

UDC 624.011

DETERMINATION OF TANGENTIAL STRESSES IN REINFORCED FLEXIBLE WOODEN ELEMENTS TAKING INTO ACCOUNT THE NONLINEARITY OF MATERIAL DEFORMATION

Petro Gomon

National University of Water and Environmental Engineering,
Rivne, Ukraine

Summary. The basis for the calculation of reinforced bending wooden elements, taking into account the nonlinearity of wood deformation, has been developed. For the proposed calculation, optimized diagrams of wood deformation (polynomial of the 4th degree) were used. A method of determining the tangential stresses of bending reinforced wooden elements, taking into account the nonlinearity of the deformation of the material, has been developed.

Key words: wood, bending element, stress-strain state, tangential stresses, optimized wood deformation diagram.

https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2022.02.125

Received 16.03.2022

Statement of the problem. Materials, elements and structures made of wood remain one of the most popular in practice of construction. Their usage started many centuries back. Wooden elements and structures have rather long service life and are used in erecting industrial and civil structures. With relatively small weight, they have high strength and toughness. One of the most peculiar features of wood is its anisotropy. It is important to consider it while calculating elements and constructions. Determining of tangential strains, of bending reinforced wooden elements in particular, is crucial as well.

Analysis of recent researches. As the recent researches [1–6] and the researches of the other authors [7, 8] show, deformation of wood occurs non-linearly almost from the beginning of the load. Such peculiarities should be taken into account when calculating wooden elements, both reinforced and non-reinforced [9–20]. The vital factor for the work of wood is determining of tangential strains in reinforced bending elements and constructions taking into consideration non-linearity of deformation of the material. In our previous study we suggested determining the tangential strains in non-reinforced elements [21].

Results of the research. From the previous it is seen that reinforcement of wood significantly influences the deflection of bending parts while decreasing it and increasing its stiffness [22–23]. The researches prove that reinforcement increases the bearing ability of a normal cross-section. Subsequently, the achievement of the ultimate deflection of the element occurs with significantly smaller cross-sectional dimensions, which allows to save the amount of material necessary to ensure the rigidity of the structure. And in the case of designing, it allows to overlap larger spans. It is the research data that there cause the necessity to determine and check the tangential stresses that occur along the height of the beam from the compressed reinforcement to the stretched one. To determine such tangential stresses, a part of the element should be cut out of the existing element and the internal forces should be projected on the axis. Assume that there is a certain bending element in which a variable bending moment occurs, a cantilevered beam can be such an option (Fig. 1).

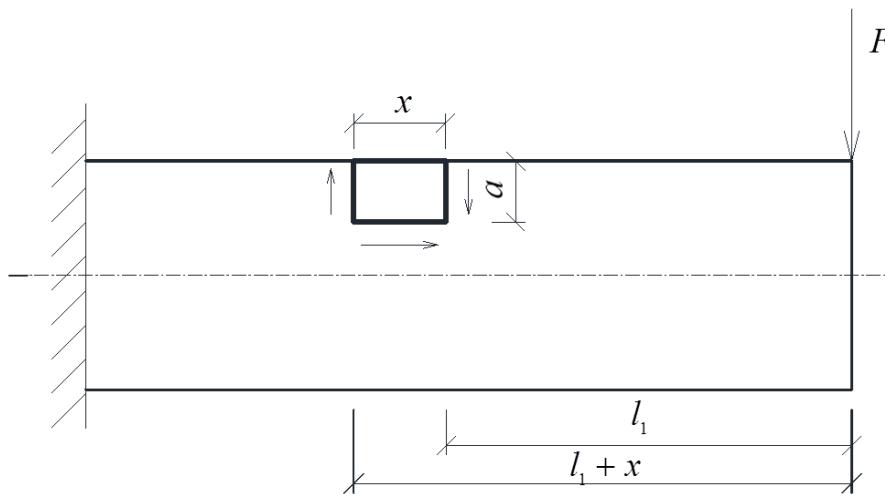


Figure 1. Cantilever fixed bending element

Let us cut out a part of the bending element and obtain a part of the element, the dimensions of which are shown in Fig. 2. A pair of forces from the bending moment and tangential stresses, which perceive this difference in forces are acting upon it.

