їх системами-класифікаціями. Типовий приклад матричної системи-класифікації – таблиця хімічних елементів.

5. Визначення умов та обмежень. Ця процедура дозволяє оцінити можливості й реальність вирішення наукового завдання. Обмеження можуть бути в часі, матеріальні, інформаційні, енергетичні.

6. Визначення завдань наукового дослідження. На даному етапі дається формулювання завдань наукового дослідження, які являють собою мету дослідження при певних вихідних даних, обмеженнях у просторі й часі, у матеріальних засобах, енергії й інформації. Звичайно самі обмеження, умови, вихідні дані перетворюють фантастичний проект у наукове завдання або наукову проблему.

В дослідженні, як правило, формулюються декілька завдань, що пов’язано з різними аспектами загальної проблеми: необхідністю розвитку теоретичних положень предмета дослідження, проведенням випробувань, розробленням нових методів, розробленням рекомендацій з використання нових знань та ін.

В науковому дослідженні може бути узагальнення накопиченого наукового матеріалу у вигляді опису нових явищ в природі і суспільстві, соціальних і технічних процесів, статистичних або емпіричних даних.

В ході наукового дослідження може бути показана можливість успішного використання методів і методик, способів, інструментів дослідження однієї галузі науки в іншій, що дозволяють отримати нові цікаві результати.

Складними і відповідальними є наукові дослідження, в яких розробляються нові наукові проблеми, що виникають у вигляді конфліктних ситуацій на межі наукового знання при гострій практичній потребі у вирішенні проблеми. Труднощі їхнього виконання полягають у тому, що досліднику доводиться стикатися з питаннями, відповіді на які відсутні в літературних джерелах, а практика, у найкращому разі, поки лише накопичує досвід і також не дозволяє прояснити всі виникаючі проблеми.

Наукове дослідження може бути присвячене більш детальному проробленню відомого явища або процесу з використанням усього арсеналу наукових методів дослідження й отриманням цікавих наукових результатів.

Оригінальність наукового дослідження може виражатися в поглибленому емпіричному дослідженні явищ або процесів, що зустрічаються на практиці, на базі яких автор здатний зробити цікаві наукові й практичні висновки, дати конкретні рекомендації.

В ході наукового дослідження можуть бути запропоновані нові методики розрахунку різних систем або перебігу фізичних або соціальних процесів, що базуються на використанні математичних і обчислювальних методів, які раніше не застосовувалися, що дозволяють спростити вирішення або зняти деякі допущення. Останнє, як правило, приводить до нових результатів, нового бачення картини явища, нового рішення.

1.4.5 Вибір методів проведення дослідження

Дуже важливим етапом наукового дослідження є вибір методів проведення дослідження, які служать інструментом у здобутті фактичного матеріалу, будучи необхідною умовою досягнення поставленої мети.

В теоретичних пошуках перед автором стоїть задача розробити закінчену концепцію, право на існування якої варто довести шляхом її зіставлення з іншими точками зору, а також звертанням до практики.

Корисними для побудови теоретичних положень виявляються такі методи, які можуть бути взяті на озброєння.

Системний аналіз включає розгляд усієї сукупності прийомів, способів, процесів, видів обладнання, що використовується, методів вирішення завдання і т. д. Дотримуючись правил формальної логіки, створюються класифікації об’єктів аналізу. Ті, що не входять у предмет дослідження, критикуються та виключаються, розгорнуто доводяться переваги запропонованих об’єктів і положень, вказуються моменти, які потрібно виконати для їхньої реалізації. Метод продуктивний для вироблення рекомендацій різного роду.

Другим, найпоширенішим і універсальним способом побудови теорії є моделювання процесу або явища на базі відомих моделей, яке має деякі істотні відмінності, досягнуті за рахунок знятих припущень, нових використаних ефектів, підходів до вирішення.

Наступний методологічний момент – єдність теорії і практики. Єдність теорії і практики – ознака істинно наукового дослідження. Це досягається при побудові теорії з орієнтацією її на практику, при дотриманні необхідних вимог системності, типовості й репрезентативності, а в окремих випадках – переглядом концепцій у зв’язку з новими фактами і явищами в практиці.

В методології технічних наук використовуються різні методи, що враховують специфіку предмета та об’єкта вивчення. Найважливішими з них є:

- системний підхід, що дозволяє розкрити різноманіття проявів об’єкта дослідження, визначити місце предмета дослідження в певній галузі науки;
- проектний метод, що визначає цілісність дослідження, стадії і порядок його розроблення;
- абстрактно-логічний метод, що використовується для побудови теорії, включає різноманітні прийоми й операції: аналіз і синтез, дедукцію та індукцію, сходження від конкретного до абстрактного, і навпаки, аналогію, формальну логіку, гіпотетичне припущення тощо;
- моделювання як метод дослідження структури, основних властивостей, законів розвитку і взаємодії з навколишнім світом об’єкта моделювання;
- емпіричний метод, пов’язаний з постановкою експериментальних перевірок теорії і спостережень за еволюцією природних і технічних процесів;
- статистико-імовірнісний метод, що дає можливість реалізувати кількісний підхід до вивчення наукових даних у єдності з якісним аналізом;
- монографічний метод, що має переважно описовий характер, але є цінним при всебічному, повному, деталізованому вивченні об’єкта або явища.

Говорячи про методологічну витриманість наукового дослідження, мають на увазі ефективність використання методологічних принципів з метою отримання цілісної наукової праці автора. Методологічно витримане наукове дослідження характеризується:

- коректною, науково обґрунтованою постановкою проблеми дослідження, що не просто існує в теорії, але може бути розроблена практично з отриманням наукових результатів, що мають ознаки новизни, корисності та вірогідності;
- побудовою предмета дослідження як сукупності взаємозалежних підпроблем, при цьому вивчення висунутих питань забезпечується не тільки у статиці, але і в динаміці;
- побудовою теорії, за допомогою якої предмет дослідження (проблему) можна описати, пояснити, розкрити внутрішній механізм явищ і протиріч, спрогнозувати розвиток процесу, видати рекомендації з вдосконалювання;
- забезпеченням єдності теорії і практики, що розуміється в тому сенсі, що створена автором теоретична концепція повною мірою використовується для

аналізу практики і експериментальних даних, формулювання нових рекомендацій;

- закінченістю та цілісністю дослідження, що набуває властивостей системи, у якій кожна окремо взята частина може бути зрозуміла й пояснена з позицій цілого, а ціле здатне існувати та виконувати свої функції лише на базі своїх компонентів;
- вірогідністю отриманих наукових результатів, доведеною і перевіреною всіма можливими в кожному конкретному випадку теоретичними методами, експериментальними дослідженнями й практичними спостереженнями.

Ще один важливий методологічний момент – тлумачення (інтерпретація) підстав дослідження й отриманих наукових результатів. Інтерпретація підстав дослідження (обраної проблеми, об’єкта й предмета дослідження, інформаційного масиву, методів дослідження, цілей і завдань), а також висновків і положень має насамперед світоглядний характер, базується на об'єктивній діалектиці розвитку, її законах і категоріях.

1.4.6 Формулювання висновків та оцінка отриманих результатів

До цього питання треба ставитися як до формування своєрідної системи концентрованого викладення отриманого наукового знання. Схема подання висновків може бути такою. Спочатку перелічуються результати, представлені в даному дослідженні, – цим окреслюється розглянутий предмет наукового дослідження. Потім один або кілька пунктів можуть більш глибоко розкривати нове наукове знання, давати уточнення, що визначає його унікальність і відмінність від відомих положень. Нарешті, у висновках може підтверджуватися вірогідність й обґрунтованість наукових положень, корисність їхнього практичного використання. Між пунктами висновків повинні відстежуватися зв’язок, послідовність та ієрархія за ступенем важливості.

Отже, автор повинен у наукових висновках зробити наукове узагальнення досліджень, показати унікальність власних пошуків і представити на суд наукової громадськості нове наукове знання, отримане в дослідженні.

Новизна результатів і тема дослідження органічно пов’язані. При цьому повинна існувати гіпотеза новизни дослідження, що забезпечує вихід на коло питань, що призводять до утворення ядра дослідження, що має істотні ознаки новизни, оригінальності.

Наукова новизна – головна вимога до наукових результатів. Це означає, що науковий результат повинен містити нове вирішення наукового завдання, що має істотне значення для відповідної галузі знань, або нові науково обґрунтовані розробки, що забезпечують вирішення важливих прикладних завдань економіки або обороноздатності.

Виявити та визначити наукову новизну дозволяють такі положення:

- докладне вивчення літератури за предметом дослідження з аналізом його історичного розвитку;
- розгляд існуючих точок зору, критичний аналіз і зіставлення яких у світлі

завдань дослідження часто приводять до нових або компромісних рішень;
- залучення в науковий оборот нового цифрового і фактичного матеріалу, наприклад, у результаті проведення експерименту – це вже помітна заявка на оригінальність;
- деталізація відомого процесу, явища – докладний аналіз практично будь-якого цікавого в науковому відношенні об'єкта приводить до нових корисних результатів, висновків, узагальнень.

Елементи новизни, які можуть бути представлені в результатах дослідження:

- новий об'єкт дослідження, тобто завдання, поставлене в дослідженні, розглядається вперше;
- нова постановка відомих проблем або завдань (наприклад, зняті допущення, прийняті нові умови);
- новий метод вирішення;
- нове застосування відомого рішення або методу;
- нові наслідки з відомої теорії в нових умовах;
- нові результати експерименту, їхні наслідки;
- нові або вдосконалені критерії, показники і їхнє обґрунтування;
- розроблення оригінальних математичних моделей процесів і явищ;
- розроблення пристроїв і способів на рівні винаходів і корисних моделей.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Вимоги до теми наукового дослідження.
2. Етапи постановки проблеми наукового дослідження.
3. В чому виражається оригінальність наукового дослідження?
4. Які методи використовуються в методології технічних наук?
5. Основні характеристики наукових досліджень з точки зору методології.
6. Які положення дозволяють виявити та визначити наукову новизну?
7. Які елементи новизни можуть бути представлені в результатах дослідження?

1.5 Наукова інформація: пошук, нагромадження і оброблення

1.5.1 Наукова інформація та її джерела

Розумова праця в будь-якій його формі завжди пов’язана з пошуком інформації. Той факт, що цей пошук стає зараз усе складнішим й складнішим, доказів не потребує. Ускладнюється сама система пошуку, поступово вона перетворюється у спеціальну галузь знань. Знання та навички в цій області стають усе більш обов’язковими для будь-якого фахівця. Поняття підготовленості щодо цього складається з таких основних елементів:

- чіткого уявлення про загальну систему інформаційних ресурсів і тих можливостей, які дає використання інформаційних джерел своєї області;
- знання усіх можливих джерел інформації зі своєї спеціальності;
- уміння вибрати найбільш раціональну схему пошуку відповідно до його завдань і умов;
- наявності навичок у використанні допоміжних інформаційних матеріалів.

Характерною рисою розвитку сучасної науки є великий потік нових наукових даних, що отримуються в результаті досліджень. Щорічно у світі видається понад 500 тисяч книг з різних питань. Ще більше видається журналів. Але, незважаючи на це, величезна кількість наукової інформації залишається неопублікованою.

Інформація має властивість «старіти». Це пояснюється появою нової друкованої і неопублікованої інформації або зниженням потреби в даній інформації. За зарубіжними даними, інтенсивність падіння цінності інформації («старіння») орієнтовно становить 10 % за день для газет, 10 % на місяць для журналів і 10 % за рік для книг.

Таким чином, відшукати нове, передове, наукове у вирішенні даної теми складне завдання не тільки для одного науковця, але й для великого колективу.

Недостатнє використання світової інформації приводить до дублювання досліджень. Кількість даних, які отримувані повторно, досягає в різних сферах науково-технічної творчості 60 і навіть 80 %. А це втрати, які оцінюються мільярдами доларів щорічно.

Наукова інформація – це логічна інформація, що отримується в процесі пізнання, яка адекватно відображає закономірності об’єктивного світу і використовується в суспільно-історичній практиці. З визначення випливає, що науковою можна вважати лише ту інформацію, що задовольняє декілька серйозних вимог. По-перше, наукова інформація отримується людиною у процесі пізнання і, отже, нерозривно пов’язана з її практичною, виробничою діяльністю, оскільки остання є основою пізнання. По-друге, наукова інформація – це логічна інформація, що утворюється шляхом обробки інформації, яка надходить до людини через органи чуттів, за допомогою абстрактно-логічного мислення. Вона повинна адекватно відображати об’єктивний світ. Однак виконання лише цих умов не є достатнім. Щоб інформація вважалася науковою, вона повинна задовольняти ще одну, четверту умову: вона повинна неодмінно використовуватися в суспільно-історичній практиці. Саме тому до наукової інформації не можуть бути віднесені науково-фантастичні літературні твори. Не може вважатися науковою адекватна і логічно оброблена інформація, отримана кимось у результаті багаторічних спостережень за погодженням лише з тією метою, щоб вибрати собі найбільш підходящий час для відпустки. Цей приклад показує, що не всяке використання інформації робить її науковою.

Під «джерелом наукової інформації» розуміють не бібліотеку або інформаційний орган, звідки отриманий документ, а саме документ, що містить якесь повідомлення. Документальні джерела містять у собі основний обсяг відомостей, що використовуються у науковій, викладацькій і практичній діяльності. До документів відносять різного роду видання, що є основним джерелом наукової інформації. Видання – це документ, призначений для поширення інформації, що міститься в ньому, який пройшов редакційно-видавничу обробку, отриманий друкуванням або тисненням, поліграфічно самостійно оформлений та має вихідні відомості.

Документи створюють величезні інформаційні потоки, темпи яких щорічно зростають. Розрізняють висхідний і спадний потоки інформації.

Висхідний – це потік інформації від користувачів у реєстраційні органи. Автор наукової праці після затвердження плану робіт повинен в місячний термін надати інформаційну карту у відповідні інститути. До висхідного потоку відносять також статті, направлені в різні журнали.

Спадний – це потік інформації у вигляді бібліографічних оглядових реферативних та інших даних, що направляється в низові організації за їх запитами.

Усі документальні джерела наукової інформації діляться на первинні і вторинні. Первинні документи містять вихідну інформацію, безпосередні результати наукових досліджень (монографії, збірники наукових праць, автореферати дисертацій і т. д.), а вторинні документи є результатом аналітичної і логічної переробки первинних документів (довідкові, інформаційні, бібліографічні та інші подібні видання).

Видання, з яких може бути почерпнута необхідна для науково-дослідної роботи інформація, поділяють на наукові, навчальні, довідкові та інформаційні.

Під науковим розуміють видання, що містить результати теоретичних і/або експериментальних досліджень, а також науково підготовлені до публікації історичні документи. Наукові видання можна розділити на такі види: монографія, автореферат, дисертація, препринт, збірник наукових праць, матеріали наукової конференції, тези доповідей на науковій конференції, науково-популярне видання.

Монографія – наукове або науково-популярне книжкове видання, яке містить повне і всебічне дослідження однієї проблеми або теми та належить одному або декільком авторам.

Автореферат дисертації – наукове видання у вигляді брошури, що містить складений автором реферат проведеного ним дослідження, що подається на здобуття наукового ступеня.

Препринт – наукове видання, що містить матеріали попереднього характеру, опубліковані до виходу у світ видання, в якому вони можуть бути розміщені.

Збірник наукових праць – збірник, що містить дослідницькі матеріали наукових установ, навчальних закладів або товариств.

Тези доповідей наукової конференції – науковий неперіодичний збірник, що містить опубліковані до початку конференції матеріали попереднього характеру: анотації, реферати доповідей і/або повідомлень.

Матеріали наукової конференції – науковий неперіодичний збірник, що містить підсумки наукової конференції (програми, доповіді, рекомендації, рішення).

Науково-популярне видання – видання, що містить відомості про теоретичні або експериментальні дослідження в галузі науки, культури і техніки та викладені у формі, доступній читачеві-неспеціалісту.

Навчальне видання – це видання, що містить систематизовані відомості наукового або прикладного характеру, викладені у формі, зручній для вивчення й викладання, і розраховане на учнів різного віку й ступеня навчання. До навчальних видань належать: підручник, навчальний посібник, навчальний наочний посібник, навчально-методичний посібник, хрестоматія тощо.

Підручник – навчальне видання, що містить систематичне викладення навчальної дисципліни, її розділу або частини, що відповідає навчальній програмі і офіційно затверджене як підручник.

Навчально-методичний посібник – навчальне видання, що містить матеріали за методикою викладання навчальної дисципліни або виховання.

Навчальний посібник – це навчальне видання, що доповнює або частково заміняє підручник та офіційно затверджене як навчальний посібник.

Хрестоматія – навчальний посібник, що містить літературно-художні, історичні та інші твори або уривки з них, що становлять об’єкт вивчення навчальної дисципліни.

Навчальний наочний посібник – навчальне видання, що містить матеріали для допомоги вивченню, викладанню або вихованню.

Довідково-інформаційне видання – видання, що містить короткі відомості наукового або прикладного характеру, розташовані в порядку, зручному для їх швидкого пошуку, не призначене для суцільного читання.

Інформаційне видання – видання, що містить систематизовані відомості про опубліковані, непубліковані або неопубліковані документи або результат аналізу й узагальнення відомостей, представлених у першоджерелах. Інформаційні видання випускаються організаціями, що здійснюють науково-інформаційну діяльність. Інформаційні видання можуть бути бібліографічними, реферативними, оглядовими.

Бібліографічне видання – бібліографічний посібник, випущений у вигляді окремого документа.

Реферативне видання – це інформаційне видання, що містить упорядковану сукупність бібліографічних записів, що включають реферати.

Видання можуть бути неперіодичними, періодичними і тривалими.

Неперіодичні видання – це видання, що виходять однократно і не мають продовження. До них належать книги, брошури, листівки і т .д.

Періодичне видання – серійне видання, що виходить через певні проміжки часу, з постійним для кожного року числом номерів (випусків) і не повторюється за змістом. До періодичних друкованих видань належать газети, журнали, альманахи, бюлетені, інші видання, що мають постійну назву, певний номер і виходять у світ не рідше одного разу на рік.

1.5.2 Робота із джерелами інформації

Розпочинаючи пошук необхідних відомостей, варто чітко уявляти, де їх можна знайти і які можливості щодо цього мають ті організації, які існують для цієї мети, – бібліотеки та органи наукової інформації.

Бібліотеки. У першу чергу це бібліотеки наукові та спеціальні, тобто призначені для обслуговування вчених, викладачів і фахівців різного профілю.

Органи науково-технічної інформації. Виходячи із завдань розвитку науки та практики, відповідно до соціально-економічної структури нашого суспільства створена єдина державна система науково-технічної інформації, що включає в себе мережу спеціальних установ, призначених для її збору, узагальнення й поширення. Призначена вона для обслуговування як колективних споживачів інформації – підприємств, науково-дослідних і проектно-конструкторських організацій, – так і індивідуальних.

Безпосередню допомогу фахівцям в пошуку інформації надають відділи (бюро) наукової інформації в науково-дослідних і проектних інститутах і на підприємствах. Робота кожного з них будується з врахуванням інформаційних потреб установи в цілому й окремих категорій фахівців.

Відповідно до них формується довідково-інформаційний фонд, що складається з масиву інформаційних документів і довідково-пошукового апарату, що включає в себе, крім традиційних вказівників і каталогів, різні картотеки: звіти про виконані наукові дослідження, проектну документацію, авторські посвідчення і патенти, стандарти, вироби, що випускаються, матеріали, комплектуючі деталі, вузли і апаратуру, переклади і т. д.

Робота із книгою. Вміння працювати із книгою – це вміння правильно оцінити твір, швидко розібратися у його структурі, взяти й зафіксувати у зручній формі все, що в ньому виявилося цінним і потрібним. Робота із книгою – процес складний. Обумовлено це насамперед тим, що читання науково-літературних творів завжди пов’язано з необхідністю засвоєння якихось нових понять. Складно це і тому, що практично кожна книга оригінальна за своєю композицією й потрібні певні зусилля, щоб зрозуміти хід думки автора.

Вмінням працювати з літературою володіють далеко не всі. Найбільш часті помилки – відсутність належної цілеспрямованості в читанні, недостатнє використання довідкового апарату, нераціональна форма запису прочитаного. Усе це знижує ефективність розумової праці, приводить до непродуктивних витрат часу.

Техніка читання. Однією з особливостей читання спеціальної літератури є те, що воно відбувається в певній послідовності: спочатку попереднє ознайомлення із книгою і тільки після цього її ретельне пророблення.

Попереднє ознайомлення із книгою. Цінність кожного наукового твору коливається в досить широких межах. Не будь-яку книгу варто читати повністю, у ряді випадків можуть бути потрібні лише окремі її частини. Тому для економії часу і для того, щоб визначити цілі й підходи до читання книги, рекомендується починати з попереднього ознайомлення з нею з метою загального уявлення про твір і його структуру, організації довідково-бібліографічного апарату. При цьому необхідно взяти до уваги усі ті елементи книги, які дають можливість оцінити її належним чином. Робити це найкраще в такій послідовності:

- заголовок;
- автор;
- видавництво (або установа, що випустила книгу);
- час видання;
- анотація;
- зміст;
- авторська або видавнича передмова;
- довідково-бібліографічний апарат (покажчики, додатки, перелік скорочень тощо).

Попереднє ознайомлення покликане дати чітку відповідь на питання про доцільність подальшого читання книги, який вона становить інтерес і якими повинні бути способи її опрацювання, включаючи сюди найбільш відповідну для даного випадку форму записів.

Читання книги. Існують два підходи щодо читання науково-літературного твору: швидкий перегляд його змісту і ретельне пророблення твору в цілому або окремих його частин.

Швидкий перегляд змісту книги необхідний у тих випадках, коли попереднє ознайомлення з нею не дає можливості визначити, наскільки вона становить інтерес, і для того, щоб бути в курсі наявної літератури з питань, що цікавлять. Буває і так, що стає зрозуміло – у роботі містяться потрібні матеріали, і потрібний її повний перегляд, щоб їх знайти. Швидкий перегляд книги – власне кажучи «пошукове» читання.

Ретельне опрацювання тексту (іноді його називають «суцільним читанням») – це засвоєння його в такому ступені, у якому необхідно за характером виконуваної роботи. Необхідно зазначити, що прочитати текст – ще не означає засвоїти його. Текст треба обов’язково зрозуміти, розшифрувати, осмислити.

Питання про засвоєння змісту книги часто розуміють не зовсім правильно. Багато хто вважає, що головне – запам’ятати зміст прочитаного. Тим часом засвоєння й запам’ятовування – зовсім різні поняття. Засвоїти прочитане – означає зрозуміти все так глибоко й продумати так серйозно, щоб думки автора, поєднуючись із власними думками, перетворилися у єдину систему знань з даного питання.

Основні думки будь-якого твору можна зрозуміти і засвоїти лише в тому випадку, якщо повною мірою з’ясована схема його побудови. Необхідно простежити послідовність ходу думок автора, логіку його доказів, установити зв'язки між окремими положеннями, виділити те головне, що наводиться для їхнього обґрунтування, відокремити основні положення від ілюстрацій і прикладів. Це вже не просте читання, а глибокий і детальний аналіз тексту. І саме при такому підході стає можливим зрозуміти його й по-справжньому засвоїти.

Проведення такого аналізу значно полегшується, якщо все це спробувати зобразити на папері в текстовій формі, виписуючи головні положення, або у формі графічної схеми, на якій можна найбільш наочно представити всю картину логічних зв'язків досліджуваного явища. Засвоєнню тих або інших побудов автора сприяє також система підкреслень і виділень у тексті книги й нумерації окремих положень.

При роботі з однотипними текстами засвоєнню сприяє використання заздалегідь складених переліків, що містять питання, які варто усвідомити в процесі читання. Дуже часто «смисловий глухий кут» обумовлений не структурою тексту твору, а його термінологічними особливостями.

В процесі читання можуть траплятися незрозумілі слова, багато термінів використовуються в різних контекстах неоднозначно, не завжди зрозумілі різного роду скорочення. Усе це ускладнює читання, може призводити до перекручування змісту тексту. Необхідно привчити себе до обов’язкового уточнення всіх тих термінів і понять, із приводу яких виникають будь-які сумніви. Дуже важливо для цього завжди мати під рукою необхідні довідники та словники.

Записи при читанні. Читання наукової і спеціальної літератури, як правило, повинне супроводжуватися веденням записів. Це неодмінна умова, а не питання смаку або звички. Необхідність ведення записів у процесі читання невіддільна від самої суті використання книги в роботі, будь-то наука або практика.

Ведення записів сприяє кращому засвоєнню прочитаного, дає можливість зберегти потрібні матеріали в зручному для використання вигляді, допомагає закріпити їх у пам’яті, дозволяє скоротити час на пошук при повторному звертанні до даного джерела. Полегшує роботу не кожен запис.

Одним із видів записів, що найбільш часто практикується, є конспект, тобто коротке викладення прочитаного. У буквальному значенні слово «конспект» означає «огляд». Власне кажучи, його і складати треба як огляд, що містить основні думки твору, без подробиць та другорядних деталей. Занадто докладний конспект – уже не конспект. За своєю структурою він найчастіше відповідає плану книги.

Окрім звичайного текстового конспекту, у ряді випадків доцільно використовувати такий конспект, де всі записи вносяться у заздалегідь підготовлені таблиці (формалізований конспект). Це зручно при конспектуванні матеріалів, коли перелік характеристик описуваних предметів або явищ більш-менш постійний.

Таблична форма конспекту може бути застосована також при підготовці єдиного конспекту за кількома джерелами, особливо якщо є необхідність порівняння окремих даних.

Ще одна форма конспекту – графічна. Суть її в тому, що елементи роботи, що конспектується, розташовуються в такому вигляді, при якому помітна ієрархія понять і взаємозв’язок між ними. На першій горизонталі знаходиться формулювання теми, на другій показано, які основні положення до неї входять. Ці положення мають свої підрозділи і т. д. З кожної роботи може бути не один, а кілька графічних конспектів, що відображають книгу в цілому й окремі її частини.

Ведення графічного конспекту – найбільш досконалий спосіб зображення внутрішньої структури книги, а сам цей процес допомагає засвоєнню її змісту.

Словник термінів і понять. Невипадково належить до групи записів, пов’язаних з необхідністю аналітичної переробки тексту. Скласти для себе такий словник і дати точне тлумачення усім спеціальним термінам і поняттям – справа далеко не механічна. Дуже часто вона пов’язана з необхідністю тривалого пошуку в довідниках і посібниках.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Чим пояснюється властивість «старіння» інформації?
2. Яку інформацію можна вважати науковою?
3. Види наукових видань.
4. Які існують джерела інформації?
5. Які відомості містить науково-популярне видання?
6. Особливості читання спеціальної літератури.
7. Які існують види конспектів?

1.6 Оформлення результатів наукового дослідження

1.6.1 Патентування технологічних рішень

Отримана апріорна інформація та результати експериментів, дають підстави науковцю (інженеру), досліднику робити відкриття та винаходи.

Технічні (технологічні) рішення на рівні винаходів, повинні відповідати умовам новизни, винахідницькому рівню та промисловій придатності. Умови патентноздатності регламентуються законом України «Про охорону прав на винаходи і корисні моделі» №3687-XII від 23.12.1993 р. Порядок оформлення заяви на винахід та заяви на корисну модель, затвердженими Наказом Міністерства освіти і науки України №22 від 22.01.2001 р. зі змінами, внесеними наказом №578 від 14.06.2011 р. Монопольне право патентовласника на технологічне (технічне) рішення, держава гарантує на території України, охоронним документом (патентом): на винахід протягом – 20 років, а на корисну модель – 10 років.

Відкриття, винаходи, корисні моделі, товарні знаки, раціоналізаторські пропозиції є інтелектуальною власністю. Державою України передбачено державні органи управління інтелектуальною власністю, це: Комітет ВР України з питань науки і освіти; Міністерство освіти та науки України; Державний департамент інтелектуальної власності, український центр інноватики та патентно-інформаційних послуг.

Технологічне (технічне) рішення на рівні винаходу повинно мати технічний результат, що передбачає виявлення нових властивостей об’єкта винаходу, що можуть бути реалізовані при здійсненні винаходу. Технічний результат отримується в результаті вирішення технічної задачі. Технічна задача полягає у створення об’єкта, характеристики якого відповідають заданим вимогам. Цим об’єктом може бути: продукт (пристрій, речовина тощо); спосіб; застосування раніше відомого продукту чи способу за новим призначенням.

Технологічне (технічне) рішення досягають одним із методів вирішення технічних задач: метод проб та помилок, мозкової атаки, морфологічного аналізу, типових прийомів, функціонально-вартісного аналізу, АРВЗ-85В, диверсійного методу тощо. Запатентоване технологічне (технічне) рішення повинно бути впроваджено в виробництво, а винахідник – отримати винагороду у вигляді відсотка економічного ефекту, який забезпечує народному господарству впроваджений винахід. Отже, перед патентуванням рішення, доцільно виконати дослідження національного чи міжнародного ринку на патентоспроможність та чистоту рішення. При відсутності маркетингового дослідження або його негативному результаті, впровадження буде збитковим для патентовласника. Адже для подання заявки, проведення експертизи та за підтримання чинності патенту потрібно платити грошові збори, а за видачу патенту – державне мито.

Проте і не впроваджені технологічні (технічні) рішення, суспільству є корисними, так як мають інформаційну цінність в подальшому науково-технічному прогресі.

1.6.2 Підготування звіту, статті, виступу

Матеріали науково-дослідницької роботи (НДР) повинні пройти апробацію у вигляді виконаного звіту, підготовленої статті та виступу на кафедрі, семінарі, симпозіумі чи науково-практичний конференціях (рис. 1.6.1).

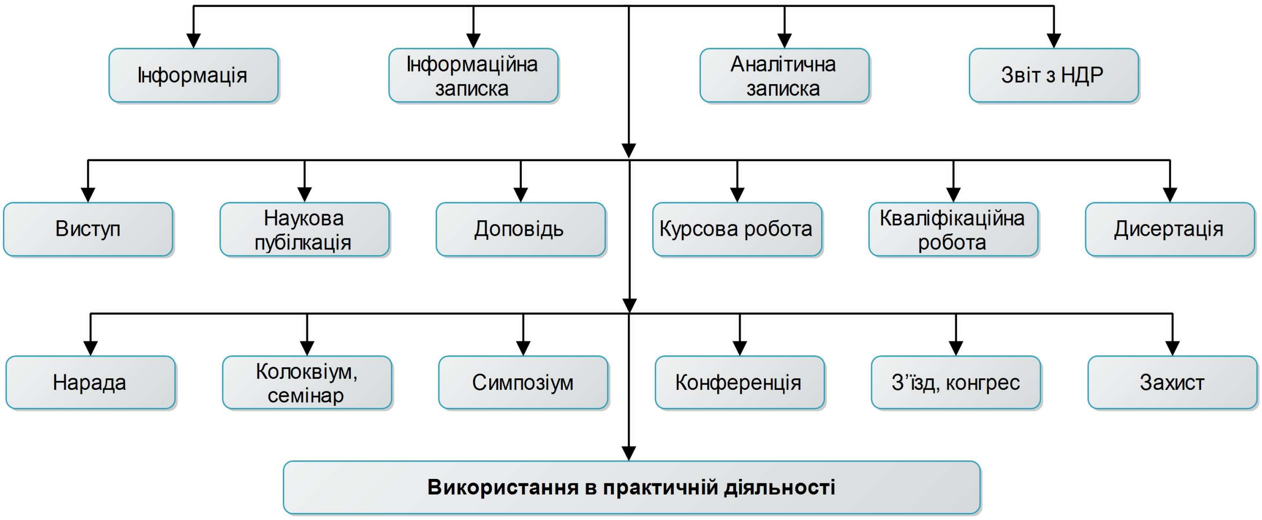


Рисунок 1.6.1 – Форми звітності та впровадження результатів дослідження

Звіт є основним підсумковим документом про проведену НДР. Він повинен містити такі елементи: титульний аркуш, список виконавців, зміст, перелік умовних позначень та символів, вступ, основна частина, заключна частина, список використаної літератури, додатки. При оформленні звіту дотримуються вимог ДСТУ 3008-2015.

Стаття є одним з видів апробації і передбачає подачу наукової інформації в відкритих органах друку. Заголовок статті має бути змістовним, що відображає сутність результатів досліджень, але лаконічним. Структура статті повинна включати: постановку проблеми, аналіз останніх досліджень, результати власних досліджень, висновки та перспективи подальших досліджень. Матеріал статті повинен супроводжуватись згорнутою інформацією у вигляді рисунків, таблиць та математичних залежностей. Закінчується стаття списком літератури та анотаціями національною та англійською мовами.

Виступ за результатами НДР має бути націлений на розкриття суті виконаної роботи, подачі інформації про її результати з точки зору перспективи впровадження їх у виробництво. Виступ повинен бути лаконічним, доступним для розуміння аудиторією та переконливим. Для цього доповідач глибоко і певний час має опрацювати отримані результати та інформацію, що супроводжує отримані дані. Слід пам'ятати, що навіть талановита імпровізація виступу не завжди є успішною. Перед виступом необхідно привести думки в певну послідовність, від якої залежить розуміння виступу і його кінцевий успіх. Для цього доповідач має оновити в пам'яті власний матеріал та зв'язати його з суміжною інформацією, доповнити матеріал апріорною інформацією, яка потрібна, виходячи з вимог науково-технічного прогресу.

Термінологія, математичні залежності повинні використовуватися загальноприйняті в даній області дослідження, при цьому говорять своїми словами накладаючи на них відпечаток свого інтелекту, а не науковими штампами чи словами свого керівника. Уникання математичних викладок не є оправданим при подачі НДР, не завжди робить її дохідливою. Рівень та повнота подачі інформації має бути доступною для слухачів, які не є фахівцями в даній області знань. Проте виступ на науковій конференції, симпозіумі тощо, не повинен носити характер популяризаційного.

Орієнтовно виступ повинен мати таку структуру: характеристика і актуальність задачі, які ставиться перед дослідницькою роботою; зв'язок НДР з майбутніми задачами, проблемами; викладання результатів, аналіз та доведення. Демонстрація дослідів. Доповідання різних точок зору та визначення власної позиції. Формулювання окремих, загальних висновків. Встановлення зв'язку з практикою; формулювання висновків. Щоб забезпечити увагу слухачів доповідач має логічно і чітко побудувати свій виступ, втягнувши в полеміку всю аудиторію. Для підтримання уваги доповідач має використовувати різні форми подання інформації, уникати одноманітності. Тут повинні бути математичні викладки, креслення, демонстрація дослідів та їх результатів за допомогою технічних засобів тощо. Сухий, теоретичний матеріал може бути захоплюючим, емоційним для слухачів, для аудиторії, при цьому доповідач повинен не втрачати контроль за аудиторією.

1.6.3 Оцінка ефективності результатів наукових досліджень

Оцінкою результатів прикладних досліджень є їх практична актуальність і значимість, можливість впровадження в практику та ефективність результатів. Отже, наукові розробки оцінюються новизною, актуальністю та ефективністю.

Економічна ефективність розробок оцінюється вартісними показниками економії праці виробництві, які отримані від використання наукових результатів та порівняння їх з витратами на проведення досліджень.

Науково-технічна ефективність характеризує приріст нових наукових знань, які забезпечують науково-технічний прогрес.

Соціальна ефективність результатів досліджень має місце в підвищенні життєвого рівня людей, розвитку охорони здоров'я, культури, науки і освіти, поліпшенні екологічних умов тощо.

При оцінці ефективності наукових досліджень, слід брати до уваги весь комплекс робіт, які пов'язані з НДР.

1.6.4 Виробнича перевірка та впровадження

Впровадження результатів наукових досліджень розрізняють за двома ознаками:

1) формою матеріального втілення результатів (монографія, навчальний

посібник, кінофільм, плакат, стаття, державний стандарт, рекомендації виробництву тощо);

2) робочою функцією упорядкованих результатів досліджень (організація і управління виробничим чи навчальним процесом, оптимізація виробничого чи технологічного процесу або режимів (параметрів) машин тощо), створення технічної (технологічної системи).

Впровадження результатів наукових досліджень в технологічний процес, робить товар конкурентоздатним. При конкурентних умовах, господарюючі одиниці є успішними лише при використанні новітніх досягнень НТП. При цьому слід пам'ятати, що на першому етапі впровадження вимагаються великі фінансові затрати. Участь дослідника на першому етапі обов'язкова, так як необхідні його знання, досвід та рекомендації. Якщо нове досягнення становить інтерес для держави, його передають з документацією відповідній комісії для узгодження і узаконювання на всіх рівнях.

Після цього технологічний процес чи технічну систему впроваджують у серійне виробництво, обсяги якого визначає замовник. При цьому дослідник повинен подбати за правову охорону результатів свого дослідження. З результатів дослідження можуть випливати такі види науково-технічної творчості: відкриття, винахід чи корисна модель, промисловий зразок, раціоналізаторська пропозиція. Якщо рівень отриманих результатів – відкриття, то автор зобов'язаний якомога швидше опублікувати його суть у відкритих органах друку. Дата відкритої публікації суті відкриття є датою його пріоритету. Коли результати дослідження мають характер технологічного (технічного) рішення задачі та відповідають умовам патентоспроможності, то дана інформація повинна мати конфіденційний характер до моменту отримання охоронного документу у вигляді патенту чи свідоцтва, виданого державним органом. Отримавши охоронний документ патентовласник пропонує монопольне право любому споживачеві через ліцензійну угоду.

Впровадження результатів через торгівлю ліцензіями захищає інженера чи науковця від нечесного використання інформації чи технологічного (технічного) рішення в разі втрати інформації про них конфіденційності.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Яким умовами повинні відповідати технічні (технологічні) рішення на рівні винаходів?
2. Які існують державні органи управління інтелектуальною власністю?
3. Які елементи повинен містити звіту про виконану НДР?
4. Вимоги до структури наукової статті.
5. Якими показниками характеризується економічна ефективність розробок?
6. Які існують види науково-технічної творчості?
7. За якими ознаками розрізняють впровадження результатів наукових досліджень?

2 ТЕОРІЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

2.1 Загальні відомості з теорії випадкових похибок і математичної статистики

2.1.1 Загальні відомості про експерименти та вимірювання

Слово «експеримент» перекладається як «дослід» і позначає один з головних наукових методів дослідження, при якому явище, що досліджується, відтворюється в природніх або штучних умовах, які контролюються і/або керуються особою, яка проводить це дослідження. Зазвичай вважають, що експеримент має на увазі активну взаємодію з об'єктом дослідження (на відміну від пасивного спостереження). Найчастіше метою експерименту є встановлення причинних зв'язків між явищами. Для цього дослідник-експериментатор відтворює явище, що досліджується; змінює умови протікання процесів, в тому числі може почергово виключати окремі фактори; здійснює математичну обробку та аналіз результатів.

Однією з основних операцій при проведенні експерименту є вимірювання. Нехай результатом окремого (однократного) вимірювання деякої величини є значення x_i. Тоді результатом багаторазових вимірювань є середнє значення

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i, \qquad (2.1.1)$$

де n – кількість вимірювань (вимірювання вважають багаторазовими при $n > 4$).

Значення $\bar{x}$ називають дійсним значенням величини, що вимірюється. Звичайно, дійсне значення $\bar{x}$ в загальному випадку відрізняється від дійсного (звичайно невідомого) значення величини, однак вважається, що для поставленої вимірювальної задачі воно може його замінити.

2.1.2 Похибки вимірювань та їх класифікація

Похибка вимірювань Δx є відхиленням отриманого дослідним шляхом значення x_i від дійсного значення a або (частіше) дійсного значення $\bar{x}$, яке заміняє невідоме дійсне значення величини:

$$\Delta x = x_i - \bar{x}. \qquad (2.1.2)$$

Класифікація похибок може бути проведена за різними ознаками. За формою подання похибка буває абсолютною Δx і відносною δ_x, яку визначають як відношення абсолютної похибки до дійсного (середнього) значення $\bar{x}$:

$$\delta_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}}. \qquad (2.1.3)$$

Формули (2.1.2) і (2.1.3) характеризують похибку окремого вимірювання.

Як узагальнюючі характеристики ряду n спостережень використовують середню арифметичну похибку

$$|\Delta\bar{x}| = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|x_i - \bar{x}| \tag{2.1.4}$$

і середньоквадратична похибка

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}. \tag{2.1.5}$$

В математичній статистиці ця величина називається виправленим вибірковим середньоквадратичним відхиленням (СКВ), оскільки розраховується за так званою виправленою дисперсією s^2 :

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{n}{n-1}D}, \tag{2.1.6}$$

де

$$D = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 \tag{2.1.7}$$

«невиправлена» дисперсія, що є зміщеною оцінкою генеральної дисперсії. Величина $s/\bar{x}$ називається коефіцієнтом варіації.

За причинами появи (за походженням) похибки поділяють на методичні, інструментальні та суб’єктивні.

За зв’язком з величиною, яку вимірюють, похибки поділяють на адитивні і мультиплікативні. Перші не залежать від значення величини, яку вимірюють (класичний приклад – зсув «нуля» вимірювального приладу). Другі пов’язані з величиною, яку вимірюють деякою залежністю, наприклад, зростають разом з нею.

За характером зміни величини, яку вимірюють, виділяють похибки статичні та динамічні. У першому випадку передбачається, що величина, яку вимірюють, не змінюється в процесі вимірювання (режим, що встановився). В другому випадку ця умова не виконується.

За характером проявлення виділяють три види похибок: систематичні, випадкові і грубі.

Систематична похибка – це стабільне завищення або заниження вимірюваної величини, що зберігається при її повторних вимірюваннях.

Випадкова похибка змінюється випадковим чином при багаторазових вимірюваннях величини в тих самих умовах (математичне очікування випадкової похибки дорівнює нулю).

Груба похибка (грубий промах) є різновидом випадкової похибки, що проявляється в окремих вимірюваннях і суттєво відрізняється від інших похибок у цьому ряді вимірювань.

Для теорії вимірювань однією з головних задач є аналіз випадкових похибок.

2.1.3 Похибки як випадкові величини

Аналізуючи випадкові похибки $\Delta x = x_i - \overline{x},\ \left(i = \overline{1,\ n}\right)$, можна помітити, що при досить великій кількості вимірювань n проявляються такі закономірності:

1) чим більше відхилення (за модулем), тим рідше воно зустрічається;
2) позитивні та негативні відхилення зустрічаються приблизно однаково часто.

Крім того, можна і теоретично, і практично переконатися, що середнє відхилення дорівнює нулю:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}) = 0. \qquad (2.1.8)$$

В теорії імовірностей для опису поведінки випадкових величин (а випадкова похибка – це типовий приклад випадкової величини) введене поняття закону розподілу.

Якщо говорити про безперервну випадкову величину X, то закон її розподілу можна характеризувати за допомогою двох тісно пов'язаних між собою функцій – функції розподілу $F(x)$ і щільності розподілу імовірностей $f(x)$:

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^{X} f(x)dx, \qquad (2.1.9)$$

$$f(x) = F'(x), \qquad (2.1.10)$$

де символ $P(\dots)$ позначає імовірність події, яка описана виразом у дужках. Імовірність потрапляння безперервної випадкової величини на інтервал виражається як

$$P(a < X < b) = F(b) - F(a) = \int_{a}^{b} f(x)dx. \qquad (2.1.11)$$

Найбільш відомими популярними числовими характеристиками випадкової величини є математичне очікування

$$M(X) = \int_{a}^{b} xf(x)\,dx \qquad (2.1.12)$$

і дисперсія

$$D(X) = \int_{a}^{b} [x - M(X)^2]f(x)dx. \qquad (2.1.13)$$

Формули записані для випадку безперервної випадкової величини.

На практиці теоретичний закон розподілу зазвичай невідомий. Тому числові характеристики оцінюють за допомогою емпіричних (дослідних) розподілів. Якщо під випадковою величиною X розуміти результат вимірювання деякої величини, то оцінкою $M(X)$ служить середнє значення $\overline{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i$ (2.1.1), яке приймають за дійсне значення величини, а оцінкою $D(X)$ – вибіркова дисперсія D або виправлена дисперсія s^2 (2.1.6). Якщо ж під X розуміти випадкову похибку вимірювання, тобто випадкове відхилення від дійсного значення величини, то $M(X)$ виявляється рівним нулю, а $D(X)$ як і раніше буде оцінюватися формулою. Це є наслідком властивостей математичного очікування і дисперсії:

$$M(X - C) = M(X) - C,$$
$$D(X - C) = D(X),$$

де в якості константи C, виступає $\overline{x}$.

2.1.4 Нормальний закон розподілу випадкових похибок

Випадкові похибки найчастіше підкоряються нормальному закону розподілу. Щільність розподілу імовірностей нормально розподіленої випадкової величини визначається формулою.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \qquad (2.1.14)$$

де a і σ – параметри розподілу, що є математичним очікуванням і середньоквадратичним відхиленням (СКВ) випадкової величини відповідно: $M(X) = a$; $D(X) = \sigma^2$. Функція (2.1.14) визначена для будь-яких значень аргументу x. Графік функції симетричний відносно лінії $x = a$; у точці $x = a$ функція має максимум. При $x = a \pm \sigma$ є перегини графіка. При $x \to \pm\infty$ $f(x)$ асимптотично наближається до нуля.

Приклад 2.1.1. На рис. 2.1.1 зображено три нормальні криві з такими параметрами: 1) $a = 2;\ \sigma = 1;$ 2) $a = 1;\ \sigma = 1;$ 3) $a = 2;\ \sigma = 2$.

При зменшенні параметра a крива, не змінюючи форми, зміщується вліво, при збільшенні – вправо. Зі збільшенням σ максимальне значення $f(x)$ зменшується, крива стає більш пологою. Площа фігури, розміщеної між будь-якою нормальною кривою і віссю абсцис прямує до 1.

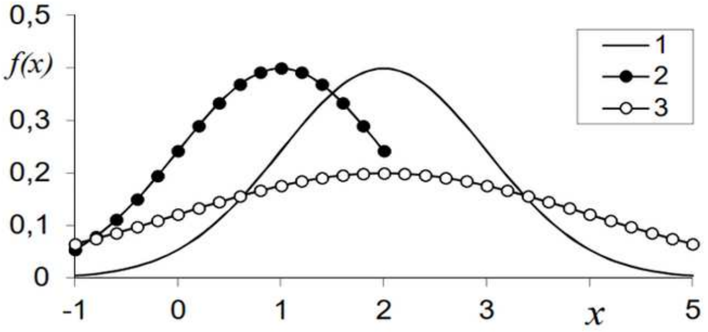


Рисунок 2.1.1 – Нормальні криві

Для нормальної випадкової величини X імовірність потрапляння в заданий інтервал $\alpha,\ \beta$ дорівнює

$$P(\alpha < X < \beta) = \Phi\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right), \tag{2.1.15}$$

де $\Phi(t)$ – інтегральна функція Лапласа:

$$\Phi(t) = \int_0^t \varphi(z)dz,\ \varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}}. \tag{2.1.16}$$

Значення функцій $\varphi(z)$ і $\Phi(t)$ наведено в додатках А і Б. Підінтегральна функція $\varphi(z)$ (дод. А), яку часто називають функцією Гауса, є не що інше, як функція щільності нормального розподілу (2.1.14) при $a = 0$ і $\sigma = 1$ – позитивна, парна, що швидко зменшується зі збільшенням модуля z. Функція Лапласа $\Phi(t)$ – непарна, графік проходить через початок координат, при $t \to \pm\infty$ значення функції асимптотично наближаються до ± 1/2.

