

**ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ П'ЄЗОЕЛЕКТРИЧНОГО ТРАНСФОРМАТОРА**

UDC 623.407

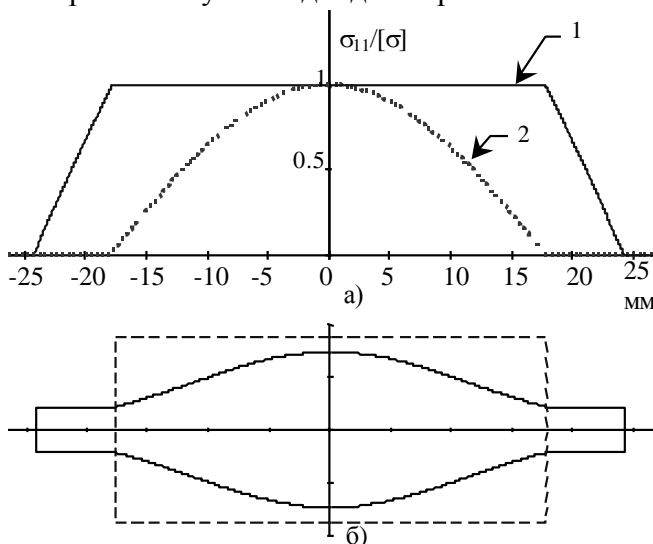
**V. Piscio, I. Belyakova, V. Medvid**

**SHAPE OPTIMIZATION OF PIEZOELECTRIC TRANSFORMER**

Розглядається задача оптимізації форми плоского п'єзотрансформатора струму (ПТ) з поляризацією за товщиною пластини, що має товщину  $h$ , а її середня площина співпадає з площиною  $xOy$ . Матеріал має густину  $\rho$ . Припустимо, що бічні поверхні п'єзотрансформатора вільні від електродів, а верхня і нижня поверхні покриті системою електродів, зазор між якими наближається до 0. Для зменшення втрат енергії п'єзотрансформатор звичайно закріплюють так, щоб його поверхні не передавали зусилля на закріплення. Така умова приводить до граничної умови:  $\sigma_{ij}n_j = 0$ , де  $n_j$  - вектор зовнішньої нормалі. У випадку одномірних коливань з коловою частотою  $\omega$  по довжині (координаті  $x$ ) при змінній ширині  $b(x)$  п'єзотрансформатора та симетрії ПТ відносно осі  $Ox$  рівняння, що описують його, можуть бути записані у вигляді:

$$\frac{d}{dx}(b(x)\sigma_{11}) + \rho\omega^2 b u_1 = 0; \quad \frac{d}{dx}u_1 = s_{11}\sigma_{11} + \frac{d_{31}}{h \cdot b(x)} \int_{-b/2}^{b/2} \varphi(x, y) dy;$$

де  $\varphi(x, y)$  – різниця потенціалів між верхнім і нижнім електродами ПТ. П'єзотрансформатор найчастіше працює у режимі, близькому до резонансу, тому вважаємо, що розподіл напружень у трансформаторі такий самий, як при власній формі коливань. Тоді система спроститься і може бути переписана у вигляді одного рівняння:



**Рисинок 1.** Розподіл усереднених по ширині напружень у матеріалі п'єзотрансформатора у долях від  $[\sigma]$  (а), пропонується форма п'єзотрансформатора (б)

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{1}{b(x)} \frac{d}{dx} (b(x)\sigma_{11}) \right) + \rho\omega^2 s_{11}\sigma_{11} = 0$$

Задаючись розподілом напружень  $\sigma_{11} = [\sigma]\sigma_0$  отримаємо необхідну форму бічної поверхні, котра реалізує його при заданій частоті  $\omega$ .

$$b(x) = \frac{B}{\sigma_0} \exp \left( - \int_0^x \left( \frac{\rho\omega^2 s_{11} \int_0^x \sigma_0 dx}{\sigma_0} \right) + \int_0^x \frac{A}{\sigma_0} dx \right).$$

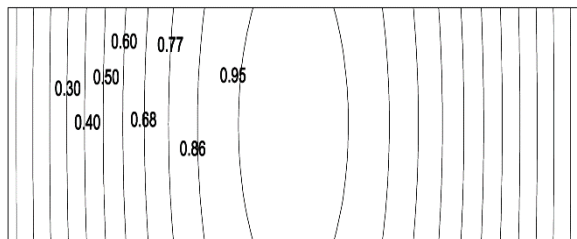
У випадку оптимальної форми ПТ  $\sigma_{11}$  наближено рівні  $[\sigma]$ , тому:

$$b(x) = B \exp \left( - \frac{\rho\omega^2 s_{11} x^2}{2} + A \cdot x \right).$$