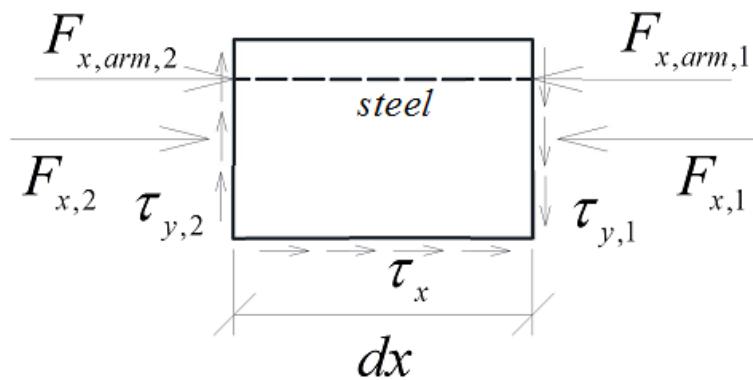


Figure 2. An elementary part of the strain-stress state:

$F_{x,1}, F_{x,2}$ are the resulting forces of internal stresses which occur in wood;

$F_{x,arm,1}, F_{x,arm,2}$ are the internal forces occurring in reinforcement;

$\tau_{y,1}, \tau_{y,2}, \tau_x$ are the tangential stress occurring in timber;

dx is an elementary area on which tangential stresses τ_x act.

The stresses that act on the elementary part of the beam, if projected on the axis, will give the following equilibrium equations:

$$\begin{cases} \tau_{y,1} = \tau_{y,2} \\ \tau_x = bx((F_{x,1} - F_{x,arm,1}) + (F_{x,2} - F_{x,arm,2})) \end{cases} \quad (1)$$

b is the width of the bending element in the place of occurrence of tangential stresses τ_x .

Considering the previous equilibrium equation (1), it can be stated that the determination of tangential stresses is reduced to the determination of internal stresses acting along the x axis. To determine these stresses, consider two cross-sections of the bending element by the edges, which are the planes in which the internal forces $F_{x,1}, F_{x,2}, F_{x,arm,1}, F_{x,arm,2}$ act.

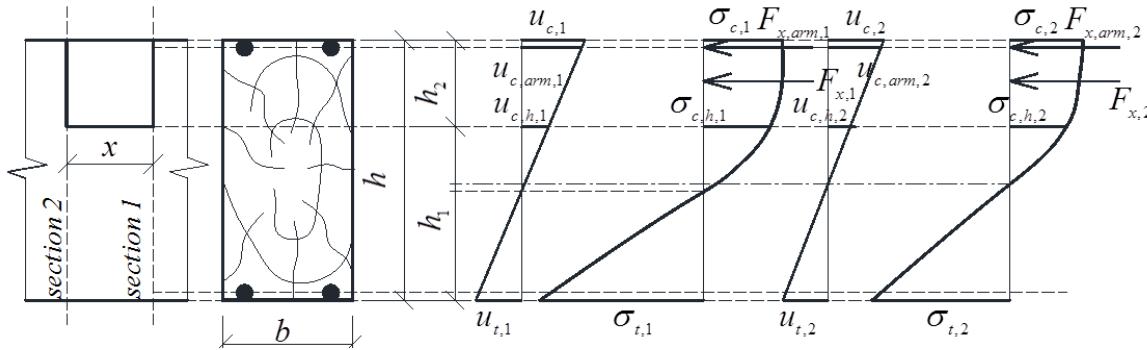


Figure 3. Strain-stress state in cross-sections 1 and 2 from the action of moments M_1 and M_2

We write down the equations of internal forces $F_{x,1}$ and $F_{x,2}$, which occur in sections 1 and 2 (Fig. 3) and are the sum of the stresses occurring in the wood

$$F_{x,1} = b \int_{u_{c,h,1}}^{u_{c,1}} f(\sigma) du - \sigma(u_{c,arm,1}) A_s \quad (2)$$

$$F_{x,2} = b \int_{u_{c,h,2}}^{u_{c,2}} f(\sigma) du - \sigma(u_{c,arm,2}) A_s, \quad (3)$$