Імовірність влучення нормальної випадкової величини X у симетричний відносно математичного очікування інтервал півширини d дорівнює

$$P\left(|X - a| < d = 2\Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right)\right). \tag{2.1.17}$$

Так, наприклад, $P(|X - a| < 3\sigma) = 2\Phi(3) = 0{,}9973$.

Остання формула показує, що імовірність влучення випадкової величини в даний інтервал усього лише на 0,0027 менше одиниці. Таким чином, вихід випадкової величини за межі зазначеного інтервалу майже неможливий (правило трьох сигма). Чому ж найпоширенішим представленням розподілу випадкових похибок є саме нормальний розподіл? Можна сказати, що це є наслідком дії центральної граничної теореми, суть якої полягає в такому: випадкова величина, що є сумою досить великої кількості взаємно незалежних випадкових величин, кожна з яких мало впливає на всю суму, має розподіл, близький до нормального. Дійсно, похибка вимірювання виникає як результат сумарного впливу великої кількості взаємно незалежних факторів і тому є випадковою величиною, що задовольняє умовам центральної граничної теореми.

Надалі будемо вважати, що результати вимірювання деякої величини з дійсним значенням a розподілені за нормальним законом із щільністю розподілу імовірностей (2.1.14), однак, оскільки значення a невідоме, заміняємо його дійсним значенням $\overline{x}$:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2}}, \qquad (2.1.18)$$

Враховуючи, що $\Delta x = x - \overline{x}$ абсолютна похибка, і позначаючи $f(\Delta x + \overline{x})$ як $g(\Delta x)$, одержуємо нормальний закон розподілу випадкових похибок у вигляді

$$g(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\Delta x)^2}{2\sigma^2}}. \qquad (2.1.19)$$

2.1.5 Довірчий інтервал для оцінки похибки однократного вимірювання

З теорії ймовірностей випливає, що ймовірність потрапляння в інтервал $(-d, d)$ для нормально розподіленої випадкової похибки Δx дорівнює

$$P(|\Delta x| < d) = 2\Phi\left(\frac{d}{\sigma}\right), \qquad (2.1.20)$$

де $\Phi(t)$ – функція Лапласа (2.1.16).

В цьому випадку під похибкою мається на увазі відхилення одержаного дослідним шляхом значення не від дійсного значення $\overline{x}$, а від дійсного значення a: $\Delta x = x - a$.

Величина $Y = \Delta x/\sigma$ також є нормальною з нульовим математичним очікуванням, але для неї $\sigma(Y) = 1$. Нормальну випадкову величину з такими характеристиками називають стандартною. Для неї рівність (2.1.20) набуде вигляду

$$P\left(\left|\frac{\Delta x}{\sigma}\right| < t\right) = 2\Phi(t) \quad \text{або} \quad P(|\Delta x| < t\sigma) = 2\Phi(t) = \gamma,$$

де γ – значення довірчої імовірності (надійності).

Отже, для оцінки похибки при однократному вимірюванні одержуємо довірчий інтервал

$$-t\sigma < \Delta x < t\sigma, \tag{2.1.21}$$

де t є аргументом функції Лапласа при її значенні, рівному $\gamma/2$.

Приклад 2.1.2. Відомо, що генеральне СКВ для випадкової похибки вимірювання маси дорівнює $\sigma = 1$ мг. Побудувати довірчий інтервал для похибки однократного вимірювання маси з надійністю $\gamma = 0.95$.

$\Phi(t) = \gamma/2 = 0.475$. За таблицею з додатку Б одержуємо t = 1,96.

Отже, з імовірністю 0.95 похибка однократного вимірювання, виражена в мг, виявиться в інтервалі $-1.96 < \Delta x < 1.96$.

Приклад 2.1.3. Відомо генеральне СКВ σ для випадкової похибки вимірювання. Яка надійність інтервальної оцінки, при якій $-3\sigma < \Delta x < 3\sigma$?

В цьому випадку $t = 3,\ \Phi(t) = \gamma/2 = 0.9973$.

Отриманий результат відповідає наведеному вище правилу трьох сигма.

2.1.6 Довірчий інтервал для оцінки похибки серії вимірювань при відомому σ

Проведена серія n вимірювань однієї і тієї ж величини, дані усереднені, отримане дійсне значення $\overline{x}$. Як оцінити похибку цього результату $\Delta\overline{x} = \overline{x} - a$? Зрозуміло, дійсне значення величини (a) невідоме.

Введемо нову випадкову величину:

$$Y = \frac{\Delta\overline{x}}{\sigma(\Delta\overline{x})},$$

яка має нормальний розподіл, причому $M(Y) = 0,\ \sigma(Y) = 1$.

Для неї імовірність потрапляння в симетричний інтервал дорівнює

$$P\big(|\Delta\overline{x}| < t\sigma(\Delta\overline{x})\big) = 2\Phi(t) \text{ або } P\big(|\Delta x| < t\sigma(\Delta\overline{x})\big) = 2\Phi(t).$$

При цьому $\sigma(\Delta\overline{x}) = \sigma(\overline{x})$. В теорії імовірностей існує така теорема: середнє арифметичне n незалежних однаково розподілених випадкових величин має середньоквадратичне відхилення в $\sqrt{n}$ разів менше, ніж сама випадкова величина, тобто

$$\sigma(\Delta\overline{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Тому $P\left(|\Delta\overline{x}| < t\sigma/\sqrt{n}\right) = 2\Phi(t) = \gamma$,
де γ – задане значення довірчої імовірності (надійності). Отже, для оцінки $\Delta\overline{x}$ отримуємо довірчий інтервал

$$-\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} < \Delta\overline{x} < \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}, \qquad (2.1.22)$$

де t визначається обраною надійністю оцінки.

Приклад 2.1.4. Відомо, що генеральне СКВ для випадкової похибки вимірювання маси дорівнює $\sigma = 1$ мг. Побудувати довірчий інтервал для похибки визначення дійсного значення маси $\overline{x}$ в серії з 25 вимірювань з надійністю $\gamma = 0.95$. Відповідно до формули (2.1.22), знайдене в прикладі 2.1.2 значення $t\sigma = 1.96$ повинне бути зменшене в $\sqrt{25} = 5$ разів.

Тому з імовірністю 0.95 похибка визначення середнього значення маси по серії з 25 вимірювань, виражена в мг, виявиться в інтервалі $-0.392 < \Delta x < 0.392$.

2.1.7 Довірчий інтервал для оцінки похибки серії вимірювань при невідомому σ

Очевидно, при невідомому значенні параметра нормального розподілу σ можна замінити цю величину виправленим середньоквадратичним відхиленням $s = s\sqrt{s^2}$ (2.1.5).

Одержання довірчого інтервалу для оцінки $\Delta\overline{x}$ базується на тому, що випадкова величина

$$Y = \frac{\Delta\overline{x}}{\sigma(\Delta\overline{x})} = \frac{\Delta\overline{x}\sqrt{n}}{\sigma}$$

є стандартною нормальною величиною.

Заміняючи σ на s, отримаємо випадкову величину

$$T = \frac{\Delta\overline{x}\sqrt{n}}{s},$$

яка вже не підкоряється нормальному закону розподілу. Причиною того є величина, яка стоїть в знаменнику, сама (на відміну від σ), є випадковою і має розподіл, який залежить від n.

Випадкова величина T підкоряється розподілу, який прийнято називати розподілом Стьюдента. При $n \to \infty$ він співпадає з нормальним, а при $n > 30$ (більша вибірка) відрізняється від нього несуттєво.

З умови $P(|T| < t) = \gamma$ або $P\left(|\Delta\overline{x}| < ts/\sqrt{n}\right) = \gamma$ можна за допомогою спеціальної таблиці, складеної на основі розподілу Стьюдента, визначити значення $t = t(\gamma, n)$.

В результаті довірчий інтервал

$$-\frac{t(\gamma, n)s}{\sqrt{n}} < \Delta\overline{x} < \frac{t(\gamma, n)s}{\sqrt{n}}. \tag{2.1.23}$$

Величину $t(\gamma, n)$ називають коефіцієнтом Стьюдента.

Таблиця значень $t(\gamma, n)$ наведена в додатку В.

Приклад 2.1.5. Проведено 9 вимірювань деякої величини з невідомою середньоквадратичною похибкою σ. Вони дали такі результати: 21, 19, 18, 24, 18, 17, 21, 22, 20.

Потрібно з надійністю 0,95 побудувати довірчі інтервали для похибки вимірювань і для самої величини, яка вимірюється.

Знайдемо дійсне значення

$$\frac{\overline{x}(21 + \ldots + 20)}{9} = 20.$$

Оскільки генеральне СКВ невідомо, знайдемо вибіркове (виправлене) СКВ:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{9} + (-1)^2 \ldots + 0^2} = 2.236.$$

Одержуємо:

$$\frac{t(\gamma, n)s}{\sqrt{n}} = \frac{2.31 \times 2.236}{3} = 1.72.$$

Отже, за формулою (2.1.23) для похибки з імовірністю 0,95 буде виконуватися $-1.72 < \Delta\overline{x} < 1.72$, а для величини, яка вимірюється $20 - 1.72 < \Delta\overline{x} < 20 + 1.72$, тобто $18.28 < a < 21{,}72$.

2.1.8 Планування кількості вимірювань

Нехай допустимі межі похибки $\Delta\overline{x}$ при заданій надійності γ відомі заздалегідь. Також відомо СКВ випадкової похибки вимірювання σ. Формула (2.1.22) показує, що довірчі межі похибки $\Delta\overline{x}$ можуть бути наближені збільшенням кількості вимірювань n.

Виражаючи n з рівняння $|\Delta\bar{x}\ |_{max} = t\sigma/\sqrt{n}$ отримаємо

$$n_{min} = \left(\frac{t\sigma}{|\Delta\bar{x}|_{max}}\right)^2 \qquad (2.1.24)$$

де *t* пов'язане з надійністю γ через функцію Лапласа.

Приклад 2.1.6. Відомо, що СКВ випадкової похибки вимірювання $\sigma = 0{,}2$. Скільки вимірювань необхідно виконати для того, щоб з надійністю $\gamma = 0.95$ похибка визначення $\bar{x}$ не перевищувала 0.05?

$$n > \frac{1.96^2 \cdot 0.2^2}{0.05^2} \approx 61.$$

Необґрунтоване збільшення кількості вимірювань веде до додаткових витрат часу і праці, а іноді і до матеріальних втрат. Тому в кожному конкретному випадку доводиться робити вибір між якістю оцінки і витратами на неї. Наприклад, якщо в цьому прикладі встановити межу похибки не 0.05, а 0.01, то необхідна кількість вимірювань зросте в 25 разів. Бажано дотримуватися такого правила: випадкову похибку зменшувати шляхом збільшення кількості вимірювань доти, поки вона не стане в кілька разів меншою систематичної похибки вимірювального приладу. Подальше зниження випадкової похибки не має змісту. Якщо СКВ випадкової похибки вимірювання невідоме, то слід скористатися формулою (2.1.23).

В результаті для мінімальної кількості вимірювань одержимо

$$n_{min} = \left(\frac{t(\gamma, n)s}{|\Delta\bar{x}|_{max}}\right)^2, \qquad (2.1.25)$$

Слід врахувати, що в формулі (2.1.25) коефіцієнт Стьюдента $t(\gamma, n)$ сам залежить від n. Тому n_{min} знаходять підбором, використовуючи таблицю (дод. В).

Приклад 2.1.7. Встановлена межа похибки вимірювань $|\Delta\bar{x}|_{max}$ при надійності $\gamma = 0.95$. Виправлене СКВ склало $s = 0.2$. Скільки вимірювань необхідно зробити для визначення $\bar{x}$?

Згідно (2.1.25) n_{min} в цьому випадку повинно перевищувати $t^2(\gamma, n)$ не менше, ніж в 4 рази. Дані для $\gamma = 0.95$ наведені в табл. 2.1.1.

Таблиця 2.1.1 – Визначення кількості вимірювань

n	5	6	7	8	9	10	11	12
$t(\gamma, n)$	2.78	2.57	2.45	2.37	2.31	2.26	2.23	2.20
$4t^2(\gamma, n)$ – значення правої частини формули (2.1.25)	11.12	10.28	9.80	9.48	9.24	9.04	8.92	8.80

Помітно, що необхідна умова виконується при $n \geq 10$, тобто $n_{min} = 10$.

2.1.9 Виключення грубих промахів

Результати вимірювань, що містять грубі помилки (промахи), часто бувають добре помітні і легко виявляються. Проте, у сумнівних випадках слід застосовувати статистичні методи.

Найпростіший спосіб, який можна застосувати при нормальному розподілі похибок (що, як правило, має місце) з відомим або надійно оціненим СКВ σ, базується на правилі трьох сигма. Якщо значення x_i, яке вимірюється виходить з інтервалу $|x_i - \overline{x}| < 3\sigma$, то воно пов'язане з якимись грубими помилками і, швидше за все, не повинно братися до уваги.

Розглянемо дещо більш тонкий і складний спосіб. Для його реалізації необхідно виконати такі дії:

1. Обчислюють $\overline{x}$ і СКВ s по всьому ряду вимірювань, включаючи ті, що перевіряються на промах.
2. Вибирають x_{np} – значення, що перевіряється на промах, як таке, що задовольняє умову $\Delta x = |x_{np} - \bar{x}| = max\{\,|x_i - \bar{x}|,\ i = \overline{1,n}\}$.
3. Обчислюють $v_{np} = \Delta x / s$ і його значення порівнюють з $v_{кр}(\gamma, n)$, взятим з таблиці 2.1.2 (далі наведений фрагмент цієї таблиці для $\gamma = 0{,}95$).
4. Якщо $v_{np} > v_{кр}(\gamma, n)$, то значення, що перевіряється, виключають з ряду, обчислюють нові $\overline{x}$ і s.
5. Вибирають наступне максимальне за абсолютним значенням відхилення і дії 3 і 4 повторюють.

Таблиця 2.1.2 – Значення $v_{\text{кр}}$ для $\gamma = 0{,}95$

n	3	4	5	6	7	8	10	15	20	30	35	40	50	100	200
$v_{кр}$	1.41	1.69	1.87	2.0	2.09	2.17	2.29	2.49	2.62	2.79	2.85	2.90	2.99	3.23	3.46

Приклад 1.8. В результаті серії вимірювань отримані $\overline{x} = 10.4$ і $s = 2.1$. Серед вимірювань є $x_{np} = 4.2$, що перевіряється на промах.

За правилом трьох сигма результати вимірювань повинні бути зосереджені в інтервалі 10.4±6.3, тобто від 4.1 до 16.7. Отже, підозріле вимірювання дало «критичний» результат, і неясно, чи потрібно виключити його з ряду вимірювань.

Обчисливши значення $v_{np} = \Delta x / s = 6.2/2.1 = 2.95$ і порівнявши його з даними таблиці, можна зробити такий висновок: якщо кількість вимірювань в серії було 50 або більше, то значення $x_{np} = 4.2$ є досить імовірним результатом і може бути залишене в ряді вимірювань. Якщо ж кількість вимірювань в серії була 40 або менше, то x_{np}, швидше за все, є результатом грубого промаху і повинно бути виключено.

Завдання**.** За даними експерименту складена таблиця результатів $n = 21$ вимірювань деякої величини (табл. 2.1.3).

Потрібно:

1) знайти середнє арифметичне виміряних значень;

2) знайти середньоквадратичну похибку при $n = 21$ вимірюванні;
3) перевірити максимально відхилений результат на промах, при необхідності відбракувати промах;
4) знайти уточнені результати обчислення середнього арифметичного і середньоквадратичної похибки після відбраковування промаху;
5) повторювати пункти 3 і 4, поки промахи не будуть відбраковані;
6) знайти похибку обчислення середнього арифметичного в серії вимірювань при відомому середньоквадратичному відхиленні нормального розподілу випадкових похибок $\sigma = 0.85$;
7) знайти довірчий інтервал середнього значення в серії вимірювань при невідомому середньоквадратичному відхиленні нормального розподілу випадкових похибок σ (скориставшись таблицею коефіцієнтів Стьюдента при заданій надійності $\gamma = 0.95$;
8) знайти відносну похибку результату серії вимірювань;
9) відомо, що систематична похибка вимірювання становить 0.5. Вибрати оптимальне число вимірювань з умови, щоб випадкова похибка була менше систематичної похибки в 2.5 рази (з надійністю $\gamma = 0.95$). Вважати, що СКВ випадкових похибок σ невідоме.

Таблиця 2.1.3 – Експериментальні дані

Номер вимірювання i	x_i	Номер вимірювання i	x_i
1	12.18	12	11.37
2	11.93	13	13.23
3	12.77	14	12.04
4	12.32	15	12.36
5	12.25	16	12.16
6	12.30	17	15.70
7	12.07	18	12.61
8	11.81	19	12.55
9	13.91	20	13.40
10	12.75	21	11.05
11	12.53		

Вказівки з виконання завдання

1. Середнє арифметичне значень, які вимірюються $\overline{x}$, яке називають дійсним значенням вимірюваної величини, знаходять за формулою (2.1.1). При роботі в Excel можна використовувати функції SUM або AVERAGE. Результат: $\bar{x} = 12.538$.
2. Середньоквадратичну похибку знаходять за формулою (2.1.5). В середовищі Excel можна використовувати функцію STDEV. Результат: $s = 0.965$.
3. За правилом трьох сигма результати вимірювань повинні бути зосереджені в

інтервалі 12.538±3×0.965, тобто від 9.64 до 15.43. Схоже, що в 17-му вимірюванні мав місце грубий промах. Приймемо $x_{пр} = 15.70$. Тоді

$$v_{np} = \frac{\Delta x}{s} = \frac{|x_{np} - \overline{x}|}{s} = 3.39.$$

Для найбільш близької до 21 кількості вимірювань в таблиці $v_{кр}(\gamma, n)$

$$v_{\text{кр}} = (0.95, 20) = 2.62.$$

Так як $v_{np} > v_{кр}(\gamma, n)$, вимірювання визнається промахом, його результат слід виключити.

4. Після виключення промаху $\overline{x} = 12.380,\ s = 0{,}655$.
5. Тепер максимально відхилений від нового середнього значення результат міститься в 9-му вимірюванні. Приймемо $x_{np} = 13.91$. Тоді

$$v_{np} = \frac{\Delta x}{s} = \frac{|x_{np} - \overline{x}|}{s} = 2.34;$$
$$v_{кр}(0.95,\ 20) = 2.62.$$

Так як $v_{np} > v_{кр}(\lambda, n)$, вимірювання не є промахом. Грубі помилки вимірювань відбраковані.

Для пошуку максимально відхиленого від середнього значення результату в Excel можна використовувати функцію MAX.

6. При відомому $\sigma = 0.85$ з надійністю $\gamma = 0.95$ маємо

$$\frac{t(\gamma, n)s}{\sqrt{n}} = \frac{2.09 \cdot 0.655}{\sqrt{20}} = 0.306; \quad -0.306 < \Delta\overline{x} < 0.306;$$
$$12.07 < \overline{x} < 0.306.$$

Для пошуку цієї величини в Excel можна використати функцію CONFIDENCE. При цьому під параметром «Альфа» розуміють значення $1 - \gamma$.

7. При невідомому σ з надійністю $\gamma = 0.95$ маємо

$$12.07 < \overline{x} < 12.69.$$

Коефіцієнт Стьюдента в Excel можна знайти за допомогою функції TINV. При цьому під параметром «Імовірність» мається на увазі значення $1 - \gamma$, «Кількість ступенів свободи» задається як $n - 1$.

Довірчі межі похибки вимірювань при невідомому σ зазвичай розширюються в порівнянні з випадком, коли σ відоме. Це природно, оскільки невизначеність якого-небудь параметра повинна негативно позначатися на точності оцінок. Формальна причина полягає в тому, що $t(\gamma, n) > t = t(\gamma, \infty)$ (в нашому випадку $2.09 > 1.96$). Однак середньоквадратична похибка s, знайдена по вибірці, може виявитися як більшою, так і меншою (у нашому випадку – значно меншою) генерального СКВ σ. Цим і пояснюється деяка «нетиповість» отриманого результату за довірчими межами похибки.

8. Відносну похибку результату серії вимірювань знаходять як

$$\delta_{\overline{x}} = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}} = \frac{0.305}{12.38} = 0.025 \ (2.5\ \%).$$

9. Згідно умови, потрібно встановити межу випадкової похибки $|\Delta\bar{x}|_{max}$. При невідомому σ використовують формулу (2.1.25). Оскільки в порівнянні з пунктом 7 похибка повинна бути зменшена, розглядають значення $n > 20$. Для цієї області значень n при $\gamma = 0{,}95 t^2(\gamma, n) \approx 2$. Отже, права частина формули (2.1.25)

$$\left(\frac{t(\gamma, n)s}{|\Delta\overline{x}|_{max}}\right)^2 \approx \left(\frac{0.655}{0.2}\right)^2 t^2(\gamma, n) = 10.73 t^2(\gamma, n)$$

має значення близько 40-45. Необхідно скласти таблицю коефіцієнтів Стьюдента і відповідних значень правої частини формули (2.1.25) для n від 35 до 60, користуючись додатком В. Очевидно, що можна прийняти $n_{min} \approx 45$.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. В чому відмінність дійсного та істинного значень величини, яка вимірюється?
2. Дайте визначення абсолютної та відносної похибки окремого вимірювання.
3. За якими ознаками класифікують похибки?
4. Чому випадкові похибки, як правило, підкоряються нормальному закону розподілу?
5. Як поводиться похибка визначення дійсного (середнього арифметичного) значення величини, яка вимірюється, зі зростанням кількості вимірювань?
6. Як поводиться похибка визначення дійсного (середнього арифметичного) значення величини, яка вимірюється, зі зростанням необхідної надійності (довірчої ймовірності)?
7. Як визначити оптимальну кількість вимірювань?
8. Як виключити грубі промахи в результатах експерименту?

2.2 Порівняння емпіричних розподілів за допомогою перевірки статистичних гіпотез

2.2.1 Статистичні гіпотези. Принципи перевірки гіпотез

Термін «гіпотеза» є одним із ключових в теорії експерименту. Вважається, що наукову гіпотезу або доводять, роблячи її встановленим фактом, або спростовують, переводячи її в розряд невірних тверджень. Однак зі статистичними гіпотезами інша справа трохи складніше. Методи математичної статистики можуть служити засобом перевірки тих припущень, які висуває дослідник при аналізі результатів експерименту. Але зроблені при цьому висновки не є остаточними, а носять імовірнісний характер, оскільки ґрунтуються на вибіркових даних.

Статистичними гіпотезами називаються твердження про вид або характеристики розподілів кількісних ознак у генеральних сукупностях, висунуті, що й перевіряються на основі обробки вибіркових даних. Висунута гіпотеза H_0 називається нульовою або основною, а суперечна їй H_1 – альтернативною або конкуруючою.

При прийнятті або відхиленні гіпотези можливі 4 різні ситуації. Проаналізуємо їх, користуючись поняттям умовної імовірності.

1. Помилка 1-го роду: відхилена правильна гіпотеза. Імовірність такого результату дорівнює $P(H_1|H_0) = \alpha$.
2. Помилка 2-го роду: прийнята неправильна гіпотеза. Імовірність такого результату $P(H_0|H_1) = \beta$.
3. Прийнята правильна гіпотеза: $P(H_0|H_0) = 1 - \alpha$.
4. Відхилена неправильна гіпотеза: $P(H_1|H_1) = 1 - \beta$.

Приклад 2.2.1. Виготовлена велика партія деталей. Виробник припускає, що розкид значень (дисперсія) кількісної ознаки, яку контролюють, відповідає паспортним даним того обладнання, на якому виготовлені деталі. Основна гіпотеза має вигляд $H0\colon D(\mathrm{X}) = D_0$ при конкуруючій гіпотезі $H1\colon D(\mathrm{X}) > D_0$ $(D(X)$ – генеральна дисперсія). Вибіркове обстеження деталей або підтверджує, або спростовує основну гіпотезу. Помилка 1-го роду буде полягати в тому, що гарна партія деталей виявиться забракованою («ризик виробника»). Помилка 2-го роду буде полягати в тому, що погана партія деталей буде визнана придатною («ризик споживача»).

Якщо об'єм вибірки жорстко обмежений, то імовірність помилки одного роду можна знизити тільки ціною росту імовірності помилки іншого роду. В прикладі 2.2.1 перевіряється вибірка деталей, після чого вся партія приймається або бракується. Якщо вимагається дуже строга відповідність вибірки відомим вимогам, то знижується імовірність помилки 2-го роду β (тобто малоймовірно, що погана партія буде визнана придатною). Але при цьому підвищується ризик помилки 1-го роду (α), так як зростає ймовірність забракувати хорошу в цілому партію через невдалу вибірку.

При перевірці гіпотези насамперед задаються ймовірністю здійснення помилки 1-го роду α, яка називається рівнем значимості гіпотези. Зазвичай рівень значимості приймають рівним 0.05, 0.01 або 0.001.

Статистичним критерієм або перевірочною статистикою називається випадкова величина K з відомим законом розподілу ймовірностей, що служить перевірки нульової гіпотези. Вся область значень K ділиться на критичну область, де H_0 відкидається, і область прийняття гіпотези, де відкидати гіпотезу H_0 немає підстав. Названі області відокремлюються одна від одної критичними точками k_{cr},

Існує 3 види критичних областей: правостороння, лівостороння і двостороння (рис. 2.2.1). Якщо припустити, що основна гіпотеза вірна, то ймовірність влучення критерію в критичну область є імовірність помилки 1-го роду α . З цієї умови і виходять при відшуканні критичних точок. Вид критичної області залежить від конкуруючої гіпотези.

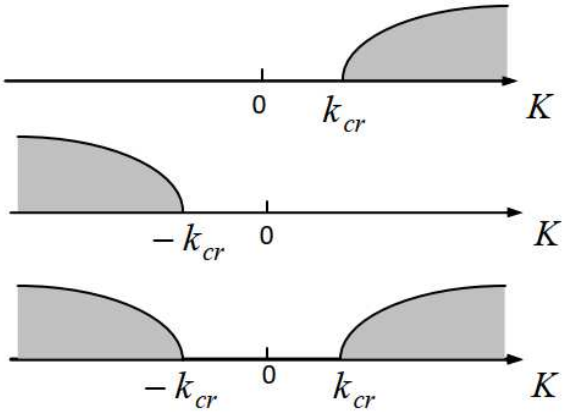


Рисунок 2.2.1 – Види критичних областей

Для правобічної критичної області

$$P(K > k_{cr}) = \alpha;$$

для лівосторонньої критичної області

$$P(K < k_{cr}) = \alpha;$$

для симетричної двосторонньої критичної області

$$P(K < -k_{cr}) = P(K > k_{cr}) = \frac{\alpha}{2}.$$

Сам критерій для заданого рівня значимості α вибирається так, щоб імовірність помилки 2-го роду β була мінімальною. Імовірність відхилення неправильної основної гіпотези $(1 - \beta)$ називається потужністю критерію. Із усіх можливих критеріїв із заданим рівнем значимості α вибирається найбільш потужний.

Статистичні критерії можна розділити на параметричні і непараметричні. Параметричні критерії включають у розрахунки параметри імовірнісного розподілу випадкової величини (середні й дисперсії). Порівняння середніх буде розглянуто в п. 2.2.2, порівняння дисперсій – в п. 2.3.1. Непараметричні критерії не прив’язані до конкретних параметрів розподілу, а включають у розрахунки розподіл цілком, оперуючи рангами або частотами. Деякі із цих критеріїв (Вілкоксона і Пірсона) будуть розглянуті в пунктах 2.2.3 і 2.2.4.

2.2.2 Порівняння середніх

Нехай є два ряди вимірювань однієї й тієї ж величини з об’ємами вибірок n_1 і n_2. По кожному ряду визначена середня ($\overline{x}_1 \ i \ \overline{x}_2$). Припустимо спочатку, що для кожного ряду відома генеральна дисперсія похибки вимірювань $\sigma^2(x_1)$ і $\sigma^2(x_2)$. (Пізніше будуть потрібні вибіркові виправлені дисперсії $s^2(x_1)$ і $s^2(x_2)$. Є підстави припустити, що дійсні значення величини, яка вимірюється в цих двох серіях $a_1 \ i \ a_2$ дорівнюють одне одному, тобто нульова гіпотеза має вигляд $H_0\colon a_1 = a_2$ при конкуруючій гіпотезі $H_1\colon a_1 \neq a_2$.

В якості перевірочної статистики розглянемо величину

$$Z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sigma(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)}, \qquad (2.2.1)$$

що має нормальний розподіл з $M(Z) = 0,\ \sigma(Z) = 1$. Для таких величин, як ми бачили раніше (п. 2.1.6)

$$P(|Z| < z) = 2\Phi(z) = \gamma. \qquad (2.2.2)$$

В цьому випадку γ це імовірність влучення статистики Z в область прийняття гіпотези. Якщо імовірність відхилення гіпотези дорівнює α (рівень значимості гіпотези), то ймовірність прийняття гіпотези дорівнює $\gamma = 1 - \alpha$. При $H_1\colon a_1 \neq a_2$ критична область є двосторонньою. Права критична точка z_{cr} визначається з умови $\Phi(z_{cr}) = (1 - \alpha)/2$.

Повернемося до виразу для статистики Z. Із властивостей дисперсії і середнього арифметичного випливає

$$\sigma(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) = \sqrt{\sigma^2(\overline{x}_1 - \overline{x}_2)} = \sqrt{\sigma^2(\overline{x}_1) + \sigma^2(\overline{x}_2)} = \sqrt{\frac{\sigma^2(x_1)}{n_1} + \frac{\sigma^2(x_2)}{n_2}}.$$

Отже,

$$Z = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma^2(x_1)}{n_1} + \frac{\sigma^2(x_2)}{n_2}}}. \qquad (2.2.3)$$

Зростання (по модулю) значення випадкової величини Z знижує «шанси» основної гіпотези. Очевидно, цьому можуть сприяти такі фактори: (а) сильна відмінність вибіркових середніх $\overline{x}_1$ і $\overline{x}_2$; (б) слабке розсіювання ознак; (в) великі об'єми вибірок.

Одержано таке правило перевірки основної гіпотези $H_0\colon a_1 = a_2$ при конкуруючій гіпотезі $H_1\colon a_1 \neq a_2$ (при відомих генеральних дисперсіях і рівні значимості α). Знаходимо праву межу двосторонньої критичної області з умови $\Phi(z_{cr}) = (1-\alpha)/2$. При $|Z| < z_{cr}$ немає підстав відхилити основну гіпотезу; в протилежному випадку H_0 відкидається.

Сформульованому правилу можна знайти просту та логічну інтерпретацію, записавши його у вигляді

$$|\overline{x}_1 - \overline{x}| < \sigma(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) \cdot z_{cr} \Rightarrow H_0, \text{ інакше } H_1, \tag{2.2.4}$$

тобто якщо різниця середніх менша, ніж довірчі межі визначення цієї різниці, то вона (різниця) незначима. (Порівняйте, наприклад, з формулою (2.1.21) для довірчих меж похибки однократного спостереження).

У випадках, коли за результатами експерименту або із-за апріорної інформації необхідно в якості конкуруючої гіпотези розглянути $H_1\colon a_1 > a_2$ або $H_1\colon a_1 < a_2$, переходять до однобічної критичної області. В першому випадку межа правосторонньої області z_{cr}, а в другому випадку межа лівосторонньої області $(-z_{cr})$ будуть знаходитися з умови $\Phi(z_{cr}) = 1/2 - \alpha$.

Якщо невідомі генеральні дисперсії похибки вимірювань $\sigma^2(x_1)$ і $\sigma^2(x_2)$, то необхідно буде використовувати вибіркові виправлені дисперсії $s^2(x_1)$ і $s^2(x_2)$. При цьому доведеться перейти до критерію Стьюдента. Однак, якщо обидва ряди вимірювань досить великі, то можна просто прийняти $\sigma^2(x_1) \approx s^2(x_1)$, $\sigma^2(x_2) \approx s^2(x_2)$.

Приклад 2.2.2. Контроль стабільності деякої фізичної величини здійснюють регулярно щотижня. В двох серіях, по 100 вимірювань у кожній, отримані такі результати: $\overline{x}_1 = 36$, $\overline{x}_2 = 38$. При цьому дисперсії склали $s^2(x_1) = 12$ і $s^2(x_2) = 13$. Таким чином, спостерігається деяке збільшення середнього значення згодом. Чи є ці зміни проявом випадковості або вони відображають вплив неконтрольованого фактору? Рівень значимості прийняти рівним $\alpha = 0{,}02$.

Перевіримо основну гіпотезу $H_0\colon a_1 = a_2$ при конкуруючій гіпотезі $H_1\colon a_1 \neq a_2$ на рівні значимості $\alpha = 0.02$. Маємо

$$Z = \frac{36 - 38}{\sqrt{\frac{12}{100} + \frac{13}{100}}} = -4,$$

$\Phi(z_{cr}) = 0.49$; $z_{cr} = 2.33$; $|Z| > z_{cr}$ – нульова гіпотеза відкидається. Зміна середнього значення в часі є значимою.

2.2.3 Ранговий критерій Вілкоксона

Невирішеним для нас залишається питання порівняння середніх для двох рядів вимірювань випадкової величини, розподіленої довільно (тобто необов’язково нормально), тим більше, коли ці ряди короткі. В цьому випадку можна застосувати ранговий критерій Вілкоксона. Ми розглянемо використання цього критерію на прикладах.

Приклад 2.2.3. Дані результати двох серій вимірювань:

$$x_1 = \{3, 4, 6, 10, 13, 17\}; x_2 = \{1,2,5,7,16,20,22\}.$$

Якщо тільки довжини серій не однакові, то в якості першої серії завжди розглядається серія меншої довжини $(n_1 < n_2)$. Об’єднаємо результати обох серій в один варіаційний ряд і пронумеруємо їх у порядку зростання:

Результат вимірювання	1	2	3	4	5	6	7	10	13	16	17	20	22
Порядковий номер (ранг)	1	2	**3**	**4**	5	**6**	7	**8**	**9**	10	**11**	12	13

В таблиці підкреслені ті номери, які відповідають вимірюванням з першої серії. Тепер обчислимо спостережуване значення перевірочної статистики – суму рангів (порядкових номерів) вимірюванням з першої серії:

$$W = \sum_{i=1}^{n} r_i\,; \qquad (2.2.5)$$

$$W = 3 + 4 + 6 + 8 + 9 + 1 = 41.$$

Тепер звернемося до таблиці в дод. Е. Задамо рівень значимості гіпотези $\alpha = 0.01$. Будемо вважати, що конкуруюча гіпотеза полягає в нерівності середніх $(H_1\colon a_1 \neq a_2)$, що відповідає двосторонній критичній області. В нашому випадку $n_1 = 6, n_2 = 7$. Для перерахованих умов таблиця дає такі критичні значення статистики $W\colon w_{cr\ (\text{нижн.})} = 24, w_{cr\ (\text{верхн.})} = 60$. Якщо $w_{cr\ (\text{нижн.})} < W < w_{cr\ (\text{верхн.})}$, то немає підстав відхилити гіпотезу про рівність середніх значень у двох серіях вимірювань. В цьому випадку ситуація складається саме так.

Розглянемо тепер випадок, коли критична область однобічна. Згідно з таблицею, в цьому випадку $w_{cr\ (\text{нижн.})} = 25, w_{cr\ (\text{верхн.})} = 59$. Якщо альтернативна гіпотеза має вигляд $H_1\colon a_1 < a_2$, то нульова гіпотеза відхиляється при $W < w_{cr\ (\text{нижн.})}$. Якщо альтернативна гіпотеза має вигляд $H_1\colon a_1 < a_2$, то нульова гіпотеза відхиляється при $W > w_{cr\ (\text{верх.})}$. Ні те, ні інше в цьому випадку не виконується. Виходить, і при однобічній критичній області немає підстав відхилити гіпотезу про рівність середніх значень у двох серіях вимірювань.

Слід зазначити, що якщо кілька вимірювань дали той самий результат, то в загальному варіаційному ряді треба приписати їм той самий ранг, який дорівнює середньому арифметичному порядкових номерів результатів вимірювань, які співпадають між собою. Якщо ряди мають однакову довжину $(n_1 = n_2)$, то в якості першого ряду можна брати кожен з них. На результаті перевірки гіпотези це не позначиться.

Легко помітити, що в таблиці (дод. Е) поміщені критичні значення статистики W лише для $n_1 \leq 10$, $n_2 \leq 10$. При більших обсягах вибірок статистика W є (відповідно до центральної граничної теореми) приблизно нормально розподіленою, причому її математичне очікування і СКВ визначають за формулами:

$$M(W) = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}; \tag{2.2.6}$$

$$\sigma(W) = \sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1 + n_2 + 1)}{12}}. \tag{2.2.7}$$

Таким чином, статистика

$$Z = \frac{W - M(W)}{\sigma(W)} \tag{2.2.8}$$

є нормованою нормальною величиною. Тому, за аналогією з (2.2.5), правило перевірки основної гіпотези $H_0: a_1 = a_2$ маємо в такому вигляді:

$$|W - M(W)| < \sigma(W) \cdot z_{cr} \Rightarrow H_0, \text{ інакше } H_1. \tag{2.2.9}$$

При $H_1: a_1 \neq a_2$ праву межу двосторонньої критичної області знаходять з умови $\Phi(z_{cr}) = (1 - \alpha)/2$. При $H_1: a_1 > a_2$ або $H_1: a_1 < a_2$, переходять до однобічної критичної області. В першому випадку межа правобічної області z_{cr}, а в другому випадку межу лівосторонньої області $(-z_{cr})$ знаходять з умови $\Phi(z_{cr}) = 1/2 - \alpha$.

Приклад 2.2.4. Якість двох технологій характеризується значенням деякого показника, який вимірюють по 10 разів для кожної технології: перша технологія $x_1 = \{22, 34, 52, 62, 30, 40, 64, 84, 56, 59\}$; друга технологія x2 = {52, 71, 76, 54, 67, 83, 66, 90, 77, 84}. Використовуючи критерій Вілкоксона, при рівні значимості 0,05 перевірити нульову гіпотезу про однакову якість обох технологій, прийнявши в якості конкуруючої гіпотезу: якість другої технології вища.

Об'єднаємо результати обох серій в один варіаційний ряд і пронумеруємо їх в порядку зростання (визначимо ранги):

22	30	34	40	52	52	54	56	59	62	64	66	67	71	76	77	83	84	84	90
1	2	3	**4**	**5,5**	5,5	7	**8**	**9**	**10**	**11**	12	13	14	15	16	17	**18,5**	18,5	20

В другому рядку підкреслені ті номери, які відповідають вимірюванням з першої серії. Обчислимо значення перевірочної статистики, яке спостерігається – суму рангів (порядкових номерів) вимірювань з першої серії:

$$W = 1 + 2 + 3 + 4 + 5.5 + 8 + 9 + 10 + 11 + 18{,}5; \ W = 72.$$

Звернемося до таблиці в дод. Е. Для рівня значимості гіпотези $\alpha = 0{,}05$ у випадку, якщо критична область однобічна, $w_{cr(нижн.)} = 82$, $w_{cr(верх.)} = 128$. Альтернативна гіпотеза має вигляд $H_1\colon a_1 < a_2$, нульова гіпотеза відхиляється при $W < w_{cr(верх.)}$.

Отже, якість другої технології значно вища, ніж якість першої технології.

Спробуємо розв’язати ту ж задачу, вважаючи, що об’єм вибірок досить великий. За формулами (2.2.6) і (2.2.7) одержуємо

$$M(W) = \frac{10 \cdot 21}{2} = 105, \ \sigma(W) = \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot 21}{12}} = 13.23.$$

Критична область лівостороння, $\Phi(z_{cr}) = 0.5 - 0.05 = 0.45$. $z_{cr} = 1.64$.

$$W - M(W) = -33; \quad \sigma(W) \cdot (-z_{cr}) = -21.7;$$
$$W - M(W) < \sigma(W) \cdot (-z_{cr}) \Rightarrow H_1.$$

Повернемося до способу порівняння середніх, який викладено в п. 2.2.2.

Розрахуємо вибіркові середні $\overline{x}_1 = 50.3$ і $\overline{x}_2 = 72$ і виправлені дисперсії, прийнявши їх за генеральні дисперсії: $\sigma^2(x_1) \approx s^2(x_1) = 315.6$, $\sigma^2(x_2) \approx s^2(x_2) = 141.6$.

Обчислюємо статистику Z (2.2.3):

$$Z = \frac{50.3 - 72}{\sqrt{\frac{315.6}{10} + \frac{141.6}{10}}} = -3.2.$$

Критична область лівостороння,

$$\Phi(z_{cr}) = 0.5 - 0.05 = 0.45, \ z_{cr} = 1.64.$$

Тоді

$$Z < -z_{cr} \Rightarrow H_1.$$

Отже, усі використані способи дали однаковий результат: якість другої технології вища, ніж якість першої технології.

2.2.4 Критерій узгодження Пірсона

Ще один непараметричний метод порівняння двох емпіричних розподілів довільного виду базується на обчисленні випадкової величини χ^2 (хі-квадрат). При цьому, практично, рівність або нерівність розподілів трактується як однорідність або неоднорідність вибірок. Вихідні ряди вимірювань x_{1i}, $i = \overline{1, n_1}$ і $j = \overline{1, n_2}$ розбивають на інтервали, однакові для обох рядів. Далі підраховують кількість елементів кожного ряду, які попадають в i-й інтервал, n_{1u} і n_{2u}, $u = \overline{1, k}$, $k -$ кількість інтервалів.

Для наочності представимо результати групування у вигляді табл. 2.2.1:

Таблиця 2.2.1 – Результати групування

Інтервали	Ряди вимірювань		Суми за інтервалами
	1	2	
1	n_{11}	n_{21}	m_1
2	n_{12}	n_{22}	m_2
…	…	…	…
u	n_{1u}	n_{2u}	m_u
…	…	…	…
1	n_{1l}	n_{2l}	m_l
Суми за рядами	n_1	n_2	n

В математичній статистиці критерій χ^2 використовується для порівняння емпіричного розподілу з передбачуваним теоретичним. В цьому випадку статистика, що перевіряється, задається у вигляді

$$\chi^2 = \sum_{u=1}^{k} \frac{(n_u - n_u^{'})^2}{n_u^{'}}, \tag{2.2.10}$$

де n_u – емпірична частота влучення в i-й інтервал, а $n_u^{'}$ – теоретична частота, визначена як теоретична імовірність потрапляння у відповідний інтервал, помножена на об’єм вибірки.

При порівнянні двох емпіричних розподілів перевірочна статистика має вигляд

$$\chi^2 = n_1 n_2 \sum_{u=1}^{k} \frac{1}{n_{1u} + n_{2u}} \left(\frac{n_{1u}}{n_1} - \frac{n_{2n}}{n_2} \right)^2. \tag{2.2.11}$$

Критична точка $\chi^2_{cr}(\alpha, k-1)$ знаходиться в спеціальній таблиці, входом у яку є рівень значимості α і кількість ступенів свободи до $k - 1$ (дод. Д). Якщо $\chi^2 > \chi^2_{cr}(\alpha, k-1)$, то гіпотеза про однорідність вибірок відкидається (критична область – правобічна). Слід зазначити, що цей критерій може бути використаний лише при досить великих об’ємах вибірок, принаймні, при $n > 50$.

Приклад 2.2.5. З метою вивчення міцності деякого виробу досліджено дві групи зразків, для кожного з яких визначена межа міцності на розрив.

Весь інтервал значень (від $38 \cdot 10^7$ до $62 \cdot 10^7$ Н/м^2) розбитий на 6 інтервалів рівної довжини, і визначені частоти попадання в кожен інтервал:

Інтервали	Ряди вимірювань		Суми за інтервалами
	1	2	
1 (38-42)	1	2	3
2 (42-46)	9	7	16
3 (46-50)	13	18	31
4 (50-54)	17	15	32
5 (54-58)	8	6	14
6 (58-62)	2	2	4
Суми за рядами	50	50	100

Використовуючи критерій Пірсона, при рівні значимості гіпотези 0,05 перевірити однорідність двох рядів вимірювань.

За формулою (2.2.11) одержують значення $\chi^2 = 1{,}8$. Далі знаходять $\chi^2_{cr}(0{,}05,\ 5) = 11{,}07$ в додатку Д. Гіпотеза про однорідність вибірок приймається. В двох рядах вимірювань представлені вибіркові значення з однієї і тієї ж генеральної сукупності.

Завдання 1. Продуктивність праці двох змін підприємства характеризується вибірками об'ємів $n_1 = 8$ і $n_2 = 10$:

$$x1 = \{19.68, 15.17, 20.54, 10.12, 22.69, 18.07, 22.65, 18.27\};$$
$$x2 = \{23.22, 23.04, 22.44, 20.64, 17.67, 19.47, 19.27, 15.29, 16.4, 17.45\}.$$

Необхідно різними способами перевірити гіпотезу (з рівнем значимості $\alpha = 0{,}05$) про те, що середня продуктивність двох змін однакова при конкуруючій гіпотезі: середня продуктивність змін відрізняється. Для цього виконати такі дії.

1. Розрахувати середні $\overline{x}_1$ та $\overline{x}_2$ і, користуючись інформацією про генеральні дисперсії $\sigma^2(x_1) = 4\ i\ \sigma^2(x_2) = 3$, порівняти значення статистики, що перевіряється, $|Z|$ з критичним значенням z_{cr}. Зробити висновок про прийняття гіпотези.
2. Вважаючи, що інформація про генеральні дисперсії $\sigma^2(x_1)$ і $\sigma^2(x_2)$ відсутня, замінити їхніми вибірковими виправленими дисперсіями $s^2(x_1)$ та $s^2(x_2)$ і проробити те ж, що в п. 1.
3. Використати критерій Вілкоксона, визначивши критичні значення по таблиці (дод. Е). Перевірити гіпотезу про однорідність вибірок.
4. Вважаючи, що об'єм вибірок досить великий і перевірочна статистика Вілкоксона підпорядкована нормальному розподілу, визначити числові характеристики W та перевірити гіпотезу про однорідність вибірок.