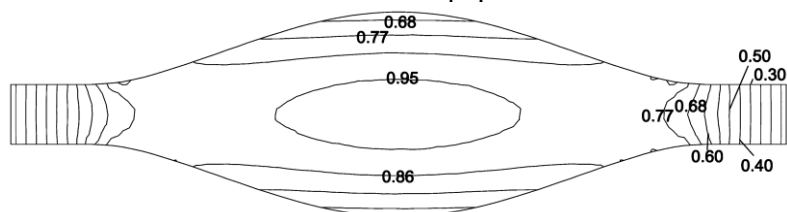
Невідома стала  $A$  лише призводить до переміщення п'єзо-трансформатора по осі  $x$ , а при  $A = 0$  невідома стала  $B$  визначається необхідною потужністю ПТ і

дорівнює максимальній ширині п'єзотрансформатора. Однак, ця оптимальна форма п'єзопластини має мати нескінчену довжину. Але, так як ширина у кінцевих частинах мала, то суттєвого впливу ці частини не мають. Тому, якщо примусово задати що при координаті  $x$

більшій за модулем ніж деяке значення  $l_e$  ширина  $b(x)$  є сталою і рівною  $b(l_e)$ , а також задати, що



**Рисунок 2.** Розподіл  $\sigma_{11}$  по ширині п'єзотрансформатора «звичайної» форми



**Рисунок 3.** Розподіл  $\sigma_{11}$  по ширині п'єзотрансформатора форми, що пропонується

довжина такої ділянки є достатньою, щоб напруження у матеріалі спали до нуля – отримана форма ПТ буде близькою до оптимальної і тим ближче до оптимальної, чим більше  $l_e$ . Оберемо довжину  $l_e$  рівною довжині ПТ, класичної форми, котрий має таку саме резонансну частоту.

Розподіл усереднених за шириною напружень для п'єзотрансформатора із матеріалу PZT-4 із робочою частотою 47.3 кГц зображений на рис. 1 а. Ескіз відповідної форми п'єзотрансформатора

представлений на рис. 1 б, причому прийнято, що  $l_e = \frac{1}{4 \cdot f \sqrt{\rho \cdot s_{11}}}$ . На рисунку пунктирними

лініями зображено п'єзотрансформатор «класичної» форми поперечно-поперечного типу із таким самим значенням електричних параметрів у околі частоти резонансу. Із графіка видно, що напруження у матеріалі пропонованого п'єзотрансформатора близькі до максимально допустимих практично по всьому матеріалі ПТ, крім прикінцевих областей, вклад котрих у загальну роботу матеріалу не є значним.

Для підтвердження розвинутих положень було проведено двовимірне моделювання п'єзотрансформатора пропонованої форми за допомогою програми FreeFem++. Для моделювання використовувався функціонал, що описує власну форму коливань п'єзотрансформатора у наступній формі:

$$J(u, v) = \int_S \left( \frac{\partial}{\partial x} v_1 \right) \cdot \left( c_{11} \cdot \frac{\partial}{\partial x} u_1 + c_{12} \cdot \frac{\partial}{\partial y} u_2 \right) + \left( \frac{\partial}{\partial y} v_2 \right) \cdot \left( c_{12} \cdot \frac{\partial}{\partial x} u_1 + c_{11} \cdot \frac{\partial}{\partial y} u_2 \right) + \left( \frac{\partial}{\partial x} v_2 + \frac{\partial}{\partial y} v_1 \right) \cdot (c_{66}) \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} u_2 + \frac{\partial}{\partial y} u_1 \right) + \rho \omega^2 \lambda (u_1 \cdot v_1 + u_2 \cdot v_2) ds,$$

де  $v$  – пробні переміщення.

Дискретизація області проводилась за допомогою методу скінчених елементів із використанням базисних функцій другого порядку, будувалась відповідні глобальні матриці і розв'язувалась стандартна задача відносно власної форми коливань. Потім, на основі розрахованих форм власних переміщень, отримувались значення напружень у матеріалі, котрі відразу нормувались так, щоб максимальні напруження були не більші за  $[\sigma]$ . Для порівняння, паралельно проводилось моделювання п'єзотрансформатора звичайної форми. Розподіл найвищих напружень у матеріалі ( $\sigma_{11}$ ) поданий на рисунках 2 та 3.

Із порівняння рисунків видно, що напруження у п'єзотрансформаторі, який пропонується, розподілені значно рівномірніше і досить точно описуються одновимірним наближенням. Більш рівномірний розподіл напружень дозволяє отримати вищий коефіцієнт використання матеріалу, покращити техніко-економічні показники п'єзотрансформаторів та знизити їх матеріаломісткість.