A_s is the area of the reinforcement falling into the elementary area;

$u_{c,1}, u_{c,2}$ are the relative deformations occurring at the boundary compressed wood fibers;

$u_{c,h,1}, u_{c,h,2}$ are the relative deformations on the end where the tangential deformations are determined;

$u_{c,arm,1}, u_{c,arm,2}$ are relative deformations in reinforcement.

The forces perceived by the reinforcement in section 1 and 2 will be equal:

$$F_{x,arm,1} = \sigma_s A_s \quad (4)$$

$$F_{x,arm,2} = \sigma_s A_s \quad (5)$$

To determine the relative deformations under the acting moments, we use the approximate function of the curve-moment graph for the reinforced wooden element and determine the value of the curvature in cross-sections 1 and 2.

$$\xi_{1,arm} = G_{1,arm} M_{1,arm}^2 + G_{2,arm} M_{1,arm} \quad (6)$$

$$\xi_{2,arm} = G_{1,arm} M_{2,arm}^2 + G_{2,arm} M_{2,arm} \quad (7)$$

$\xi_{1,arm}, \xi_{2,arm}$ are the curvatures of the reinforced bending element;

$G_{1,arm}, G_{2,arm}$ are the coefficients for transition from the moment to curvature;

$M_{1,arm}, M_{2,arm}$ are the bending moments acting in cross-sections 1 and 2.

To determine the position of the neutral line, we will use the graph of the change of the neutral line and determine the coefficient of the ratio of the compressed zone to the stretched zone

$$k_1 = f(\xi_1) = \frac{u_{c,1}}{u_{t,1}} \quad (8)$$

$$k_2 = f(\xi_2) = \frac{u_{c,2}}{u_{t,2}} \quad (9)$$

$u_{t,1}, u_{t,2}$ are the relative deformations occurring at the stretched edge wood fibers;

Respectively, the compressed and stretched areas will be equal in the cross-section

$$h_{c,1} = \frac{h}{1 + k_1}; \quad h_{t,1} = h - h_{c,1} \quad (10)$$

$$h_{c,2} = \frac{h}{1 + k_2}; \quad h_{t,2} = h - h_{c,2} \quad (11)$$

Relative deformations for calculation of the forces $F_{x,1}$ and $F_{x,2}$ will be equal

$$u_{c,1} = \xi_1 \cdot h_{c,1}; \quad u_{c,h,1} = \xi_1 \cdot (h_{c,1} - h_2) \quad (12)$$

$$u_{c,2} = \xi_2 \cdot h_{c,2}; \quad u_{c,h,2} = \xi_2 \cdot (h_{c,2} - h_2) \quad (13)$$

Relative deformations for calculation of the forces $F_{x,1}$ are $F_{x,2}$ as follows

$$u_{c,arm,1} = (h_{c,1} - d) \frac{\epsilon_{c,1}}{h_{c,1}}; \quad (14)$$

$$u_{c,arm,2} = (h_{c,2} - d) \frac{\varepsilon_{c,2}}{h_{c,2}}; \quad (15)$$

Depending on the obtained relative deformations, we calculate the forces $F_{x,1}$ and $F_{x,2}$ determine the average value of deformations on the area τ_x .