Вказівки з виконання завдання 1

1. Середні $\overline{x}_1$ і $\overline{x}_2$ в Excel можна знайти за допомогою функції AVERAGE, для обчислення модуля служить функція ABS. Критичне значення z_{cr} перебуває в таблиці значень функції Лапласа (дод. Б) при заданні $\Phi(z_{cr}) = (1 - \alpha)/2$, якщо критична область двостороння.
2. Виправлені дисперсії $s^2(x_1)$ i $s^2(x_2)$ в Excel можна знайти за допомогою функції VAR.
3. При об'єднанні двох вибірок потрібно заповнити два стовпчики даних: в першому стовпчику – номер вибірки (1 або 2), в другому – результат спостереження. Потім за допомогою СОРТУВАННЯ (меню «Дані») впорядковують дані в цих двох стовпчиках за зростанням чисел другого стовпчика (результат спостереження). Третій стовпчик заповнюють рангами – натуральними числами від 1 до $n_1 + n_2$ (в даному випадку – до 18). Суму рангів спостережень, що належать до першої (меншого об'єму) вибірки, знаходять за допомогою функції SUMIF, вказавши в ній у якості діапазону масив номерів вибірки (1-й стовпчик), в якості умови – число 1 (номер вибірки, для якої обчислюється сума рангів), у якості діапазону підсумовування – масив рангів (3-й стовпчик).
4. Після обчислення $M(W)$ (2.2.6) i $\sigma(W)$ (2.2.7) перевіряють виконання умови (2.2.9). При цьому z_{cr} буде мати те ж значення, що і в п. 2.2.1.

Завдання 2. Є 2 ряди вимірювань ($n_1 = 50$ і $n_2 = 55$).

$\boldsymbol{x_1}$:

29.4	31.8	28.5	35.9	30.6
25.5	29.6	35.5	28.0	28.3
28.4	28.5	27.1	28.4	29.0
32.7	28.2	26.7	31.4	30.1
29.3	30.5	30.4	34.5	29.3
32.9	30.4	29.4	28.2	32.9
29.3	24.3	30.3	29.3	29.5
24.5	32.6	31.8	29.0	30.6
30.9	30.6	25.9	31.2	32.8
29.6	30.6	32.4	29.0	31.7

$\boldsymbol{x_2}$:

35.1	25.9	27.8	33.1	29.9	27.4
28.0	26.4	27.0	32.0	33.9	31.6
27.9	33.4	29.1	30.0	34.0	35.1
26.7	24.4	29.0	26.9	25.8	24.5
25.9	29.9	34.7	31.1	26.8	29.8
33.8	30.4	33.8	24.0	27.9	
31.5	31.6	28.6	24.8	28.9	
34.8	33.4	32.7	25.8	32.1	
34.1	27.0	30.5	25.0	28.7	
24.1	27.6	28.2	28.3	31.9	

За допомогою критерію Пірсона при рівні значимості $\alpha = 0.05$ перевірити гіпотезу про однорідність вибірок.

Вказівки з виконання завдання 2

Для виконання цього завдання спочатку вводять вихідні дані в два стовпчики.

Формула Стерджеса рекомендує вибирати кількість інтервалів k однакової довжини залежно від об'єму вибірки n як $k = 1 + 3.3321\lg n$.

В нашому випадку вибірки мають об'єми 50 і 60, тому слід ввести 7 інтервалів.

Зазначивши, що дані вимірювань не виходять за межі інтервалу 24.0 – 35.9, і поділивши розмах варіацій $R = x_{max} - x_{min}$ на 7, одержують довжину кожного часткового інтервалу 1,7.

Отже, можна ввести такі інтервали:

$$4.0 - 25.7.\, 25.7 - 27.4.\, 27.4 - 29.1.\, 29.1 - 30.8.\, 30.8 - \\ -32.5.\, 32.5 - 34.2.\, 34.2 - 35.9.$$

Для знаходження частотних розподілів використовують функцію Excel FREQUENCY. В цієї функції два аргументи: масив даних і масив інтервалів. Значення попадає в деякий інтервал, якщо воно менше або дорівнює верхній межі цього інтервалу і більше верхньої межі попереднього інтервалу.

Формулу для цієї функції необхідно вводити як формулу масиву.

Після введення аргументів потрібно натиснути клавішу F2 (режим «Виправлення»), а потім натиснути комбінацію клавіш CTRL+SHIFT+ENTER. Якщо формула не буде введена як формула масиву, відобразиться лише одне значення.

Далі потрібно розрахувати значення статистики χ^2 і порівняти його із критичним значенням $\chi^2_{cr}(\alpha, k-1)$, після чого прийняти або відкинути гіпотезу про однорідність вибірок.

Після цього будують гістограми відносних частот двох вибірок. Вони будуть мати вигляд, як на рис. 2.2.2.

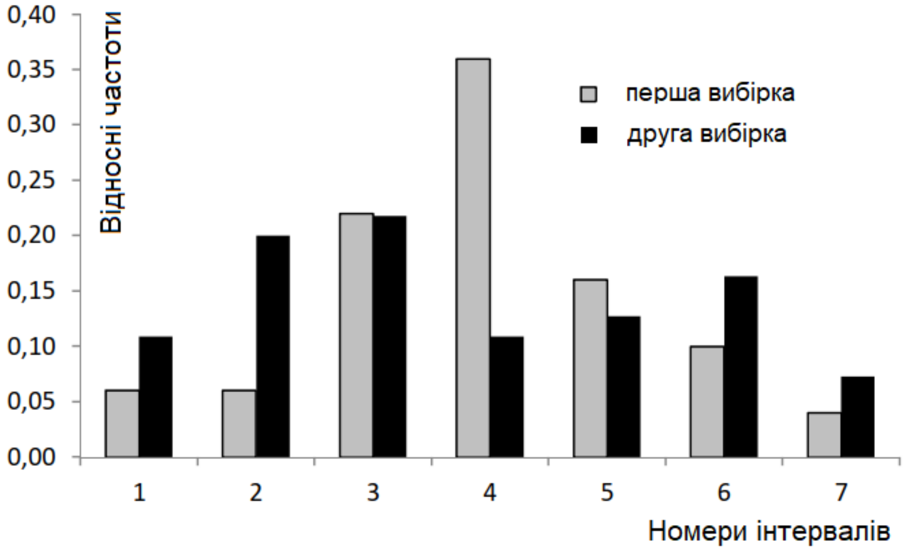


Рисунок 2.2.2 – Гістограми відносних частот двох вибірок

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Чому висновки на підставі перевірки статистичних гіпотез носять імовірнісний характер?
2. Що таке рівень значимості гіпотези?
3. В чому відмінність параметричних і непараметричних критеріїв перевірки гіпотез?
4. Як пов'язаний вид критичної області з конкуруючою гіпотезою?
5. На чому базується непараметричний метод порівняння двох емпіричних розподілів довільного виду?
6. Суть і особливості застосування критерію Вілкоксона.
7. Суть і особливості застосування критерію Пірсона.
8. Яку функцію Excel можна використати для знаходження частотних розподілів?

2.3 Порівняння дисперсій. Дисперсний аналіз

2.3.1 Порівняння вибіркової дисперсії з відомою дисперсією генеральної сукупності

Така постановка задачі може виникнути, якщо при проведенні вимірювань добре відпрацьованим методом з відомою характеристикою точності (СКВ) σ_0 були внесені деякі зміни в умови вимірювання.

Основна гіпотеза має вигляд $H_0\colon \sigma^2(x_1) = \sigma_0^2$, де під x_1 розуміють деякий набір вимірювань. Далі буде розглянуто два випадки конкуруючої гіпотези: $H_1\colon \sigma^2(x_1) > \sigma_0^2$ і $H_1\colon \sigma^2(x_1) < \sigma_0^2$.

В першому випадку припускають, що в результаті внесення змін в умови вимірювань точність могла погіршитися, а в другому – навпаки, покращитися.

Перевірочна статистика задається у вигляді

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2(x_1)}{\sigma_0^2}. \qquad (2.3.1)$$

При $H_1\colon \sigma^2(x_1) > \sigma_0^2$ критична область – правостороння. Знаходимо критичну точку $\chi_{cr}^2(\alpha, n-1)$. Якщо $\chi^2 > \chi_{cr}^2$, то H_0 відкидається (точність вимірювань погіршилася), а якщо ні, то немає підстав відхилити H_0.

При $H_1\colon \sigma^2(x_1) < \sigma_0^2$ критична область – лівостороння. Знаходимо критичну точку $\chi_{cr}^2(1-\alpha, n-1)$. Якщо $\chi^2 < \chi_{cr}^2$, то H_0 відкидається (точність вимірювань покращилася), а якщо ні, то немає підстав відхилити H_0.

Приклад 2.3.1. За результатами 17 вимірювань у нових умовах знайдена виправлена вибіркова дисперсія $s^2(x_1) = 0.24$, тоді як раніше вважалося, що точність вимірювань можна характеризувати величиною $\sigma_0^2 = 0.18$. Потрібно при рівні значимості 0,05 перевірити нульову гіпотезу $H_0\colon \sigma^2(x_1) = \sigma_0^2$, прийнявши в якості конкуруючої гіпотези $H_1\colon \sigma^2(x_1) > \sigma_0^2$.

За формулою (2.3.1) знаходимо

$$\chi^2 = \frac{16 \times 0.24}{0.18} = 21.33.$$

За таблицею (дод. Г) $\chi_{cr}^2(0.05;\ 16) = 26.5$. Так як $\chi^2 < \chi_{cr}^2$, немає підстав відхилити H_0. Точність вимірювань не погіршилась.

2.3.2 Порівняння двох вибіркових дисперсій

Припустимо, що є два вимірювальних пристрої, які призначені для вимірювання одного і того ж параметра, або, скажемо, два верстати, що виготовляють той самий вид деталей. Похибка вимірювання (або похибка виготовлення деталей за певним розміром, який контролюється) має нормальний розподіл з нульовим математичним очікуванням (інакше кажучи, систематична похибка відсутня). Потрібно перевірити, чи є точність двох вимірювальних пристроїв (точність роботи двох верстатів) однаковою.

Відсутність систематичної похибки означає, що в середньому, за результатами багатьох дослідів, обидва вимірювальних пристрої (або обидва верстати) працюють коректно. Із цього, звичайно, зовсім не випливає, що пристрої (верстати) працюють абсолютно точно в кожному окремому випадку, оскільки завжди мають місце випадкові помилки (розсіювання). Мірою розсіювання служить дисперсія. Тому необхідно перевірити гіпотезу про рівність генеральних дисперсій:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2.$$

Для цього добувають із сукупностей вибірки x_1 і x_2 об'єму n_1 і n_2 відповідно. За ними розраховують виправлені дисперсії $s^2(x_1)$ і $s^2(x_2)$. Нумерація сукупностей ведеться так, щоб виконувалась умова $s^2(x_1) > s^2(x_2)$. В якості статистики, що перевіряється, вибирають величину

$$F = \frac{s^2(x_1)}{s^2(x_2)}. \tag{2.3.2}$$

Розподіл, якому підпорядкована випадкова величина F, називається розподілом Фішера-Снедекора зі ступенями свободи $k_1 = n_1 - 1$ і $k_2 = n_2 - 1$.

Критичні точки розподілу Фішера-Снедекора можуть бути знайдені за спеціальною таблицею (дод. Ж), входом в яку є рівень значимості гіпотези α та числа k_1 і k_2. Конкуруюча гіпотеза може бути задана або у вигляді $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$, або $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$. В першому випадку має місце правобічна критична область і умову $P(F > F_{cr}) = \alpha$. Тому, критичну точку слід шукати як $F_{cr}(\alpha,\ k_1,\ k_2)$. В другому випадку одержують двосторонню критичну область, для якої $P(F > F_{cr}) = \alpha/2,$ і, отже, права критична точка визначається як $F_{cr}(\alpha/2\,, k_1, k_2)$. Ясно, що чим сильніше відрізняються виправлені вибіркові дисперсії, тем менше шансів, що нульова гіпотеза буде прийнята.

Отже, правила перевірки основної гіпотези $H_1: \sigma_1^2 = \sigma_2^2,$ при рівні значимості α такі.

Для конкуруючої гіпотези $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$ знаходять межу $F_{cr}(\alpha, k_1, k_2)$. правобічній критичній області. При $F < F_{cr}$ немає підстав відхилити основну гіпотезу; а якщо ні, то H_0 відкидається.

Для конкуруючої гіпотези $H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$. знаходять праву межу двосторонньої критичної області як $F_{cr}(\alpha/2\,, k_1, k_2\ )$. При $F < F_{cr}$ немає підстав відхилити основну гіпотезу; а якщо ні, то H_0 відкидається.

Приклад 2.3.2. Потрібно порівняти точність роботи двох верстатів за вибірками значень контрольованого розміру деталі. Вибірка з 1-го верстата: 8.1, 7.8, 8.0, 8.2, 8.1, 8.1, 7.9, 7.8. Вибірка з 2-го верстата: 7.9, 7.7, 8.5, 8.0. Чи можна при рівні значимості $\alpha = 0{,}01$ вважати точність верстатів однаковою, якщо прийняти в якості конкуруючої гіпотези: дисперсія для 2-го верстата вище, ніж для 1-го?

Розрахунки показують, що виправлена дисперсія для другої вибірки, дійсно, вища, ніж для першої. Тому нумерацію вибірок змінюють на протилежну і записують: $s^2(x_2) = 0.023, s^2(x_1) = 0.102$, звідки $F \approx 4.4$. В таблиці критичних точок знаходять $F_{cr}(0.01, 4, 7) = 7.85$. Оскільки $F < F_{cr}$, немає підстав відхилити нульову гіпотезу про однакову точність верстатів.

Результат може здивувати: адже дослід показав більш ніж чотириразову відмінність вибіркових дисперсій, але гіпотеза про рівність генеральних дисперсій не відкинута. По-перше, свою роль зіграли низькі об'єми вибірок. По-друге, слід пам'ятати, що задача вирішена для певного рівня значимості гіпотези. Збільшення рівня значимості а означає перехід до більш жорсткої перевірки нульової гіпотези й знижує її «шанси». Дійсно, при $\alpha = 0{,}05$ одержують $F_{cr}(0.05, 4, 7) = 4.12$, і отже, для цього рівня значимості гіпотеза повинна бути відхилена.

Приклад 2.3.3. За двома рядами вимірювань однакового об'єму (n = 12), які виконані двома приладами, знайдено $s^2(x_2) = 5.7$, $s^2(x_1) = 3.9$. При рівні значимості 0.02 перевірити гіпотезу $H_0 \colon \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ при $H_1 \colon \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

В цьому випадку критична область двостороння,

$$F_{cr}(\alpha/2, k_1, k_2) = F_{cr}(0.01, 11, 11) = 4.46,$$

тоді як значення критерію, яке спостерігається, дорівнює 1.46. Так як $F < F_{cr}$, немає підстав відкинути гіпотезу про рівність генеральних дисперсій. Точність вимірювань двох приладів суттєво не відрізняється.

2.3.3 Поняття про дисперсний аналіз. Види дисперсії

Дисперсний аналіз розроблений англійським вченим Р. Фішером для аналізу результатів біологічних процесів і явищ, зокрема, для оцінювання впливу сорту деякої сільськогосподарської культури на урожайність, проте цей метод може бути успішного застосований і в інших галузях. Нехай є m типів вимірювальних приладів. Для перевірки деякої величини було проведено по декілька вимірювань кожним приладом, і кожен показник зареєстрований. Потрібно оцінити вплив типу приладу на результати вимірювання, відокремивши його від впливу інших, випадкових факторів.

Існує декілька способів розв'язку подібних задач. Можна для кожного типу приладу оцінити середній показник і порівняти між собою ці вибіркові середні. В принципі, така задача вирішувалася в п. 2.3.2. Складність, полягає в тому, що тепер потрібно порівняти не дві, а m середніх. Для цього доведеться порівнювати середні попарно, але тоді при п'яти (наприклад) типах приладів доведеться перевірити $C_5^2 = 10$ гіпотез про рівність генеральних середніх. І якщо жодна з них не буде відкинута, то вплив фактору буде визнаний незначним.

Іншу схему вирішення подібної проблеми запропонував Фішер. Ідея полягала в тому, щоб перевіряти гіпотезу про вплив деякого фактору, аналізуючи характеристики варіації (різні види дисперсії). Такий підхід і одержав назву дисперсного аналізу.

Нехай $k = 1,\ 2, \ldots,\ m$ – номер вимірювального приладу; $n_k -$ кількість вимірювань приладом m типу; $n = \sum_{k=1}^{m} n_k -$ загальна кількість вимірювань; $x_{ki} -$ характеристика, яку вимірюють, отримана з i-го досліду k-го приладу.

Групова середня буде являти собою середній показник для приладів k-го типу:

$$\overline{x}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} x_{ki}. \tag{2.3.3}$$

Загальне середнє – середній показник за всіма вимірюваннями:

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n_k} x_{ki} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{m} n_k \overline{x}_k. \tag{2.3.4}$$

Тепер можна перейти до характеристик варіації. Скорочення *SS* відповідає англійському виразу Sumof Squares (сума квадратів).

Повна варіація і повна дисперсія

$$SST = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i=1}^{n_k} (x_{ki} - \overline{x})^2, \quad \sigma^2(x) = \frac{1}{n} SST \tag{2.3.5}$$

характеризують усю варіацію ознаки, що викликана як відомими, так і невідомими (випадковими) факторами.

Міжгрупова варіація і міжгрупова дисперсія

$$SSA = \sum_{k=1}^{m} (\overline{x}_k - \overline{x})^2 n_k,\ \sigma_A^2 = \frac{1}{n} SSA \tag{2.3.6}$$

характеризують розсіювання групових середніх щодо загального середнього. В нашому випадку саме ці величини будуть показувати, наскільки сильно відрізняється результат вимірювання для різних приладів, тобто наскільки істотний вплив виявляє фактор *A* на результат вимірювання. Тому можна називати ці величини факторною варіацією і факторною дисперсією.

Залишкова варіація і залишкова дисперсія

$$SSR = \sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_k}(x_{ki} - \overline{x}_k)^2,\ \sigma_R^2 = \frac{1}{n}SSR \tag{2.3.7}$$

характеризують розсіювання окремих вимірювань відносно «своїх» групових середніх. Вплив фактору типу приладу тут виключено, залишився лише вплив випадкових (неврахованих) факторів.

Примітка. Залишкова дисперсія – це середньозважене значення для так званих групових (внутрішніх) дисперсій:

$$\sigma^2(x_k) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n_k}(x_{ki} - \overline{x}_k)^2;\ \sigma_R^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{m}\sigma^2(x_k)n_k. \tag{2.3.8}$$

Сума міжгрупової (факторної) дисперсії і залишкової дисперсії:

$$\sigma_A^2 + \sigma_R^2 = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{m}\left(\overline{x}_k^2 n_k - 2\overline{x}_k\overline{x}n_k + \overline{x}^2 n_k\right) + \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{n_k}\left(x_{ki}^2 - 2x_{ki}\overline{x}_k + \overline{x}_k^2\right) =$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{m}\overline{x}_k^2 n_k}{n} - 2\overline{x}^2 + \overline{x}^2 + \overline{x^2} - \frac{2k = \sum_{k=1}^{m}\overline{x}_k\sum_{k=1}^{n_k}x_{ki}}{n} +$$

$$+ \frac{\sum_{k=1}^{m}\overline{x}^2 n_k}{n} = \overline{x^2} - \overline{x}^2 = \sigma^2.$$

Отже,

$$\sigma^2 = \sigma_A^2 + \sigma_R^2,\ SST = SSA + SSR. \tag{2.3.9}$$

Отримана рівність має важливий теоретичний і практичний зміст. Повна варіація (і повна дисперсія) кількісної ознаки може бути розкладена на дві складових. Перша з них відповідає тій частині, яка викликана впливом обраного фактору. Інший доданок є характеристикою варіації, обумовленої всіма іншими факторами, які не уточняються і приймаються випадковими.

Величина

$$0 \leq \eta^2 = \frac{SSA}{SST} \leq 1 \tag{2.3.10}$$

називається коефіцієнтом детермінації і показує, яку частку варіації забезпечує фактор, що досліджується.

Приклад 2.3.4. В табл. 2.3.1 наведені дані про значення деякої величини, яка вимірюється шляхом проведення 20 дослідів (по 4 досліди кожним з 5 приладів). Потрібно встановити вплив фактору типу приладу на величину показника, який вимірюється.

Таблиця 2.3.1 – Дані про результати вимірювань.

№ вимірювання	Рівні фактору (типи приладів)				
	1	2	3	4	5
1	1.8	2.1	1.8	1.6	1.9
2	2.1	2.3	1.6	1.8	2.4
3	1.8	2.4	1.9	1.3	2.2
4	1.9	2.6	2.1	1.5	2.3

Результати розрахунків групових середніх і дисперсій наведено в таблиці 2.3.2.

Таблиця 2.3.2 – Результати розрахунків дисперсій

Характеристики	Рівні фактору (k)				
	1	2	3	4	5
$\overline{x}_k$	1.9	2.35	1.85	1.55	2.2
$\sigma^2(x_k)$	0.015	0.0325	0.0325	0.0325	0.035

Загальна середня $\overline{x} = 1.97$. Рівність $\sigma^2 = \sigma_A^2 + \sigma_R^2$ виконується: загальна дисперсія $\sigma^2 = 0.1081$, факторна дисперсія $\sigma_A^2 = 0.0786$, залишкова дисперсія $\sigma_R^2 = 0.0295$. Коефіцієнт детермінації $\eta^2 \approx 0.727$.

Це означає, що 72.7 % варіації можна пояснити наявністю різних типів вимірювальних приладів, а інші 27.3 % обумовлені впливом інших факторів.

Одним із вихідних положень дисперсійного аналізу є рівність дисперсій у порівнюваних генеральних сукупностях, що належать до різних рівнів фактору. Строго кажучи, для порівняння трьох і більш дисперсій застосовується так званий критерій Кохрена. Спрощений підхід може полягати в порівнянні максимальної й мінімальної дисперсій за критерієм Фішера. Так, в прикладі 2.3.4 відношення максимальної і мінімальної дисперсій становить 2.33 (кількість ступенів свободи в цьому випадку однаково). При цьому $F_{cr}(0.05,\ 3,\ 3) = 9.28$, так що навіть крайні групові дисперсії не мають суттєвої відмінності і передумова дисперсійного аналізу виконана.

2.3.4 Гіпотеза про значимість фактору. Кількість ступенів свободи варіації. Критерій Фішера

Результат, отриманий при розгляді прикладу 2.3.4, досить переконливо свідчить про те, що тип приладу суттєво впливає на результат вимірювань. Можна відмітити, що результати вимірювань в окремих випадках різняться приблизно в 1.5 рази, що важко пояснити випадковістю. Втім, такі оцінки «на око» у статистиці загрожують помилками. До того ж, картина зовсім не завжди буває настільки визначеною, як у прикладі, що розглядається. Тому необхідно сформулювати правила перевірки статистичної гіпотези про значимість (вірніше – незначимість) фактору.

В дисперсному аналізі такий критерій базується на співвідношенні факторної та залишкової дисперсій. Ми вже використовували при порівнянні дисперсій критерій Фішера (2.3.2). Цим же шляхом ми підемо і зараз. Однак спочатку необхідно вирішити питання про число ступенів свободи варіації. Повна варіація (2.3.5) має $n-1$ ступінь свободи, а середній квадрат відхилення (Mean Square) розраховуючи на один ступінь свободи дорівнює

$$MST = \frac{SST}{n-1} = s^2(x) = \frac{n}{n-1}\sigma^2(x). \qquad (2.3.11)$$

Факторна варіація (2.3.6) має $m - 1$ ступінь свободи, і, відповідно:

$$MSA = \frac{SSA}{m-1} = s_A^2 = \frac{n}{m-1}\sigma_A^2. \qquad (2.3.12)$$

Залишкова варіація (2.3.7) має $n - m$ ступенів свободи, і, відповідно:

$$MSR = \frac{SSR}{n-m} = s_R^2 = \frac{n}{n-m}\sigma_R^2. \qquad (2.3.13)$$

Кількість ступенів свободи варіації, як і сама варіація, підкоряються правилу розкладання на «факторну» і «залишкову» частини:

$$n - 1 = m - 1 + (n - m). \qquad (2.3.14)$$

Для перевірки гіпотези про незначність впливу деякого фактору A в якості статистичного критерію розглядається відношення факторної і залишкової варіацій, обчислених з врахуванням кількості ступенів свободи:

$$F = \frac{MSA}{MSR}. \qquad (2.3.15)$$

Значення дисперсного відношення, яке спостерігають, порівнюється із межею правобічної критичної області $F_{cr}(\alpha,\ m-1,\ n-m)$. При $F < F_{cr}$ немає підстав відхилити нульову гіпотезу, а це означає, що вплив фактору A слід визнати незначним.

$$s_A^2 = \frac{20}{5-1}\sigma_A^2 = 0.393; \qquad s_R^2 = \frac{20}{20-5}\sigma_R^2 \approx 0.393;$$

$$F = \frac{s_A^2}{s_R^2} \approx 9.99; \qquad F_{cr}(0.05, 4, 15) = 3.06.$$

Так як $F > F_{cr}$, нульова гіпотеза відхиляється, отже, тип приладу значно впливає на результат вимірювання.

2.3.5 Двофакторний дисперсний аналіз

Нехай метою експерименту є виявлення залежності x від двох факторів A і B. При однофакторному дисперсному аналізі на кожному рівні фактору A довелося проводити повторні вимірювання, щоб знайти групові дисперсії. Для випадку двох факторів традиційний підхід вимагає проведення повторних експериментів при всіх можливих комбінаціях рівнів факторів. Якщо фактор A задається на рівнях $A_k\left(k = \overline{2, m}\right)$, а фактор B – на рівнях $B_i\left(i = \overline{1, l}\right)$, і при кожній комбінації рівнів проводиться однакова кількість дослідів N, то загальна кількість дослідів $n = mlN$ виявляється досить великою.

Спрощення полягає в тому, щоб використовувати повторні вимірювання на кожному рівні фактору A одночасно і для оцінки впливу фактору B. Тоді $n = ml$.

План такого експерименту буде виглядати таким чином (табл. 2.3.1):

Таблиця 2.3.1 – План експерименту

Рівні фактору B	Рівні фактору A				
	A_1	…	A_k	…	A_m
B_1	x_{11}	…	x_{k1}	…	x_{m1}
…	…	…	…	…	…
B_i	x_{1i}	…	x_{ki}	…	x_{mi}
…	…	…	…	…	…
B_l	x_{1l}	…	x_{kl}	…	x_{ml}

Розглянемо дві схеми проведення двофакторного дисперсного аналізу.

1. Двофакторний дисперсний аналіз без повторень (спрощений підхід). В цьому випадку кожній парі рівнів факторів $A_k B_i$ відповідає одне вимірювання x_{ki} загальна кількість вимірювань дорівнює $n = m \cdot l$.

Введемо групові середні по стовпцях і по рядках:

$$\overline{x}_k = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l} x_{ki}, \quad \overline{x}_i = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} x_{ki}. \qquad (2.3.16)$$

Знаходимо загальну середню

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{l} x_{ki.} \qquad (2.3.17)$$

Обчислюємо варіації:

- повну (пов'язану з усіма факторами, у тому числі неврахованими)

$$SST = \sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{l}(x_{ki} - \overline{x})^2; \qquad (2.3.18)$$

- пов'язану з фактором *A*

$$SSA = l\sum_{k=1}^{m}(\overline{x}_k - \overline{x})^2; \qquad (2.3.19)$$

- пов'язану з фактором *B*

$$SSB = m\sum_{i=1}^{l}(\overline{x}_i - \overline{x})^2; \qquad (2.3.20)$$

- пов'язану з неврахованими факторами (залишкову)

$$SSR = \sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{l}(x_{ki} - \overline{x}_k - \overline{x}_i + x)^2. \qquad (2.3.21)$$

Виконується правило розкладання як для самих варіацій

$$SST = SSA + SSB + SSR, \qquad (2.3.22)$$

так і для їх кількості ступенів свободи

$$m \cdot l = (m-1) + (l-1) + (m-1)(l-1). \qquad (2.3.23)$$

Для перевірки гіпотез про значимість факторів розраховують варіації на один ступінь свободи:

$$MSA = \frac{1}{m-1}SSA;\ MSB = \frac{1}{l-1}SSB;\ MSR = \frac{1}{(m-1)(l-1)}SSR. \qquad (2.3.24)$$

Для заданого рівня значимості α:

- фактор *A* визнається значимим, якщо $\frac{MSA}{MSR} > F_{cr}\big(\alpha,\ m-1,\ (m-1)(l-1)\big)$;
- фактор *B* визнається значимим, якщо $\frac{MSB}{MSR} > F_{cr}\big(\alpha,\ l-1,\ (m-1)(l-1)\big)$.

2. Двофакторний дисперсний аналіз із повторами («традиційний» підхід).

В цьому випадку кожній парі рівнів факторів $A_k\ B_i$ відповідає *N* вимірювань $x_{ki}^{(1)},\ x_{ki}^{(2)},\ \ldots\ x_{ki}^{(N)}$.

Загальна кількість вимірювань дорівнює $n = m \cdot l \cdot N$.

Знаходимо середню для кожної пари рівнів факторів:

$$\overline{x}_{ki} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ki}^{(j)}. \tag{2.3.25}$$

Вводимо групові середні по стовпцях і по рядках:

$$\overline{x}_k = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l} x_{ki}\,, \quad \overline{x}_i = \frac{1}{m}\sum_{k=1}^{m} x_{ki}. \tag{2.3.26}$$

Знаходимо загальну середню

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{l} \overline{x}_{ki}. \tag{2.3.27}$$

Обчислюємо варіації:

- повну (пов’язану з усіма факторами, у тому числі неврахованими)

$$SST = \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{l}\left(x_{ki}^{(j)} - \overline{x}\right)^2; \tag{2.3.28}$$

- пов’язану з фактором *A*

$$SSA = lN\sum_{k=1}^{m}(\overline{x}_k - \overline{x})^2; \tag{2.3.29}$$

- пов’язану з фактором *B*

$$SSB = mN\sum_{i=1}^{l}(\overline{x}_i - \overline{x})^2; \tag{2.3.30}$$

- пов’язану з взаємодією факторів *A* і *B*

$$SSAB = N\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{l}(\overline{x}_{ki} - \overline{x}_k + \overline{x})^2, \tag{2.3.31}$$

- пов’язану з неврахованими факторами (залишкову)

$$SSR = \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{l}\left(x_{ki}^{j} - \overline{x}_{ki}\right)^2. \tag{2.3.32}$$

Виконується правило розкладання як для самих варіацій

$$SST = SSA + SSB + SSAB + SSR, \tag{2.3.33}$$

так і для їх кількості ступенів свободи:

$$Nml - 1 = (m-1) + (l-1) + (m-1)(l-1) + ml(N-1). \tag{2.3.34}$$

Для перевірки гіпотез про значимість факторів розраховують варіації на один ступінь свободи:

$$\begin{gathered} MSA = \frac{1}{m-1}SSA;\ MSB = \frac{1}{l-1}SSB; \\ MSAB = \frac{1}{(m-1)(l-1)}SSAB;\ MSR = \frac{1}{ml(n-1)}SSR. \end{gathered} \tag{2.3.35}$$

Для заданого рівня значимості α:

- фактор *A* визнають значимим, якщо

$$\frac{MSA}{MSR} > F_{cr}\big(\alpha,\ m-1,\ ml(N-1)\big);$$

- фактор *B* визнають значимим, якщо

$$\frac{MSB}{MSR} > F_{cr}\big(\alpha,\ l-1,\ ml(N-1)\big);$$

- взаємодію факторів визнають значимою, якщо

$$\frac{MSAB}{MSR} > F_{cr}\big(\alpha,\ (m-1)(l-1),\ ml(N-1)\big).$$

Завдання 1. Підприємство виготовляє троси із синтетичних волокон, що постачаються чотирма різними постачальниками. Основною характеристикою троса є його міцність. Необхідно переконатися, що волокна, які поставляються різними постачальниками, мають однакову міцність. Для цього слід розробити схему експерименту, в ході якого вимірюється міцність тросів, виготовлених з волокон різних постачальників.

З волокон кожного постачальника виготовлено по п'ять тросів. Групи розділені за постачальниками $-A_1, A_2, A_3, A_4$. Міцність волокон вимірюється за допомогою спеціального обладнання, що випробовує троси на розрив. Результати експерименту (межа міцності на розрив), представлені в табл. 2.3.2:

Таблиця 2.3.2 – Результати експерименту

Постачальники			
A1	A2	A3	A4
18.5	26.3	20.6	25.4
24.0	25.3	25.2	19.9
17.2	24.0	20.8	22.6
19.9	21.2	24.7	17.5
18.0	24.5	22.9	20.4

Послідовність виконання завдання.

В Excel в надбудові «Аналіз даних» є спеціальний режим «Одномірний дисперсний аналіз». Однак для того, щоб краще зрозуміти суть методу, має сенс виконати хоча б кілька розрахунків без використання цього засобу.

1. За допомогою функції AVERAGE знайти групові середні (2.3.3) і загальну середню (2.3.4), помістити їх у додатковому рядку.
2. Для розрахунків повної варіації *SST* можна попередньо зробити табличку, у кожній клітинці якої обчислюється різниця між результатом вимірювання і загальної середньої, а потім застосувати функцію SUMSQ. Інший спосіб полягає у звертанні до функції VARP. Результат (зміщена оцінка $\sigma^2(x)$ генеральної дисперсії) повинен бути помножений на загальну кількість вимірювань $n = 20$.
3. Аналогічним способом може бути обчислена міжгрупова варіація SSA. Відмінність лише в присутності додаткового множника $n_k = 5$ і в тому, що замість результатів окремих вимірювань у розрахунках будуть фігурувати групові середні $\overline{x}_k$.
4. Розрахунок залишкової варіації SSR трохи складніший, оскільки доведеться підсумувати варіації (або дисперсії), обчислені окремо по кожній групі.
5. Кількість ступенів свободи становить: для $SSTn - 1 = 19$, для $SSA\,m - 1 = 3$, для $SSR\,n - m = 16$. З врахуванням цього обчислюють середні квадрати на один ступінь свободи MST, MSA, MSR.
6. Знаходять значення статистики Фішера $F = MSA/MSR$.
7. Для знаходження критичного значення $F_{cr}(0.05,\ 3,\ 16)$ можна скористатися дод. Ж або функцією FINV.

8. Переконавшись, що гіпотеза про незначимість фактору «Постачальник» для міцності троса повинна бути відкинута, обчислюють коефіцієнт детермінації (2.3.10).

Розв’язок закінчений. Результати будуть проаналізовані після застосування другого, набагато простішого способу.

Для цього потрібно перейти по меню Дані → Data Analysis, вибрати пункт «Anova: Single Factor» і заповнити вікно, що відкрилося (рис. 2.3.1).

Після натискання на ОК з’являються результати, як на рис. 2.3.2.

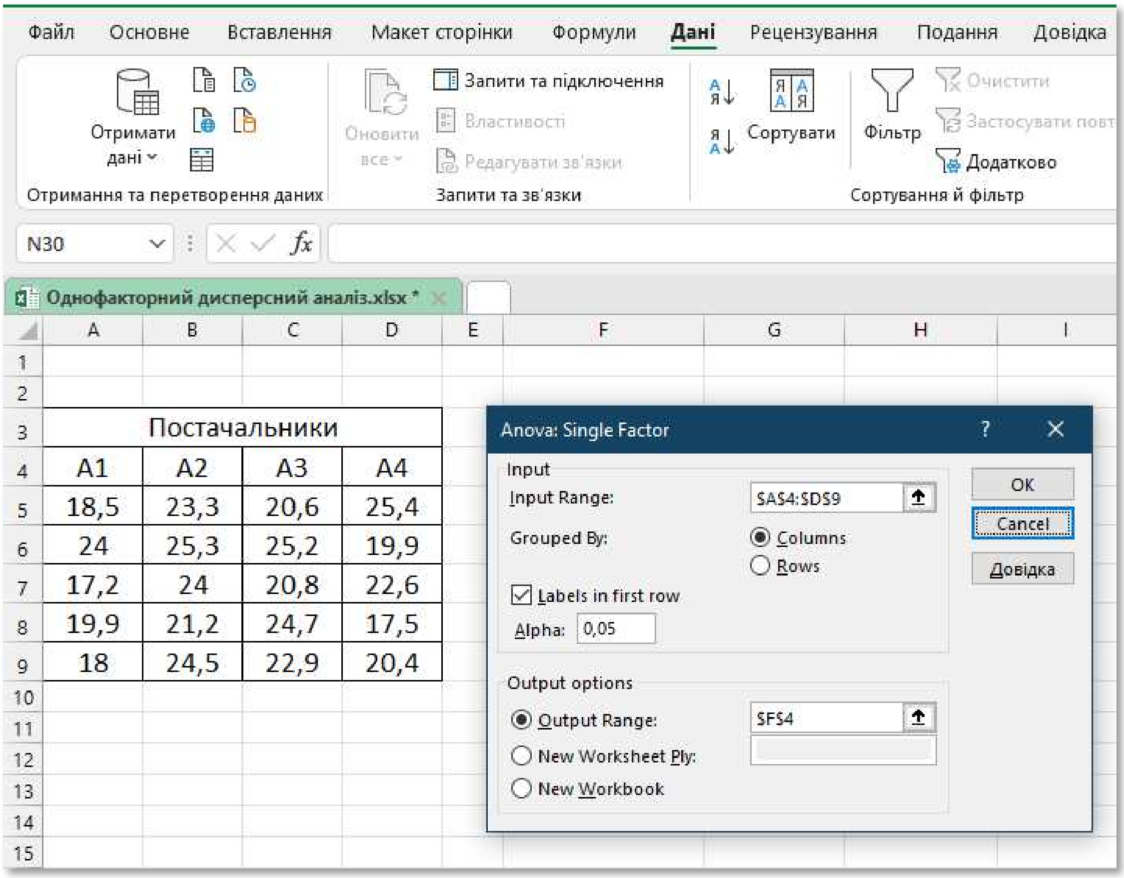
Аналіз результатів

Необхідно мати на увазі, що значення в стовпці «Дисперсія» на рис. 2.3.2 – це виправлені дисперсії (їх в Excel можна знайти за допомогою функції VAR, а не VARP).

Усі інші результати не повинні відрізнятися від тих, які одержані «вручну» відповідно до опису в п. 1-8. Отже, оскільки значення статистики Фішера перевищує критичне значення ($3.46 > 3.23$), гіпотеза про незначний вплив фактору «Постачальник» на середнє значення межі міцності троса відкидається.

Значення коефіцієнта детермінації $\eta^2 = SSA/SST = 63.2855/160.7895 =$ 0,394 показує, що цей фактор визначає варіацію міцності троса на 39.4 %.

Інші 60.6 % варіації міцності троса визначаються іншими, неврахованими факторами.



	A	B	C	D
3	Постачальники			
4	A1	A2	A3	A4
5	18,5	23,3	20,6	25,4
6	24	25,3	25,2	19,9
7	17,2	24	20,8	22,6
8	19,9	21,2	24,7	17,5
9	18	24,5	22,9	20,4

Anova: Single Factor

Input

Input Range: $A$4:$D$9

Grouped By: ● Columns ○ Rows

☑ Labels in first row

Alpha: 0,05

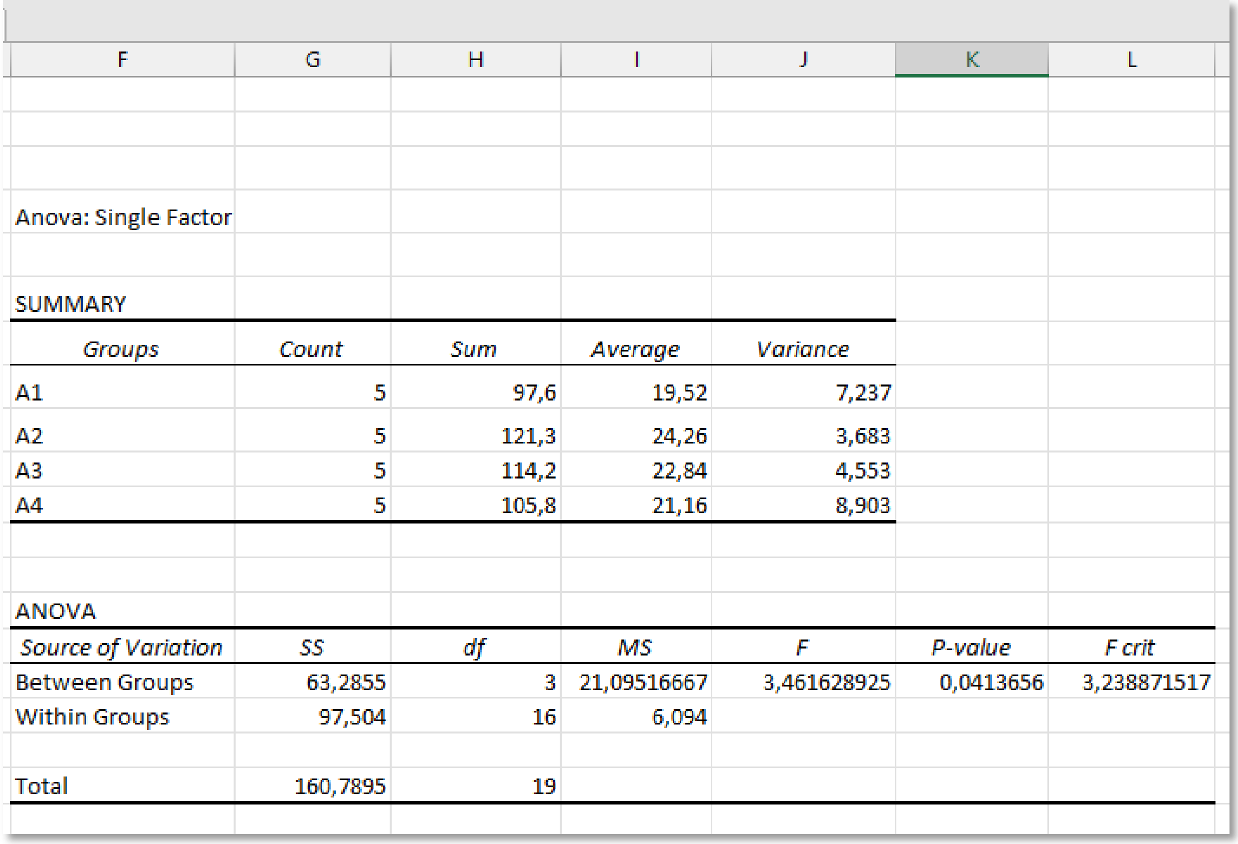
Output options

● Output Range: $F$4

○ New Worksheet Ply:

○ New Workbook

Рисунок 2.3.1 – Однофазний дисперсний аналіз (вихідні дані)



Anova: Single Factor

SUMMARY

Groups	Count	Sum	Average	Variance
A1	5	97,6	19,52	7,237
A2	5	121,3	24,26	3,683
A3	5	114,2	22,84	4,553
A4	5	105,8	21,16	8,903

ANOVA

Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit
Between Groups	63,2855	3	21,09516667	3,461628925	0,0413656	3,238871517
Within Groups	97,504	16	6,094			
Total	160,7895	19				

Рисунок 2.3.2 – Однофакторний дисперсний аналіз (результати)

Завдання 2. Це завдання слід розглядати як ускладнення попереднього. На підприємстві використовується два види верстатів для виготовлення тросів. Необхідно переконатися, що всі волокна, що поставляються, мають однакову міцність.

Чи можна стверджувати, що троси, виготовлені на верстаті 1-го типу, мають таку саму міцність, як і троси, виготовлені на верстатах другого типу?

Чи існує різниця між міцністю тросів, виготовлених із синтетичних волокон різних постачальників на різних верстатах?

Щоб відповісти на ці питання, слід розробити схему експерименту, у ході якого вимірюється міцність тросів, виготовлених із синтетичних волокон різних постачальників на різних верстатах.

На додачу до даних завдання 1, які тепер стосуються верстата 2-го типу, є дані, що стосуються верстата 1-го типу (табл. 2.3.3):

Таблиця 2.3.3 – Додаткові експериментальні дані

Постачальники			
A_1	A_2	A_3	A_4
20.6	22.6	27.7	21.5
18.0	24.6	18.6	20.0
19.0	19.6	20.8	21.1
21.3	23.8	25.1	23.9
13.2	27.1	17.7	16.0

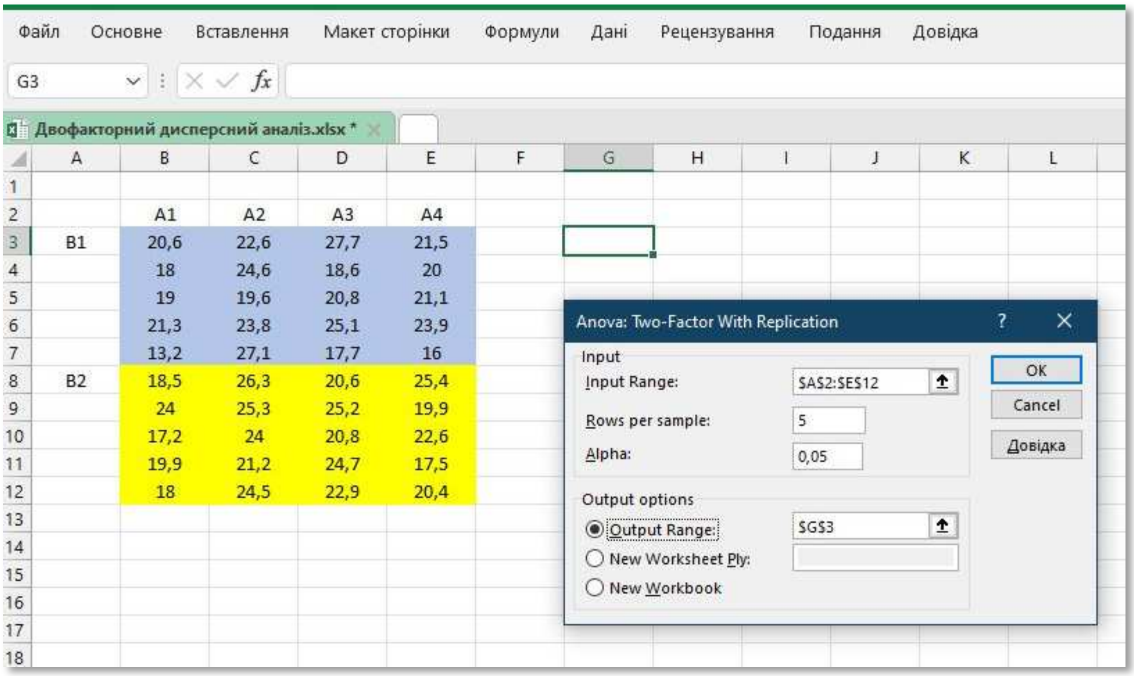
Послідовність виконання завдання

Розглянемо, як можна зробити розрахунки без використання надбудови «Аналіз даних». Тепер крім 4 рівнів фактору *A* в нас є 2 рівня фактору *B* (верстати двох типів). При кожній комбінації факторів – 5 вимірювань. Отже, $m = 4$, $l = 2$, $N = 5$, $n = 40$. Далі потрібно зробити такі кроки.

1. Розраховуємо середні $\bar{x}_{ki}$ (2.3.25) при кожній комбінації рівнів факторів.
2. Обчислюємо групові середні (2.3.26) і загальну середню (2.3.27).
3. Знаходимо *SST* (2.3.28), *SSA* (2.3.19) і *SSB* (2.3.20).
4. Знаходимо *SSAB* (2.3.31). Це новий елемент обчислень у порівнянні із завданням 1, але він вимагає лише використання функцій AVERAGE і SUM.
5. Для розрахунків *SSR* (2.3.32) доцільно підготувати табличку, в якій кожен елемент являє собою різницю між результатом конкретного вимірювання і середнім значенням, обчисленим за 5 вимірюваннями, що стосуються даної комбінації рівнів факторів, а потім використовувати функцію SUMSQ.
6. Кількість ступенів свободи становить: для $SSTn-1 = 39$, для $SSAm-1 = 3$, для $SSBl-1 = 1$, для $SSAB\,(m-1)(l-1) = 3$, для $SSRml(N-1) = 32$. З врахуванням цього обчислюють середні квадрати на 1 ступінь свободи $MST, MSA, MSB, MSAB, MSR$ (2.3.35).

Знаходимо значення статистик $F_A = MSA/MSR$, $F_B = MSB/MSR$, $F_{AB} = MSAB/MSR$ і критичні значення $F_{Acr} = (0.05,\ 3,\ 32)$, $F_{Bcr}(0.05,\ 1,\ 32)$, $F_{ABcr}(0.05,\ 3,\ 32)$.

Робимо висновки про значимість впливу кожного фактору окремо і впливу, зумовленого взаємодією факторів. Розглянемо розв’язок даного завдання за допомогою надбудови «Аналіз даних» і проаналізуємо результати. Переходимо по меню Дані → Data Analysis, даних, виберемо Anova: Two-Factor With Replication і заповнимо вікно, що відкрилося (рис. 2.3.3).



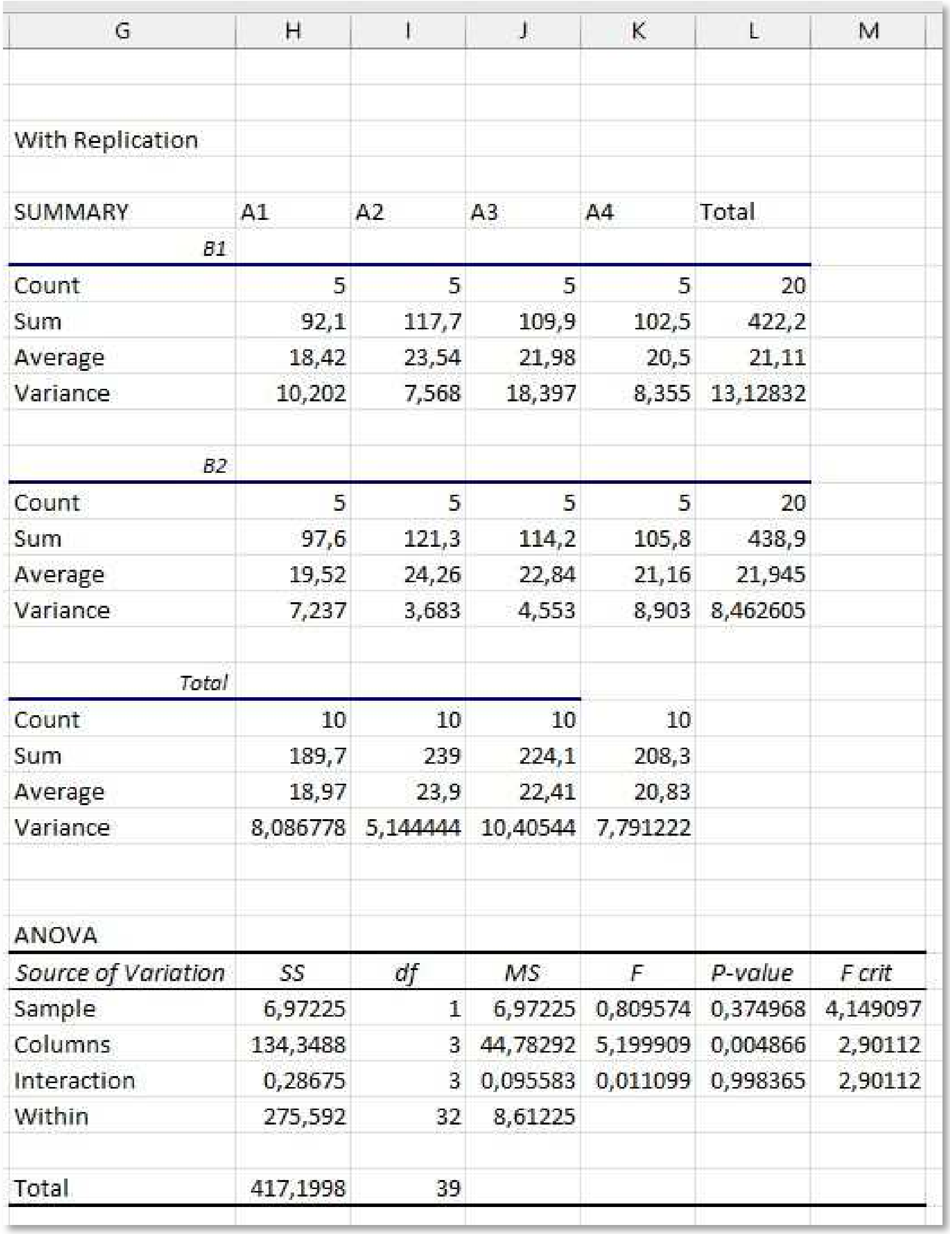
	A	B	C	D	E
1					
2		A1	A2	A3	A4
3	B1	20,6	22,6	27,7	21,5
4		18	24,6	18,6	20
5		19	19,6	20,8	21,1
6		21,3	23,8	25,1	23,9
7		13,2	27,1	17,7	16
8	B2	18,5	26,3	20,6	25,4
9		24	25,3	25,2	19,9
10		17,2	24	20,8	22,6
11		19,9	21,2	24,7	17,5
12		18	24,5	22,9	20,4

Input Range: $A$2:$E$12
Rows per sample: 5
Alpha: 0,05
● Output Range: $G$3
○ New Worksheet Ply:
○ New Workbook

Рисунок 2.3.3 – Двофакторний дисперсний аналіз (вихідні дані)

Після натискання на ОК з’являються результати (рис. 2.3.4). Проаналізуємо їх. Спочатку слід перевірити, чи існує взаємодія між факторами А (постачальниками) і В (типами верстата). Якщо ефект взаємодії є значним, подальший аналіз обмежується лише оцінкою цього ефекту. З іншого боку, якщо ефект взаємодії незначний, необхідно зосередитися на головних ефектах – потенційних відмінностях між постачальниками (фактор А) і типами верстатів (фактор В).

Щоб визначити наявність ефекту взаємодії при заданому рівні значимості (0,05), застосовуються такий критерій: нульова гіпотеза про відсутність ефекту взаємодії відхиляється, якщо обчислене значення (рис. 2.3.4, таблиця ANOVA, рядок Interaction, стовпчик *F*) більше критичного значення (рис. 2.3.4, рядок Interaction, стовпчик *F crit*). Оскільки $F = 0{,}01 < 2{,}90$, гіпотеза не відхиляється. Отже, немає підстав стверджувати, що фактори постачальника і верстата взаємодіють один з одним. Тепер необхідно проаналізувати головні ефекти.



G	H	I	J	K	L	M
With Replication						
SUMMARY	A1	A2	A3	A4	Total	
B1						
Count	5	5	5	5	20	
Sum	92,1	117,7	109,9	102,5	422,2	
Average	18,42	23,54	21,98	20,5	21,11	
Variance	10,202	7,568	18,397	8,355	13,12832	
B2						
Count	5	5	5	5	20	
Sum	97,6	121,3	114,2	105,8	438,9	
Average	19,52	24,26	22,84	21,16	21,945	
Variance	7,237	3,683	4,553	8,903	8,462605	
Total						
Count	10	10	10	10		
Sum	189,7	239	224,1	208,3		
Average	18,97	23,9	22,41	20,83		
Variance	8,086778	5,144444	10,40544	7,791222		

ANOVA

Source of Variation	*SS*	*df*	*MS*	*F*	*P-value*	*F crit*
Sample	6,97225	1	6,97225	0,809574	0,374968	4,149097
Columns	134,3488	3	44,78292	5,199909	0,004866	2,90112
Interaction	0,28675	3	0,095583	0,011099	0,998365	2,90112
Within	275,592	32	8,61225			
Total	417,1998	39				

Рисунок 2.3.4 – Двофакторний дисперсний аналіз (результати)

Фактору A відповідає рядок Columns, фактору B – рядок Sample. Оскільки $F_A = 5.20 > F_{Acr} = 2.90$, можна стверджувати, що між міцністю тросів, виготовлених з волокна, придбаного в різних постачальників, існує суттєва різниця. В той же час $F_B = 0.81 < F_{Bcr} = 4.15$. Отже, підстав стверджувати, що між міцністю тросів, виготовлених на різних верстатах, існує суттєва різниця, недостатньо.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Сформулюйте суть дисперсного аналізу.
2. Які види середніх, варіацій і дисперсій вводяться в дисперсному аналізі?
3. Яка рівність для дисперсій виконується в дисперсному аналізі?
4. Правила перевірки статистичної гіпотези про значимість.
5. Як визначається коефіцієнт детермінації і що він показує?
6. Критерій Фішера і його використання в дисперсному аналізі.
7. Особливості застосування режиму «Одномірний дисперсний аналіз».
8. Охарактеризуйте дві схеми двофакторного дисперсного аналізу (спрощений і традиційний підходи).

2.4 Кореляційний аналіз

2.4.1 Кореляційний зв'язок. Загальні відомості з теорії кореляції

Іноді залежності між величинами (наприклад, фізичними) досить точно описуються певними, строгими законами. Наприклад, з кінематики відомо, що тіло, кинуте вертикально вгору з поверхні Землі зі швидкістю v_0, повинно піднятися на висоту $H = v_0^2/2g$, де $g = 9{,}81$ м/с^2 – прискорення вільного падіння. Однак, провівши цей дослід, ми чи навряд одержимо результат, який повністю відповідає формулі. Справа в тому, що формула не повністю відповідає реальним умовам. По-перше, не враховано неоднорідність поля сили ваги в різних точках земної поверхні. По-друге, існує опір повітря, яке буде приводити до деякого зниження точки максимального підйому. Сила опору повітря залежить від швидкості руху і від форми тіла, а також від густини повітря. Все це сильно ускладнює задачу. І все-таки всі перераховані фактори можуть бути враховані. Залежність стане більш складною, але кожному певному значенню v_0 (при постійних параметрах, що характеризують силу ваги і силу тертя) буде відповідати певне значення H.

Якщо величини x і y пов'язані так, що кожному значенню x відповідає одне певне значення y, то говорять, що має місце функціональна залежність $y = f(x)$.

Однак на практиці часто доводиться зустрічатися із задачами, де дві величини пов'язані одна з одною, але зв'язок цей такий, що одному значенню кількісної ознаки X можуть відповідати різні значення іншої ознаки Y, які заздалегідь не можна точно передбачити. Це дозволяє говорити про наявність спільної варіації кількісних ознак.

Приклад 2.4.1. Існує залежність межі міцності сталі від вмісту в ній вуглецю. Однак через те, що на величину міцності, яка реєструється, впливає не лише вміст вуглецю в сталі, але і інші фактори (вміст марганцю і кремнію, зміна технології виготовлення, похибка вимірювання тощо), одному значенню вмісту вуглецю практично відповідає ряд значень міцності.

Кореляційним зв'язком називається імовірнісна або статистична залежність, що не має строгого функціонального характеру. В деяких випадках кореляційний зв'язок допускає чисто теоретичне дослідження, оскільки можлива побудова спільного закону розподілу випадкових величин. Теорія кореляції випадкових величин, яка застосовується при цьому є розділом теорії імовірностей. В інших випадках дослідження кореляційного зв'язку повинне ґрунтуватися на даних спостережень поведінки кількісних ознак (тобто на статистичних даних). Таке дослідження називають кореляційним аналізом.

З теорії кореляції відомо, що коли результат досліду описується не однією, а декількома випадковими величинами, які залежать одна від одної, то говорять про систему випадкових величин.

Нехай дискретна випадкова величина X може приймати значення x_i, $i = \overline{1, k}$, дискретна випадкова величина Y приймає значення y_j, $j = \overline{1, m}$. Відомі також імовірності, з якими система набуде певних станів: $p_{ij} = p(x_i, y_j)$.

Можна ввести закони розподілу складових системи

$$P(X = x_i) = \sum_j p_{ij}\,;\; P(Y = y_j) = \sum_i p_{ij}$$

і умовні закони розподілу складових

$$P(X = x_i | Y = y_j) = \frac{p_{ij}}{P(Y = y_j)};$$
$$P(Y = y_j | X = x_i) = \frac{p_{ij}}{P(X = x_i)}.$$

Важливим є поняття умовного математичного очікування – це математичне очікування однієї випадкової величини (B) за умови, що інша випадкова величина (*X*) приймає певне значення (x_i):

$$M(Y|X = x) = \sum_j y_j\, P(Y = y_j | X = x_i). \qquad (2.4.1)$$

Якщо $M(Y|X = x) = \varphi(x)$, то $\varphi(x)$ називається функцією регресії *Y* по *X*. Функція регресії встановлює форму кореляційного зв’язку двох випадкових величин. Зокрема, вона може виявитися лінійною. Форма кореляційного зв’язку (лінійна або нелінійна) не дає інформації про те, наскільки тісно пов’язані між собою випадкові величини, як дві випадкові величини варіюються спільно, тобто корелюються, і як варіюються незалежно одна від одної.

В якості показника тісноти зв’язку двох величин логічно запропонувати такий показник, який набуває нульового значення при повній відсутності залежності між Х і Y. Кореляційним моментом (або коваріацією) випадкових величин Х і Y називається математичне очікування добутку їх відхилень:

$$\mu(X, Y) = M\{[X - M(X)][Y - M(Y)]\} \text{ або } \mu(X, Y) = M(XY) - M(X)M(Y),$$

що (як і було потрібно) дорівнює нулю для незалежних випадкових величин. Якщо $\mu(X, Y) \neq 0$, то випадкові величини називаються корельованими. Корельоровані величини залежні (обернене не завжди вірно).

Кореляційний момент має розмірність, яка дорівнює добутку розмірностей випадкових величин.

Коефіцієнтом лінійної кореляції називається безрозмірна величина

$$r(X, Y) = \frac{\mu(X, Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{M(XY) - M(X)M(Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)}. \qquad (2.4.2)$$

Якщо між двома випадковими величинами існує лінійна залежність (її можна розглядати як гранично тісну кореляцію), то модуль коефіцієнта кореляції дорівнює одиниці. Область значень коефіцієнта кореляції $|r(X,Y)| \leq 1$.

2.4.2 Двовимірна нормальна випадкова величина

Розглянемо тепер систему безперервних випадкових величин (X,Y). Щільністю імовірності системи (X,Y) називається величина

$$f(x,y) = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \Delta y \to 0}} \frac{P(x \leq X \leq x + \Delta x, y \leq Y \leq y + \Delta y)}{\Delta x \Delta y}.$$

Закони розподілу складових знаходять як

$$f_1(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy;\ f_2(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx;$$

Для незалежних випадкових величин $f(x,y)=f_1(x)f_2(y)$.

Функція регресії Y по X має вигляд

$$M(Y|X=x) = \int_{-\infty}^{\infty} y\psi(y|x)dy, \tag{2.4.3}$$

де $\psi(y|x) = f(x,y)/f_1(x)$.

Двовимірною нормальною випадковою величиною називається система (X,Y), що має щільність імовірності

$$f(x,y) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-r^2}\sigma_1\sigma_2}\cdot$$

$$\cdot\, exp\left\{-\frac{1}{2(1-r^2)}\left[\left(\frac{x-a_1}{\sigma_1}\right) - 2r\left(\frac{x-a_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{y-a_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{y-a_2}{\sigma_2}\right)\right]\right\}.$$

Функція $f(x,y)$ має 5 параметрів: $a_1,\ a_2,\ \sigma_1,\ \sigma_2,\ r$. Шляхом перетворень можна одержати

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dxdy = 1;$$

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{\frac{(x-a_1)^2}{\sigma_1^2}}; \quad f_2(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{\frac{(y-a_2)^2}{\sigma_2^2}};$$

$$\frac{M[(X-a_1)(Y-a_2)]}{\sigma_1\sigma_2} = r.$$

При $r = 0$ $f_1(x)f_2(y) = f(x,y)$.

Таким чином, отримуємо:

- функція $f(x,y)$ завжди задовольняє умову нормування;
- *X* і *Y* – нормальні випадкові величини, причому

$$M(X) = a_1,\ M(Y) = a_2,\ \sigma(X) = \sigma_1,\ \sigma(Y) = \sigma_2;$$

- параметр r має зміст коефіцієнта кореляції системи;
- для системи нормальних випадкових величин некорельованість тотожна незалежності (в загальному випадку це не так).

Графік функції щільності являє собою поверхню, вершина якої перебуває в точці $(\mathrm{a}_1, \mathrm{a}_2)$, а крутизна «схилів» залежить від σ_1 і σ_2. Лініями рівня є так звані еліпси розсіювання:

$$\left(\frac{x-a_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2r\left(\frac{x-a_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{y-a_2}{\sigma_2}\right) + \left(\frac{y-a_2}{\sigma_2}\right)^2 = \mathrm{const}.$$

Якщо випадкові величини не корельовані ($r = 0$), то осі еліпсів орієнтовані уздовж осей координат. Якщо при цьому $\sigma_1 = \sigma_2$ еліпси перетворюються в кола.

На рис. 2.4.1 побудовані тривимірні графіки щільності імовірності для двох нормальних систем. На рис. 2.4.1, *а* зображений розподіл двовимірної випадкової величини з параметрами:

$$a_1 = 3;\ a_2 = 5;\ \sigma_1 = 1;\ \sigma_2 = 2;\ r = 0{,}7.$$

Осі еліпсів розсіювання повернені відносно осей координат на деякий кут. Область найбільш імовірних станів системи витягнута так, що більшим значенням *X* відповідають більші ж значення *Y*.

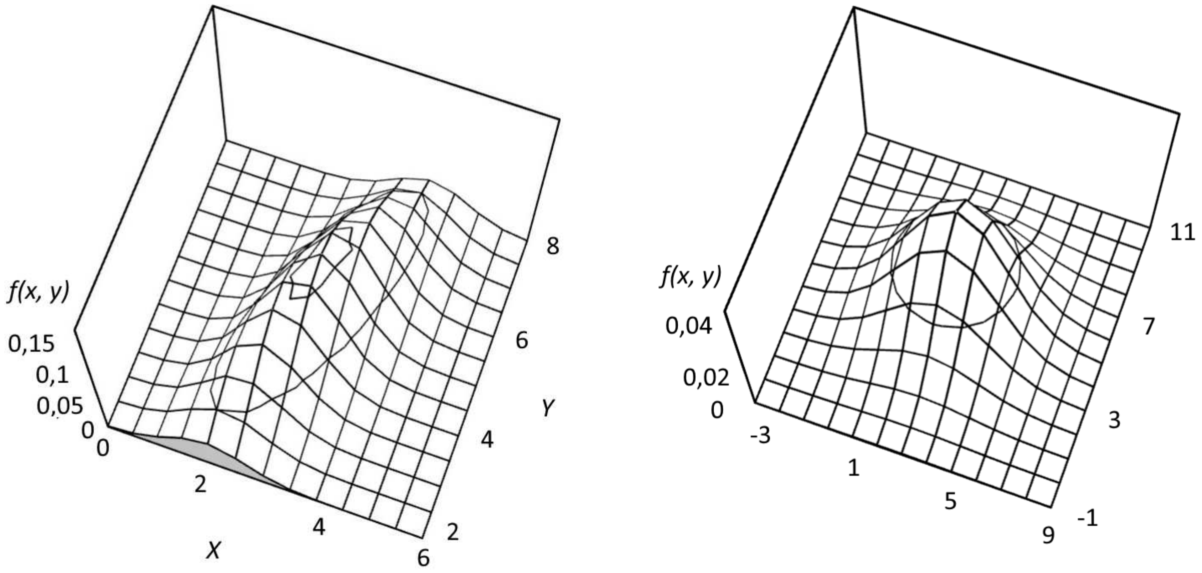
На рис. 2.4.1, б зображений розподіл нормальної системи з параметрами:

$$a_1 = 3;\ a_2 = 5;\ \sigma_1 = 2;\ \sigma_2 = 2;\ r = 0.$$

Функції регресії двовимірної нормальної величини (як Y по X, так і X по Y) лінійні:

$$M(Y|X = x) = a_2 + r\frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x - a_1);$$

$$M(X|Y = y) = a_1 + r\frac{\sigma_x}{\sigma_y}(y - a_2).$$



а) б)

Рисунок 2.4.1 – Графіки щільності імовірності для двох нормальних систем

При $r = \pm 1$ між величинами повинна бути функціональний лінійний зв'язок. Дійсно, у цьому випадку обидва рівняння регресії перетворюються в одне:

$$y = a_2 \pm \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_x}\right)(x - a_1) \text{ і } x = a_1 \pm \left(\frac{\sigma_\text{x}}{\sigma_y}\right)(y - a_2).$$

2.4.3 Парний кореляційний аналіз числових даних

Існує дві версії кореляційного аналізу. Перша належить до випадку, коли вихідні дані групуються в кореляційній таблиці. Спочатку вводять інтервали значень X і Y. Відмінність від звичайного (одномірного) статистичного розподілу буде полягати в тому, що дані групуються не просто в інтервалах значень X і Y, а в деяких прямокутниках на площині X0Y.

Для цього досить на графік результатів спостережень (діаграму розсіювання) нанести сітку і підрахувати кількість точок, що попадають у комірки цієї сітки (це будуть частоти n_{ij}). Далі, у якості варіантів X і Y беруть середини відповідних інтервалів. Тоді X буде приймати значення x_i, $i = \overline{1,k}$; $Y -$ значення y_j, $j = \overline{1,m}$.

Величина $\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} n_{ij} = n$ – повна кількість спостережень (об'єм парної вибіркової сукупності).

Сума частот за стовпцями і за рядками кореляційної таблиці:

$$n_{xi} = \sum_{j=1}^{m} n_{ij}, \ n_{yj} = \sum_{i=1}^{k} n_{ij}. \qquad (2.4.4)$$

Тоді можна знайти середні значення величин

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_{xi}x_i, \; \overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m} n_{yj}\, y_j, \tag{2.4.5}$$

а також умовне середнє значення *Y* при будь-якому заданому значенні величини *X*:

$$\overline{y}(x_i) = \frac{1}{n_{xi}}\sum_{j=1}^{m} n_{ij}y_j, \quad i = 1, \, \dots, \, k). \tag{2.4.6}$$

Умовне середнє значення є статистичним аналогом (і оцінкою) умовного математичного очікування, формули (2.4.1) і (2.4.3).

Таблична функція $\overline{y}(x_i), \; i = 1, \; \dots, \; k)$, називається емпіричною функцією регресії.

Вибірковий коефіцієнт лінійної кореляції обчислюється як

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}, \tag{2.4.7}$$

де $\sigma_x, \sigma_y -$ вибіркові середньоквадратичні відхилення.

У випадку, коли дані згруповані у вигляді кореляційної таблиці, розрахункові формули будуть виглядати таким чином:

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m} x_i y_j n_{ij}\,; \quad \sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}(x_i - \overline{x})^2 n_{xi}; \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m}\left(y_j - \overline{y}\right)^2 n_{yj}.$$

Як і коефіцієнт кореляції випадкових величин (2.4.2), вибірковий коефіцієнт кореляції може приймати значення в межах від –1 до 1.

Якщо кількісні ознаки тісно корельовані (тобто близькі до лінійної функціональної залежності), то $r_{xy} \approx \pm 1$.

Однак з того, $r_{xy} \neq 0$, ще не можна зробити висновок, що не дорівнює нулю і генеральний коефіцієнт кореляції $r(X, \; Y)$. Отже, постає питання про значимість вибіркового коефіцієнта кореляції r_{xy}. Фактично, потрібно перевірити, чи можна вважати величини X і Y корельованими на підставі результату $r_{xy} \neq 0$, або ж відхилення r_{xy} від нуля незначне і випадкове.

Нехай отримані дані парних спостережень величин X і Y, спільний розподіл яких у генеральній сукупності нормальний. Обчислений вибірковий коефіцієнт кореляції $r_{xy} \neq 0$. Нульова і конкуруюча гіпотези мають вигляд $H_0: r(X, Y) = 0; H_1: r(X, Y) \neq 0$.

В якості статистики, що перевіряється, використовується випадкова величина

$$T_r = r_{xy}\sqrt{\frac{n-2}{1-r_{xy}^2}}, \qquad (2.4.8)$$

що підлягає розподілу Стьюдента. Будується двостороння критична область. Права критична точка $t_{2cr}(\alpha, \kappa)$, де $k = n - 2$, може бути знайдена з таблиці (додаток Д).

Якщо при заданому рівні значимості $|T_r| < t_{2cr}(\alpha, k)$, то немає підстав відхилити нульову гіпотезу (кореляції немає); а якщо ні, то H_0 відкидається (кореляція присутня).

Складання кореляційної таблиці в деяких випадках може бути корисним, але не обов'язковим (особливо при використанні комп'ютера).

Якщо дані не згруповані, а представлені у вигляді переліку, то для обчислення коефіцієнта кореляції (2.4.7) слід скористатися формулами:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i; \quad \overline{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i\,; \quad \overline{xy} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i y_i\,;$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\overline{x})^2; \quad \sigma_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - (\overline{y})^2.$$

Такий розрахунок більш точний, ніж при використанні кореляційної таблиці, оскільки в якості варіантів *X* і *Y* беруть їх реальні значення.

Приклад 2.4.2. Є результати 30 парних вимірювань двох величин (таблиця 2.4.1).

Таблиця 2.4.1 – Результати вимірювань

Номер вимірювання	*X*	*Y*	Номер вимірювання	*X*	*Y*	Номер вимірювання	*X*	*Y*
1	26	77	11	87	16	21	18	67
2	57	34	12	57	55	22	25	57
3	36	59	13	64	32	23	23	68
4	87	25	14	98	34	24	78	31
5	44	56	15	12	78	25	25	68
6	35	72	16	45	78	26	44	76
7	19	68	17	5	89	27	38	57
8	26	67	18	48	35	28	52	38
9	48	58	19	72	42	29	25	65
10	33	79	20	30	78	30	37	73

Для складання кореляційної таблиці розіб'ємо інтервали можливих значень як X, так і Y на часткові інтервали 0 – 20, 20 – 40, 40 – 60, 60 – 80, 80 – 100, а в якості варіантів візьмемо середини цих інтервалів. Після підрахунку частот одержимо кореляційну табл. 2.4.2.

Таблиця 2.4.2 – Кореляційна таблиця

Y	X					n_y
	10	30	50	70	90	
10	–	–	–	–	1	1
30	–	–	3	2	2	7
50	–	3	3	1	–	7
70	3	9	2	–	–	14
90	1	–	–	–	–	1
n_x	4	12	8	3	3	$n = 30$
$\overline{y}(x_i)$	75	65	47.5	36.67	23.33	–

За формулами (2.4.4-2.4.6) неважко знайти частоти n_x і n_y, середні $\overline{x} = 42{,}67$, $\overline{y} = 54{,}67$ і емпіричну функцію регресії $\overline{y}(x_i)$. Якщо за значеннями, зазначеним в останньому рядку таблиці, побудувати графік емпіричної функції регресії, то він буде близький до прямої.

Наведемо також інші показники:

$$\overline{xy} = 1980; \quad \sigma_x^2 = 519{,}56; \quad \sigma_y^2 = 364{,}89; \quad r_{xy} = -0{,}809.$$

Працюючи з незгрупованими даними, одержимо дещо інші значення:

$$\overline{x} = 43.13;\ \overline{y} = 57.73;\ \overline{xy} = 2120.5;\ \sigma_x^2 = 531.05;\ \sigma_y^2 = 360.93;\ r_{xy} = -0.844.$$

2.4.4 Нелінійна кореляція

Строго кажучи, використання коефіцієнта кореляції як міри зв'язку виправдане лише тоді, коли спільний розподіл пари (X, Y) близький до нормального. Але навіть при функціональному (але нелінійному) зв'язку коефіцієнт лінійної кореляції може виявитися близьким до нуля. Потрібно знайти іншу, більш загальну характеристику тісноти зв'язку, що не залежить від форми кореляції.

Постає питання: яка частина варіації ознаки Y визначається варіацією ознаки X, і яка – іншими факторами? Подібна постановка питання знайома за дисперсним аналізом. Відмінність полягає лише в тому, що там оцінювався вплив якісного фактору, що має кілька умовних рівнів, а тут ставиться у відповідність значенням результативної ознаки Y значення факторної кількісної ознаки $X(x_i,\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ k)$. В якості груп тепер виступають інтервали значень X і стовпці кореляційної таблиці.

Отже, крім загальної дисперсії Y

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{m}(y_i - \overline{y})^2\, n_{yj} \qquad (2.4.9)$$

можна записати міжгрупову дисперсію

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\left(\overline{y}_i - \overline{y}\right)^2 n_{xi}, \qquad (2.4.10)$$

яка характеризує розсіювання групових середніх відносно загальної середньої $(\overline{y}_i = \overline{y}(x_i)$ – значення емпіричної функції регресії).

Саме ця величина показує ту частину варіації Y, яка визначається варіацією X. Частка цієї частини в загальній варіації ознаки Y є відомий коефіцієнт детермінації (2.3.10)

$$\eta_{y|x}^2 = \frac{\sigma_{\overline{y}}^2}{\sigma_y^2}. \qquad (2.4.11)$$

Квадратний корінь із коефіцієнта детермінації $\eta_{y|x} = \sqrt{n_{y|x}^2}$ називається кореляційним відношенням. Ця величина змінюється від 0 до 1, причому $\eta_{y|x} = 0$ під час відсутності кореляції, і $\eta_{y|x} = 1$ при будь-якій функціональній залежності Y від X. У всіх випадках $\eta_{y|x} > |r_{xy}|$, причому рівність має місце тільки при $|r_{xy}| = 1$ (точна лінійна залежність).

Повернемося до даних прикладу 2.4.1. На додачу до отриманого раніше значення $\sigma_y^2 = 364.89$ за формулами (2.4.10), (2.4.11) отримаємо $\sigma_{\overline{y}}^2 = 242.11$, $\eta_{y|x}^2 = 0.664$, звідки $\eta_{y|x} = 0.815$.

Оскільки значення кореляційного відношення лише трохи вище модуля коефіцієнта лінійної кореляції, який розрахований для згрупованих даних, можна зробити висновок про те, що кореляція близька до лінійної.

2.4.5 Множинна кореляція

Якщо величина, яку досліджують Y пов'язана з декількома кількісними факторами $X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_k$, то можна скласти кореляційну матрицю

$$A = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \ldots & r_{1k} & r_{1y} \\ r_{21} & r_{22} & \ldots & r_{2k} & r_{2y} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ r_{y1} & r_{y2} & \ldots & r_{yk} & r_{yy} \end{pmatrix}, \qquad (2.4.12)$$

в якій для спрощення запису використані позначення $r_{ij} \equiv r_{x_i,x_j}, r_{iy} \equiv r_{x_i,y}$. Матриця A є симетричною, оскільки для парних коефіцієнтів кореляції виконується $r_{ij} = r_{ji},\ r_{iy} \equiv r_{yi}$. Крім того, усі діагональні елементи матриці рівні 1. Щільність зв'язку величини Y з усією сукупністю факторів $X_1,\ X_2,\ \dots,\ X_k$, описується коефіцієнтом множинної кореляції

$$R = \sqrt{1 - \frac{D}{D_{yy}}}, \tag{2.4.13}$$

де $D = det\,A$, а D_{yy} – мінор, отриманий виключенням з матриці останнього рядка та останнього стовпця.

Приклад 2.4.3. Кореляційна матриця має такий вигляд:

	X_1	X_2	X_3	Y
X_1	1.0	0.3	−0.4	0.7
X_2	0.3	1.0	0.5	0.2
X_3	−0.4	0.5	1.0	−0.1
Y	0.7	0.2	−0.1	1.0

Знайдемо коефіцієнт множинної кореляції. Визначник кореляційної матриці $D = det\,A = 0.162$, мінор $D_{yy} = 0.38$. Отже, за формулою (2.4.13) $R = 0.757$.

2.4.6 Кореляція між нечисловими випадковими величинами

Часто в практичних задачах доводиться мати справу з величинами, які характеризуються якісними ознаками. Правда, ці ознаки можуть бути виражені в деякій цифровій шкалі (екзаменаційна оцінка, розряд, ранг тощо), що дозволяє ранжувати об'єкти, але якісний характер цих ознак залишається.

Розглянемо ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена. Нехай є сукупність однорідних об'єктів (явищ, виробів, осіб тощо). Кожен елемент цієї сукупності характеризується двома якісними ознаками: A і B. Задача полягає в тому, щоб оцінити тісноту кореляційних зв'язків між цими ознаками.

Розташуємо всі елементи у вигляді ряду, впорядкованого за ознакою A (приймаємо, що цей порядок буде відповідати «зниженню якості»). Пронумеруємо всі елементи за $i = \overline{1,n}$. Ці номери будемо вважати рангами за ознакою A, позначимо їх через x_i. Очевидно, що $x_i = i$. Побудуємо тепер з тих же елементів ряд за ознакою B (знову за «зниженням якості»). Привласнимо їм ранги y_i. Тут y позначає місце елемента в ряді за ознакою B, а індекс $i = \overline{1,n}$, як і раніше є порядковим номером елемента в ряді за ознакою A. В загальному випадку $y_i \neq x_i$ хоча окремі значення можуть і співпадати.

Тепер можна розрахувати коефіцієнт кореляції за формулою (2.4.7). Фактично, цей коефіцієнт буде описувати тісноту кореляції рангів. Для перевірки значимості коефіцієнта рангової кореляції можна також використовувати критерій (2.4.8).

Приклад 2.4.4. Фахівці двох підприємств проранжували 11 факторів, що впливають на хід технологічного процесу:

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y_i	1	2	3	5	4	9	8	11	6	7	10

Знайти коефіцієнт кореляції Спірмена. Чи достатньо узгодяться думки фахівців двох підприємств? Перевірити гіпотезу про значимість коефіцієнта кореляції при рівні значимості 0.01.

Результати розрахунків: $r_{xy} = 0.818$, $T_r = 4.27$, $t_{2cr}(0.01, 9) = 3.25$. Так як $|T_r| > t_{2cr}$, коефіцієнт кореляції Спірмена значимий, думки фахівців досить добре узгоджуються.

Взагалі, розрахунок коефіцієнта кореляції вручну досить громіздкий, але для коефіцієнта кореляції Спірмена існує проста формула, виведена із властивостей рангів x_i і y_i:

$$r_{xy} = 1 - \frac{6\sum_{i=1}^{n}(x_i - y_i)^2}{n(n^2-1)}. \qquad (2.4.14)$$

Дійсно, для умов прикладу 2.4.3 отримаємо

$$r_{xy} = 1 - \frac{6(1+1+9+1+9+9+9+1)}{11 \cdot 120} = 1 - \frac{240}{11 \cdot 120} = \frac{9}{11} = 0.818.$$

2.4.7 Коефіцієнт автокореляції. Кореляційна функція

Коефіцієнт кореляції використовується для дослідження зв’язків не лише між двома (або більш) рядами різних величин, але й всередині одного часового (або просторового) ряду. Такі ряди звичайно розглядають як вибіркові реалізації випадкових процесів. Поняття «випадковий процес» є узагальненням поняття «випадкова величина». Якщо деяка фізична величина є функцією часу $X(t)(-\infty < t < \infty)$ і в будь-який момент часу зберігає властивості випадкової величини, то така функція називається випадковим процесом.

Природа випадкового процесу може бути різною. Наприклад, нехай багаторазово вимірюється фізична величина, дійсне значення якої залишається незмінним. Внаслідок неминучих похибок результати окремих вимірювань відрізняються один від одного. При цьому зв’язок між окремими значеннями відсутній. Розташування елементів в ряді не відіграє ролі. Не змінюючи властивостей вибірки, її можна перетворити, наприклад, у варіаційний ряд.

Однак часто предметом вивчення є мінливість дійсного значення фізичної величини в часі. Візьмемо, наприклад, стрічку самописця із записом температури, тиску тощо. В багатьох реальних ситуаціях можна буде легко переконатися, що послідовні значення величини, яку вимірюють, не є цілком незалежними. Більші зміни, що мають характер тенденції, відбуваються не миттєво, а поступово. Часто можна помітити подібність циклічних коливань. Нарешті, завжди є невеликі випадкові коливання.

Очевидно, що в такому часовому ряді, що відображає випадковий процес, місце кожного окремого результату відіграє велику роль, а довільна перестановка елементів стає неприпустимою.

Випадкові процеси різноманітні і складні. Якщо імовірнісні характеристики процесу не змінюються в часі, то такий процес називають стаціонарним. Зокрема, середнє значення $\overline{x}$ не має тренду (тенденції до зміни), і постійною в часі залишається дисперсія. Це означає, що їх можна оцінювати на будь-якому досить великому інтервалі часу.

Крайнім проявом випадкового процесу є «білий шум», коли відсутній ще й будь-який зв’язок між послідовними значеннями. В цьому випадку поняття «випадковий процес» і «випадкова величина» зближаються.

Іншою крайньою формою випадкового процесу є періодичний процес, коли через інтервал часу Δt функція повністю повторюється: $X(t+\Delta t)=X(t)$.

Розглянемо деяку реалізацію випадкового процесу – часовий ряд фізичної величини. Часовий ряд може бути безперервним – $x(t)$ на інтервалі T, або дискретним $-x_i,\ i=\overline{1,\ n}$, де n – довжина ряду.

При цифровій обробці на комп’ютері будь-який безперервний ряд перетворюють в дискретний, вибираючи крок дискретизації за часом, тобто інтервал між сусідніми відліками $\Delta=t_{i+1}-t_i=\text{const}$. Будемо шукати зв’язок між елементами ряду, зміщеними на часовий інтервал τ. Його називають також часом запізнювання.

Для спрощення далі будемо вважати, що τ – це просто зсув порядкового номера. Таким чином, якщо є часовий ряд $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n$ то мова йде про взаємозалежність двох рядів, представлених у такому вигляді:

Вихідний ряд	x_1	x_2	…	x_τ	$x_{\tau+1}$	$x_{\tau+2}$	…	x_n
Ряд, який запізнюється на τ	–	–	…	–	x_1	x_2	…	$x_{n-\tau}$

В якості міри тісноти лінійного зв’язку між елементами ряду, які зсунуті один відносно одного на τ, використовують коефіцієнт парної кореляції (2.4.7). Парна вибірка, необхідна для обчислення цього коефіцієнта, формується так: елементу $x_{\tau+1}$ відповідає елемент x_1, елементу $x_{\tau+2}$ – елемент x_2, … , елементу x_n – елемент $x_{n-\tau.}$ При цьому перші τ елементів ряду залишаються «без пари». Коефіцієнт кореляції, який обчислюють за такою парною вибіркою, називають коефіцієнтом автокореляції порядку τ і позначають r_τ.

За загальною формулою (2.4.7) для коефіцієнта парної кореляції, слід записати

$$r_\tau = \frac{\frac{1}{n-\tau}\sum_{i=1}^{n-\tau}\left(x_i - \overline{x}_{\langle 1,n-\tau\rangle}\right)\left(x_{\tau+1} - \overline{x}_{\langle \tau+1,n\rangle}\right)}{\sigma_{x\langle 1,n-\tau\rangle}\sigma_{x\langle \tau+1,n\rangle}} \qquad (2.4.15)$$

або

$$r_\tau = \frac{\frac{1}{n-\tau}\sum_{i=1}^{n-\tau} x_i x_{\tau+1} - \overline{x}_{\langle \tau+1,n\rangle}\overline{x}_{\langle 1,n-\tau\rangle}}{\sigma_{x\langle 1,n-\tau\rangle}\sigma_{x\langle \tau+1,n\rangle}}. \qquad (2.4.16)$$

Тут в кутових дужках записані інтервали, за якими проводиться усереднення при обчисленні $\overline{x}$ $і$ σ_x.

Для стаціонарного ряду середнє значення та дисперсія зберігаються в часі, і тому можна обчислювати їх по всьому інтервалу $\langle 1, n\rangle$.

Враховуючи, що $\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \overline{x}^2$, замість (2.4.16) одержуємо

$$r_\tau = \frac{\frac{1}{n-\tau}\sum_{i=1}^{n-\tau} x_i x_{\tau+1} - \overline{x}^2}{\overline{x^2} - \overline{x}^2}. \qquad (2.4.17)$$

Для аналізу часових рядів застосовується кореляційна функція, яка (для ряду з дискретним часом) являє собою просто сукупність коефіцієнтів автокореляції при різних $\tau \geq 0$. Зазвичай τ задається до $n/3$ або $n/4$. З формул (2.4.15-2.4.17) легко помітити, що $r_0 = 1$, оскільки чисельник і знаменник дробу являють собою ту саму дисперсію. Таким чином, по суті, кореляційна функція – це новий часовий ряд, набагато більш короткий і, як правило, більш згладжений.

Відзначимо основні закономірності в поведінці кореляційних функцій.

1. Для «білого шуму» усі r_τ близькі до нуля.
2. Для ряду, що містить тенденцію, що і не має циклічної складової, найбільшим (не враховуючи $r_0 = 1$) є r_1. З зростанням τ відбувається зниження r_τ.
3. Для ряду, що має значиму циклічну складову, найбільшим (або, принаймні, локально максимальним) є r_τ, де T відповідає періоду коливань.
4. Якщо вихідний ряд близький до гармонійної функції, то і його кореляційна функція буде мати вигляд, близький до гармонійного.

Приклад 2.4.5. Як відомо, сонячна активність, яка описується так званим індексом $F_{10.7}$, змінюється квазіперіодично в 11-річному циклі. На рисунку 2.4.2 наведені дані по середньорічному рівню сонячної активності (індекс $F_{10.7}$, помножений на 10) за 53 роки (з 1948 по 2000 роки включно).

На рисунку 2.4.3 зображена відповідна автокореляційна функція, яка обчислена двома способами: за формулою (2.4.16) – крива (1), і за формулою (2.4.17) – крива (2).

Обидві криві (як і вихідний графік на рис. 2.4.2) демонструють квазіперіодичний характер часового ряду. Деяка розбіжність в оцінці періоду коливань, очевидно, пояснюється тим, що умова стаціонарності ряду не повністю виконується.

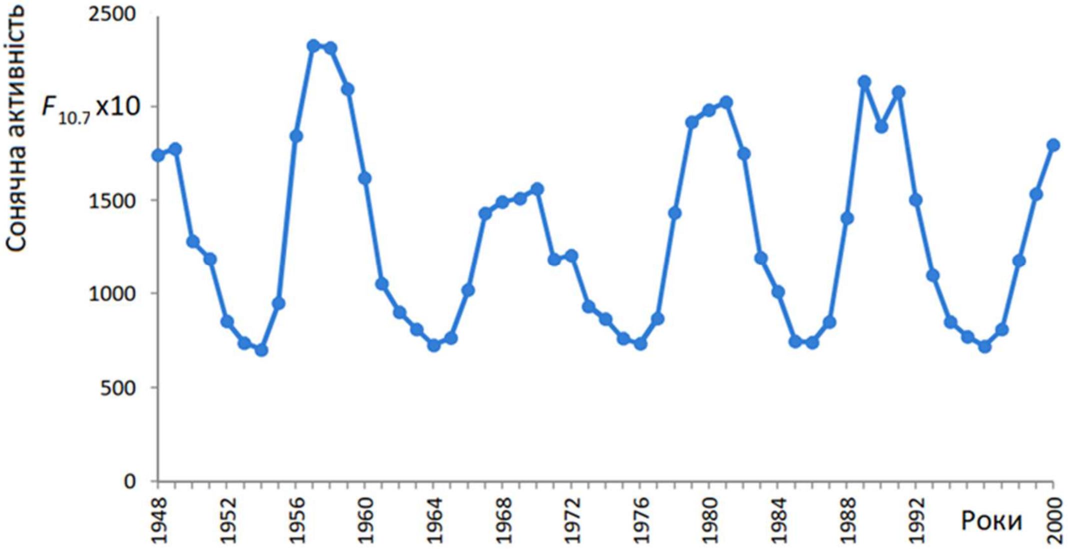


Рисунок 2.4.2 – Середньорічний рівень сонячної активності за 1948-2000 рр.

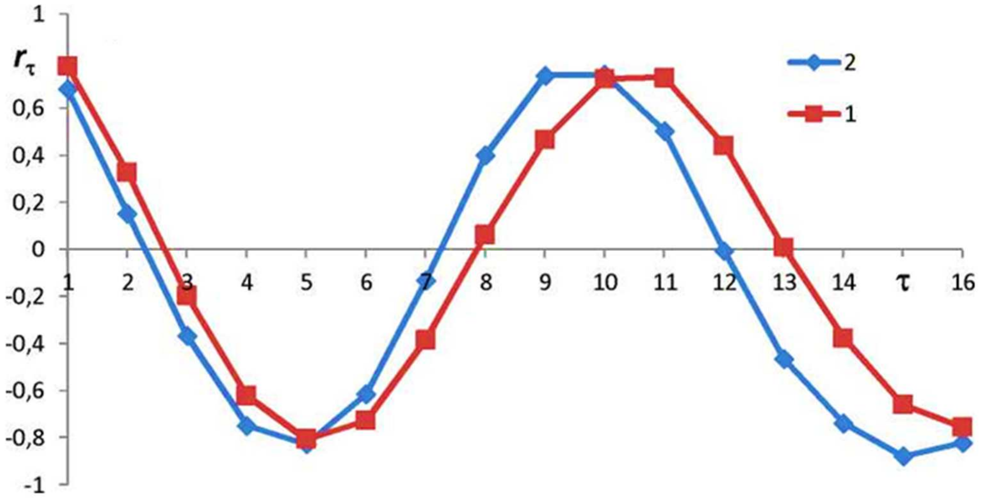


Рисунок 2.4.3 – Автокореляційна функція для часового ряду сонячної активності

Завдання 1. Реалізувати в Excel розв’язок прикладу 2.4.2, включаючи доповнення в п. 2.4.4.