$$\tau_x = bx(F_{x,1} - F_{x,arm,1} - F_{x,2} - F_{x,arm,2}) \quad (16)$$

Let us calculate the tangential stresses that occur in the wooden element at the maximum moment which can be accepted by the cross-section. Meanwhile, the forces acting on the elementary cross-section in Fig. 2 and Fig. 3 are calculated using the integrated functions of a polynomial of the 4th degree [4]

$$F_{x,1} = by_{c,1} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,1}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) - by_{c,h,1} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,h,1}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) - \sum_{k=1}^4 w_k \cdot \frac{u_{c,arm,1}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} A_s \quad (17)$$

$$F_{x,2} = by_{c,2} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,2}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) - by_{c,h,2} \left(\sum_{k=1}^4 \frac{w_k}{k+1} \cdot \frac{u_{c,h,2}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} \right) - \sum_{k=1}^4 w_k \cdot \frac{u_{c,arm,2}^k}{u_{c,0,d}^{k-1}} A_s \quad (18)$$

$$F_{x,arm,1} = u_{c,arm,1} E_s A_s \quad (19)$$

$$F_{x,arm,2} = u_{c,arm,2} E_s A_s \quad (20)$$

Conclusions. The basis for the calculation of reinforced bending wooden elements, taking into account the nonlinearity of wood deformation, has been developed. For the proposed calculation, optimized diagrams of wood deformation (polynomial of the 4th degree) were used. A method of determining the tangential stresses of bending reinforced wooden elements, taking into account the nonlinearity of the deformation of the material, has been developed.

References

1. Gomon P. S. Metodyka pobudovy diafram deformativnoy "σ - ε" dlya derevyny na osnovi eksperimental'nykh doslidzhen' z-hynal'nykh elementiv. Resursoekonomni materialy, konstruktsiy, budivli i sporudy. Rivne: NUVHP, 2014. Vypusk 29. P. 102–107. [In Ukrainian].
2. Homon S. S., Gomon P. S. Pobudova diysnykh diafram mekhanichnogo stanu derevyny "s-u" sutsil'noho pererizu yalyny ta berezy za zhorstkoho rezhymu vyprobuvan'. Resursoekonomni materialy, konstruktsiy, budivli ta sporudy. Rivne, 2020. Vyp. 38. P. 321–330. [In Ukrainian].
3. Gomon S. S., Homon S. S., Sasov's'kyj T. A. Diaframy mekhanichnogo stanu derevyny sosny za odnorazovoho korotkochasnoho deformativnoy do povnoyi vtraty mitsnosti materialu. Resursoekonomni materialy, konstruktsiy, budivli ta sporudy. Rivne. 2012. Vyp. 23. P. 166–171. [In Ukrainian].
4. Yasniy P., Gomon S., Gomon P. On approximation of mechanical condition diagrams of coniferous and deciduous wood species on compression along the fibers. Scientific Journal of Ternopil National Technical University. Ternopil: TNTU. 2020. Vol. 97. No. 1. P. 57–64. DOI: https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2020.01.057