Виконання завдання 1.

За вихідним даними побудувати діаграму розсіювання. Заповнити кореляційну таблицю. Частоти n_x, n_y одержати за допомогою функції SUM, середні значення змінних і значення емпіричної функції регресії обчислити за формулами (2.4.5) і (2.4.6).

Переконатися, що графік цієї функції близький до прямої лінії. За формулами (2.4.9) і (2.4.10) обчислити загальну і міжгрупову дисперсії Y, за формулою (2.4.11) – коефіцієнт детермінації й кореляційне відношення. Обчислити значення $\overline{xy}$ і r_{xy} за кореляційною таблицею. Про що говорить той факт, що кореляційне відношення лише трохи більше коефіцієнта лінійної кореляції?

Спосіб обчислення коефіцієнта детермінації полягає у використанні надбудови Аналіз даних (режим Однофакторний дисперсний аналіз). Спочатку потрібно «розпакувати» кореляційну таблицю, надавши їй такого вигляду:

10	30	50	70	90
70	50	30	30	10
70	50	30	30	30
70	50	30	50	30
90	70	50	–	–
–	70	50	–	–
–	70	50	–	–
–	70	70	–	–
–	70	70	–	–
–	70	–	–	–
–	70	–	–	–
–	70	–	–	–
–	70	–	–	–

Значення змінної X, що стоять у верхньому рядку, розглядають як рівні фактору; значення Y вводять в кількості, що відповідає частоті n_{ij}.

Після цього, звернувшись до надбудови «Аналіз даних», одержимо таблицю, знайому нам по темі 2.3. Відношення міжгрупової варіації до загальної варіації дає значення коефіцієнта детермінації. Воно повинне збігтися зі значенням, яке обчислене першим способом.

Завдання 2. Є результати 30 парних вимірювань двох величин:

Номер вимірювання	X	Y	Номер вимірювання	X	Y	Номер вимірювання	X	Y
1	26	77	11	87	16	21	18	67
2	57	34	12	57	55	22	25	57
3	36	59	13	64	32	23	23	68
4	87	25	14	98	34	24	78	31
5	44	56	15	12	78	25	25	68
6	35	72	16	45	78	26	44	76
7	19	68	17	5	89	27	38	57
8	26	67	18	48	35	28	52	38
9	48	58	19	72	42	29	25	65
10	33	79	20	30	78	30	37	73

Для складання кореляційної таблиці ввести часткові інтервали можливих значень по X: 0…2, 2…4, 4…6, 6…8, 8…10; по Y: 10…16, 16…22, 22…28, 28…34, 34…40; в якості варіантів взяти середини цих інтервалів. Виконати ті ж дії, що й у завданні 1.

Чому кореляційне відношення виявилося значно більше коефіцієнта лінійної кореляції? Чи має в цьому випадку смисл обчислення цього коефіцієнта?

Завдання 3. Є результати одночасних вимірювань величини Y и трьох факторів, що впливають на неї, – X_1, X_2, X_2:

X_1	X_2	X_3	Y
4.9	3.0	1.5	9.2
5.3	3.1	2.5	8.6
4.6	3.4	0.9	10.4
5.3	2.9	2.2	8.0
4.8	3.0	1.5	8.5
5.3	3.1	2.7	8.6
4.7	3.5	1.1	10.2
5.3	2.9	2.8	7.9
5.3	2.8	2.9	7.2
5.3	3.2	2.0	9.6
5.3	3.4	2.2	9.7
5.3	3.3	1.6	9.8
4.9	3.5	1.4	10.5
5.5	2.8	2.4	8.2
4.9	2.9	2.2	7.9
5.3	2.7	2.5	7.7
5.4	2.8	2.9	7.8
5.3	3.0	2.3	8.1
5.0	3.2	2.1	8.9
5.0	2.6	2.5	6.8

Знайти кореляційну матрицю, обчислити коефіцієнт множинної кореляції.

Виконання завдання 3.

Для пошуку кореляційної матриці слід скористатися функцією CORREL або надбудовою Аналіз даних (режим Кореляція). Потім можна обчислити коефіцієнт множинної кореляції за формулою (2.4.13).

Для відшукання визначників слід скористатися функцією MDETERM. Перед звертанням до цієї функції всі комірки матриці повинні бути заповнені (матриця є симетричною).

Завдання 4. Розв’язати в Excel приклад 2.4.3 двома способами: за допомогою функції CORREL і за формулою (2.4.14).

Завдання 5. Є дані середньорічної сонячної активності за 1948-2000 роки (приклад 2.4.4):

Рік	$F_{10.7}$	Рік	$F_{10.7}$	Рік	$F_{10.7}$	Рік	$F_{10.7}$	Рік	$F_{10.7}$
1948	1744	1959	2097	1970	1562	1981	2026	1992	1507
1949	1778	1960	1621	1971	1185	1982	1753	1993	1099
1950	1282	1961	1054	1972	1208	1983	1196	1994	852
1951	1189	1962	904	1973	934	1984	1011	1995	772
1952	854	1963	812	1974	865	1985	747	1996	720
1953	739	1964	726	1975	761	1986	741	1997	810
1954	702	1965	764	1976	734	1987	852	1998	1179
1955	950	1966	1021	1977	869	1988	1409	1999	1537
1956	1846	1967	1432	1978	1436	1989	2137	2000	1798
1957	2327	1968	1493	1979	1920	1990	1896		
1958	2317	1969	1512	1980	1985	1991	2082		

Розрахувати значення кореляційної функції для запізнювання τ від 1 до 16.

Вказівки до виконання завдання 5

Розташувати результати спостережень в одному стовпці. Нехай, наприклад, у комірку B2 поміщене значення 1744, у комірку B3 – значення 1778 і т. д. В комірку C3 помістити формулу = B2 і застосувати автозаповнення вниз до вирівнювання з останньою коміркою стовпчика B. Останнім числом у стовпчику C буде 1537. Тепер потрібно застосувати функцію CORREL до двох отриманих масивів. В другому масиві верхня комірка порожня, тому і комірка B2 при розрахунках коефіцієнта кореляції буде ігноруватися. Отримане значення (0,7785) – коефіцієнт автокореляції 1-го порядку.

Аналогічним способом слід виконати розрахунки коефіцієнтів автокореляції більш високих порядків.

За даними розрахунків побудувати діаграми (як на рис. 2.4.2 і рис. 2.4.3, крива 1).

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. В чому відмінність між кореляційним і функціональним зв'язком?
2. Якою властивістю володіють функції регресії двовимірної нормальної величини?
3. Як пов'язані між собою коефіцієнт лінійної кореляції і кореляційне відношення?
4. В чому особливості оцінювання кореляції нечислових випадкових величин?
5. Поясніть зміст терміну «автокореляція».
6. Які основні закономірності в поведінці автокореляційних функцій?

2.5 Апроксимація залежностей

2.5.1 Основні підходи до задачі апроксимації залежностей

Однією з найважливіших задач, що виникають у процесі експерименту і при дослідженні його результатів, є задача передбачення значень деякої вимірюваної величини залежно від значень іншої величини (або величин). Для простоти спочатку будемо вважати, що в результаті експерименту отримані такі значення:

x	x_0	x_1	x_2	$\cdots$	x_n
$y = f(x)$	y_0	y_1	y_2	$\cdots$	y_n

Обрані значення аргументу x називаються вузлами. В загальному випадку вузли не є рівновіддаленими. При проведенні обчислювальних робіт звичайно виникає необхідність «згущувати» ці значення, тобто обчислювати функцію для значень аргументу, що не співпадають з тими, які потрапили в таблицю. Ця проблема вирішується шляхом заміни функції $f(x)$ для якої зазвичай невідомий аналітичний вираз, деякою функцією $F(x)$ що має порівняно нескладний аналітичний вигляд, і яка в дечому близька до $f(x)$ Наближене використання замість функції $f(x)$ більш простої функції $F(x)$ називається апроксимацією.

Близькості цих функцій домагаються введенням в апроксимуючу функцію $F(x)$ вільних параметрів, оптимальні значення яких має бути підібрати. Критерії близькості апроксимуючої функції $F(x)$ до невідомої функції $f(x)$ можуть бути різними. Ми розглянемо два найбільш відомих підходи.

Перший підхід полягає в тому, щоб підібрати таку функцію $F(x)$, яка мала б у вузлах таблиці ті ж самі значення, що і таблична функція $f(x)$. Зрозуміло, при цьому функція $F(x)$ повинна бути як можна більш простою, наприклад, мати вигляд полінома мінімально можливого ступеня.

Надалі, маючи апроксимуючу функцію $F(x)$ можна буде знаходити за нею приблизно значення функції $f(x)$ при значеннях аргументу х, що не співпадають з вузловими, але, лежать на проміжку $(x_0,\ x_n)$, тобто знаходяться між вузлами. Така дія називається інтерполяцією. Якщо ж апроксимуючу функцію обчислюють для точок, розташованих поза проміжком $(x_0,\ x_n)$, то говорять про екстраполювання.

Однак такий підхід має певні недоліки. По-перше, вимірювання величини y, яка досліджується, і факторів, що впливають на неї, виконуються з неминучими похибками. По-друге, завжди є також вплив на величину в неконтрольованих факторів. Ці обставини проявляються, наприклад, у тому, що при однакових або дуже близьких значеннях x, значення спостереження y можуть суттєво відрізнятися. Інакше кажучи, результати експерименту не є детермінованими, вони можуть мати значну випадкову складову. Внаслідок цього безглуздо, а часто і просто неможливо, шукати залежність, у точності, що відображає всі експериментальні дані. Задача полягає в тому, щоб виділити і описати функціональну складову загального стохастичного зв’язку між змінними. При обмежених рядах вимірювань такі залежності носять лише наближений оцінювальний характер. Їх називають рівняннями регресії. У цьому суть другого (регресійного) підходу до апроксимації залежностей.

При використанні регресійного підходу розв'язування розбивається на два етапи. Насамперед, слід вибрати вид функції, тобто клас рівнянь зв'язку між змінними, що аналізуються. Наступний етап полягає в тому, щоб для обраної функції знайти параметри, при яких вона щонайкраще апроксимує результати експерименту. Розв'язування здійснюється методом найменших квадратів (МНК). Далі описані підходи будуть розглянуті більш докладно.

2.5.2 Інтерполяційний багаточлен Лагранжа

Отже, нехай результати вимірювань величини в оформлені у вигляді табличної функції $y = f(x)$ в $n + 1$ точках:

$$f(x_0) = y_0,\ f(x_1) = y_1,\ \dots,\ f(x_n) = y_n.$$

При цьому вважається, що похибки вимірювань несуттєві, а інших факторів (крім x), що впливають на y, немає. Потрібно знайти аналітично задану функцію $F(x)$, значення якої в точках $x_0,\ x_1,\ \dots,\ x_n$ співпадають зі значеннями функції $y = f(x)$.

Цілком очевидно, що якщо зобразити таблично задану функцію $y = f(x)$ на графіку, то через точки цього графіка можна провести скільки завгодно різних кривих. Це означає, що задача інтерполяції має нескінченно багато розв'язків. Однозначності можна досягти, уточнивши, до якого класу функцій повинна належати інтерполююча функція $F(x)$.

Якщо інтерполююча функція $F(x)$ вибирається в класі багаточленів, то інтерполяція називається параболічною (в широкому смислі слова «парабола»). При цьому якщо функція $y = f(x)$, яка інтерполюється, задана в $n + 1$ точках, то інтерполяційний багаточлен повинен мати степінь не вище n.

Розглянемо інтерполяційний багаточлен, представивши його спочатку в формі

$$L_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_nx^n,$$

де $a^m(m - 1,1,\ldots,n) -$ невідомі постійні коефіцієнти. Відповідно до умов задачі, маємо систему

$$\begin{cases} a_0 + a_1x_0 + a_2x_0 + \cdots + a_nx_0 = y_0, \\ a_0 + a_1x_1 + a_2x_1 + \cdots + a_nx_1 = y_n, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_0 + a_1x_n + a_2x_n = y_n, \end{cases}$$

де x_i і y_i $(i = 0, 1, \dots, n) -$ експериментальні значення аргументу і функції.

Визначник системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \dots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{vmatrix} \neq 0,$$

якщо серед значень аргументу немає однакових. Отже, система має єдиний розв'язок, що виражається через формули Крамера:

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{\Delta}, \quad a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \dots, \quad a_n = \frac{\Delta_n}{\Delta},$$

де кожен з визначників $\Delta_m (m = 0,\ 1,\ \dots,\ n)$ містить у собі стовпчик значень функції $y_i (j = 0,\ 1,\ \dots,\ n)$. Практичне використання цих виразів досить утруднене, оскільки припускає обчислення визначників n-го порядку. Представимо інтерполяційний багаточлен в іншій формі:

$$L_n(x) = \sum_{j=0}^{n} y_j\, Q_j(x).$$

За умовою, у вузлах інтерполяції $L_n(x_i) = y_i$. Тому функція $Q_j(x)$ повинна задовольняти вимогу:

$$Q_j(x_j) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } i \neq j, \\ 1, & \text{якщо } i = j. \end{cases}$$

Функцією, яка найкраще підходить, є

$$Q_j(x) = \left(\prod_{\substack{k=0 \\ k\neq 0}}^{n} (x - x_k) \right) \Bigg/ \left(\prod_{\substack{k=0 \\ k\neq 0}}^{n} (x_j - x_k) \right),$$

оскільки в точці $x = x_j$ чисельник і знаменник тотожні і не дорівнюють нулю, а в інших вузлах інтерполяції чисельник (на відміну від знаменника) містить нульовий множник.

Остаточно отримуємо вираз, який називається інтерполяційним багаточленом Лагранжа:

$$L_n(x) = \sum_{j=0}^{n} \left(y_i \left(\prod_{\substack{k=0 \\ k\neq 0}}^{n} (x - x_k) \right) \Bigg/ \left(\prod_{\substack{k=0 \\ k\neq 0}}^{n} (x_j - x_k) \right) \right). \qquad (2.5.1)$$

Приклад 2.5.1. Знайдемо інтерполяційний багаточлен Лагранжа (рис. 2.5.1) для функції, яка задана таблицею:

x	0	1	2	5
y	0	3	0	15

$$F(x) = L_3(x) = 0 + 3\frac{x(x-2)(x-5)}{1(1-2)(1-5)} + 0 + 15\frac{x(x-1)(x-2)}{5(5-1)(5-2)} =$$

$$\frac{3x(x-2)(x-5)}{4} + \frac{x(x-1)(x-2)}{4} =$$

$$= \frac{1}{4}x(x-2)(2x-15+x-1) = x(x-2)(x-4) = 8x - 6x^2 + x^3.$$

$$f(x) = 8x - 6x^2 + x^3.$$

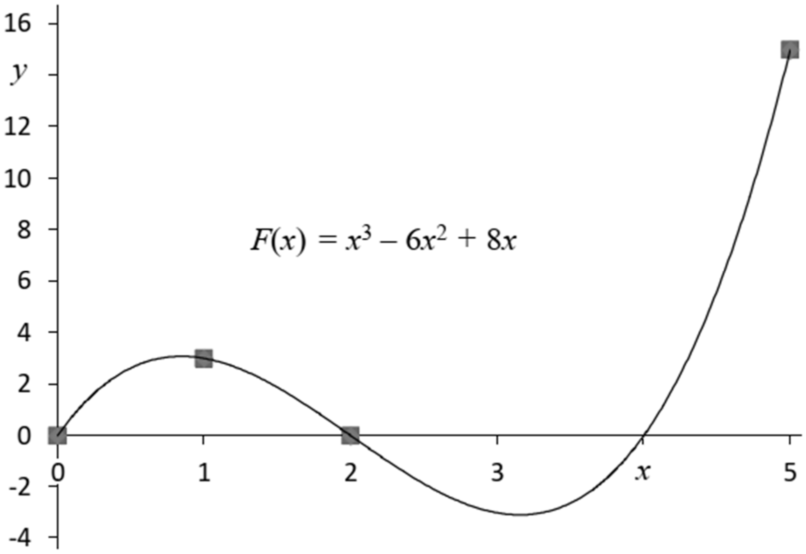


Рисунок 2.5.1 – Апроксимація за допомогою інтерполяційного багаточлена Лагранжа

2.5.3 Кінцеві різниці та інтерполяційні формули Ньютона

Перейдемо до випадку рівновіддалених вузлів інтерполяції, коли $x_i = x_0 + ih,\ h = \text{const}\ (i = 0,\ 1,\ \dots,\ n)$.

Кінцевою різницею 1-го порядку називається різниця між значеннями функції в сусідніх вузлах інтерполяції $(i = 0,\ 1,\ \dots,\ n-1)$: $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$.

Кінцева різниця 2-го порядку є різниця сусідніх кінцевих різниць 1-го порядку $(i = 0,\ 1,\ \dots,\ n-2)$: $\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$.

Загальний вид кінцевої різниці n-го порядку:

$$\Delta^n y = \Delta\left(\Delta^{n-1} y\right).$$

Виразимо кінцеві різниці 2-го і 3-го порядків через значення функції у вузлах інтерполяції:

$$\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i = y_{i+2} - y_{i+1} + y_i = y_{i+2} + 2y_{i+1} + y_i;$$
$$\Delta^3 y_i = \Delta^2 y_{i+1} - \Delta^2 y_i = y_{i+3} - 2y_{i+2} + y_{i+1} - (y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i) = \qquad (2.5.2)$$
$$= y_{i+3} - 3y_{i+2} + 3y_{i+1} - y_i.$$

Лінійною інтерполяцією називається визначення проміжного значення функції $y(x_i < x < x_{i+1})$ за двома її відомими значеннями $y(x_i)$ і $y(x_{i+1})$ в припущенні, що дугу функції на ділянці (x_i, x_{i+1}) можна замінити хордою.

Отримаємо формулу для лінійної інтерполяції, використовуючи багаточлен Лагранжа і вводячи $h = x_{i+1} - x_i,\ t = x - x_i,\ q = t/h$:

$$F(x) = L_1(x) = y_i \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} + y_{i+1} \frac{x - x_{i+1}}{x_i - x_{i+1}} = y_i \frac{h - t}{h} + (y_i + \Delta y_i) \frac{t}{h},$$

тобто

$$F(x) = y_i + \Delta y_i q. \qquad (2.5.3)$$

Квадратичною інтерполяцією називається визначення проміжного значення функції $y(x)$ за 3 її відомим значеннями $y(x_i),\ y(x_{i+1})\ і\ y(x_{i+2})$ з припущенням, що дугу функції на ділянці $(x_i,\ x_{i+2})$ можна замінити параболою 2-го порядку.

Ввівши $h = x_{i+1} - x_i = x_{i+2} - x_{i+1},\ t = x - x_i,\ q = t/h$ і враховуючи, що $y_{i+2} = \Delta^2 y_i + 2y_{i+1} - y_i = \Delta^2 y_i + 2\Delta y_i + y_i$, отримаємо:

$$F(x) = L_2(x) = y_i \frac{(t-h)(2-2h)}{2h^2} + (y_i + \Delta y_i) \frac{t(t-2h)}{(-h^2)} + (y_i + 2\Delta y_i + \Delta^2 y_i) \frac{t(t-2h)}{2h^1},$$

$$F(x) = y_i + \Delta y_i q + \Delta^2 y_i \frac{q(q-1)}{2}. \qquad (2.5.4)$$

Формули (2.5.3) і (2.5.4), які називаються інтерполяційними формулами Ньютона, тотожні багаточленам Лагранжа відповідного порядку.

Приклад 2.5.2. За результатами експерименту, в якому величина х змінювалася з постійним кроком, отримані такі значення:

x	0	2	4	6
y	1	4	2	8

Потрібно знайти проміжне значення в при $x = 3$ за допомогою лінійної інтерполяції; квадратичної інтерполяції.

Тут $x_1 = 2,\ h = 2,\ t = 3 - 2 = 1,\ q = 1/2,\ y_i = 4,\ y_2 = 2,\ y_3 = 8.$

Кінцеві різниці $\Delta y_1 = y_2 - y_1 = -2$ і (2.5.2) $\Delta^2 y_1 = y_3 - 2y_2 + y_1 = 8.$.

За формулою (2.5.3) $F(3) = y_1 + \Delta y_1 q = 4 - 2 \times 0{,}5 = 3$.

За формулою (2.5.4)

$$F(3) = y_1 + \varDelta y_1 q + \varDelta^2 y_1 \frac{q(q-1)}{2} = 4 - 2 \times 0.5 - 8 \times 0{,}5 \times 0.5/2 = 2.$$

Точка $x_0 = 0,\ y_0 = 1$ жодного впливу на результати в цьому випадку не має.

2.5.4 Короткі відомості про метод найменших квадратів і парний регресійний аналіз

Як було зазначено вище, в практиці обробки експериментальних даних можуть бути ситуації, коли застосування лагранжевої апроксимації не виправдане або неможливо в принципі. В цих умовах потрібно проводити апроксимуючу криву, яка не обов'язково проходить через вузлові точки, але в той же час відображає залежність, яку досліджують і згладжує можливі викиди, що виникли через похибку експерименту.

На основі попереднього аналізу експериментальних даних і з врахуванням самої природи залежності, яку досліджують, можна зробити припущення про деяку лінію зв'язку $\bar{y}_x = f(x, \beta)$, де під $\overline{y}_x$ мається на увазі середнє значення величини Y, яке відповідає значенню $X = x$, а під β – сукупність параметрів, які варіюються.

Наприклад, якщо візуально переконатися в тому, що емпірична картина розсіювання свідчить про лінійну форму кореляції і припустити, що в генеральній сукупності ознаки X і Y мають спільний нормальний розподіл, то в якості лінії зв'язку можна вибрати пряму $\overline{y}_x = ax + b$.

В інших випадках лінію регресії шукають у вигляді параболи, гіперболи або експоненти. У якості міри невідповідності функції $\overline{y}_x = f(x, \beta)$ набору спостережень беруть суму квадратів відхилень

$$S(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2.$$

Зокрема, прямою лінією регресії щонайкраще буде служити така лінія, для якої функція

$$S(a,b) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - ax_i - b)^2$$

має найменше значення. Знайдені із цієї умови значення a^* і b^* забезпечать мінімальні відмінності значень функції $\overline{y}_x(x_i) = a^* x_i + b^*$ від експериментальних значень y_i.

Розв'язок цієї задачі методами математичного аналізу приводить до формул

$$a^* = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2}, \quad b^* = \frac{\overline{y}\,\overline{x^2} - \overline{x}\,\overline{xy}}{\overline{x^2} - (\overline{x})^2} = \overline{y} - a^*\overline{x}. \qquad (2.5.5)$$

Порівнюючи формули для вибіркових коефіцієнтів кореляції (2.4.7) і регресії (2.5.5), неважко переконатися, що

$$a^* = \frac{\overline{xy} - \overline{x}\,\overline{y}}{\sigma_x^2} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r_{xy},$$

а рівняння регресії $\overline{y}_x = a^*x + b^*$ може бути переписане у вигляді

$$\overline{y}_x - \overline{y} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} r_{xy}(x - \overline{x}). \qquad (2.5.6)$$

2.5.5 Адекватність моделі

Наскільки добре незалежна змінна X передбачає значення залежної змінної Y? Розглянемо підхід до оцінювання якості регресії, заснований на методі дисперсного аналізу.

Раніше, в п. 2.3.3, цей метод використовувався для оцінювання впливу якісного фактору, що має кілька умовних рівнів (смислових значень). Коефіцієнт детермінації показував, за яку частку варіації відповідає фактор, що досліджується. Далі, в п. 2.4.4, за допомогою дисперсного аналізу було знайдено частину варіації однієї кількісної ознаки, обумовлену варіацією іншої кількісної ознаки. Для цього використано дані, згруповані у вигляді кореляційної таблиці. Коефіцієнт детермінації досягав одиниці при будь-якій функціональній залежності (в цьому випадку в кожному стовпчику кореляційної таблиці є лише одна ненульова клітинка). Тільки при точній лінійній залежності корінь квадратний з коефіцієнта детермінації дорівнював модулю коефіцієнта лінійної кореляції.

Тепер потрібно застосувати дисперсний аналіз до моделі парної лінійної регресії.

Загальна дисперсія значень Y відносно вибіркової середньої арифметичної $\overline{y}$ дорівнює

$$D = \frac{1}{n}\sum(y_i - \overline{y})^2 = \frac{1}{n}\sum\left(y_i - \overline{y}_x + \overline{y}_x - \overline{y}\right)^2 =$$
$$= \frac{1}{n}\sum\left(y_i - \overline{y}_x\right)^2 + \frac{1}{n}\sum(\overline{y}_x - \overline{y})^2 + \frac{2}{n}\sum\left(y_i - \overline{y}_x\right)\left(\overline{y}_x - \overline{y}\right).$$

Доведено, що останній із трьох доданків дорівнює нулю. Таким чином, в формулі для загальної дисперсії залишається два доданки, з яких перший описує розсіювання значень, які спостерігаються Y відносно лінії регресії, а другий – варіацію Y, що пояснюється варіацією X (аналог міжгрупової дисперсії).·

Помноживши цю формулу на n, одержимо

$$SST = SSR + SSE, \tag{2.5.7}$$

де $SST = \sum(y_i - \overline{y})^2$ – повна сума квадратів;

$SSE = \left(\overline{y}_x - \overline{y}\right)^2$ – сума квадратів, що пояснюється регресією;

$SSR = \sum\left(y_i - \overline{y}_x\right)^2$ – залишкова сума квадратів.

Коефіцієнтом детермінації регресійної моделі називається величина

$$R^2 = \frac{SSE}{SST}. \tag{2.5.8}$$

З урахуванням визначення, $0 \leq R^2 \leq 1$. Ідеальний випадок $R^2 = 1$ означає, що результати всіх спостережень лежать на лінії регресії, а всі залишки регресії дорівнюють нулю.

Коефіцієнт детермінації парної лінійної моделі регресії пов’язаний з коефіцієнтом лінійної кореляції:

$$R^2 = \frac{\sum\left(\overline{y}_x - \overline{y}\right)^2}{\sum(y_i - \overline{y})^2} = \frac{\sum(a^*)^2(x_i - \overline{x})^2}{\sum(y_i - \overline{y})^2} = (a^*)^2\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2} = r_{xy}^2,$$

тобто, коефіцієнт детермінації дорівнює квадрату коефіцієнта кореляції.

2.5.6 Множинний регресійний аналіз

Уявімо тепер, що величина Y залежить не від одного, а від багатьох факторів, що зазвичай і має місце. Припустимо також, що можна вибрати змінні X_i, X_2, …, X_k так, щоб залежність Y від них була близька до лінійної (у наступному пункті обговорюються деякі способи такої лінеаризації). Задача множинного лінійного регресійного аналізу полягає в оцінюванні регресії рівнянням

$$\overline{y}_{X_1,\, X_2,\, \ldots, X_k} = a_1^* x_1 + a_2^* x_2 + \cdots + a_k^* x_k + b^*. \tag{2.5.9}$$

Зірочка, як і раніше, позначає оцінку відповідного коефіцієнта методом найменших квадратів. Для розв’язання цієї задачі звичайно користуються комп’ютерними програмами (наприклад, надбудова «Аналіз даних» або функція LINEST в Excel).

Якість регресії оцінюється коефіцієнтом детермінації

$$R^2 = \frac{SSE}{SST} = \frac{\sum\left(\overline{y}_{X_1,\, X_2,\, \dots,\, X_k} - \overline{y}\right)^2}{\sum(y_i - \overline{y})^2}. \qquad (2.5.10)$$

Ця величина може бути визначена не лише для лінійної, але і для будь-якої іншої моделі. У випадку лінійної моделі регресії квадратний корінь із коефіцієнта детермінації це коефіцієнт множинної кореляції: $\sqrt{R^2} = R$.

Для перевірки адекватності моделі регресії використовується так звана F-статистика:

$$F = \frac{SSE}{m} : \frac{SSR}{n - m - 1} = \frac{R^2(n - m - 1)}{(1 - R^2)m}, \qquad (2.5.11)$$

де m – кількість параметрів при змінних x (в лінійній моделі співпадає з кількістю змінних в правій частині рівняння). При заданому α (рівні значимості гіпотези) F-статистика порівнюється з критичною точкою розподілу Фішера $F_{cr}(\alpha,\ m,\ n - m - 1)$ (дод. Ж). Якщо $F > F_{cr}$, то модель регресії визнають адекватною.

Приклад 2.5.3. При оцінюванні лінійної моделі регресії із трьома незалежними змінними за результатами 20 вимірювань з'ясувалося, що $SSR = 5.6$ (сума квадратів, що пояснюється регресією), а $SSR = 5.6$ (залишкова сума квадратів). Знайти коефіцієнт детермінації R^2 коефіцієнт множинної кореляції R, оцінити адекватність моделі при рівні значимості $\alpha = 0.05$.

$R^2 = SSE/(SST = SSE/((SSE + SSR) = 0.896;\ R = \sqrt{R^2} = 0.947;$
$F = 46.1,\quad F_{cr}(0.05,\ 3,\ 13) = 3{,}24.$
$F > F_{cr},$ модель адекватна.

При включенні в модель додаткової незалежної змінної коефіцієнт детермінації не може знизитися. Однак його збільшення може виявитися зовсім незначним. Це відбувається в тих випадках, коли нова незалежна змінна слабо пов'язана з величиною Y, яка моделюється, або, навпаки, тісно пов'язана з якою-небудь зі старих незалежних змінних.

2.5.7 Регресійний аналіз при наявності нелінійних залежностей

Лінійний регресійний аналіз, як відомо, будується на припущенні, що залежність, яка досліджується, має вигляд, близький до функції

$$Y = a_1X_1 + a_2X_2 + \dots + a_kX_k + b.$$

Величини $Y,\ X_1,\ X_2,\ \dots,\ X_k$ змінні; їх вибіркові значення відомі. Величини $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_k,\ b$ є параметрами, дійсні значення яких невідомі і повинні бути оцінені. Записана функція лінійна як за змінними, так і за параметрами.

Припустимо, що дійсне співвідношення близьке до функції виду

$$Y = a_1 e^{-X_1} + a_2 X_2 + a_3 X_3^2 + b.$$

Дана функція є нелінійною за змінними, але лінійною за параметрами. Якщо ввести нові змінні

$$U_1 = e^{-X_1}, U_2 = X_2, U_3 = X_3^3,$$

то співвідношення стане лінійним і за параметрами, і за змінними $Y = a_1 U_1 + a_2 U_2 + a_3 U_3 + b$.

Таким чином, нелінійність за змінними не є перешкодою для застосування лінійного регресійного аналізу.

Розглянемо більш складний випадок. Нехай дійсне співвідношення близьке до функції виду

$$Y = bX_1^{a_1} X_2^{a_2} e^{a_3 X_3},$$

тобто є нелінійним як за змінними, так і за параметрами. Чи можна оцінити параметри, застосовуючи лінійний регресійний аналіз?

Прологарифмуємо обидві частини заданого співвідношення. (Взагалі, основа логарифма може бути будь-якою, але для визначеності ми будемо користуватися натуральними логарифмами). Одержуємо

$$\ln Y = \ln b + a_1 \ln X_1 + a_2 \ln X_2 + a_3 X_3.$$

Якщо ввести позначення $Z = \ln Y$, $c = \ln b$, $U = \ln X_1$, $V = \ln X_2$, $W = X_3$, то співвідношення стає лінійним як за новою змінною, так і за новими параметрами: $Z = a_1 U + a_2 V + a_3 W + c$. Оцінивши ці параметри, можна повернутися до нелінійного співвідношення й записати вибіркове рівняння регресії у вигляді

$$\overline{y}_{x_1,x_2,x_3} = e^{c^*} x_1^{a_1^*} x_2^{a_2^*} e^{a_3^* x_3}.$$

Існують і ситуації, коли вихідне нелінійне співвідношення лінеаризувати не вдається і необхідно використовувати нелінійну модель регресії. Загальний підхід як і раніше може ґрунтуватися на принципі мінімізації суми квадратів відхилень.

Якщо розв'язати цю проблему аналітично не виходить, то можна перебрати можливі значення параметрів, поки не буде знайдений оптимальний варіант.

Завдання 1. В прикладі 2.4.1 знайдений інтерполяційний багаточлен Лагранжа за даними 4 вимірювань: $F(x) = L_3(x) = 8x - 6x^2 + x^3$. Потрібно прийти до того ж результату за допомогою регресійного аналізу.

Вказівки з виконання завдання 1

1. За вихідним даними прикладу 2.4.1 потрібно побудувати діаграму розсіювання (точкова діаграма). Вивести на діаграмі лінію регресії (кубічна парабола) і її рівняння. Для цього натиснути правою кнопкою мишки на кожній із точок графіка (точкової діаграми) і вибрати «Додати лінію тренду». В вікні «Параметри лінії тренду» вибрати «Поліноміальна, Ступінь 3», поставити галочки в віконцях «Показувати рівняння на діаграмі» і помістити на діаграму величину вірогідності апроксимації (R^2). Після закриття вікна, можна побачити, що на діаграмі з'явилася крива, що проходить через усі 4 точки, її рівняння (можливо, з якоюсь незначною похибкою, якою можна знехтувати) і величина коефіцієнта детермінації $R^2 = 1$.
2. Інший спосіб полягає в лінеаризації моделі $Y = a_1X + a_2X^2 + a_3X^3 + b$ шляхом введення нових змінних $U = X^2$ і $V = X^3$. Далі потрібно сформувати нову таблицю, помістивши в перший стовпчик значення Y, а в наступні стовпчики – значення X, U і V. Після цього потрібно звернутися до функції LINEST, яка має вигляд

LINEST (масив $\{y_i\}$, $i = \overline{1,\ n}$; масив $\{x_{ji}\}$, $j = \overline{1, k}$, $i = \overline{1,\ n}$; A; B).

Перший аргумент – діапазон, що містить значення Y; другий аргумент – діапазон, що містить значення незалежних змінних; A – логічне значення, яке вказує на наявність (1) або відсутність (0) вільного члена в рівнянні; B – логічне значення, яке вказує, чи виводити додаткову статистику по регресійному аналізі (1) чи ні (0).

У випадку вивчення множинної регресії виділяється діапазон розміром 5 на $k + 1$, де k – кількість незалежних змінних. В друге вікно вводять діапазон значень пояснюючих змінних. Регресійна статистика буде виводитися в такій послідовності:

a_k^*	a_{k-1}^*	…	a_2^*	a_1^*	b^*
s_{a_k}	$s_{a_{k-1}}$	–	s_{a_2}	s_{a_1}	s_b
R^2	S	–	–	–	–
F-статистика	$n - 1 - k$	–	–	–	–
SSE	SSR	–	–	–	–

Тут s – стандартна помилка оцінки Y, а в другому рядку представлені так звані стандартні відхилення коефіцієнтів регресії. Якщо потрібна додаткова регресійна статистика, слід виділити в електронній таблиці діапазон комірок розміром 5 на 4 (5 рядків, 4 стовпчики). Далі викликати функцію LINEST, ввести аргументи і натиснути OK. В лівій верхній комірці виділеної області з'явиться перший елемент підсумкової таблиці. Щоб розкрити всю таблицю, потрібно натиснути клавішу F2 а потім – комбінацію клавіш Ctrl+Shift+Enter.

Коефіцієнти регресії, що з'явилися в 1-й рядку таблиці, не повинні відрізнятися від уже відомих нам значень (оцінка вільного члена, можливо, буде містити незначну похибку, якою можна знехтувати).

Завдання 2. Це завдання є продовженням завдання, в якому вивчалася множинна кореляція, і був знайдений відповідний коефіцієнт. Тепер за тими ж даними потрібно побудувати модель регресії з трьома незалежними змінними.

Для виконання завдання необхідно звернутися до функції LINEST. Результат буде представлений в такому вигляді:

```
– 0.89144   2.832728    1.005391   – 3.25573
 0.19837     0.30429    0.356699    1.672071
 0.957746   0.239896      #N/A        #N/A
 120.8868      16         #N/A        #N/A
 20.8712    0.920804      #N/A        #N/A
```

Таким чином, одержано рівняння регресії

$$\overline{y}_{x_1,x_2,x_3} = 1.005x_1 + 2.883x_2 - 0.891x_3 - 3.256$$

з коефіцієнтом детермінації $R2 = 0.958$ який повинен бути рівним квадрату коефіцієнта множинної кореляції R. Оцінити адекватність моделі можна за допомогою F-критерію.

Завдання 3. Є таблиця експериментальних даних, отриманих в 20 дослідах (табл. 2.5.1).

Довільно припустивши, що залежність Y від X_1 і X_2 можна апроксимувати формулою $Y = a_1X_1 + a_2X_2 + b$, знайти оцінки параметрів лінійної регресії і записати її рівняння у вигляді $\overline{y}_{x_1,x_2} = a_1^*x_1 + a_2^*x_2 + b^*$.

Таблиця 2.5.1 – Результати дослідів

Y	X_1	X_2	Y	X_1	X_2
0.51	0.60	0.28	1.14	0.67	0.56
0.02	0.15	0.94	0.77	0.56	0.29
1.95	0.76	0.12	0.02	0.15	0.99
0.65	0.47	0.29	2.33	0.99	0.45
1.21	0.80	0.69	1.61	0.80	0.19
2.06	0.78	0.22	0.02	0.11	0.75
1.67	0.75	0.26	0.32	0.36	0.01
0.02	0.11	0.20	1.27	0.95	0.93
0.24	0.48	0.88	0.28	0.66	0.97
2.82	1.00	0.44	0.74	0.92	0.71

Після аналізу фізичної природи залежності, яку досліджують, виникає припущення, що більш вдалою апроксимацією може служити показово-степенева функція $Y = bX_1^{a_1}e^{a_2X_2}$, яку можна лінеаризувати логарифмуванням:

$$\ln Y = \ln b + a_1 \ln X_1 + a_2 X_2;$$
$$Z = \ln Y\,,\ c = \ln b\,,\ U = \ln X_1\,,\ V = X_2;$$
$$Z = a_1 U + a_2 V + c.$$

Потрібно знайти за допомогою лінійного регресійного аналізу оцінки $a_1^*,\ a_2^*,\ c^*$ і записати вибіркове рівняння регресії у вигляді $\overline{y}_{x_1,x_2} = e^{c^*}x_1^{a_1^*}e^{a_2^*x_2}$, порівняти коефіцієнти детермінації двох отриманих моделей регресії і для кожної моделі порівняти реальні результати всіх 20 вимірювань Y з модельними передбаченнями $\overline{y}_{x_1x_2}$, розрахувавши середню абсолютну і середню відносну помилки передбачення:

$$\overline{\Delta} = \frac{1}{n}\sum_i \left|y_i - \overline{y}_{x_1,x_2}\right|;$$
$$\overline{\delta} = \frac{1}{n}\sum_i \left|\frac{y_i - \overline{y}_{x_1,x_2}}{y_i}\right|.$$

Для оцінювання параметрів регресії потрібно скористатися функцією LINEST, ввівши нові змінні *Z, U,V.*

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Охарактеризуйте особливості двох підходів (інтерполяційного і регресійного) до апроксимації залежностей.
2. У завданні 1 в вікні «Параметри лінії тренду» вибрати «Поліноміальна», «Степінь 2», а потім «Степінь 4». Як можна пояснити зниження коефіцієнта детермінації в першому випадку і відсутність усяких змін у другому?
3. Як перевіряється адекватність регресійної моделі?
4. Чи може при включенні в модель додаткової незалежної змінної знизитися коефіцієнт детермінації?
5. Класифікуйте різні типи нелінійності залежностей, які моделюються, з точки зору регресійного аналізу.
6. Наведіть власний приклад переходу від нелінійної моделі з однієї незалежної змінної до лінійної моделі з декількома незалежними змінними.

2.6 Планування експерименту

2.6.1 Основні поняття

Змінні величини, які вимірюють, приймають у деякий момент часу певні значення і впливають на об'єкт дослідження, називаються факторами експерименту. Вибір факторів експерименту є досить істотним, від нього залежить наскільки успішно і якісно буде вирішена поставлена задача.

Раніше було розглянуто пасивний експеримент, при якому значення факторів в кожному досліді реєструються дослідником, але не задаються. Математична статистика використовувалася лише при обробці результатів експерименту, але не на стадії його постановки. Тепер можна перейти до розгляду активного експерименту, в якому дослідник на свій розсуд може змінювати умови його проведення, тобто значення факторів. Математична статистика в цьому випадку використовується вже на стадії постановки і планування експерименту.

Теорія планування експерименту почалася з робіт знаменитого англійського вченого Р. Фішера в 30-е рр. XX століття. Саме він довів доцільність використання статистичних методів у проблемі пошуку оптимальних умов проведення експерименту. Надалі цей напрямок було розвинено в 50-их роках у США Дж. Боксом і його співробітниками. Вітчизняні вчені теж внесли великий вклад у розвиток теорії експерименту, запропонувавши ряд нових методів, а інженери-дослідники усе ширше застосовують ці методи на практиці.

Проведення активного експерименту найчастіше вимагає значних матеріальних затрат. Тому важливим завданням є одержання необхідних відомостей при мінімальній кількості дослідів. Вирішенням цієї проблеми займається математична теорія планування експерименту, під якою розуміють науку про способи складання економічних експериментальних планів, що одночасно дозволяють отримати найбільшу кількість інформації про об'єкт дослідження, про способи проведення експерименту, про способи обробки експериментальних даних і їх використання для оптимізації виробничих процесів, а також інженерних розрахунків.

Задача планування експерименту – це задача вибору кількості і умов проведення дослідів, методів математичної обробки їх результатів і прийняття рішень.

В загальному випадку вона дозволяє відповісти на такі питання:

- як спланувати експеримент, що забезпечує при необхідній точності результатів мінімальні витрати часу та засобів;
- як обробити результати, щоб отримати з них максимум інформації про об'єкт досліджування;
- які висновки можна зробити за результатами експерименту і яка достовірність цих висновків.

Проблеми, для вирішення яких може використовуватися планування експерименту, надзвичайно різноманітні. Це пошук оптимальних умов, побудова інтерполяційних формул, вибір істотних факторів, оцінка і уточнення констант теоретичних моделей, вибір найбільш прийнятних з деякої множини гіпотез про механізм явищ, дослідження діаграм склад-властивість і т. д.

При плануванні експерименту об’єкт дослідження представляється у вигляді «чорного ящика» (рис. 2.6.1), на який впливають фактори $x_1, x_2, \ldots, n$ які ще називають керуючими вхідними (незалежними) змінними.

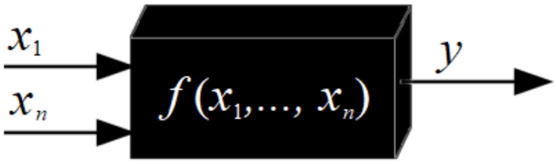


Рисунок 2.6.1 – Модель «чорного ящика»

Фактори визначають стан об’єкта. Кожен фактор $x_i (i = 1, \ldots, x_n)$ може приймати певну кількість значень, які називають рівнями факторів. Множина можливих рівнів фактору x_i називається областю його визначення. Ці області можуть бути безперервними і дискретними, обмеженими і необмеженими. Багатомірний факторний простір – це простір, координати якого відповідають розглянутим факторам. Розмірність факторного простору дорівнює кількості факторів. Так, наприклад, при двох факторах факторний простір являє собою факторну площину.

Для проведення активного експерименту необхідно мати можливість впливати на поведінку факторів: або підтримувати їх на заданому рівні, або змінювати за програмою.

Стрілка справа на рис. 2.6.1 вказує на вихідну (залежну) змінну y, яку прийнято називати відгуком. Залежність відгуку від розглянутих факторів називається функцією відгуку. Геометричне представлення функції відгуку у факторному просторі називають поверхнею відгуку.

2.6.2 Вимоги до параметрів експерименту

При плануванні експерименту значенням факторів привласнюють певні рівні, тобто фактори приймають дискретними. В практичних задачах області визначення факторів мають обмеження, які носять або принциповий, або технічний характер.

Фактори можуть бути кількісними і якісними.

Прикладами кількісних факторів є температура, тиск, концентрація тощо. Їх рівням відповідає числова шкала. Застосування каталізаторів, конструкції апаратів, способи лікування, методики викладання і т. п. є прикладами якісних факторів. Якщо використовуються якісні фактори, то при плануванні експерименту кожному їх рівню повинно бути привласнене яке-небудь число, тобто проводиться кодування. Послідовність рівнів тут довільна, але після кодування він фіксується.

До факторів в активному експерименті висувають певні вимоги.

1. Фактори повинні бути керованими. Це значить, що можливе встановлення заданих значень і підтримка їх постійними в процесі досліду. Наприклад, експериментальна установка перебуває на відкритому майданчику. Тут температурою повітря не можна керувати, її можна лише контролювати, і тому при виконанні дослідів температуру не можна розглядати як фактор активного експерименту.
2. Точність вимірювання факторів повинна бути якомога більше високою.
3. Щоб точно визначити фактор, потрібно вказати послідовність дій, за допомогою яких встановлюються його конкретні значення. Так, наприклад, якщо фактором є температура, вологість або тиск в установці, то необхідно вказати, в якій точці і за допомогою якого приладу цей параметр вимірюється.
4. Фактори повинні безпосередньо впливати на об'єкт дослідження.
5. Важливо вибирати в якості факторів лише ті, які можна змінювати, не зачіпаючи інші фактори. При цьому рівень будь-якого фактору повинен встановлюватися незалежно від рівнів інших (незалежність факторів).
6. При плануванні експерименту одночасно змінюють декілька факторів, тому необхідно, щоб усі фактори були сумісні. Сумісність факторів означає, що всі їх комбінації здійсненні, безпечні і їх взаємний вплив не буде порушувати процес функціонування об'єкта.

Для побудови ефективної математичної моделі доцільно провести попередній аналіз значимості факторів (ступені впливу на функцію), їх ранжування і виключити малозначні фактори.

Вихідні змінні – це реакції (відгуки) на вплив факторів. Відгук залежить від специфіки дослідження. Він може бути економічним (прибуток, рентабельність), технологічним (вихід, надійність), психологічним, статистичним і т. д. Однак можуть зустрічатися і відгуки, які характеризуються якісними ознаками. В цьому випадку можливе застосування рангового підходу. Ранговий параметр має дискретну обмежену область визначення. В найпростішому випадку область містить два значення (так, ні; добре, погано і т. п.). Це може відповідати, наприклад, придатній продукції і браку. Ще один приклад рангового підходу – оцінка на іспиті, коли одним числом оцінюється складний комплекс отриманих відомостей про знання студента.

До об'єкта дослідження висуваються дві вимоги, які потрібно враховувати при плануванні експерименту. Насамперед суттєво, чи відтворюються на об'єкті в тих самих умовах результати експерименту. Спочатку вибирають деякі рівні для всіх факторів і в цих умовах проводять експеримент. Потім повторюють його кілька раз через нерівні проміжки часу і порівнюють значення функції відгуку. Розкид цих значень характеризує відтворюваність результатів. Якщо він не перевищує деякої заздалегідь заданої величини (вимог до точності експерименту), то об'єкт задовольняє вимогу відтворюваності результатів, а якщо перевищує, то не задовольняє цю вимогу.

Другою вимогою до об'єкта дослідження є його керованість, тобто можливість активного втручання в процес вибору в кожному досліді тих рівнів факторів, які в цей момент цікавлять дослідника.

2.6.3 Основи планування багатофакторного експерименту

Серед основних методів планування, які застосовуються на різних етапах дослідження, використовують:

- планування відсіваючого експерименту, основне призначення якого – виділення з всієї сукупності факторів групи істотних факторів, що підлягають подальшому детальному вивченню;
- планування експерименту для дисперсного аналізу, тобто складання планів для об'єктів з якісними факторами;
- планування регресійного експерименту, що дозволяє одержувати регресійні моделі (поліноміальні та інші);
- планування екстремального експерименту, у якому головна задача – експериментальна оптимізація об'єкта дослідження;
- планування при вивченні динамічних процесів і т. д.

Метою планування експерименту, як правило, є одержання математичної моделі об'єкта дослідження або процесу.

Якщо на об'єкт діє багато факторів, механізм яких невідомий, то для математичного опису поверхні відгуку звичайно використовують поліноміальні математичні моделі

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{n} \beta_i x_i + \sum_{i,j=1}^{n} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{n} \beta_{ii} x_i^2 + \cdots, \qquad (2.6.1)$$

де $x_i,\ x_j -$ фактори $(i = 1,\ \dots,\ n;\ j = 1,\ \dots,\ n;\ i \neq j)$;

$$\beta_i = \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right); \quad \beta_{ij} = \left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}\right); \quad \beta_{ii} = \left(\frac{\partial^2 f}{2\partial x_i^2}\right)$$

– коефіцієнти.

На практиці за результатами експерименту проводять обробку даних методом найменших квадратів. Цей метод дозволяє знайти оцінки b коефіцієнтів β і поліном (2.6.1) заміняють рівнянням виду

$$\widehat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i x_i + \sum_{i,j=1}^{n} b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} x_i^2 + \cdots, \qquad (2.6.2)$$

яке є регресійною моделлю (моделлю регресійного аналізу). В цьому виразі $\widehat{y}$ означає модельне, тобто таке значення виходу, яке розраховується за рівнянням.

В регресійній моделі члени другого степеню характеризують кривизну поверхні відгуку. На практиці найчастіше прагнуть обмежитися лінійною моделлю.

План експерименту – це інформація, що визначає кількість, умови і послідовність проведення дослідів. Область можливих комбінацій факторів називається областю можливих (допустимих) планів експерименту.

Плани враховують як особливості структури регресійних моделей, так і вимоги їх ефективності з позицій підвищення точності моделей, які одержуються, і зниження витрат на проведення експерименту.

Можливу комбінацію значень факторів експерименту називають станом. Щоб дізнатися кількість різних станів і, отже, кількість різних дослідів, достатньо кількість рівнів факторів p (якщо воно для всіх факторів однаково) піднести до степеня кількості факторів k. Отже, кількість різних дослідів дорівнює p^k.

На перший погляд проста система із шістьома факторами на чотирьох рівнях має $4^6 = 4096$ станів, а для десяти факторів на чотирьох рівнях їх уже понад мільйон! В цих умовах провести всі можливі досліди практично неможливо, перебір занадто великий. Тоді виникає питання, скільки і яких дослідів потрібно включити в експеримент, щоб розв’язати поставлену задачу? Тут і приходить на допомогу планування експерименту.

Під планами першого порядку розуміють такі плани, які дозволяють провести експеримент для відшукання рівняння регресії, що містить тільки перші ступені факторів і їх добутку:

$$\widehat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i x_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i=1}}^{n} b_{ij} x_i x_j + \sum_{\substack{i,j,u=1 \\ i\neq j\neq u}}^{n} b_{iju} x_i x_j x_u + \cdots \qquad (2.6.3)$$

Плани другого порядку дозволяють провести експеримент для відшукання рівняння регресії, що містить і другі ступені факторів:

$$\widehat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{n} b_i x_i + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i,j,=1 \\ i\neq j}}^{n} b_{ij} x_i x_j + \cdots \qquad (2.6.4)$$

В інженерній практиці при плануванні експериментів використовуються, в основному, плани першого і другого порядків. Плани більш високих порядків використовуються порівняно рідко.

2.6.4 Плани першого порядку. Повний факторний експеримент

Припустимо, що вивчається вплив ряду факторів $z_i (i = 1, \dots,\ k)$ на деяку величину y. Для цього проводяться експерименти за певним планом, який дозволяє реалізувати всі можливі комбінації факторів.

Для кожного фактору необхідно вказати інтервал його зміни. Для цього встановлюють орієнтовні значення факторів $x_{10}, x_{20}, \dots, x_{i0}, \dots, x_{k0}$, які приймають за основний (нульовий) рівень.

Інтервалом варіювання факторів називається деяке число (в загальному випадку різне для кожного фактору), додавання якого до основного рівня дає верхню, а віднімання – нижню межі. Інтервал варіювання повинен бути більшим від похибки вимірювання рівня фактору (обмеження знизу), а верхній і нижній рівні фактору не повинні виходити за область його припустимих значень (обмеження зверху). Для спрощення запису умов експерименту і обробки експериментальних даних масштаби по осях вибираються так, щоб верхній рівень становив +1, нижній –1, а основний – 0.

В теорії планування експериментів показано, що мінімальна необхідна кількість рівнів факторів на одиницю більша порядку рівняння.

Таким чином, при використанні планів першого порядку достатньо кожен фактор розглядати лише на двох фіксованих рівнях (верхньому і нижньому). Кількість всіх експериментів (дослідів) у цьому випадку буде рівною $n = 2^k$, де k – кількість факторів, які досліджуються. Постановка дослідів за таким планом називається повнофакторним експериментом типу 2^k (ПФЕ 2^k). Іншими словами, повнофакторний експеримент – це експеримент, що реалізує всі можливі неповторювані комбінації рівнів незалежних факторів.

Залежно від обсягу апріорної інформації в математичну модель включають не всі, а лише деякі взаємодії першого порядку, іноді – взаємодії другого порядку і дуже рідко – взаємодії третього і більш високого порядків. Пов’язане це з тим, що врахування усіх взаємодій приводить до громіздких розрахунків.

Значення факторів, які мають реальний фізичний зміст, приводяться до одному масштабу. Це досягається шляхом кодування змінних.

Позначимо нижній рівень фактору z_i через z_i^-, а верхній рівень z_i^+(тобто $z_i \in [z_i^-,\ z_i^+]$, $i = 1,\ \dots,\ k$). Тоді нові кодовані змінні x_i будуть визначатися через z_i за формулою

$$x_i = \frac{z_i - z_i^0}{\lambda_i}, \tag{2.6.5}$$

де z_i^0 називають центром плану, λ_i – інтервалом варіювання.

Ці величини знаходять за допомогою співвідношень

$$z_i^0 = \frac{z_i^+ + z_i^-}{2}, \quad \lambda_i = \frac{z_i^+ - z_i^-}{2}.$$

При такому кодуванні всі нові змінні будуть набувати значень від –1 до +1, тобто $x_i \in [-1,\ +1]$, $i = 1,\ \dots,\ k$. При цьому значення нових змінних на нижньому рівні будуть дорівнювати – 1, а на верхньому – +1.

Лінійне рівняння регресії відносно нових змінних має такий вигляд:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \dots + b_k x_k. \tag{2.6.6}$$

Якщо потрібно вивчити вплив парних взаємодій різних факторів, то рівняння регресії записують у вигляді

$$\begin{gathered} y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + \ldots + b_kx_k + b_{12}x_1x_2 + \\ + b_{13}x_1x_3 + \ldots + b_{k-1,k}x_{k-1}x_k. \end{gathered} \quad (2.6.7)$$

Якщо треба врахувати взаємодії більш високих порядків, то вводять додаткові доданки.

2.6.5 Складання матриці планування повного факторного експерименту

Умови експерименту (всі комбінації рівнів факторів) можна записати у вигляді таблиці, де рядки відповідають різним дослідам, а стовпчики – значенням факторів. Такі таблиці називають матрицями (репліками) планування експерименту. Матриця планування ПФЕ 2^2 наведена в табл. 2.6.1, а матриця планування ПФЕ 2^3 – в табл. 2.6.2.

Таблиця 2.6.1 – Матриця планування ПФЕ 2^2

№ досліду	Фактори	
	x_1	x_2
1	–1	–1
2	+1	–1
3	–1	+1
4	+1	+1

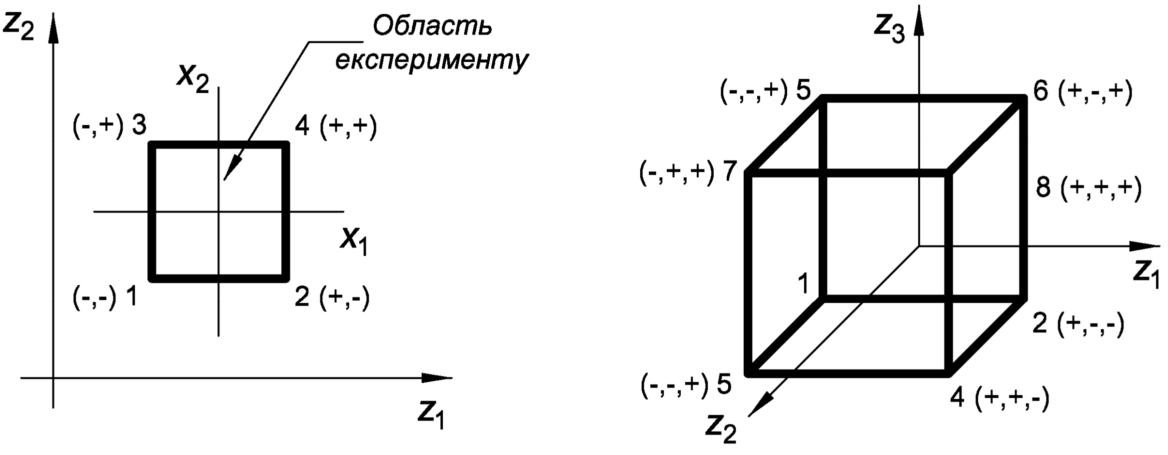
Таблиця 2.6.2 – Матриця планування ПФЕ 2^3

№ досліду	Фактори			№ досліду	Фактори		
	x_1	x_2	x_3		x_1	x_2	x_3
1	–1	–1	–1	5	–1	–1	+1
2	+1	–1	–1	6	+1	–1	+1
3	–1	+1	–1	7	–1	+1	+1
4	+1	+1	–1	8	+1	+1	+1

Геометричною інтерпретацією ПФЕ 2^2 є квадрат у факторній площині (рис. 2.6.2, а), а ПФЕ 2^3 – куб (рис. 2.6.2, б).

Тут осі нормованих координат x_1 і x_2 проходять через точку перетину основних рівнів факторів, і масштаб їх осей обраний так, щоб інтервал варіювання рівнявся 1.

Тоді умови проведення дослідів в матриці планування експерименту будуть відповідати вершинами квадрата, центром якого є основний рівень. Якщо $n > 3$, то фігуру, що задає в багатомірному просторі область експерименту, називають гіперкубом.



а) б)

Рисунок 2.6.2 – Геометрична інтерпретація ПФЕ

Кожний стовпчик у матриці планування називають вектор-стовпчиком, а кожний рядок – рядком-вектором-рядком.

Запис матриці планування, особливо для багатьох факторів, громіздкий. Для її скорочення зручно ввести умовні літерні позначення рядків. Це роблять таким способом. Порядковий номер фактору ставлять у відповідність малій букві латинського алфавіту: $x_1 \to a,\ x_2 \to b, \ldots$ і т. д. Якщо тепер для рядка матриці планування виписати латинські букви лише для факторів, що перебувають на верхніх рівнях, то умови досліду будуть задані однозначно. Дослід з усіма факторами на нижніх рівнях позначають (1). Тепер замість повного запису матриці планування 2^2 (табл. 2.6.1) можна користуватися лише літерними позначеннями: (1), a, b, ab (обидва фактори на нижньому рівні, тільки перший фактор на верхньому рівні, тільки другий фактор на верхньому рівні, обидва фактори на верхньому рівні). Аналогічно можна показати, що матриці планування повного факторного експерименту 2^3 (табл. 2.6.2) відповідає буквений запис: (1), a, b, ab, c, ac, bc, abc.

Якщо для двох факторів усі можливі комбінації рівнів легко знайти прямим перебором (або просто запам’ятати), то з зростанням кількості факторів виникає необхідність у деякому прийомі побудови матриць, який базується на переході від матриць меншої розмірності до матриць більшої розмірності.

При цьому при додаванні нового фактору кожна комбінація рівнів вихідного плану зустрічається двічі: в комбінації з нижнім і верхнім рівнями нового фактору. Звідси природно з’являється прийом: записати вихідний план для одного рівня нового фактору, а потім повторити його для іншого рівня. Цей прийом поширюється на побудову матриць будь-якої розмірності.

Другий прийом базується на правилі чергування знаків. В першому стовпчику знаки змінюються по черзі, у другому стовпчику вони чергуються через два, у третьому – через 4, у четвертому – через 8 і т. д. по степенях двійки.

Обидва прийоми легко простежити на прикладі матриці планування 2^3 (табл. 2.6.2).

Оскільки значення рівнів факторів по модулю завжди дорівнюють одиниці, те часто в матриці планування записують лише знак рівня (тобто «+» замість «+1» і «–» замість «–1»).

Матриця ПФЕ володіє рядом властивостей:

1) симетричність плану щодо центру експерименту, тобто сума значень рівнів будь-якого фактору (стовпчика) дорівнює 0:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 0;$$

2) нормованість плану (сума квадратів елементів будь-якого стовпчика дорівнює кількості дослідів n):

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2 = n;$$

3) ортогональність плану (сума добутків елементів будь-яких двох різних стовпчиків повинна дорівнювати нулю):

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \cdot x_{ip} = 0. \qquad (2.6.8)$$

2.6.6 Послідовність постановки повного факторного експерименту

Вплив факторів на відгук може залежати від рівня, на якому перебуває інший фактор, або від комбінації рівнів декількох факторів. Якщо апріорно невідомо, що такої залежності між факторами немає, то будують розгорнуту матрицю планування, що враховує не лише фактори, але і їх взаємодії. При цьому знаки в стовпчиках для взаємодій одержують перемножуванням знаків взаємодіючих факторів.

Таке правило дозволяє гарантувати, що не буде пропущена жодна можлива комбінація факторів в дослідах, і в той же час не буде повторень однакових комбінацій. Дуже важливо, що при додаванні стовпців ефектів взаємодій усі розглянуті властивості матриць планування зберігаються.

Розглянемо докладну побудову плану ПФЕ 2^2. Для плану ПФЕ 2^2 кількість факторів дорівнює двом, а кількість рівнів фіксування факторів також 2. Значення кодованих факторів вибирають у вигляді +1 та –1. Повна кількість можливих комбінацій значень 2 факторів (кількість дослідів, а значить і кількість рядків плану) $n = 2^2 = 4$.

Покажемо, що плани першого порядку не придатні для побудови регресійного рівняння, що містить квадрати факторів.

Складемо план для рівняння:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2.$$

Кількість членів рівняння тут дорівнює 6. План ПФЕ 2^2 для цього рівняння оформлено у вигляді табл. 2.6.3.

Таблиця 2.6.3 – План ПФЕ 2^2

№ експерименту	0	1	2	3	4	5	–
	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	$x_4 = x_1^2$	$x_5 = x_2^2$	y
1	+1	–1	–1	+1	+1	+ 1	y_1
2	+1	+1	–1	–1	+1	+ 1	y_2
3	+1	–1	+1	–1	+1	+1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4

В цю матрицю введений додатковий вектор-стовпець фіктивної змінної x_0, яка набуває у всіх дослідах значення +1. Ця змінна вводиться для надання однаковості формулам для обчислення коефіцієнтів регресійного рівняння і носить допоміжний характер. Стовпчики, залиті сірим кольором, утворюють план експерименту, інші стовпчики при проведенні експериментів не беруть участі і носять допоміжний характер.

Подивившись уважно на отриману матрицю, можна побачити, що різних стовпчиків в таблиці вийшло лише чотири. Стовпчики, які відповідають квадратам факторів, не відрізняють від стовпчика x_0. Отже, за цим планом визначити окремо коефіцієнти при квадратах факторів неможливо. Тому плани ПФЕ 2^k і називають планами першого порядку.

Таким чином, в матриці планування експерименту кількість різних стовпчиків дорівнює кількості різних комбінацій факторів, тобто кількості рядків плану і, відповідно, кількості дослідів n.

Слід зазначити, що це загальний результат для плану ПФЕ 2^k, тобто за допомогою планів ПФЕ 2^k можна визначити всі коефіцієнти лінійного полінома з усіма можливими комбінаціями факторів, включаючи коефіцієнти, що відображають максимальну взаємодію факторів. Для побудови регресійних рівнянь, що включають квадрати факторів, використовують більш складні плани другого порядку.

План ПФЕ 2^k називається насиченим, якщо кількість коефіцієнтів рівняння регресії дорівнює кількості дослідів n, і ненасиченим, при виборі рівняння, кількість коефіцієнтів якого менша т.

Для плану ПФЕ 2^3 кількість факторів $n = 3$. Виконується $n = 2 = 8$ дослідів. Рівняння може містити до восьми членів. Таким чином, формується план з восьми рядків і восьми стовпчиків. План складається аналогічно до плану ПФЕ 2^2. Приклад розгорнутої матриці планування для ПФЕ 2^3 наведений в таблиці 2.6.4.

Всі фактори, що впливають на параметри об’єкта, які досліджують, передбачити, як правило, не вдається. Так, у складних системах факторів, що залежать від множини, деякі впливи не можуть контролюватися або керуватися. Вплив цих факторів розглядаються як білий шум, накладений на дійсні результати експерименту.

Щоб відокремити фактори, що цікавлять експериментатора, від шумового тла, застосовуються спеціальні методи, які називають рандомізацією експерименту.

Таблиця 2.6.4 – Матриця планування для обробки результатів експерименту

№ експ.	Фактори				Взаємодії				Результати паралельних дослідів			Середнє результатів
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_1	y_2	y_3	$\overline{y}$
1	+1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	–1	y_{11}	y_{12}	y_{13}	$\overline{y}_1$
2	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1	y_{21}	y_{12}	y_{23}	$\overline{y}_2$
3	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1	y_{31}	y_{32}	y_{33}	$\overline{y}_3$
4	+1	+1	+1	–1	+1	–1	–1	–1	y_{41}	y_{42}	y_{43}	$\overline{y}_4$
5	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	y_{51}	y_{52}	y_{53}	$\overline{y}_5$
6	+1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	–1	y_{61}	y_{62}	y_{63}	$\overline{y}_6$
7	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	–1	y_{71}	y_{72}	y_{73}	$\overline{y}_7$
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_{81}	y_{82}	y_{83}	$\overline{y}_8$

Для оцінювання точності експерименту для кожної *j*-ої точки факторного простору (для кожної комбінації рівнів факторів матриці планування) проводять m дослідів.

В результаті отримують значення $y_{j_1}, y_{j_2}, \dots, y_{jm}$ параметрів, які досліджують і для яких знаходять середнє значення

$$\overline{y}_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} y_{ji}. \qquad (2.6.9)$$

При цьому досліди проводять не підряд в одній точці, а обходять всі точки в першій серії дослідів, потім у другий і т. д. Для зменшення впливу зовнішнього середовища і неконтрольованих факторів всередині кожної серії точки факторного простору обходять випадковим способом – рандомізують послідовність дослідів. Рандомізацію дослідів можна провести за допомогою генератора випадкових чисел або таблиці випадкових чисел.

Наприклад, у випадку постановки двох серій дослідів для експериментів 2^3 одержимо такі послідовності:

Перший дослід								Другий дослід							
3	6	2	5	1	7	4	8	4	1	8	5	3	2	7	6

Це означає, що в першій серії дослідів першим виконується дослід в точці факторного простору №3, другим – в точці №6 і т. д. В другій серії першим виконується дослід у точці №4, другим – в точці №1 і т. д.

Результати дослідів у кожному j-ому експерименті $\left(j=1,\ldots,n\right)$ записують в праві стовпчики матриці планування. Потім обчислюють середні вибіркові значення отриманих результатів для кожної серії дослідів, що належать до j-ої точки факторного простору (табл. 2.6.4).

2.6.7 Перевірка відтворюваності дослідів

З метою оцінювання відхилення параметра, який досліджують, від його середнього значення для кожного рядка матриці планування обчислюють виправлену дисперсію експерименту по даним m паралельних дослідів за формулою:

$$s^2(y_j) = \sum_{i=1}^{m} \frac{(y_{ji} - \overline{y}_j)^2}{m - 1}. \qquad (2.6.10)$$

Після обчислення дисперсій перевіряють гіпотезу їх однорідності за критерієм Кохрена.

Серед усієї сукупності розрахованих порядкових дисперсій вибирають максимальна $s^2(y_j)_{max}$ і обчислюють відношення цієї дисперсії до суми всіх порядкових дисперсій, тобто визначається розрахункове значення коефіцієнта Кохрена

$$\text{Gp} = \frac{s^2(y_j)_{max}}{\sum_{j=1}^{n} s^2(y_j)} \qquad (2.6.11)$$

який показує, яку частку в загальній сумі порядкових дисперсій займає максимальна з них. У випадку ідеальної однорідності порядкових дисперсій коефіцієнт Gт прагнув би до значення $1/\text{т}$, де n – кількість дослідів (кількість рядків в матриці планування).

Розрахункове значення коефіцієнта Кохрена порівнюють з табличним значенням Gт-критерію (дод. И), яке вибирають з таблиць для прийнятого рівня значимості α і для чисел ступенів свободи f_1 і f_2 (відповідно чисельника та знаменника): $f_1 = m - 1, f_2 = n.$

Для цього значення f_1 знаходять в горизонтальному заголовку таблиці (вибирають стовпчик), а f_2 вибирають ліворуч у вертикальному заголовку таблиці (вибирають рядок) і на перетині одержують табличне значення Gт коефіцієнта Кохрена. Якщо виконується умова $\text{Gp} < \text{Gт}$ то з обраним рівнем статистичної значимості α (з достовірністю 1–α) усі порядкові дисперсії визнають однорідними. А якщо ні, то слід застосувати методику виключення величин, що різко виділяються, або знайти причину виникнення великої дисперсії в j-ій точці факторного простору. Потім експеримент необхідно повторити, змінивши умови його проведення (набір факторів, інтервал їх варіювання, точність вимірювальних приладів).

Якщо всі дисперсії експериментів однорідні, то обчислюють дисперсію відтворюваності s_y^2, яка характеризує помилку всього експерименту. У випадку рівномірного дублювання дослідів (тобто при однаковій кількості спостережень в кожному експерименті) для розрахунків використовують формулу:

$$s_y^2 = \frac{1}{n \cdot (m-1)} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left(y_{ji} - \overline{y}_j\right)^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} s^2\left(y_j\right)}{n}, \qquad (2.6.12)$$

де n – кількість експериментів (кількість рядків в матриці ПФЕ);

m – кількість дослідів (спостережень) у кожному експерименті;

y_{ij} – результат окремого i-го спостереження j-му експерименті;

$\bar{y}_j$ – середнє вибіркове значення спостережень для j-го експерименту, яке визначають за формулою (2.6.9).

2.6.8 Розрахунки оцінок коефіцієнтів регресійного рівняння

Розрахунки оцінок коефіцієнтів рівняння регресії проводять методом найменших квадратів, при цьому мінімізується сума квадратів відхилень між експериментальними значеннями параметра, який досліджують, і значеннями, які обчислені для тих же точок факторного простору за рівнянням регресії. Завдяки попередній стандартизації масштабу факторів і ортогональності матриці планування, розрахунки оцінок коефіцієнтів регресії в ПФЕ значно спрощується

Скористаємося властивостями ПФЕ для визначення коефіцієнтів рівняння регресії (2.6.6) методом найменших квадратів. Виведемо формули для обчислення коефіцієнтів рівняння:

$$\widehat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2.$$

Методом найменших квадратів можна визначити

$$\Phi = \sum_{j=1}^{n} \left(y_j - \widehat{y}_j\right)^2 \to \min_{b_i}.$$

Звідки

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_1} = 2 \sum_{j=1}^{n} \left(y_j - b_0 - b_2 x_{2j}\right) x_{1j} = 0;$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_2} = 2\sum_{j=1}^{n}\left(y_j - b_0 - b_2 x_{2j}\right)x_{2j} = 0;$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial b_0} = 2\sum_{j=1}^{n}\left(y_j - b_0 - b_2 x_{2j}\right) = 0.$$

Розкриваючи дужки, одержимо

$$\sum_{j=1}^{n} y_j x_{1j} - b_0 \sum_{j=1}^{n} x_{1j} - b_1 \sum_{j=1}^{n} x_{1j}^2 - b_2 \sum_{j=1}^{n} x_{1j}x_{2j} = 0;$$
$$\sum_{j=1}^{n} y_j x_{2j} - b_0 \sum_{j=1}^{n} x_{2j} - b_1 \sum_{j=1}^{n} x_{1j}x_{2j} - b_2 \sum_{j=1}^{n} x_{2j} = 0;$$
$$\sum_{j=1}^{n} y_j - b_0 n - b_1 \sum_{j=1}^{n} x_{1j} - b_2 \sum_{j=1}^{n} x_{2j} = 0.$$

Матриця планування ПФЕ наділена такими властивостями:

- симетричністю $\sum_{j=1}^{k} x_{ij} = 0;$
- нормуванням $\sum_{j=1}^{k} x_{ij}^2 = n;$
- (ортогональністю) $\sum_{i=1}^{k} x_{ji} \cdot x_{pi} = 0.$

З врахуванням цих властивостей система набуде вигляду:

$$\sum_{j=1}^{n} y_i x_{1j} - b_1 n = 0;$$
$$\sum_{j=1}^{n} y_j x_{2j} - b_2 n = 0;$$
$$\sum_{j=1}^{n} y_j - b_0 n = 0.$$

Звідси можна отримати залежності для визначення коефіцієнтів рівняння:

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j x_{1j}}{n}; \quad b_2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_j x_{2j}}{n}; \quad b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} y_i}{n}.$$

Отже, будь-які коефіцієнти рівняння регресії (2.6.6) визначаються скалярним добутком стовпчика y на відповідний стовпчик x. Можна показати, що аналогічно визначаються і коефіцієнти, якщо в рівнянні регресії (2.6.7) враховуються лінійні взаємодії (подвійні, потрійні) і т. д.:

$$\begin{gathered} b_0 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{0j}\overline{y}_j, \quad b_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\overline{y}_j, \ i = 1, \ \dots, \ k; \\ b_{r,p} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{rj}x_{pj}\overline{y}_j, \ r < p, \ r = 1, \ \dots, \ k, \ p = 1, \ \dots, \ k \quad \text{і т. д.,} \end{gathered} \tag{2.6.13}$$

якщо враховуються інші взаємодії.

Для того щоб привести формулу для обчислення b_0 до вигляду, аналогічного формулам для обчислення інших коефіцієнтів, в матрицю планування вводять вектор-стовпчик фіктивної змінної x_0, яка приймає у всіх дослідах значення +1.

Слід звернути особливу увагу на те, що всі коефіцієнти (як лінійні, так і ті, що визначають взаємодії) незалежні, оскільки у формули для їх розрахунків (2.6.13) входять свої однойменні змінні. Тому кожен коефіцієнт характеризує роль відповідної змінної (або їх взаємодії) у процесі і вказує на силу впливу факторів. Чим більше чисельна величина коефіцієнта, тем більший вплив виявляє цей фактор. Якщо коефіцієнт має знак плюс, то зі збільшенням значення фактору відгук збільшується, а якщо мінус – зменшується.

В результаті проведених розрахунків може вийти так, що один або кілька коефіцієнтів рівняння регресії не дуже великі і виявляться незначущими. Фактори, що мають коефіцієнти, незначно відмінні від нуля, можуть бути виведені зі складу рівняння, так як їх вплив на параметри відгуку буде віднесено до помилки експерименту. Оскільки коефіцієнти незалежні один від одного (що забезпечується ортогональністю плану) коефіцієнти рівняння регресії, що залишилися, можна не перераховувати. Якби умова ортогональності не виконувалося, то після виключення кожного незначущого коефіцієнта виникала б необхідність перераховувати оцінки коефіцієнтів, що залишилися, і їх дисперсії. При цьому можуть змінитися як довірчі інтервали, так і висновки щодо значимості коефіцієнтів.

Приклад 2.6.1. В результаті проведення експериментів за планом ПФЕ 2^2, тобто при зміні двох факторів, одержано дослідні значення $y_1 = 6$, $y_2 = 3$, $y_3 = 4$, $y_4 = 7$.

Складаємо план ПФЕ 2^2:

x_0	x_1	x_2	x_1x_2	y	$\tilde{y}$	$\widehat{y}$	$\lvert y-\widehat{y}\rvert$
+1	–1	–1	+1	6	4,5	6	0
+1	+1	–1	–1	3	4,5	3	0
+1	–1	+1	–1	4	5,5	4	0
+1	+1	+1	+1	7	5,5	7	0

Відзначимо, що в перший стовпчик внесені значення фіктивної змінної x_0, яка введена для однаковості розрахунків коефіцієнтів регресії за формулами з використанням обчислювальної техніки.

Спочатку знайдемо за формулами (2.6.13) коефіцієнти скороченого лінійного полінома виду $\tilde{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2$:

$$b_0 = \frac{1}{4}(6+3+4+7) = 5;$$
$$b_1 = \frac{1}{4}(-6+3-4+7) = 0;$$
$$b_2 = \frac{1}{4}(-6-3+4+7) = 0.5.$$

Поліном має вигляд $\tilde{y} = 5 + 0 \cdot x_1 + 0.5 \cdot x_2$. Результати обчислень наведені в стовпчику $\tilde{y}$ таблиці.

Порівнюючи відповідні значення y і $\tilde{y}$, можна помітити, що між ними спостерігаються значні розбіжності. Якщо точність скороченого полінома не задовольняє, то за тими ж результатами дослідів можна сформувати більш повний поліном виду $\tilde{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2$. При цьому раніше визначені коефіцієнти залишаються без змін. Коефіцієнт b_{12} визначають за формулами (2.6.13):

$$b_{12} = \frac{1}{4}(6-3-4+7) = 15.$$

Поліном буде мати вигляд

$$\widehat{y} = 5 + 0 \cdot x_1 + 0.5x_2 + 1.5x_1x_2.$$

За ним розраховують передбачені значення відгуку в точках плану (стовпчик $\widehat{y}$). Поверхня, яка побудована за отриманим поліномом, проходить точно через чотири точки плану, за якими визначені коефіцієнти. Проте, в інших точках області визначення функції (наприклад, в центрі плану) передбачені і дійсні значення можуть і не співпадати.

Наведений приклад показує, що вплив факторів на вихідний параметр може залежати не лише від рівня, на якому перебуває інший фактор, але і від комбінації рівнів декількох факторів.

2.6.9 Обробка результатів повного факторного експерименту. Перевірка значимості коефіцієнтів регресії

Раніше було показано, як знаходити коефіцієнти рівняння регресії за допомогою методу найменших квадратів за формулами (2.6.13).

Перевірка значимості кожного коефіцієнта проводиться незалежно. Її можна здійснювати двома рівноцінними способами: перевіркою t-критерію Стьюдента або побудовою довірчого інтервалу. При використанні повного факторного експерименту довірчі інтервали для всіх коефіцієнтів (в тому числі і ефектів взаємодії) однакові.

Гіпотезу про статистичну значимість (відмінності від нуля) коефіцієнтів регресії перевіряють за критерієм Стьюдента. Розрахункові значення t_k цього критерію визначають як частку від ділення модуля коефіцієнта b_k на оцінку його середньоквадратичного відхилення $s_{\text{коеф}}$:

$$t_k = \frac{|b_k|}{s_{\text{коеф}}}.$$

Якщо виконується нерівність $t_k < t_{cr}$, то вважається, що знайдений коефіцієнт b_k є статистично незначущим і його слід виключити з рівняння регресії.

Отже, необхідно перевірити виконання нерівності

$$\frac{|b_k|}{s_{\text{коеф}}} < t_{cr} \quad \text{або} |b|_k < t_{cr} \cdot s_{\text{коеф}}.$$

Остання нерівність і є шуканим довірчим інтервалом. Півширина цього інтервалу $Db = t_{cr} \cdot s_{\text{коеф}}$.

Критичну точку t_c знаходять з таблиць критичних точок розподілу Стьюдента (дод. Д). Значення цієї точки залежить від кількості ступенів свободи $n(m - 1)$, де n – кількість експериментів ($n = 2^k$) …, m – кількість проведених паралельних дослідів із заданим рівнем значимості α для випадку двосторонньої критичної області.

Якщо $t_k < t_{cr}$ (або, що теж саме $|b_k| > Db$), то коефіцієнт b_k значимий; якщо $t_k < t_{cr}$, то b_k не значимий і його вважають рівним нулю в рівнянні регресії.

Середнє квадратичне відхилення коефіцієнтів $s_{\text{коеф}}$ залежить від дисперсії відтворюваності результатів за всіма проведеними дослідами s_y^2 (2.6.12) і обчислюють за формулою

$$s_{\text{коеф}} = \sqrt{\frac{s_y^2}{m \cdot n}}. \tag{2.6.14}$$

Слід пам'ятати, що незначимість коефіцієнта може бути обумовлена і невірним вибором інтервалу варіювання фактору. Тому іноді буває корисним розширити інтервал варіювання і провести новий експеримент.

2.6.10 Перевірка рівняння регресії на адекватність

Перевірка на адекватність отриманого рівняння регресії зі значимими коефіцієнтами здійснюється за допомогою критерію Фішера: якщо $F_{розр} < F_{табл}$ то рівняння адекватне, а якщо ні, то – неадекватне.

Розрахункове значення критерію $F_{розр}$ визначають за формулою

$$F_{розр} = \frac{s_{зал}^2}{s_y^2}, \qquad (2.6.15)$$

де s_y^2 – дисперсія відтворюваності, знайдена за формулою (2.6.12),
$s_{зал}^2$ – залишкова дисперсія, яку обчислюють таким чином:

$$s_{зал}^2 = \frac{m}{(n-r)} \sum_{j=1}^{n} \left(\widehat{y}_j - \overline{y}_i \right)^2 . \qquad (2.6.16)$$

де n – кількість експериментів;
m – кількість дослідів в кожному експерименті;
r – кількість значимих коефіцієнтів у рівнянні регресії;
$\widehat{y}_j$ – значення параметра, який обчислюється і яке обчислене за рівнянням регресії зі значимими коефіцієнтами для j-го експерименту;
$\overline{y}_j$ – середнє вибіркове значення спостережень для j-го експерименту (формула (2.6.9)).

Табличне значення критерію $F_{табл}$ знаходять із таблиць критичних точок розподілу Фішера (дод. Ж) за заданим рівнем значимості α і за відповідними до ступенів свободи $k_1 = n - r$ і $k_2 = n(m-1)$. Ступінь свободи k_1 відповідає ступеню свободи чисельника формули (2.6.15) – залишкової дисперсії $s_{зал}^2$, а k_2 – ступінь свободи знаменника формули (2.6.15) – дисперсії відтворюваності s_y^2.

Як правило, спочатку перевіряють адекватність лінійної математичної моделі без врахування взаємодії факторів. Якщо припущення про адекватність підтверджується, то її вибирають у якості остаточної; якщо відхиляється – послідовно додають ефекти взаємодії факторів.

Якщо в результаті модель все-таки виявилася неадекватною, це говорить про те, що тип математичної моделі обраний невдало, і при даному шумовому рівні і класі точності вимірювальних приладів вона повинна бути уточнена. Для цього слід використовувати більш складні моделі, наприклад, квадратичні.

Аналіз результатів припускає інтерпретацію отриманої моделі.

Інтерпретацію моделі можна робити лише тоді, коли вона записана в кодованих змінних. Тільки в цьому випадку на коефіцієнти не впливає масштаб факторів, і можна за величиною коефіцієнтів судити про ступінь впливу того чи іншого фактору. Чим більша абсолютна величина коефіцієнта, тим більше фактор впливає на відгук (параметр, який досліджується). Отже, можна розташувати фактори за величиною їх впливу. Знак «плюс» в коефіцієнта свідчить про те, що зі збільшенням значення фактору зростає величина відгуку, а при знаку «мінус» – спадає.

Для одержання математичної моделі в натуральних змінних z_i в рівняння регресії замість x_i необхідно підставити їх вираження з формули (2.6.5). При переході до натуральних змінних коефіцієнти рівняння змінюються, і в цьому випадку пропадає можливість інтерпретації впливу факторів за величинами і знаками коефіцієнтів. Однак, якщо рівняння адекватне, то з його допомогою можна визначати значення величини, яка досліджується, не проводячи експерименту і надаючи факторам значення, повинні знаходитися між нижнім і верхнім рівнем.

Приклад 2.6.2. Для дослідження впливу деяких технологічних факторів на міцність склеювання частин деталей були поставлені експерименти за планом ПФЕ2^3, кожен експеримент повторювався по 5 разів. В якості факторів, що впливають на міцність склеювання в (кг/см^2), були обрані: z_1 – кількість клею, який наносять (г/см^2); z_2 – час активації клейової плівки (с); z_3 – тиск пресування при склеюванні (кгс/см^2). Умови проведення дослідів зведені в табл. 2.6.5.

Таблиця 2.6.5 – Умови проведення дослідів

Характеристика плану	z_1 (г/см^2)	z_2 (с)	z_3 (кгс/см^2)
Нульовий рівень	0.04	180	5
Інтервал варіювання	0.02	120	3
Верхній рівень	0.06	300	8
Нижній рівень	0.02	60	2

Потрібно побудувати рівняння регресії, враховуючи всі взаємодії факторів, перевірити отриману модель на адекватність і виконати її інтерпретацію.

Для цього виконують послідовно такі дії.

1. Кодують змінні за формулами (2.6.5):

$$x_i = \frac{z_i - z_i^0}{\lambda_i},$$

де z_i^0 – центр плану (нульовий рівень),
λ_i – інтервал варіювання.

$$x_1 = \frac{z_1 - 0{,}04}{0{,}02}, \quad x_2 = \frac{z_2 - 180}{120}, \quad x_3 = \frac{z_3 - 5}{3}.$$

2. Будують план повного факторного експерименту і заносять в нього результати проведених паралельних дослідів. За формулою (2.6.9) обчислюють середні вибіркові результатів для кожного експерименту і додають результати в таблицю 2.6.6.

Таблиця 2.6.6 – Результати експерименту

№ експеримmenту	Фактори				Результати дослідів					
	x_0	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	$y_{сер}$
1	+1	–1	–1	–1	9.38	8.78	9.38	8.79	9.41	9.148
2	+1	+1	–1	–1	11.69	11.83	11.97	11.41	11.81	11.742
3	+1	–1	+1	–1	10.44	10.19	10.59	10.28	10.34	10.368
4	+1	+1	+1	–1	13.35	13.02	13.34	13.05	13.11	13.174
5	+1	–1	–1	+1	11.12	11.01	10.89	11.22	11.19	11.086
6	+1	+1	–1	+1	14.57	13.93	14.35	14.50	14.46	14.362
7	+1	–1	+1	+1	12.66	12.66	12.57	12.73	12.50	12.624
8	+1	+1	+1	+1	15.69	15.97	16.09	15.75	15.50	15.800

3. Обчислюють за формулою (2.6.10) значення порядкових дисперсій і перевіряють умову їх однорідності за критерієм Кохрена:

$$s^2(y_1) = ((9.38 - 9.148)^2 + (8.78 - 9.148)^2 + (9.38 - 9.148)^2 +$$
$$+(8.79 - 9.148)^2 + (9.41 - 9.148)^2)/4 = 0.1100;$$
$$s^2(y_2) = ((11.69 - 11.742)^2 + (11.83 - 11.742)^2 + (11.97 - 11.742)^2 +$$
$$+(11.41 - 11.742)^2 + (11.81 - 11.742)^2)/4 = 0.443.$$

Аналогічно знаходять $s^2(y_3) = 0.0237$; $s^2(y_4) = 0.0254$; $s^2(y_5) = 0.0185$; $s^2(y_6) = 0.0647$; $s^2(y_7) = 0.0080$; $s^2(y_8) = 0.0544$.

Визначають розрахункове значення коефіцієнта Кохрена за формулою (2.6.11), для чого потрібно поділити максимальну з порядкових дисперсій на їх суму:

$$\text{Gp} = 0.11/(0.1100 + 0.0443 + 0.0237 + 0.0254\ +$$
$$+\ 0.0185 + 0.0647 + 0.0080 + 0.0544);\ \text{Gp}\ =\ 0.3151.$$

Відповідно до таблиці коефіцієнтів (дод. И) для рівня значимості α = 0,05 і кількості ступенів свободи $f_1 = 5 - 1 = 4$; $f_2 = 8$, Gт = 0,3910; Gт > Gp, тобто умова однорідності дисперсій виконується.

Для одержання дисперсії відтворюваності по формулі (2.6.12) знаходять суму отриманих порядкових дисперсій і ділять її на кількість дослідів, тобто на 8. В результаті $s_y^2 = 0.043628$.

4. Добудовують матрицю планування в кодованих змінних з урахуванням усіх можливих взаємодій і доповнюють стовпчиком середніх значень відгуку $\bar{y}$ (табл. 2.6.7).

Таблиця 2.6.7 – Матриця планування в кодованих змінних

№ експер.	Фактори				Взаємодії				y середнє	y за рівнянням
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$\overline{y}$	$\widehat{y}$
1	+1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	–1	9.148	9.0545
2	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1	11.742	11.7545
3	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1	10.368	10.4615
4	+1	+1	+1	–1	+1	–1	–1	–1	13.174	13.1615
5	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	11.086	11.1515
6	+1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	–1	14.362	14.3775
7	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	–1	12.624	12.5585
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	15.800	15.7845

5. Обчислюють коефіцієнти рівняння регресії за формулами (2.6.13):

$$b_0 = (1 \cdot 9.148 + 1 \cdot 11.742 + 1 \cdot 10.368 + 1 \cdot 13.174 +$$
$$+1 \cdot 11.086 + 1 \cdot 14.362 + 1 \cdot 12.624 + 1 \cdot 15.8)/8; \quad b_0 = 12.288;$$
$$b_1 = (-1 \cdot 9.148 + 1 \cdot 11.742 - 1 \cdot 10.368 + 1 \cdot 13.174 - 1 \cdot 11.086 +$$
$$+1 \cdot 14.362 - 1 \cdot 12.624 + 1 \cdot 15.8)/8; \quad b_1 = 1.4815;$$
$$b_2 = (-1 \cdot 9.148 - 1 \cdot 11.742 + 1 \cdot 10.368 + 1 \cdot 13.174 - 1 \cdot 11.086 -$$
$$-1 \cdot 14.362 + 1 \cdot 12.624 + 1 \cdot 15.8)/8; \quad b_2 = 0.7035.$$

Аналогічно одержують

$$b_3 = 1{,}18; \; b_{12} = 0{,}014; \; b_{13} = 0{,}1315; \; b_{23} = 0{,}0405; \; b_{123} = -0{,}039.$$

6. Знайдені коефіцієнти рівняння регресії необхідно оцінити на статистичну значимість. Для цього обчислюють середнє квадратичне відхилення коефіцієнтів $s_{коеф}$ за формулою (2.6.14). Для прикладу, який розглядається:

$$s_{коеф} = \sqrt{\frac{s_y^2}{m \cdot n}} = \sqrt{\frac{0.043628}{8 \cdot 5}} = 0.033026.$$

При обраному рівні статистичної значимості α= 0.05 за таблицями розподілу Стьюдента при кількості ступенів свободи $f = n(m-1) = 8.4 = 32$ знаходять табличне значення критичної точки $t_{cr} = 2.04$. Отже, довірчий інтервал буде мати півширину $Db = t_{cr} s_{коеф} = 2.04 \cdot 0.33026 = 0.067372$. Порівнюючи всі отримані коефіцієнти регресійного рівняння зі знайденим довірчим інтервалом, можна помітити, що коефіцієнти b_{12}, b_{23}, b_{123} за абсолютною величиною менші, ніж 0.067372. Отже, ці коефіцієнти незначимі, і їх можна прирівняти до нуля.

Таким чином, шукане рівняння регресії отримано у вигляді:

$$\widehat{y} = 12.288 + 1.4815x_1 + 0.7035x_2 + 1.18x_3 + 0.1315x_1x_3.$$

7. Далі потрібно перевірити отримане рівняння на адекватність за критерієм Фішера. Так як дисперсія відтворюваності знайдена в попередньому пункті, то для визначення розрахункового значення критерію $F_{розр}$ необхідно обчислити залишкову дисперсію $s^2_{зал}$ за формулою (2.6.16).

Для цього знаходять значення параметра, який досліджується $\widehat{y}_j$, визначені за рівнянням регресії зі значимими коефіцієнтами для кожного j-го експерименту, і додають ці значення в останній стовпчик таблиці 2.6.7.

$$\widehat{y}_1 = 12.288 + 1.4815 \cdot (-1) + 1.18 \cdot (-1) + 0.1315 \cdot 1 = 9.0545;$$

$$\widehat{y}_2 = 12.288 + 1.4815 \cdot 1 + 0.7035 \cdot (-1) + 1.18 \cdot (-1) +$$
$$+0.1315 \cdot (-1) = 11.7545;$$

$$\widehat{y}_3 = 12.288 + 1.4815 \cdot (-1) + 0.7035 \cdot 1 + 1.18 \cdot (-1) +$$
$$+0.1315 \cdot 1 = 10.4615.$$

Аналогічно отримують:

$$\widehat{y}_4 = 13.1615;\ \widehat{y}_5 = 11.1515;\ \widehat{y}_6 = 14.3775;\ \widehat{y}_7 = 12.5585;\ \widehat{y}_8 = 15.7845.$$

Розраховують оцінку дисперсії адекватності:

$$s^2_{зал} = \frac{m}{(n-r)} \sum_{j=1}^{n} \left(\widehat{y}_j - \overline{y}_j\right)^2 =$$
$$= \frac{5}{(8-5)}[(9.0545 - 9.148)^2 + (11.7545 - 11.742)^2 + (10.4615$$
$$-10.368)^2 + (13.1615 - 13.174)^2 + (11.1515 - 11.086)^2 + (14.3775 -$$
$$-14.362)^2 + (12.5585 - 12.624)^2 + (15.7845 - 15.8)^2] = 0.044763.$$

Розрахункове значення критерію Фішера $F_{розр}$ визначають за формулою:

$$F_{розр} = \frac{s^2_{зал}}{s^2_y} = \frac{0.044763}{0.043628} = 1.026.$$

Табличне значення критерію $F_{табл}$ знаходять з таблиць критичних точок розподілу Фішера (додаток Ж) при рівні значимості $\alpha = 0.05$ за відповідними до ступенів свободи $f_1 = n - r = 8 - 5 = 3$ і $f_2 = n(m-1) = 8 \cdot 4 = 32$, $F_{табл}(0.05;\ 3;\ 32) = 2{,}901$.

Так як $F_{розр} = 1.026 < F_{табл} = 2.901$, то отримане рівняння регресії адекватне.

8. Інтерпретація отриманої моделі:

$$\widehat{y} = 12.288 + 1.4815x_1 + 0.7035x_2 + 1.18x_3 + 0.1315x_1x_3.$$

З рівняння помітно, що найбільш сильний вплив на міцність склеювання має фактор x_1 – кількість клею, який наносять, так як вона має найбільший за абсолютною величиною коефіцієнт. Після нього за силою впливу на відгук (міцність склеювання) ідуть: фактор x_3 – тиск преса при склеюванні і фактор x_2 – час активації клейової плівки. Значно менший (але все-таки значимий) вплив виявляє парна взаємодія x_1x_3 – комбінація кількості клею, яку наносять і величини тиску при склеюванні. Усі значимі коефіцієнти в рівнянні позитивні, отже, при зростанні всіх факторів (в межах досліджених інтервалів зміни їх значень) збільшується міцність склеювання деталей.

9. Рівняння регресії, підставляючи в формули (2.6.5) замість x_i їх вираження через вихідні змінні z_i можна записати у вигляді:

$$\begin{gathered}\hat{y} = 12.288 + 1.4815x_1 + 0.7035x_2 + 1.18x_3 + 0.1315x_1x_3 = \\ = 12.288 + 1.4815 \cdot \frac{z_1 - 0.0}{0.02} + 0.7035 \cdot \frac{z_2 - 180}{120} + \\ +1.18 \cdot \frac{z_3 - 5}{3} + 0.1315 \cdot \frac{z_1 - 0.04}{0.02} \cdot \frac{z_3 - 5}{3}.\end{gathered}$$

Перетворивши цей вираз, остаточно одержують його вигляд в вихідних змінних:

$$\hat{y} = 6.7414 + 63.1167z_1 + 0.0059z_2 + 0.3057z_3 + 1.8858z_1z_3.$$

Завдання 1. Розв’язати приклад 2.6.2. з використанням MS Excel.

Для виконання завдання створити на аркуші Excel таблицю результатів проведених паралельних дослідів (масив A2:F9 на рис. 2.6.3). Середні вибіркові значення результатів для кожного експерименту можна обчислити з використанням функцій SUM та AVERAGE (комірки F2:F9).

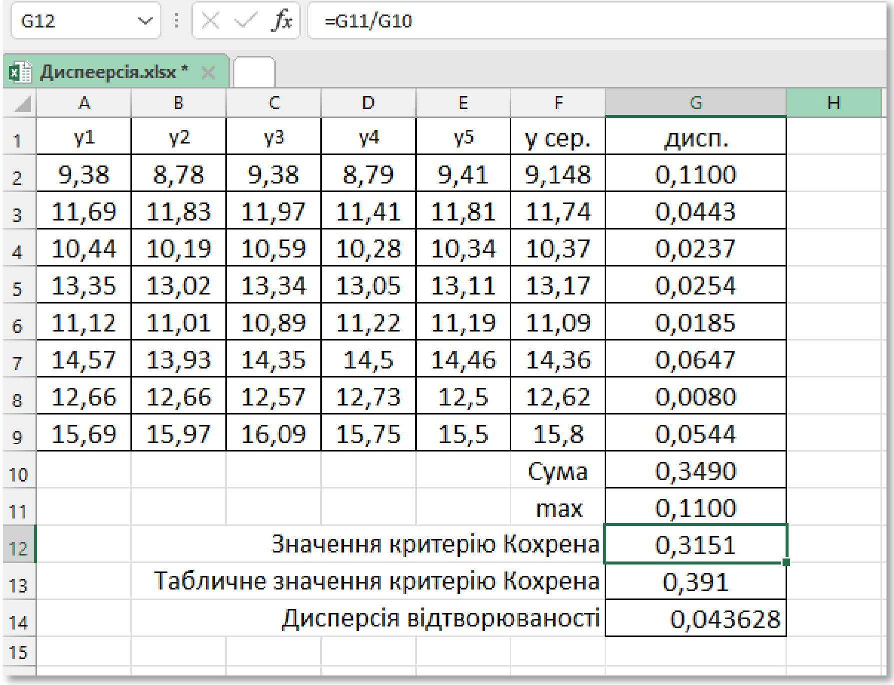
Значення порядкових дисперсій визначають, використовуючи функцію VAR, і поміщають в комірках G2:G9. Розрахункове значення коефіцієнта Кохрена знаходять, застосовуючи функції SUM і MAX як відношення максимальної дисперсії до суми всіх дисперсій, тобто діленням G11 на G10. Табличне значення коефіцієнта Кохрена визначають за таблицею дод. И (комірка G13). Дисперсію відтворюваності обчислюють в комірці G14, поділивши вміст комірки G10 на кількість експериментів, тобто на 8.

Для розрахунку коефіцієнтів рівняння регресії потрібно спочатку перенести на аркуш Excel табл. 2.6.7 (рис. 2.6.4, комірки A17:I24), не заповнюючи поки останній стовпчик $\hat{y}$ (комірки J17:K24 будуть заповнені пізніше).

Для обчислення коефіцієнтів рівняння регресії за формулами (2.6.13) використовуємо функцію SUMPRODUCT, результат поміщаємо в комірки A27:H27. Для перевірки статистичної значимості отриманих коефіцієнтів в комірці G29 обчислимо середнє квадратичне відхилення коефіцієнтів $s_{\text{коеф}}$ за формулою (2.6.14), використовуючи функцію SQRT.

Далі за таблицями розподілу Стьюдента (дод. Д) знаходять табличне значення критичної точки $t_{cr} = 2{,}04$ і визначають півширину довірчого інтервалу за формулою $\Delta b = t_{c_r} \cdot s_{коеф}$.

Результат розміщують в комірці G31. Потім потрібно порівняти отримані коефіцієнти з величиною Δb і прирівнюють до нуля ті з них, які виявились меншими Δb (комірки A34:H34).



G12 =G11/G10

Диспеерсія.xlsx *

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	y1	y2	y3	y4	y5	y сер.	дисп.	
2	9,38	8,78	9,38	8,79	9,41	9,148	0,1100	
3	11,69	11,83	11,97	11,41	11,81	11,74	0,0443	
4	10,44	10,19	10,59	10,28	10,34	10,37	0,0237	
5	13,35	13,02	13,34	13,05	13,11	13,17	0,0254	
6	11,12	11,01	10,89	11,22	11,19	11,09	0,0185	
7	14,57	13,93	14,35	14,5	14,46	14,36	0,0647	
8	12,66	12,66	12,57	12,73	12,5	12,62	0,0080	
9	15,69	15,97	16,09	15,75	15,5	15,8	0,0544	
10						Сума	0,3490	
11						max	0,1100	
12		Значення критерію Кохрена					0,3151	
13		Табличне значення критерію Кохрена					0,391	
14		Дисперсія відтворюваності					0,043628	
15								

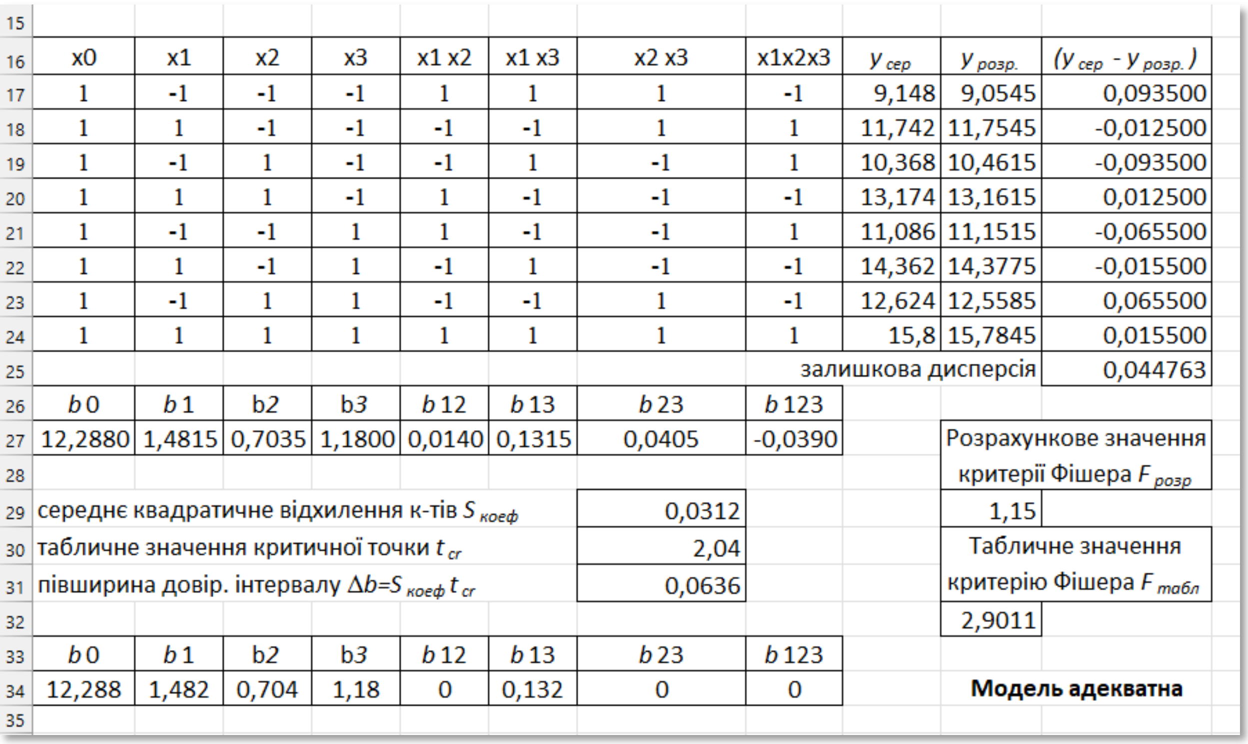
Рисунок 2.6.3 – Результати дослідів і результати розрахунків

Для перевірки отриманого рівняння на адекватність за критерієм Фішера потрібно в комірках J17:124 обчислити значення відгуку $\hat{y}_j$. Для цього вибирають функцію SUMPRODUCT, використовуючи в якості аргументів рядок значимих коефіцієнтів рівняння регресії (комірки A34:H34) і рядки, що відповідають кожному j-му експерименту (з A17:H17 до A24:H24).

Для розрахунків залишкової дисперсії $s^2_{зал}$ за формулою (2.6.16) попередньо будують таблицю, у кожній клітинці якої обчислюється різниця між середніми значеннями відгуку, отриманими при проведенні експериментів, і значеннями відгуку, обчисленими по рівнянню регресії зі значимими коефіцієнтами (комірки K17:K24).

Потім до цієї таблиці застосовують функцію SUMSQ. Результат розташовують в комірці K25. Розрахункове значення критерію Фішера $F_{розр}$ визначають за формулою (2.6.15) в комірці J29, табличне значення критерію $F_{табл}$ знаходять в дод. 7 (комірка J32).

Так як $F_{розр} = 1.026 < P_{табл} = 2.901$, то отримане рівняння регресії адекватне.



x0	x1	x2	x3	x1 x2	x1 x3	x2 x3	x1x2x3	$y_{сер}$	$y_{розр.}$	$(y_{сер} - y_{розр.})$
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	9,148	9,0545	0,093500
1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	11,742	11,7545	-0,012500
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	10,368	10,4615	-0,093500
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	13,174	13,1615	0,012500
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	11,086	11,1515	-0,065500
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	14,362	14,3775	-0,015500
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	12,624	12,5585	0,065500
1	1	1	1	1	1	1	1	15,8	15,7845	0,015500
									залишкова дисперсія	0,044763

b0	b1	b2	b3	b12	b13	b23	b123
12,2880	1,4815	0,7035	1,1800	0,0140	0,1315	0,0405	-0,0390

середнє квадратичне відхилення к-тів $S_{коеф}$	0,0312
табличне значення критичної точки t_{cr}	2,04
півширина довір. інтервалу $\Delta b = S_{коеф}\, t_{cr}$	0,0636

Розрахункове значення критерії Фішера $F_{розр}$

1,15

Табличне значення критерію Фішера $F_{табл}$

2,9011

b0	b1	b2	b3	b12	b13	b23	b123
12,288	1,482	0,704	1,18	0	0,132	0	0

Модель адекватна

Рисунок 2.6.4 – Розрахунки коефіцієнтів рівняння регресії і перевірка адекватності моделі

Завдання 2. Потрібно дослідити вплив виробничих факторів (U – опорна напруга (z_1), I – струм споживання (z_2), T – кінцева температура нагрівання (z_3)) на якість виробництва магнітних дисків. Номінальне значення факторів: $U = 30$ В, $I = 18$ А, $T = 220$°С. Проведений ПФЕ 2^3 при трьох серіях паралельних дослідів.

Умови проведення дослідів зведені в табл. 2.6.8.

Таблиця 2.6.8 – Умови проведення дослідів

Характеристика плану	$z_1 = U$, В	$z_2 = I$, А	$z_3 = T$, ℃
Нульовий рівень	30	18	220
Інтервал варіювання	2	1	20
Верхній рівень	32	19	240
Нижній рівень	28	17	200

Послідовність виконання завдання.

1. Закодувати змінні.
2. Побудувати матрицю планування в кодованих змінних з урахуванням взаємодій і доповнити її стовпчиком середніх значень відгуку.
3. Обчислити всі коефіцієнти рівняння регресії.
4. Перевірити обчислені коефіцієнти на значимість.

5. Одержати лінійне рівняння регресії без врахування взаємодій.
6. Перевірити отримане рівняння на адекватність. Якщо модель виявиться не адекватною, то ускладнити її, послідовно додаючи нелінійні взаємодії з найбільшими коефіцієнтами регресії. Коефіцієнти додавати доти, поки модель не стане адекватною.
7. Провести інтерпретацію отриманої моделі.
8. Записати рівняння регресії у вихідних змінних.

В MS Excel завдання 2 виконується аналогічно завданню 1.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. У чому суть планування експерименту? Поясніть різницю між активним і пасивним експериментом.
2. Які задачі вирішує теорія планування експерименту?
3. Поняття фактору. Вимоги до факторів.
4. Як вибрати рівні варіювання факторів?
5. У чому суть і мета стандартизації масштабу факторів?
6. Що називається повним факторним експериментом?
7. Як складається і якими властивостями має матриця планування ПФЕ?
8. Як перевірити відтворюваність дослідів? Для чого потрібно розрахункове значення коефіцієнта Кохрена і як його знаходять?
9. Як розрахувати оцінки коефіцієнтів регресійного рівняння?
10. Як перевірити статистичну значимість оцінок коефіцієнтів регресії?

2.7 Дробовий факторний експеримент

2.7.1 Основні поняття і визначення

При багатофакторному експерименті, особливо коли кількість факторів більше шести ($n > 6$), кількість дослідів в планах ПФЕ 2^n різко збільшується. Так при 7 факторах ПФЕ містить уже $2^7 = 128$ дослідів. Але така кількість дослідів необхідна лише в тому випадку, коли ми прагнемо врахувати всі комбінації взаємодій факторів. Дійсно, повна кількість доданків в такому рівнянні (починаючи з вільного члена і закінчуючи доданками, які відповідають взаємодії всіх 7 факторів) буде дорівнювати $N = 1 + C_7^2 + C_7^3 + C_7^4 + C_7^5 + C_7^6 + 1 = 128$.

Однак, якщо потрібно визначити лише коефіцієнти при самих факторах для рівняння $y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_kx_k$, нехтуючи взаємодіями, то знадобиться всього лише 1+7 = 8 дослідів; при врахуванні парних взаємодій необхідна кількість дослідів дорівнює 1 + 7 + 21 = 29. Таким чином, у цих випадках план ПФЕ 2^n дає явно надлишкову інформацію.

Звичайно, ця надлишкова інформація не є марною, результати частини «зайвих» дослідів можна використовувати або для одержання більш точних оцінок коефіцієнтів регресії, або для перевірки адекватності моделі. Однак необхідність проведення великої кількості дослідів приводить до різкого подорожчання експерименту і значного збільшення часу його проведення.

Якщо у визначенні всіх коефіцієнтів неповного квадратичного полінома немає потреби, то переходять до дробового факторного експерименту (ДФЕ).

Дробовим факторним експериментом називається система дослідів, що являє собою частину ПФЕ, що дозволяє розрахувати коефіцієнти рівняння регресії і скоротити обсяг експериментальних даних.

При видаленні членів з повного рівняння частина інформації неминуче втрачається. Необхідно так спланувати експеримент, щоб при значному скороченні кількості дослідів втратити інформацію тільки про самі незначущі члени. Бажано, звичайно, щоб скорочений експеримент зберігав ортогональність плану. Це дозволить зберегти незалежність обчислення коефіцієнтів за формулами (2.6.13) і можливість не перераховувати коефіцієнти, що залишилися, якщо частина з них виявиться незначущими.

Розіб'ємо ПФЕ 2^3 наведений в табл. 2.7.1, на два блоки: в перший включимо досліди № 2, 3, 5, 8, у другий увійдуть усі інші.

Таблиця 2.7.1 – Повнофакторний експеримент ПФЕ 2^3

№ досліду	Фактори			№ досліду	Фактори		
	x_1	x_2	x_3		x_1	x_2	x_3
1	–1	–1	–1	5	–1	–1	+1
2	+1	–1	–1	6	+1	–1	+1
3	–1	+1	–1	7	–1	+1	+1
4	+1	+1	–1	8	+1	+1	+1

Обидва блоки характеризуються тим, що за першими двома факторами x_1 і x_2 здійснений повний перебір рівнів, і за ними кожен блок являє собою ПФЕ $2^{k-1} = 2^2$. Рівні третього фактору x_3 пов'язані з рівнями перших двох в першому блоці співвідношенням

$$x_3 = x_1 \cdot x_2, \qquad (2.7.1)$$

а в другому – співвідношенням

$$x_3 = x_1 \cdot x_2. \qquad (2.7.2)$$

Такі блоки зберігають властивість ортогональності. Якщо тепер порівняти один із блоків (наприклад, перший) з розширеною матрицею ПФЕ 2^2 (табл. 2.7.2), то можна побачити, що стовпчик, який відповідає фактору x_3 дорівнює стовпчику взаємодії факторів x_1x_2.

Таблиця 2.7.2 – Дробовий факторний експеримент

№ досліду	Фактори			№ досліду	Фактори		
	x_1	x_2	x_3		x_1	x_2	x_3
1 (2)	+1	–1	–1	1	+1	–1	–1
2 (3)	–1	+1	–1	2	–1	+1	–1
3 (5)	–1	–1	+1	3	–1	–1	+1
4 (8)	+1	+1	+1	4	+1	+1	+1

В дужках зазначені номери дослідів першого блоку з табл. 2.7.1. Таким чином, можна обмежитися чотирма дослідами, використавши в ПФЕ 2^2 стовпчик взаємодії x_1x_2 в якості плану для x_3. Такий скорочений план називається дробовим факторним експериментом (ДФЕ). Вирази (2.7.1) і (2.7.2) називаються генеруючими співвідношеннями, вони і відрізняють один блок від іншого. Формальне прирівнювання добутку факторів фактору, що не входить в цей добуток, є основною ідеєю методу ДФЕ.

Зазвичай використовують плани ДФЕ 2^{k-p}, де p – показник дробовості плану ПФЕ. Такі плани будуються як дробова репліка від повного факторного експерименту 2^k. При $p = 1$ кількість дослідів в плані ДФЕ у два рази менша, ніж в плані ПФЕ, тому такі плани називають напівреплікми (1/2-репліками) плану ПФЕ. Так при $p = 1$ для плану ДФЕ 2^{6-1} $n = 2^{6-1} = 32$, при $p = 2$ для плану ДФЕ 2^{6-2} $n = 2^{6-2} = 16$ і такий план називають чвертьреплікою (1/4-репліки).

2.7.2 Побудова плану дробового факторного експерименту

План ДФЕ будують так само, як і план ПФЕ, але з меншою кількістю факторів. Фактори, що залишилися, варіюються не довільно, а так щоб зберігалася ортогональність плану. Це забезпечується, як було показано раніше, якщо фактори, що залишилися, варіюються за обраним генеруючим співвідношенням, наприклад, як добуток яких-небудь факторів з першої групи.

При виборі ступеня дробовості ДФЕ потрібно враховувати, що кількість дослідів повинна бути більшою кількості коефіцієнтів регресійного рівняння.

Процедура побудови плану ДФЕ 2^{k-p} містить такі етапи:

1. Вибір структури рівняння регресії і визначення ступені дробовості ДФЕ.
2. Вибір ведучих $l = k - p$ факторів і побудова для них матриці планування, тобто побудова плану ПФТ 2^{l} для обраних ведучих факторів $x_1, x_2, \dots, x_l$.
3. Побудова матриці планування ДФЕ 2^{k-p}.
4. Частина цієї матриці становить матриця плану ПФЕ 2^{l}, а в другу повинні ввійти стовпчики матриці для інших факторів $x_{l+1}, x_{l+2}, \dots, x_k$, кількість яких дорівнює $p = k - l$.

Стовпці матриці, які відповідають цим факторам, визначають шляхом перемножування відповідних стовпчиків ведучих факторів. Для цього використовують генеруючі співвідношення.

Пояснимо це на прикладі.

1. Структура рівняння регресії при $k = 3$ має такий вигляд:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3,$$

тобто при $k = 3$ ПФЕ повинен включати 8 дослідів.

Ступінь дробовості $p = 1$, тобто ДФЕ буде включати $n = 2^{3-1} = 4$ досліди.

2. В якості ведучих факторів виберемо x_1 і x_2, тобто $l = k - p = 2$. Для ведучих факторів будуємо план ПФЕ 2^2 (стовпчики залиті сірим кольором) (табл. 2.7.3).

Таблиця 2.7.3 – План ПФЕ 2^2

№ досліду	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$
1	–1	–1	+1
2	+1	–1	–1
3	–1	+1	–1
4	+1	+1	+1

3. Для третього фактору виберемо генеруюче співвідношення у вигляді $x_3 = x_1x_2$, тобто для x_3 в матриці планування візьмемо лише ті значення, які відповідають добутку x_1x_2.

Якщо уявити, що всі фактори в табл. 2.7.3 незалежні, і додати до них стовпчики взаємодій, одержимо табл. 2.7.4.

Таблиця 2.7.4 – Додавання взаємодій до плану ПФЕ 2^2

№ досліду	Фактори				Взаємодії			
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$
1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+ 1
2	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1
3	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1
4	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

З отриманої таблиці видно, що стовпчик 1 відповідає стовпчику 8, стовпчик 2 – стовпчику 7, стовпчик 3 – стовпчику 6, а стовпчик 4 – стовпчику 5.

План є ортогональним, але в ньому виявилися чотири пари однакових стовпчиків. Це означає, що ми не зможемо знайти в чистому вигляді всі коефіцієнти неповного квадратичного полінома.

В цьому випадку можна окремо визначити чотири коефіцієнти, наприклад, b_0, b_1, b_2, b_3, і побудувати лінійну модель такого виду:

$$y = b_0 + b_0x_1 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3,$$

в якій кожен коефіцієнт буде відображати не лише вплив самого фактору x_i, але і вплив відповідних супутніх взаємодій (сумісні впливи двох однакових стовпчиків). Це наслідок того, що ми намагались визначити повну кількість коефіцієнтів (8) за недостатньою кількістю дослідів (4).

В цьому випадку при аналізі отриманої моделі ми вже не зможемо за величиною отриманого коефіцієнта при якому-небудь з лінійних ефектів говорити про силу впливу на відгук власне цього окремо взятого фактору, оскільки цей коефіцієнт відображає і силу впливу певних взаємодій факторів. Втрата цієї інформації буде «платою» за бажання зекономити на кількості експериментів, які проводять.

Таким чином, скорочення числа дослідів приводить до одержання змішаних оцінок для коефіцієнтів. В нашому прикладі отриманим співвідношенням відповідає система змішаних оцінок: β_1 змішана з β_{23}, β_2 з β_{13}, а β_3 – з β_{12}, β_0– з β_{123}. (див. однакові стовпчики в табл. 2.7.4).

Операцію змішування оцінок прийнято умовно записувати у вигляді виразів

$$b_0 = \beta_0 + \beta_{123}, b_1 = \beta_1 + \beta_{23}, b_2 = \beta_2 + \beta_{13}, b_3 = \beta_3 + \beta_{12},$$

де β – математичне очікування для відповідного коефіцієнта.

При цьому кожен коефіцієнт обчислюють, як і раніше, за формулою

$$b_i = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij}\overline{y}_j.$$

Слід відмітити, що чим більше факторів, тим більше варіантів вибору генеруючих співвідношень. Так, при побудові плану ДФЕ 2^{4-1} ми можемо для четвертого фактору, взагалі кажучи, довільно, вибрати будь-яку з парних взаємодій, тобто $x_4 = x_1 \cdot x_2, x_4 = x_1 \cdot x_3, x_4 = x_2 \cdot x_3$ або потрійну взаємодію $x_4 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$. Обґрунтування вибору генеруючих співвідношень буде розглянуте далі. Якщо вводиться не один, а декілька додаткових факторів, то вибирають декілька генеруючих співвідношень (для кожного додаткового фактору свій).

Приклад 2.7.1. В якості прикладу розглянемо розроблення математичної моделі гідравлічного режиму чотиризонової методичної печі з використанням теорії планування експерименту. При плануванні дослідів будемо використовувати методику проведення 2^{5-2} першого порядку.

Перед розробкою плану експерименту на основі апріорної інформації були виявлені фактори, що впливають на величину тиску в томильній зоні печі відносно атмосферного. Таких факторів 5: витрати палива на кожну з 4 зон нагрівання і кут повороту димового клапана.

Позначимо фактори: z_1 – витрата газу на томильній зоні, м^3/год; z_2 – витрата газу в другій зварювальній зоні, м^3/год; z_3 – витрата газу в першій зварювальній зоні, м^3/год; z_4 – витрата газу в нижній зварювальній зоні, м^3/год; z_5 – положення димового клапана, % ходу (рис. 2.7.1).

Рівні варіювання факторів наведені в табл. 2.7.5.

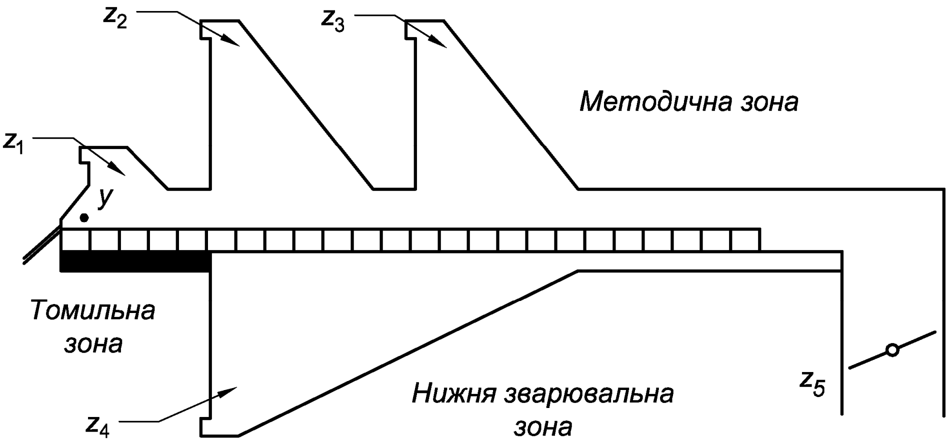


Рисунок 2.7.1 – Положення факторів $(z_1, \dots, z_5)$ і змінної стану (y) при проведенні досліджень

Таблиця 2.7.5 – Рівні варіювання факторів

Рівні факторів	Фактори				
	z_1, м^3/год.	z_2, м^3/год.	z_3, м^3/год.	z_4, м^3/год.	z_5, % ходу
Основний (нульовий)	5250	3900	2650	1100	74
Нижній	4000	3100	1750	700	50
Верхній	6500	4700	3500	1500	98
Інтервал варіювання	1250	800	900	400	24

Виконаємо нормування факторів за формулами (2.6.5):

$$x_i = \frac{z_i - z_i^0}{\lambda_i}, \tag{2.7.3}$$

де z_i^0 – центр плану (нульовий рівень),
λ_i – інтервал варіювання:

$$x_1 = \frac{z_1 - 5250}{1250},\ x_2 = \frac{z_2 - 3900}{8000},\ x_3 = \frac{z_i - 2650}{900},\ x_4 = \frac{z_i - 1100}{900},$$
$$x_5 = \frac{z_i - 74}{24}.$$

Якщо тепер в отримані формули підставити замість z_i верхній рівень відповідного фактору, то одержимо $x_i = 1$, якщо нижній – $x_i =- 1$.

Реалізація ПФЕ в цьому випадку при варіюванні всіх факторів на двох рівнях потребувало б постановки $2^5 = 32$ дослідів.

Скористаємося 1/4-реплікою ПФЕ, тобто ДФЕ типу 2^{5-2}, де формально 2 фактори замінені відповідними добутками інших факторів $x_4 = x_1x_2, x_5 = x_1x_2x_3$. Це дозволить скоротити кількість дослідів до $2^3 = 8$. Використавши ці добутки для генеруючих співвідношень дозволило досягти скорочення кількості експериментів при введенні додаткових змінних.

В табл. 2.7.6 наведені матриця планування ДФЕ 2^3 та результати експерименту – значення вихідних змінних (по два паралельних досліди).

Таблиця 2.7.6 – Матриця ДФЕ 2^3 з двома паралельними дослідами

Фактори						Дослід 1	Дослід 2	Середнє	Модель
x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1	y_2	$\overline{y}_i$	$\widehat{y}_i$
+1	+ 1	+1	+1	+1	+1	– 0.6	–0.5	– 0.55	– 0.3750
+1	–1	+1	+1	–1	–1	0.1	0.5	0.30	0.2625
+1	+1	–1	+1	–1	–1	0.6	0.4	0.50	0.5375
+1	–1	–1	+1	+1	+1	– 0.1	0.2	0.05	– 0.1250
+1	+1	+1	–1	+1	–1	0.6	0.2	0.40	0.2250
+1	–1	+1	–1	–1	+1	– 0.2	– 0.2	– 0.20	– 0.1625
+1	+1	–1	–1	–1	+1	0.1	0.2	0.15	0.1125
+1	–1	–1	–1	+1	–1	0.3	0.3	0.30	0.4750

Для оброблення результатів експерименту можна використати методику, викладену раніше.

1. Розрахунок порядкових середніх:

$$\overline{y}_j = \frac{y_{j1} + y_{j2} + \cdots y_{jm}}{m},$$

де $m = 2$ – кількість паралельних дослідів.

Наприклад,

$$\overline{y}_1 = \frac{(-0.6) + (-0.5)}{2} = -0.55.$$

Інші порядкові середні обчислені аналогічно (табл. 2.7.6).

2. Визначення порядкових (вибіркових) дисперсій:

$$s^2(y_j) = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left(y_{ij} - \overline{y}_j\right)^2}{m - 1};$$

$$s^2(y_1) = \frac{\left(-0.6 - (-0.55)\right)^2 + \left(-0.5 - (-0.55)\right)^2}{2 - 1} = 0.005.$$

Аналогічно,

$$s^2(y_2) = 0.08;\ s^2(y_3) = 0.02;\ s^2(y_4) = 0.045;\ s^2(y_5) = 0.08;$$
$$s^2(y_6) = 0;\ s^2(y_7) = 0{,}005;\ s^2(y_8) = 0.$$

Сума порядкових (вибіркових) дисперсій:

$$\sum_{j=1}^{8} s^2(y_j) = 0.005 + 0.08 + 0.02 + 0.045 + 0.08 + 0.005 = 0.235.$$

3. Визначення однорідності дисперсій за критерієм Кохрена:

$$\text{Gp} = \frac{s^2(y_i)_{max}}{\sum_{i=1}^{n} s^2(y_i) \frac{0.08}{0.235}}.$$

Далі за таблицею дод. И знаходимо Gт(α, f_1, f_2). Для $\alpha = 0.05,\ f_1 = m - 1;\ f_2 = n = 8$ значення Gт$(0.05;\ 1;\ 8) = 0.6798$.

Оскільки Gp < Gт, то дисперсії однорідні.

4. Визначення коефіцієнтів в рівнянні регресії:

$$b_0 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j x_{0j}}{n} = \frac{-0.55 + 0.3 + 0.5 + 0.05 + 0.4 - 0.2 + 0.15 + 0.3}{8} = 0.11875;$$

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j x_{1j}}{n} = \frac{-0.55 - 0.3 + 0.5 - 0.05 + 0.4 - 0.2 + 0.15 - 0.3}{8} = 0.00625;$$

$$b_2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j x_{2j}}{n} = \frac{-0.55 + 0.3 - 0.5 - 0.05 + 0.4 - 0.2 - 0.15 - 0.3}{8} = -0.13125;$$

$$b_3 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j x_{3j}}{n} = \frac{-0.55 + 0.3 + 0.5 + 0.05 - 0.4 + 0.2 - 0.15 - 0.3}{8} = -0.04375;$$

$$b_4 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j x_{4j}}{n} = \frac{-0.05 - 0.3 - 0.5 + 0.05 + 0.4 + 0.2 - 0.15 + 0.3}{8} = -0.06875;$$

$$b_5 = \frac{\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j x_{5j}}{n} = \frac{-0.55 - 0.3 - 0.5 + 0.05 - 0.4 - 0.2 + 0.15 - 0.3}{8} = -0.25625.$$

5. Перевірка значимості коефіцієнтів регресії.

Попередньо визначимо дисперсію відтворюваності (дисперсію відгуку):

$$s_y^2 = \frac{1}{n(m-1)} \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{m} \left(y_{ji} - \overline{y}_j\right)^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n} s^2(y_j)}{n} = \frac{0{,}235}{8} = 0.02938.$$

Дисперсія коефіцієнтів рівняння регресії:

$$S_{\text{коеф}} = \sqrt{\frac{S_y^2}{m \cdot n}} = \sqrt{\frac{0.02938}{2 \cdot 8}} = 0.04285.$$

Критичну точку t_{cr} знаходимо з таблиць розподілу Стьюдента за кількістю ступенів свободи $n(m-1) = 8 \cdot 1 = 8$ і заданим рівнем значимості $\alpha = 0{,}05$ для випадку двосторонньої критичної області. Теоретичне значення критерію Стьюдента $t_{cr}(0.05;\ 8) = 2.31$.

Знаходимо значення довірчого інтервалу для коефіцієнтів регресії:

$$\Delta b_j = t_{cr} s_{\text{коеф}} = 2.31 \cdot 0.04285 = 0.099.$$

З порівняння довірчого інтервалу Δb_j з абсолютними значеннями коефіцієнтів моделі випливає, що

$$|b_1| = 0.006 < 0.099;\ |b_2| = 0.044 < 0.099 \text{ і } |b_4| = 0.069 < 0.099.$$

Ці коефіцієнти виявились незначимі, а решта – значимі.

Таким чином, остаточне рівняння регресії можна записати у вигляді

$$\hat{y} = 0.0119 - 0.131x_2 - 0.256x_5.$$

Результати розрахунків вихідних параметрів за рівнянням отриманої моделі $\widehat{y}_i$ занесені в табл. 2.7.6.

6. Перевірка адекватності отриманої моделі. Попередньо визначають залишкову дисперсію:

$$s_{зал}^2 = \frac{m}{(n-r)} \sum_{j=1}^{n} \left(\tilde{y}_j - \overline{y}_j\right)^2 .$$

Тут r – кількість значимих коефіцієнтів в рівнянні регресії. В даному випадку $m = 2;\ n = 8;\ n = 3$.

В результаті

$$s_{зал}^2 = \frac{2}{8-3}[(-0.55+0.375)^2 + (0.3-0.2625)^2 + (0.5-0.5375)^2 +$$
$$+(0.05+0.125) + (0.4-0.225)^2 + (-0.2+0.1625)^2 +$$
$$+(0.15-0.1125)^2 + (0.3-0.475)^2] = 0.0512.$$

Розрахункове значення критерію Фішера $F_{розр}$ визначають за формулою

$$F_{розр} = \frac{s_{зал}^2}{s_y^2} = \frac{0.0512}{0.02938} = 1.7427.$$

Табличне значення критерію $F_{табл}$ знаходять з таблиць критичних точок розподілу Фішера за заданим рівнем значимості $\alpha = 0.05$ і за ступенями свободи $k_1 = m(n - r) = 2(8 - 3) = 10$ і $k_2 = n(m - 1) = 8 \cdot 1 = 8$. Ступінь свободи k_1 відповідає ступеню свободи залишкової дисперсії $s_{зал}$, а k_2 – ступінь свободи дисперсії відтворюваності s_y^2. Тоді $F_{табл}(0.05; 10; 8) = 3.07$. Оскільки $F_{розр} < F_{табл}$, то отримана модель адекватна.

Повернемося до вихідних фізичних змінних за формулою (2.7.3). Підставимо вирази

$$x_2 = \frac{z_2 - 3900}{800}, \quad x_5 = \frac{z_i - 74}{24}$$

в рівняння регресії $\widehat{y} = 0.119 - 0.131x_2 - 0.256x_5$:

$$\widehat{y} = 0.119 - 0.131\frac{z_2 - 3900}{800} - 0.256\frac{z_i - 74}{24}.$$

Після перетворень отримаємо

$$\widehat{y} = 1.547 - 0.00016z_2 - 0.0107z_5.$$

2.7.3 Обґрунтування вибору генеруючих співвідношень

Як уже було зазначено, при використанні дробового факторного експерименту скорочення кількості дослідів приводить до одержання змішаних оцінок для коефіцієнтів.

Постає питання – вплив яких саме взаємодій відображено в кожному з отриманих коефіцієнтів? Це залежить від вибору генеруючого співвідношення. Спробуємо розібратися в цьому на прикладі.

Повернемося до розгляду табл. 2.7.4. В даному прикладі в якості третього фактору використано співвідношення $x_3 = x_1 x_2$. Записавши справа стовпчики, що відображають взаємодії, одержують чотири пари однакових стовпчиків. Відмітимо, що при обчисленні коефіцієнтів ми не використовують стовпчики взаємодій. Вони були потрібні лише для наочності визначення змішаності коефіцієнтів. При збільшенні кількості факторів цей метод стає занадто громіздким. Для того щоб визначити, які коефіцієнти змішані, зручно користуватися іншим методом.

В попередньому прикладі підставивши x_1 на місце добутку $x_1 x_2$, одержують генеруюче співвідношення $x_3 = x_1 x_2$. Помноживши обидві частини на x_3, одержують $x_2 = x_1 x_2 x_3$. Слід зазначити, що співмножник $x_i^2 = 1$, так як $(+1)^2 = (-1)^2 = 1$.

Отже, $x_1 x_2 x_3 = 1$.

Цей добуток носить назву визначального контрасту.

Помноживши по черзі визначальний контраст на x_1, x_2, x_3, знаходять $x_1 = x_1^2 x_2 x_3 = x_2 x_3$, тобто $x_1 = x_2 x_3$. Аналогічно $x_2 = x_1 x_3, x_1 = x_2 x_3, x_3 = x_1 x_2$, а так як $x_0 = 1$, то $x_0 = x_1 x_2 x_3$.

Отриманим співвідношенням відповідає система змішаних оцінок:

$$b_0 = \beta_0 + \beta_{123}, b_1 = \beta_1 + \beta_{23}, b_2 = \beta_2 + \beta_{13}, b_3 = \beta_3 + \beta_{12}.$$

Таким чином, отримано той самий результат, що і при побудові повної матриці експерименту і знаходженні в ній однакових стовпчиків.

Залежно від кількості факторів, що входять в контраст, говорять про роздільну здатність ДФЕ Якщо для ДФЕ типу 2^{4-1} в якості генеруючого співвідношення обрано $x_4 = x_1 x_2 x_3$ (визначальний контраст відповідно буде $x_1 x_2 x_3 x_4 = 1$), то говорять, що в такого експерименту роздільна здатність дорівнює 4. Якщо обране генеруюче співвідношення $x_4 = x_1 x_2$ і контраст $x_1 x_2 x_4 = 1$, то роздільна здатність буде рівною 3. Генеруючі співвідношення з найбільшою роздільною здатністю називають головними.

Порівняємо використання різних генеруючих співвідношень в задачі із чотирма факторами.

В якості першого генеруючого співвідношення візьмемо $x_4 = x_1 x_2 x_3$, в якості другого – кожен з ефектів подвійної взаємодії, наприклад, $x_4 = x_1 x_2$ (таблиця 2.7.7).

Таблиця 2.7.7 – Планування ДФЕ

Номер досліду	План				Генеруючі співвідношення	
	x_0	x_1	$x_2\,x_2$	x_3	$x = x_1x_2x_3$	$x_5 = x_1x_2$
1	+1	–1	–1	–1	–1	+1
2	+1	+1	–1	–1	+1	–1
3	+1	–1	+1	–1	+1	–1
4	+1	+1	+1	–1	–1	+1
5	+1	–1	–1	+1	+1	+1
6	+1	+1	–1	+1	–1	–1
7	+1	–1	+1	+1	–1	–1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1

В першому випадку визначальний контраст $x_4^2 = x_1x_2x_3x_4 = 1.$ Отримаємо систему спільних оцінок:

$$x_1 = x_2x_3x_4 \to b_1 \to \beta_1 + \beta_{234};$$
$$x_2 = x_1x_3x_4 \to b_2 \to \beta_2 + \beta_{134};$$
$$x_3 = x_1x_2x_4 \to b_3 \to \beta_3 + \beta_{124};$$
$$x_4 = x_1x_2x_3 \to b_4 \to \beta_4 + \beta_{123}.$$

В другому випадку визначальний контраст виражається співвідношенням $x_4 = x_1x_2$. Отже, $x_4^2 = x_1x_2x_4$ або $x_1x_2x_4 = 1$. При цьому отримаємо таку систему оцінок:

$$x_1 = x_2x_4 \to b_1 \to \beta_1 + \beta_{24};$$
$$x_2 = x_1x_4 \to b_2 \to \beta_1 + \beta_{14};$$
$$x_3 = x_1x_2x_3x_4 \to b_3 \to \beta 3_1 + \beta_{1234};$$
$$x_4 = x_1x_2 \to b_4 \to \beta_4 + \beta_{12}.$$

Порівняємо отримані результати. В першому випадку лінійні ефекти змішані з потрійними взаємодіями, в другому випадку три коефіцієнти із чотирьох змішані з подвійними взаємодіями. В реальних задачах ефекти потрійних і вище взаємодій близькі до нуля значно частіше, чим подвійних. Виходить, у цьому випадку надають перевагу використанню генеруючого співвідношення $x_4 = x_1x_2x_3$. При цьому коефіцієнти при лінійних ефектах будуть мати більшу точність. При використанні дробової репліки з генеруючим співвідношенням $x_4 = x_1x_2$ точність коефіцієнтів при лінійних ефектах буде, швидше за все, нижчою. Таким чином, при використанні ДФЕ необхідно мати чітку уяву про роздільну здатність дробових реплік, тобто визначити заздалегідь, які коефіцієнти є змішаними оцінками для відповідних факторів. Тоді залежно від постановки задачі підбирається дробова репліка, за допомогою якої можна видобути максимум інформації з експерименту.

2.7.4 Вибір частковості дробовості реплік

Якщо вводиться не один, а декілька додаткових факторів, то одержують кілька генеруючих співвідношень. В цьому випадку для визначення змішаності оцінок використовують узагальнюючий контраст, який будують з окремих контрастів, а також їх добутків в різних комбінаціях.

Нехай, наприклад, для ДФЕ 2^{5-2} в якості генеруючих співвідношень обрані: $x_4 = x_1x_2$ і $x_5 = x_1x_2x_3$; контрасти будуть відповідно $1 = x_1x_2x_4$ і $1 = x_1x_2x_3x_5$. Узагальнюючий контраст, який дорівнює їх добутку, буде мати вигляд

$$1 = x_1^2x_2^2x_3x_4x_5 = x_3x_4x_5.$$

Таким чином, маємо три складових:

$$1 = x_1x_2x_4,\ 1 = x_1x_2x_3x_5\ і\ 1 = x_3x_4x_5.$$

Запишемо їх у вигляді одного виразу:

$$1 = x_1x_2x_4 = x_1x_2x_3x_5 = x_3x_4x_5.$$

Для визначення змішаності перемножуємо всі складові узагальнюючого контрасту на відповідні фактори:

для x_1: $x_1 = x_2x_4 = x_2x_3x_5 = x_1x_3x_4x_5$;
для x_2: $x_2 = x_1x_4 = x_1x_3x_5 = x_2x_3x_4x_5$;
для x_3: $x_3 = x_1x_2x_3x_4 = x_1x_2x_5 = x_4x_5$;
для x_4: $x_4 = x_1x_2 = x_1x_2x_3x_4x_5 = x_3x_5$;
для x_5: $x_5 = x_1x_2x_4x_5 = x_1x_2x_3 = x_3x_4$.

Тоді для змішаності оцінок отримаємо

$$b_1 \to \beta_1 + \beta_{24} + \beta_{235} + \beta_{1345};$$
$$b_2 \to \beta_2 + \beta_{14} + \beta_{135} + \beta_{2345};$$
$$b_3 \to \beta_3 + \beta_{1234} + \beta_{125} + \beta_{45};$$
$$b_4 \to \beta_4 + \beta_{12} + \beta_{12345} + \beta_{35};$$
$$b_5 \to \beta_5 + \beta_{1245} + \beta_{123} + \beta_{34}.$$

Помітно, що коефіцієнти при лінійних факторах перемішуються з коефіцієнтами при парних і більш високих взаємодіях. Перемішування з коефіцієнтами при парних взаємодіях, швидше за все, не дасть досить високу точність коефіцієнтів, яку розглядаються. Тому при п’яти факторах рекомендується застосування напівреплік з обґрунтованим вибором генеруючих співвідношень. Однак при обмежених можливостях проведення дослідів застосування 1/4-реплік при п’яти факторах цілком виправдане.

Розглянемо можливість застосування 1/4-реплік при використанні 7 факторів. Скористаємося 1/ 4-реплікою 2^{7-2}, що містить 32 дослідні точки, замість ПФЕ 2^7, що вимагає 128 дослідів. Такий експеримент дозволить обчислити всі 29 значимих коефіцієнтів (вільних – 1, лінійних – 7 і парних взаємодій – 21).

Щоб визначити, які ефекти будуть перемішуватися, необхідно скласти генеруючі співвідношення. Нехай за першими п'яти факторами x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 здійснюється повний перебір рівнів. Два фактори, що залишилися будемо обчислювати, наприклад, за такими генеруючими співвідношеннями:

$$x_6 = x_1x_2x_3x_4;$$
$$x_7 = x_1x_2x_3x_4x_5.$$

Знайдемо визначальні контрасти, в нашому випадку їх буде два:

$$1 = x_1x_2x_3x_4x_5x_7 \text{ і } 1 = x_1x_2x_3x_4x_6.$$

Якщо їх перемножити, то одержимо третій контраст: $1 = x_5x_6x_7$, тобто $1 = x_1x_2x_3x_4x_5x_7 = x_1x_2x_3x_4x_6 = x_5x_6x_7$.

Для визначення змішаності перемножуємо всі складові узагальнюючого контрасту на відповідні фактори:

для x_1: $x_1 = x_2x_3x_4x_5x_7 = x_2x_3x_4x_6 = x_1x_5x_6x_7;$
для x_2: $x_1 = x_1x_3x_4x_5x_7 = x_1x_3x_4x_6 = x_2x_5x_6x_7;$
для x_3: $x_3 = x_1x_2x_4x_5x_7 = x_1x_2x_4x_6 = x_3x_5x_6x_7;$
для x_4: $x_4 = x_1x_2x_3x_5x_7 = x_1x_2x_3x_6 = x_4x_5x_6x_7$
і т. д.

Тоді для змішаності оцінок одержимо

$$b_1 \to \beta_1 + \beta_{23457} + \beta_{2346} + \beta_{1567};$$
$$b_2 \to \beta_2 + \beta_{13457} + \beta_{1346} + \beta_{2567};$$
$$b_3 \to \beta_3 + \beta_{12457} + \beta_{1246} + \beta_{3567};$$
$$b_4 \to \beta_4 + \beta_{12357} + \beta_{1236} + \beta_{4567}$$

і т. д.

Помітно, що коефіцієнти при лінійних факторах перемішуються, в основному, з коефіцієнтами при високих взаємодіях. Також можна показати, що парні коефіцієнти перемішані з коефіцієнтами при більш високих взаємодіях, наприклад: $x_1x_2 = x_3x_4x_5x_7 = x_3x_4x_6 = x_1x_2x_5x_6x_7$.

Таким чином, частковий факторний експеримент 2^{7-2} ефективний, тому ним можна замінити ПФЕ 2^7.

Підводячи підсумок, сформулюємо правила проведення експерименту для одержання лінійної моделі (2.6.7). При k = 2, 3 і 4 слід проводити ПФЕ 2^k. При $k = 5$ і $k = 6$ ефективні дробові 1/2-репліки від ПФЕ 2^{k-1}, а при обмежених можливостях проведення дослідів виправдане і застосування 1/4-репліки. При

$k = 7,\ k = 8$ і вище експеримент може являти собою дробову 1/4-репліку від ПФЕ 2^{k-2} .

Перевага планів ДФЕ полягає і в тому, що якщо побудований на його основі неповний поліном не задовольняє вимогам за точністю, то план ДФЕ легко добудовується до плану ПФЕ, без втрати інформації про попередні досліди, з формуванням більш точного полінома.

При ДФЕ стандартизація масштабів факторів, порядок постановки дослідів, перевірка їх відтворюваності, розрахунки оцінок коефіцієнтів регресійного рівняння та перевірка їх статистичної значимості, перевірка адекватності отриманої математичної моделі і перехід до фізичних змінних проводиться так само, як і при ПФЕ.

Завдання 1. Проведемо дослідження впливу на якість поверхні магнітних дисків додаткових факторів: швидкості нагрівання V ізотермічної витримки t, поставивши для цієї мети ДФЕ типу 2^{5-2}. Фактори z_1, z_2, z_3 залишаються такими ж, як у прикладі теми 2.6. Таким чином, потрібно досліджувати вплив виробничих факторів (U – опорна напруга (z_1), I – струм споживання (z_2), T – кінцева температура нагрівання $(z_3), V$ – швидкість нагрівання (z_4) і t – ізотермічна витримка (z_5)) на якість виробництва магнітних дисків. Провести ДФЕ 2^{5-2}. Умови проведення дослідів зведені в табл. 2.7.8.

Таблиця 2.7.8 – Умови проведення дослідів

Характеристика плану	$z_1 = U$, В	$z_2 = I$, А	$z_3 = T$, ℃	$z_4 = V$, ℃/с	$z_5 = t$, с
Нульовий рівень	30	18	220	10	80
Інтервал варіювання	2	1	20	3	15
Верхній рівень	32	19	240	13	95
Нижній рівень	28	17	200	7	65

Матриця планування для обробки результатів експерименту наведена в табл. 2.7.9. Стовпчики x_4 і x_5 заповнити відповідно до обраних генеруючих співвідношень.

Таблиця 2.7.9 – Матриця планування для обробки результатів експерименту

№ досліду	Фактори				Результати дослідів				
	x_0	x_1	x_2	x_3	$x_4 =$	$x_5 =$	y_1	y_2	y_3
1	+1	–1	–1	–1	–	–	7.87	7.41	8.12
2	+1	+1	–1	–1	–	–	16.23	15.42	15.64
3	+1	–1	+1	–1	–	–	6.55	5.89	6.26
4	+1	+1	+1	–1	–	–	8.49	9.21	8.79
5	+1	–1	–1	+1	–	–	20.16	19.84	20.59
6	+1	+1	–1	+1	–	–	28.34	27.59	28.16
7	+1	–1	+1	+1	–	–	8.85	8.20	9.64
8	+1	+1	+1	+1	–	–	24.19	23.56	23.04

Послідовність виконання завдання

1. Перейти до стандартизованого масштабу факторів. В матриці планування експерименту доповнити стовпчики для x_4 і x_5 відповідно до обраних генеруючих співвідношень.
2. Записати узагальнюючий контраст плану і систему змішаності коефіцієнтів.
3. Перевірити відтворюваність дослідів.
4. Розрахувати оцінки коефіцієнтів регресійного рівняння.
5. Перевірити статистичну значимість коефіцієнтів регресії.
6. Перевірити адекватність отриманої лінійної математичної моделі.
7. Записати отриману математичну модель об’єкта дослідження в нормованих і фізичних змінних і зробити висновок.

Вказівки з виконання завдання в MS Excel

Перші два пункти завдання виконати вручну. Інші пункти виконати в MS Excel аналогічно завданню 1 в темі 6.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. В чому суть ДФЕ, які математичні моделі він дозволяє досліджувати?
2. Як складається і якими властивостями володіє матриця планування ДФЕ?
3. Що таке генеруючі співвідношення і з яких міркувань вони вибираються?
4. Що таке визначальний контраст плану і що таке узагальнюючий контраст?
5. Що таке змішаність оцінок коефіцієнтів регресії і як її знайти?
6. Послідовність проведення дослідів при ДФЕ.
7. Як за допомогою генеруючих співвідношень побудувати ДФЕ 2^{k-1}?

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Важинський С.Е., Щербак Т І. В 12 Методика та організація наукових досліджень : Навч. посібник. Суми: СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2016. 260 с.
2. Гефан Г.Д., Ширяєва Н.К. Основи теорії експерименту : навч. посібник. ІрДУШС, 2017. 136 с.
3. Горбачук В.Т., Горбачук Д.В. Основи наукових досліджень: Навчальний посібник. Слов'янськ: ТОВ «Видавництво «Друкарський двір», 2013. 124 с.
4. Грабченко А. І., Федорович В.О., Гаращенко Я.М. Методи наукових досліджень : навч. посіб. Харків : НТУ «ХПІ», 2009. 142 с.
5. ДСТУ 7152:2010. Видання. Оформлення публікацій у журналах і збірниках. [Чинний від 2010-02-18]. Вид. офіц. Київ, 2010. 16 с. (Інформація та документація).
6. ДСТУ 3008:2015. Звіти у сфері науки і техніки. структура та правила оформлення. [Чинний від 2017-07-01]. Вид. офіц. Київ, 2017. 26 с. (Інформація та документація).
7. ДСТУ 8302:2015. «Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання». [Чинний від 2016-03-04]. Вид. офіц. Київ, 2016. 16 с. (Інформація та документація).
8. Душинський В.В. Основи наукових досліджень. Теорія та практикум з програмним забезпеченням : Навчальний посібник. Київ: НТУУ «КПІ», 2000. 408 с.
9. Колесников О.В. Основи наукових досліджень : Навчальний посібник. Київ : ЦУЛ, 2011. 144 с.
10. Колісніченко Е. В. Основи наукових досліджень: конспект лекцій. Суми : Сумський державний університет, 2012. 83 с.
11. Кундрат А.М., Кундрат М.М. Науково-технічні обчислення засобами MathCAD та MS Excel. Навч. посібник. Рівне: НУВГП. 2014. 252 с.
12. Малярець Л. М., Лебедєва І.Л., Железнякова Е.Ю. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики в Excel : навчально-практичний посібник. Харків : Вид. ХНЕУ. 2007. 160 с**.**
13. Основи методології та організації наукових досліджень: Навч. посіб. для студентів, курсантів, аспірантів і ад'юнтів / за ред. А. Є. Конверського. К.: Центр учбової літератури, 2010. 352с.
14. Основи наукових досліджень: Навч. посібник / І.Ш. Невлюдов, Ю.М. Олександров, А.О. Андрусевич, О.О. Чала. Кривий Ріг: Криворізький коледж НАУ, 2019. 396 с.
15. Скорочення слів в українській мові у бібліографічному описі. Загальні вимоги та правила: ДСТУ 3582-97. [Чинний від 1998-07-01]. К.: Держстандарт України, 1998. 25 с. (Державний стандарт України).
16. Палеха Ю. І., Леміш Н.О. Основи науково-дослідної роботи : навч. посіб. Київ: Видавництво Ліра-К, 2013. 336 с.
17. Пілюшенко В. Л. Шкрабак І.В. Наукове дослідження: організація,

методологія, інформаційне забезпечення : Навчальний посібник. Київ : Лібра, 2004. 344 с.
18. Романчиков В.І. Основи наукових досліджень : навч. посібник. Київ: Видавництво «Центр учбової літератури», 2007. 254 с.
19. Руденко В. М. Математична статистика. Навч. посіб. К.: Центр учбової літератури, 2012. 304 с.
20. Соловйов С.М. Основи наукових досліджень: Навчальний посібник. К.: ЦУЛ, 2007. 176 с.
21. Писаренко Т.В. Наукова та науково-технічна діяльність в Україні у 2021 році: науково-аналітична доповідь / Т.В. Писаренко, Т.К. Куранда та ін. К.: УкрІНТЕІ, 2022. 93 с.
22. Цехмістрова В.С. Основи наукових досліджень: Навчальний посібник. К.: Видавничий Дім «Слово», 2004. 240 с.
23. Шейко В.М, Кушнаренко Н.М. Організація та методика науково-дослідницької діяльності: Підруч. для вищ. навч. закладів. 2-е вид., перераб. і доп. К.: «Знання-Прес», 2002. 295 с.
24. Jan Recker. Scientific Research in Information Systems: A Beginner's Guide (Progress in Is). Springer. 2021. 221 p.
25. Salem Pres, Donald R. Franceschetti. Principles of Scientific Research. New York, NY, H.W. Wilson Publishing Co. 2017. 400 p.

ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

1. Закон України «Про авторське право і суміжні права». URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/3792-12#Text (дата звернення: 26.09.2022).
2. Закон України «Про наукову і науково-технічну діяльність». https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/848-19#n946 (дата звернення: 26.09.2022).
3. Міністерство освіти і науки України : вебсайт. URL: https://mon.gov.ua/ua (дата звернення: 06.08.2022).
4. Academic Plagiarism. URL: https://academicplagiarism.com (дата звернення: 12.09.2022).
5. ELARTU – Інституційний репозитарій ТНТУ імені Івана Пулюя. https://elartu.tntu.edu.ua (дата звернення: 10.09.2022).
6. Universal Decimal Classification. Summary. URL: http://www.udcsummary.info/php/index.php?lang=uk (дата звернення: 19.09.2022).

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК

Абстрагування (від лат. abstrahere – відволікати) – процес вичленовування якої–небудь ознаки об'єкта, системи, відволікання від інших.

Автореферат дисертації (від грец. autos – сам і лат. referre – доповідати, повідомляти) – наукове видання у вигляді брошури, що містить складений автором реферат проведеного ним дослідження, представленого на здобуття наукового ступеня.

Алгоритм (від лат. Algorithmi) – набір інструктивних дій, що визначає їх послідовність для одержання даних чи результатів у цілому.

Аналіз (від грец. analysis – розкладання, розчленовування) – метод дослідження, уявне чи практичне розкладання предмета чи явища, які досліджують, на характерні для нього елементи, виділення в ньому окремих сторін, вивчення кожного елемента чи сторони явища окремо як частини одного цілого.

Аналітичний огляд – огляд, в якому дається аналітична оцінка стану питання за визначений проміжок часу. Містить аргументовану характеристику матеріалу що аналізується, дає обґрунтовані практичні рекомендації. Розглядається як частина науково-дослідної роботи.

Анотація (від лат. annotatio – примітка, позначка) – коротка роз'яснювальна чи критична примітка, що випливає за бібліографічним описом якого-небудь твору; розгорнута анотація – стисла характеристика ідеї, змісту, призначення книги, статті чи рукопису.

Аргумент (від лат. argumentum – логічний довід, який є підставою доказу) – думка, істинність якої перевірена і доведена практикою і яка тому може бути приведена в обґрунтування істинності чи хибності іншого положення.

Бібліографічне посилання – сукупність бібліографічних відомостей про документ, який цитується, розглядається або згадується в тексті іншого документа інший, необхідних і достатніх для його загальної характеристики, ідентифікації та пошуку.

Бібліографічний огляд – огляд, що містить характеристику джерел інформації, що з'явилися за визначений час чи об'єднаних за якою-небудь іншою загальною ознакою.

Бібліографія (від грец. biblion – книга, grapho – пишу) – досить вичерпний для даної мети список літератури з визначеного питання; спеціальні видання (покажчики, каталоги, огляди), що містять такі списки.

Валідність (від лат. validas – міцний) – ступінь відповідності між параметрами методу для оцінювання діяльності чи функції; обґрунтованість, надійність, цінність наукового результату.

Верифікація (фр. verification від лат. verus – щирий і facere – робити) – процес встановлення істинності наукових тверджень шляхом їх емпіричної перевірки.

Видання наукове – видання, призначене для наукової роботи та містить теоретичні і (чи) експериментальні дослідження.

Видання періодичне (від грец. periodikos – що повертається) – видання, що виходить через визначені терміни часу постійною для кожного року кількістю номерів, що не повторюються за змістом, і являє собою однотипно оформлені нумеровані і (чи) датовані випуски які мають однакову назву і, як правило, фіксовані обсяг і формат (журнал, газета тощо).

Видання довідкове – видання, що містить короткі відомості наукового чи прикладного характеру які розташовані в порядку зручному для їх швидкого пошуку; не призначені для суцільного читання.

Вторинна обробка даних – етап дослідження; який припускає використання операцій порівняння, узагальнення та ін. для виявлення подібності, розходження, визначення типового, однорідного, одиничного, а також формулювання висновків і оцінку можливості їх поширення.

Вторинний аналіз – метод дослідження, спрямований на аналіз вже існуючих (раніше добутих в інших дослідженнях) даних відповідно до нових задач. Використовуються традиційні джерела агрегатування даних – звіти, наукові публікації тощо.

Вибіркова сукупність (вибірка) – частина всієї досліджуваної (генеральної) сукупності, що виступає як безпосередній об’єкт вивчення за розробленою методикою чи програмою добору. Група що входить у вибірку складає експериментальну базу дослідження.

Гіпотеза дослідження (від грец. hypothesis – підстава, припущення) – методологічна характеристика дослідження, наукове припущення, висунуте для пояснення якого-небудь явища і яке потребує перевірки і теоретичного обґрунтування для того, щоб стати достовірним науковим знанням.

Глосарій (від лат. glossarium – словник перекладів чи тлумачень слів і виразів) – тлумачний словник термінів чи виразів до якого-небудь тексту.

Депонува́ння – процес організованого зберігання чого-небудь. Розрізняють депонування цінностей, і депонування документів, статей, наукових робіт.

Дискусія (від лат. discussio – розгляд, дослідження) – обговорення якого-небудь проблемного питання на зборах, у публікаціях, бесіді; суперечка. Один з етапів процедури захисту кваліфікаційної роботи.

Дисперсія (від лат. dispersus – розсіяний, розсипаний) – один з показників розкиду даних в статистиці; міра відхилення від середнього.

Дисертація (від лат. dissertatio – міркування, дослідження) – кваліфікаційна наукова праця, представлена на здобуття вченого ступеня і захищена привселюдно здобувачем (дисертантом).

Дослідження – процес наукового вивчення будь-якого об’єкту (предмета, явища) з метою виявлення закономірностей його виникнення, розвитку і зміни, і перетворення його в інтересах суспільства.

Експеримент (від лат. experimentum – проба, досвід) – метод дослідження, який базується на втручанні в хід явищ, процесів шляхом створення умов, що дозволяють виділити зв’язки, які досліджуються, і багаторазово їх відтворити.

Експерт – (від лат. expertus – досвідчений) – фахівець у визначеній області, компетентний у даній сфері діяльності. На основі своїх знань і досвіду дає мотивований висновок з тієї чи іншої теми.

Експертна оцінка – експертне судження, виражене в кількісній чи якісній формі (краще, гірше, більше, менше і т. п.).

Експертний метод – комплекс логічних і математичних процедур, спрямований на одержання від фахівців інформації, її аналіз і узагальнення з метою підготовки і вибору раціональних рішень.

Екстраполяція (від лат. extra – понад і polire – робити гладким, обробляти) – 1) процедура перенесення властивостей, відносин і закономірностей з однієї предметної області на іншу; 2) метод наукового дослідження, що полягає в поширенні висновків, отриманих при вивченні одного предмета, на інший предмет, на підставі наявності загальних ознак.

Емпіричний (від грец. empeiria – досвід) – заснований на безпосередньому досвіді. Іноді протиставляється теоретичному.

Етика досліджень (лат. ethica від грец. ethos – звичай, характер) – поширення моральних норм на процес дослідження.

Збірник наукових праць – науковий збірник, що містить дослідницькі матеріали наукових установ, навчальних закладів зо найважливіших наукових і науково–технічних проблем.

Інструментарій дослідження (від лат. instrumentum – знаряддя для роботи) – сукупність методичних і технічних прийомів і операцій, що виступає у формі різноманітних документів (робочих матеріалів) і спрямована на одержання з її допомогою інформації.

Інтерпретація (від лат. interpretatio – посередництво) – тлумачення, роз’яснення змісту явища, чи тексту знакової структури, що сприяє їх розумінню.

Класифікація (від лат. classis – розряд і facere – робити) – система розподілу предметів, явищ або понять на класи, групи тощо за спільними ознаками, властивостями.

Ключове слово – слово чи словосполучення, яке найбільш повно і специфічно характеризує зміст наукового документу (тексту) чи його частини.

Коментар (лат. commentarium) – роз’яснювальні примітки до тексту (його фрагменту); зауваження.

Комплексний підхід (від лат. complexus – зв’язок, сполучення) – дослідницький підхід і принцип організації практики навчання і виховання, що розглядає об’єкт дослідження, практику з позицій цілісності і системності.

Кореляційний аналіз – розділ статистики, задача, якого полягає в тому, щоб встановити можливий зв’язок між двома показниками, отриманими на одній і тій ж чи на двох різних вибірках. При цьому встановлюється, чи проводиться збільшення якого-небудь показника до збільшення чи зменшення іншого показника.

Кореляція (від лат. correlatio – співвідношення, відповідність) – зв’язок між двома змінними.

Лабораторний експеримент (лат. laboratorium від laborare – працювати) – різновид експерименту, що здійснюється в спеціально обладнаному приміщенні за допомогою приладів і інших засобів дослідження, що забезпечують строго контрольовані умови для цілеспрямованого вивчення і, якщо буде потрібно, відтворення об’єкта пізнання.

Матеріали наукової конференції (від лат. conferentia – збори) – науковий неперіодичний збірник, що містить підсумки наукової конференції (програми, доповіді, рекомендації, рішення).

Мета дослідження – методологічна характеристика дослідження; представлення про результат. Ставлячи перед собою ціль, дослідник уявляє собі, який результат він має намір одержати, яким буде цей результат.

Метод Стьюдента – непараметричний метод, що використовується для перевірки гіпотез про вірогідність різниці середніх при аналізі кількісних даних в масивах з нормальним розподілом.

Методика (грец. methodike) – сукупність приватних прийомів, засобів, процедур, що дозволяють застосовувати той чи інший метод до даної специфічної предметної області.

Моделювання – метод дослідження різних явищ, процесів і станів за допомогою їх реальних (фізичних) чи ідеальних (знакових, математичних) моделей.

Монографія (від грец. monos – один, єдиний; grapho – пишу) – наукова праця, що поглиблено розробляє одну тему, обмежене коло питань; наукове видання у вигляді книги чи брошури, що містить повне і всебічне дослідження однієї проблеми чи теми і належить одному чи декільком авторам. Відрізняється від інших форм наукових повідомлень глибиною і цілісністю розгляду питання.

Наукова стаття – одна з форм представлення наукових результатів в періодичному науковому виданні (науковому журналі, збірнику наукових праць); публікація невеликого обсягу, де цілеспрямовано викладаються погляди автора по вузьких питаннях чи результати обмежених досліджень.

Наукова доповідь – науковий документ, що містить виклад результатів науково-дослідної чи дослідно-конструкторської роботи, опублікований чи прочитаний в аудиторії.

Науковий пошук – особливий вид наукового дослідження, в результаті якого виходять принципово нові результати, що мають значення наукових відкриттів нових закономірностей.

Новизна дослідження – методологічна характеристика дослідження; припускає конкретну відповідь на питання: що зроблено з того, що іншими не було зроблено? які результати були отримані вперше?

Нульова гіпотеза – статистична гіпотеза, відповідно до якої розходження між вибірками обумовлені тільки випадковістю і не відображають дійсних розходжень між даними, з яких взяті ці вибірки.

Огляд – науковий документ, що містить систематизовані наукові дані з якої-небудь теми, отримані в результаті аналізу першоджерел, знайомить із сучасним станом наукової проблеми та перспективами її розвитку. В залежності від характеру інформації розрізняють аналітичний, бібліографічний і реферативний огляди.

Обробка інформації – процес перетворення інформації без зміни її якості. Види обробки інформації: реєстрація, класифікація, систематизація, статистична обробка даних.

Об’єкт дослідження – методологічна характеристика дослідження; процес чи явище, що породжує проблемну ситуацію і обирається для вивчення.

Опис – функція наукового пізнання і етап наукового дослідження, що полягає в фіксації даних експерименту чи спостереження за допомогою визначених систем позначень, прийнятих в науці.

Опонент (від лат. opponentis – що заперечує) – особа, що виступає з критикою доповіді, дисертації тощо.

Параметричні методи – статистичні методи, які базуються на параметрах (показниках) – середнє арифметичне, стандартне відхилення. Використовуються для аналізу кількісних даних, при цьому кількість даних повинна бути достатньою, щоб проявився нормальний розподіл.

Первинна обробка даних – етап дослідження; містить в собі класифікацію фактів за їх однорідністю, індексування (кодування), проведення розрахунків (статистична обробка) і фіксування підсумків.

Первинні документи і видання – першоджерела, містять переважно нові, оригінальні ідеї, наукові зведення, нове осмислення відомих фактів, вихідні данні, шо підлягають обробці. До них належать книги (крім довідників), періодичні, наукові звіти і дисертації, переклади, депоновані рукописи.

Порядкові дані – тип даних у статистиці; відповідають місцям у послідовності, отриманої при їх розташуванні в зростаючому порядку (наприклад, 1-й, ..., 7-й, ..., 100-й, ...; А, Б, В...).

Порівняння – розумова операція, що складається в зіставленні пізнаваних об’єктів з метою виявлення подібності і розходження між ними.

Практична значимість дослідження – методологічна характеристика дослідження; відображає уявлення про те, як і для яких практичних цілей можна застосувати результати саме цієї роботи.

Предмет дослідження – методологічна характеристика дослідження; все те, що знаходиться в межах об’єкту дослідження.

Прикладне дослідження – дослідження, що опирається на результати фундаментальних досліджень; вирішує питання, тісно пов’язані з практикою; його призначення – давати наукові засоби для вирішення цих питань.

Програма дослідження (від грец. programma – оголошення, розпорядження) – план наміченої діяльності, робіт; виклад основних задач і цілей. Науковий документ, у якому дається виклад і обґрунтування логіки і методів вивчення об’єкта відповідно до розв'язуваних наукових і практичних задач.

Процедура (від лат. procedere – просуватися) – встановлений порядок дій при організації діяльності; елемент технології.

Ранжування (нім. rangierung від франц. ranger – ставити в ряд) – процедура впорядкування експертом властивостей об’єкта за допомогою чисел (рангів).

Розподіл – сукупність даних у вибірці, згрупованих і впорядкованих за визначеними характеристиками.

Редагування – процес перевірки і виправлення якого-небудь тексту, рукопису; остаточна літературна обробка.

Резюме (фр. resume) – короткий виклад суті написаного, сказаного чи прочитаного; короткий висновок, підсумок закінченого відрізка тексту (параграфа, глави).

Реферат (від лат. referre – доповідати, повідомляти) – короткий виклад змісту наукової праці, книги і т. п., що включає в себе основні фактичні зведення і висновки без перекручування суті первинного документа.

Рецензія (від лат. recensio – огляд, обстеження) – стаття, метою якої є критичний огляд якого-небудь наукового чи художнього твору; відгук на наукову працю перед її публікацією, захистом. Висвітлює зміст документа і дає критичну оцінку як його окремим положенням, так і документу в цілому.

Рубрикація (від лат. rubrica – заголовок закону) – поділ тексту на складові частини, розподіл за рубриками (розділами, підрозділами у тексті); графічне відділення однієї частини від інший, а також використання заголовків, нумерації і т. п.

Рукопис (лат. manuscriptum, від manus – рука і scribo – пишу) – документ, написаний від руки. Термін застосовують до документів у двох випадках: коли потрібно підкреслити факт написання документа від руки, на відміну від документів, відтворених засобом друку або в інший спосіб або коли потрібно підкреслити відсутність редакторських (таких, що не належать автору/авторам) ревізій документа. Термін рукопис може застосовуватись до документа незалежно від того, написаний він від руки, відтворений на друкарській машинці або має електронну форму.

Синтез (від грец. synthesis – складання, з'єднання) – метод дослідження; практичне уявне з'єднання частин властивостей (сторін) досліджуваного об'єкта в єдине ціле.

Системний підхід – дослідницький підхід, який застосовують до аналізу об'єктів, що мають безліч взаємозалежних елементів, об'єднаних спільністю функцій і мети, єдністю управління і функціонування.

Спостереження – метод дослідження, цілеспрямований і планомірний процес збору інформації шляхом безпосереднього сприйняття і прямої реєстрації дослідником процесів чи явищ.

Стандартне відхилення – міра дисперсії, яка вказує на те, наскільки мінливими є дані відносно середнього арифметичного.

Статистика (від лат. status – стан) – галузь науки, яка включає в себе методи опису, аналізу і математичної інтерпретації даних, що дозволяють робити визначені висновки щодо явищ, про які неможливо зібрати повну інформацію.

Тезаурус (від грец. thesauros – запас) – словник мови з повною змістовною інформацією; повний систематизований набір термінів в будь-якій області знання.

Тези – коротко сформульовані основні положення повідомлення, тексту. На етапі вивчення стану проблеми в науковому дослідженні використовується як елемент конспекту.

Тези доповідей наукової конференції – науковий неперіодичний збірник, що містить опубліковані до початку конференції матеріали попереднього характеру (анотації, чи реферати повідомлення). Одне з джерел інформації на етапі аналізу стану досліджуваного питання.

Текст науковий (від лат. textum – зв'язок, з'єднання) – авторський твір чи документ, відтворений на листі чи в публікації, основний спосіб фіксації наукового знання. Створюється за визначеними стандартами засобами наукового стилю літературної мови.

Тема дослідження (від грец. thema – предмет викладу, зображення, дослідження, обговорення) – методологічна характеристика дослідження;

формулювання, що відображає проблему дослідження.

Теоретичне дослідження – вид наукового дослідження. Виділяється за рівнем знання; пов’язано з одержанням теоретичного знання, розробкою загальної чи спеціальної теорій.

Теорія (від грец. theoria – спостереження, дослідження) – вища форма наукового мислення, система понять, категорій, законів, що відображають істотні властивості, зв’язки і відносини предметів дійсності.

Термінологія (від лат. terminus – межа, границя і logos – поняття, навчання) – сукупність термінів, які вживаються в якій-небудь галузі науки, техніки, мистецтва і т. д.

Фактографічний документ – науковий документ, що містить текстову, цифрову, ілюстративну та іншу інформацію, що відображає стан предмета дослідження чи зібрану в результаті науково-дослідної роботи.

Факторний аналіз – метод багатомірної математичної статистики, що застосовується для вимірювання взаємозв’язків між ознаками об’єктів і класифікації ознак з врахуванням цих взаємозв’язків.

Форми наукового пізнання – елементи, що складають структуру наукового знання. Для сучасної науки характерні такі форми наукового пізнання, як гіпотеза, теорія, модель.

Форми фіксації даних – способи представлення інформації, зібраної в ході дослідження – текстові і графічні (графіки, таблиці, схеми, гістограми, діаграми).

Фундаментальне дослідження (від лат. fundamentum – основний, головний) – має на меті розкрити сутність явищ, знайти глибинні, сховані підстави дійсності, дати їй наукове пояснення.

Функції науки – призначення, роль наукового пізнання. Виділяють описову, прогностичну, проектно-конструкторську (технологічну) і інші функції.

Цитата (лат. citatum від citare – приводити, проголошувати) – дослівний витяг з якого-небудь тексту чи твору що приводяться дослівно, або окремі слова.

Якісні дані – тип даних в статистиці що являють собою будь-які властивості елементів. Їх не можна виміряти і єдиною їхньою кількісною оцінкою служить частота повторів.

Додаток А

Таблиця значень функції Гауса

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{z^2}{2}}$$

z	$\varphi(z)$	z	$\varphi(z)$	z	$\varphi(z)$	z	$\varphi(z)$
0.00	0.39894	0.76	0.29887	1.52	0.12566	2.28	0.02965
0.02	0.39886	0.78	0.29431	1.54	0.12188	2.30	0.02833
0.04	0.39862	0.80	0.28969	1.56	0.11816	2.32	0.02705
0.06	0.39822	0.82	0.28504	1.58	0.11450	2.34	0.02582
0.08	0.39767	0.84	0.28034	1.60	0.11092	2.36	0.02463
0.10	0.39695	0.86	0.27562	1.62	0.10741	2.38	0.02349
0.12	0.39608	0.88	0.27086	1.64	0.10396	2.40	0.02239
0.14	0.39505	0.90	0.26609	1.66	0.10059	2.42	0.02134
0.16	0.39387	0.92	0.26129	1.68	0.09728	2.44	0.02033
0.18	0.39253	0.94	0.25647	1.70	0.09405	2.46	0.01936
0.20	0.39104	0.96	0.25164	1.72	0.09089	2.48	0.01842
0.22	0.38940	0.98	0.24681	1.74	0.08780	2.53	0.01625
0.24	0.38762	1.00	0.24197	1.76	0.08478	2.58	0.01431
0.26	0.38568	1.02	0.23713	1.78	0.08183	2.63	0.01256
0.28	0.38361	1.04	0.23230	1.80	0.07895	2.68	0.01100
0.30	0.38139	1.06	0.22747	1.82	0.07614	2.73	0.00961
0.32	0.37903	1.08	0.22265	1.84	0.07341	2.78	0.00837
0.34	0.37654	1.10	0.21785	1.86	0.07074	2.83	0.00727
0.36	0.37391	1.12	0.21307	1.88	0.06814	2.88	0.00631
0.38	0.37115	1.14	0.20831	1.90	0.06562	2.93	0.00545
0.40	0.36827	1.16	0.20357	1.92	0.06316	2.98	0.00470
0.42	0.36526	1.18	0.19886	1.94	0.06077	3.03	0.00405
0.44	0.36213	1.20	0.19419	1.96	0.05844	3.08	0.00348
0.46	0.35889	1.22	0.18954	1.98	0.05618	3.13	0.00298
0.48	0.35553	1.24	0.18494	2.00	0.05399	3.18	0.00254
0.50	0.35207	1.26	0.18037	2.02	0.05186	3.23	0.00216
0.52	0.34849	1.28	0.17585	2.04	0.04980	3.28	0.00184
0.54	0.34482	1.30	0.17137	2.06	0.04780	3.38	0.00132
0.56	0.34105	1.32	0.16694	2.08	0.04586	3.48	0.00094
0.58	0.33718	1.34	0.16256	2.10	0.04398	3.58	0.00066
0.60	0.33322	1.36	0.15822	2.12	0.04217	3.68	0.00046
0.62	0.32918	1.38	0.15395	2.14	0.04041	3.78	0.00031
0.64	0.32506	1.40	0.14973	2.16	0.03871	3.88	0.00021
0.66	0.32086	1.42	0.14556	2.18	0.03706	3.98	0.00014
0.68	0.31659	1.44	0.14146	2.20	0.03547	4.20	0.00006
0.70	0.31225	1.46	0.13742	2.22	0.03394	5.00	0.00000
0.72	0.30785	1.48	0.13344	2.24	0.03246		
0.74	0.30339	1.50	0.12952	2.26	0.03103		

Додаток Б

Таблиця значений функції Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}}\, dz$$

X	$\Phi(X)$	X	$\Phi(X)$	X	$\Phi(X)$	X	$\Phi(X)$
0.02	0.00798	0.78	0.28230	1.54	0.43822	2.30	0.48928
0.04	0.01595	0.80	0.28814	1.56	0.44062	2.32	0.48983
0.06	0.02392	0.82	0.29389	1.58	0.44295	2.34	0.49036
0.08	0.03188	0.84	0.29955	1.60	0.44520	2.36	0.49086
0.10	0.03983	0.86	0.30511	1.62	0.44738	2.38	0.49134
0.12	0.04776	0.88	0.31057	1.64	0.44950	2.40	0.49180
0.14	0.05567	0.90	0.31594	1.66	0.45154	2.42	0.49224
0.16	0.06356	0.92	0.32121	1.68	0.45352	2.44	0.49266
0.18	0.07142	0.94	0.32639	1.70	0.45543	2.46	0.49305
0.20	0.07926	0.96	0.33147	1.72	0.45728	2.48	0.49343
0.22	0.08706	0.98	0.33646	1.74	0.45907	2.50	0.49379
0.24	0.09483	1.00	0.34134	1.76	0.46080	2.55	0.49461
0.26	0.10257	1.02	0.34614	1.78	0.46246	2.60	0.49534
0.28	0.11026	1.04	0.35083	1.80	0.46407	2.65	0.49598
0.30	0.11791	1.06	0.35543	1.82	0.46562	2.70	0.49653
0.32	0.12552	1.08	0.35993	1.84	0.46712	2.75	0.49702
0.34	0.13307	1.10	0.36433	1.86	0.46856	2.80	0.49744
0.36	0.14058	1.12	0.36864	1.88	0.46995	2.85	0.49781
0.38	0.14803	1.14	0.37286	1.90	0.47128	2.90	0.49813
0.40	0.15542	1.16	0.37698	1.92	0.47257	2.95	0.49841
0.42	0.16276	1.18	0.38100	1.94	0.47381	3.00	0.49865
0.44	0.17003	1.20	0.38493	1.96	0.47500	3.05	0.49886
0.46	0.17724	1.22	0.38877	1.98	0.47615	3.10	0.49903
0.48	0.18439	1.24	0.39251	2.00	0.47725	3.15	0.49918
0.50	0.19146	1.26	0.39617	2.02	0.47831	3.20	0.49931
0.52	0.19847	1.28	0.39973	2.04	0.47932	3.25	0.49942
0.54	0.20540	1.30	0.40320	2.06	0.48030	3.30	0.49952
0.56	0.21226	1.32	0.40658	2.08	0.48124	3.40	0.49966
0.58	0.21904	1.34	0.40988	2.10	0.48214	3.50	0.49977
0.60	0.22575	1.36	0.41308	2.12	0.48300	3.60	0.49984
0.62	0.23237	1.38	0.41621	2.14	0.48382	3.70	0.49989
0.64	0.23891	1.40	0.41924	2.16	0.48461	3.80	0.49993
0.66	0.24537	1.42	0.42220	2.18	0.48537	3.90	0.49995
0.68	0.25175	1.44	0.42507	2.20	0.48610	4.00	0.49997
0.70	0.25804	1.46	0.42785	2.22	0.48679	4.20	0.49999
0.72	0.26424	1.48	0.43056	2.24	0.48745	4.40	0.49999
0.74	0.27035	1.50	0.43319	2.26	0.48809	4.70	0.49999
0.76	0.27637	1.52	0.43574	2.28	0.48870	5.00	0.50000

Додаток В

Коефіцієнти Стьюдента $t(\gamma, п)$

Обсяг вибірки n	Надійність оцінки γ		
	0.95	0.99	0.999
5	2.78	4.60	8.61
6	2.57	4.03	6.86
7	2.45	3.71	5.96
8	2.37	3.50	5.41
9	2.31	3.36	5.04
10	2.26	3.25	4.78
11	2.23	3.17	4.59
12	2.20	3.11	4.44
13	2.18	3.06	4.32
14	2.16	3.01	4.22
15	2.15	2.98	4.14
16	2.13	2.95	4.07
17	2.12	2.92	4.02
18	2.11	2.90	3.97
19	2.10	2.88	3.92
20	2.09	2.86	3.88
25	2.06	2.80	3.75
30	2.05	2.76	3.66
35	2.03	2.72	3.60
40	2.02	2.71	3.56
45	2.02	2.69	3.53
50	2.01	2.68	3.50
60	2.00	2.66	3.46
70	2.00	2.65	3.44
80	1.99	2.64	3.42
90	1.99	2.63	3.40
100	1.98	2.63	3.39
120	1.98	2.62	3.37
∞	1.96	2.58	3.29

Додаток Г

Критичні точки розподілу χ^2

Кількість ступенів свободи s	Рівень значимості α		
	0.05	0.01	0.001
1	3.84	6.63	10.83
2	5.99	9.21	13.82
3	7.81	11.34	16.27
4	9.49	13.28	18.47
5	11.07	15.09	20.52
6	12.59	16.81	22.46
7	14.07	18.48	24.32
8	15.51	20.09	26.13
9	16.92	21.67	27.88
10	18.31	23.21	29.59
11	19.68	24.73	31.26
12	21.03	26.22	32.91
13	22.36	27.69	34.53
14	23.68	29.14	36.12
15	25.00	30.58	37.70
16	26.30	32.00	39.25
17	27.59	33.41	40.79
18	28.87	34.81	42.31
19	30.14	36.19	43.82
20	31.41	37.57	45.32
21	32.67	38.93	46.80
22	33.92	40.29	48.27
23	35.17	41.64	49.73
24	36.42	42.98	51.18
25	37.65	44.31	52.62
26	38.89	45.64	54.05
27	40.11	46.96	55.48
28	41.34	48.28	56.89
29	42.56	49.59	58.30
30	43.77	50.89	59.70

Додаток Д

Критичні точки розподілу Стьюдента

Кількість ступенів свободи k	Рівень значимості α (двостороння критична область)					
	0.10	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001
1	6.31	12.70	31.82	63.70	318.30	631.00
2	2.92	4.30	6.97	9.92	22.33	31.60
3	2.35	3.18	4.54	5.84	10.22	12.90
4	2.13	2.78	3.75	4.60	7.17	8.61
5	2.01	2.57	3.37	4.03	5.89	6.86
6	1.94	2.45	3.14	3.71	5.21	5.96
7	1.89	2.36	3.00	3.50	4.79	5.40
8	1.86	2.31	2.90	3.36	4.50	5.04
9	1.83	2.26	2.82	3.25	4.30	4.78
10	1.81	2.23	2.76	3.17	4.14	4.59
11	1.80	2.20	2.72	3.11	4.03	4.44
12	1.78	2.18	2.68	3.05	3.93	4.32
13	1.77	2.16	2.65	3.01	3.85	4.22
14	1.76	2.14	2.62	2.98	3.79	4.17
15	1.75	2.13	2.60	2.95	3.73	4.07
16	1.75	2.12	2.58	2.92	3.69	4.01
17	1.74	2.11	2.57	2.90	3.65	3.96
18	1.73	2.10	2.55	2.88	3.61	3.92
19	1.73	2.09	2.54	2.86	3.58	3.88
20	1.73	2.09	2.53	2.85	3.55	3.85
25	1.71	2.06	2.49	2.79	3.45	3.72
30	1.70	2.04	2.46	2.75	3.39	3.65
40	1.68	2.02	2.42	2.70	3.31	3.55
60	1.67	2.00	2.39	2.66	3.23	3.46
120	1.66	1.98	2.36	2.62	3.17	3.37
∞	1.64	1.96	2.33	2.58	3.09	3.29
	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
	Рівень значимості α (одностороння критична область)					

Додаток Е

Нижні і верхні критичні значення рангового критерію Вілкоксона

n_2	α		n_1						
	Одно-сторонній	Дво-сторонній	4	5	6	7	8	9	10
4	0.05	0.10	11; 25						
	0.025	0.05	10; 26						
	0.01	0.02	– ; –						
	0.005	0.01	– ; –						
5	0.05	0.19	12; 28	19; 36					
	0.025	0.05	11;29	17; 38					
	0.01	0.02	10; 30	16; 39					
	0.005	0.01	– ; –	15; 40					
6	0.05	0.05	13; 31	20; 40	28; 50				
	0.025	0.05	12; 32	18; 42	26; 52				
	0.01	0.02	11; 33	17; 43	24; 54				
	0.005	0.01	10;34	16:44	23; 55				
7	0.05	0.10	14; 34	21; 44	29; 55	39; 66			
	0.025	0.05	13; 35	20; 45	27; 57	36; 69			
	0.01	0.02	11; 37	18; 47	25; 59	34; 71			
	0.005	0.01	10; 38	16; 49	24:60	32:73			
8	0.05	0.10	15; 37	23;47	31; 59	41: 71	51;85		
	0.025	0.05	14; 38	21;49	29; 61	38; 74	49; 87		
	0.01	0.02	12; 40	19; 51	27; 63	35; 77	45:91		
	0.005	0.01	11:41	15; 53	25; 65	34; 78	43:93		
9	0.05	0.10	16; 40	24; 51	33; 63	43; 76	54; 90	66;105	
	0.025	0.05	14; 42	22; 53	31; 65	40; 79	51; 93	62;109	
	0.01	0.02	13; 43	20; 55	28; 68	37; 82	49; 97	59;112	
	0.005	0.01	11; 45	18; 57	26; 70	35; 84	45; 99	56; 115	
10	0.05	0.10	17; 43	26; 54	35; 67	45; 81	56; 96	69;111	82;128
	0.025	0.05	15; 45	23; 57	32; 70	42; 84	53; 99	65;115	78;132
	0.01	0.02	13; 47	21; 59	29; 73	39; 87	49;103	61;119	74;136
	0.005	0.01	12:48	19; 61	27; 75	37; 89	47; 105	58; 122	71;139

Додаток Ж

Критичні точки розподілу Фішера-Снедекора $F_{cr}(\alpha, k_x, k_y)$

Рівень значимості α = 0.01

$k_y \backslash k_x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	4052	4999	5403	5625	5764	5889	5928	5981	6022	6056	6082
2	98.49	99.01	90.17	99.25	99.33	99.30	99.34	99.36	99.36	99.40	99.41
3	34.12	30.81	29.46	28.71	28.24	27.91	27.67	27.49	27.34	27.23	27.13
4	21.20	18.00	16.69	15.98	15.52	15.21	14.98	14.80	14.66	14.54	14.45
5	16.26	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.45	10.27	10.15	10.05	9.96
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.79
7	12.25	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	7.00	6.84	6.71	6.62	6.54
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.19	6.03	5.91	5.82	5.74
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.62	5.47	5.35	5.26	5.18
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.21	5.06	4.95	4.85	4.78
11	9.86	7.20	6.22	5.67	5.32	5.07	4.88	4.74	4.63	4.54	4.46
12	9.33	6.92	5.95	5.41	5.06	4.82	4.65	4.50	4.39	4.30	4.22
13	9.07	6.70	5.74	5.20	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	4.02
14	8.86	6.51	5.56	5.03	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.86
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.73
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.61
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.52

Рівень значимості α = 0.05

$k_y \backslash k_x$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.36	19.37	19.38	19.39	19.40
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.88	8.84	8.81	8.78	8.76
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.93
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.70
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.03
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.60
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.31
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	3.10
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.94
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.82
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.72
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.63
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.56
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.51
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.45
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.41

Додаток И

Значення критерію Кохрена Gт при $\alpha = 0,05$

n	$f = m-1$					
	1	2	3	4	5	6
2	0.9985	0.9750	0.9392	0.9057	0.8772	0.8534
3	0.9669	0.8709	0.7977	0.7457	0.7071	0.6771
4	0.9065	0.7679	0.6841	0.6287	0.5859	0.5598
5	0.8412	0.6338	0.5991	0.5441	0.5065	0.4783
6	0.7608	0.6161	0.5321	0.4803	0.4447	0.4184
7	0.7271	0.5612	0.4800	0.4307	0.3974	0.3726
8	0.6798	0.5157	0.4377	0.3910	0.3595	0.3362
9	0.6385	0.4770	0.4027	0.3584	0.3286	0.3067
10	0.6020	0.4450	0.3733	0.3311	0.3029	0.2823
12	0.5410	0.3924	0.3264	0.2880	0.2624	0.2439
16	0.4709	0.3346	0.2758	0.2419	0.2195	0.2034
20	0.3894	0.2705	0.2205	0.1921	0.1935	0.1602

Для нотаток

Капаціла Ю.Б., Марущак П.О., Савків В.Б., Шовкун О.П.

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ТЕОРІЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Навчальний посібник
для здобувачів освітнього ступеня «Магістр»
спеціальності 174 «Автоматизація, комп’ютерно- інтегровані технології та робототехніка»

ISBN 978-617-7875-34-4

Підписано до друку 27.03.2023. Формат 60×90, 1/16.
Друк лазерний. Папір офсетний. Гарнітура TimesNewRoman. Умовно-друк. арк. 8,52. Наклад – 100 прим. Замовлення № 27032023

*****

Друк ФОП Паляниця В. А.
Свідоцтво ДК №4870 від 20.03.2015 р.
м. Тернопіль, вул. Б. Хмельницького, 9а, оф.38. тел. (0352) 528-777.