5. Yasniy P., Gomon S. Timber with improved strength and deformable properties. Scientific Journal of Ternopil National Technical University. Ternopil: TNTU, 2020. Vol. 99. No. 3. P. 17–27. DOI: https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2020.03.017
6. Yasniy P., Homon S., Iasnii V., Gomon S. S., Gomon P., Savitskiy V. Strength properties of chemically modified solid woods. Procedia Structural Integrity. 2022. 36. P. 211–216. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.01.026>
7. Da Silva A., Kyriakides S. Compressive response and failure of balsa wood. International Journal of Solids and Structures. 2007. Volume 44. Issues 25–26. P. 8685–8717. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.07.003>
8. Zhou A., Bian Y., Shen Y., Huang D., Zhou M. Inelastic bending performances of laminated bamboo beams: experimental investigation and analytical study. Bio Resources, 2018. 13 (1). P. 131–146. DOI: <https://doi.org/10.15376/biores.13.1.131-146>
9. Gomon P. S. Aproksymatsiya diahramy "moment-kryvyna" derev"yanykh armovanykh ta nearmovanykh balok pryamokutnoho pererizu. Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya. Kyiv: KNUBA, 2021. No 78. P. 157–165. [In Ukrainian]. DOI: <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2021.78.157-165>
10. Gomon P. S. Osoblyvosti pobudovy diahramy "moment-kryvyna" pidsylenykh balok z derevyny pryamokutnoho pererizu. Visnyk Natsional'noho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannya. Seriya "Tekhnichni nauky". Rivne: NUVHP, 2021. Vypusk 3 (95). P. 128–138. [In Ukrainian].
11. Gomon P. S. Napruzheno-deformovany stan balok iz derevyny z kombinovanym armuvannym na riznykh rivnyakh zavantazhen'. Suchasni tekhnolohiyi ta metody rozrakhunkiv u budivnytstvi. Luts'k: LNTUO 2022. Vypusk 17. P. 23–30. [In Ukrainian].
12. Gomon P. S. Sumisnist' roboty armatury ta derevyny v balkakh, yaki pratsyuyut' za poperechnoho z-hynu. Suchasni problemy arkitektury ta mistobuduvannya. Kyiv: KNUBA. 2022. Vypusk 63. P. 327–335.
13. Homon P. S. Modeluvannya roboty derev"yanoyi balky z poslidovnym zavantazhennym. Mistobuduvannya ta terytorial'ne planuvannya. Kyiv: KNUBA. 2022. No. 80. P. 159–165. [In Ukrainian].
14. De la Rosa García P., Cobo Escamilla A., Nieves González Garcia M. Bending Reinforcement of Timber Beams with Composite Carbon Fiber and Basalt Fiber Materials. Compos. Part B Eng. 2013. 55. P. 528–536. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.07.016>
15. Wdowiak A., Brol J. Effectiveness of reinforcing bent non-uniform pre-stressed glulam beams with basalt fibre reinforced polymers rods. Materials 2019. 12. P. 31–41. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma12193141>
16. De Luca V., Marano C. Prestressed glulam timbers reinforced with steel bars. Constr. Build. Mater., 30 (2012). P. 206–217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.11.016>
17. Usman A., Sugiri S. Analysis of the Strength of Timber and Glulam Timber Beams with Steel Reinforcement. Materials Science, 2015. DOI: <https://doi.org/10.5614/j.eng.technol.sci.2015.47.6.1>
18. Negrão J. H. Preliminary study on wire prestressing methods for timber pieces reinforcement. Constr. Build. Mater., 102. 2016. P. 1093–1100. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.11.050>
19. Donadon B. F., Mascia N. T., Vilela R., Trautwein L. M. Experimental investigation of glued-laminated timber beams with vectran-frp reinforcement. Eng. Struct. 2020. 202.109818. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109818>
20. Jasienko J., Nowak T. P. Solid timber beams strengthened with steel plates – experimental studies. Constr. Build. Mater., 63. 2014. P. 81–88. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.04.020>
21. Gomon P. S., Oleksin I. O. Vyznachennya dotychnykh napruzen' v derev"yanykh balkakh z vrakhuvannym neliniynosti deformuvannya materialu. Resursoekonomni materialy, konstruktsiyi, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP. 2022. Vyp. 41. P. 126–134. [In Ukrainian].
22. Babich V. YE., Gomon P. S., Prashchur O. Shlyakhy pidvyshchennya zhorstnosti elementiv z tsil'noyi ta kleyenoyi derevyny za poperechnoho z-hynu. Resursoekonomni materialy, konstruktsiyi, budivli ta sporudy. Rivne: NUVHP, 2021. Vyp. 40. P. 97–104. [In Ukrainian].
23. Gomon P. S., Polishchuk M. V. Prohyny pidsylenykh ta nepidsylenykh balok pryamokutnoho pererizu z kleyenoyi derevyny. Suchasni budivel'ni konstruktsiyi z metalu ta derevyny. Odesa: ODABA, 2022. Vypusk 26. P. 88–96. [In Ukrainian].

Список використаних джерел

1. Гомон П. С. Методика побудови діаграми деформування « $\sigma - \epsilon$ » для деревини на основі експериментальних досліджень згинальних елементів. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі і споруди. 2014. Випуск 29. С. 102–107.

2. Гомон С. С., Гомон П. С. Побудова діаграм механічного стану деревини «б-и» суцільного перерізу ялини та берези за жорсткого режиму випробувань. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. 2020. Вип. 38. С. 321–330.
3. Гомон С. С., Гомон С. С., Сасовський Т. А. Діаграми механічного стану деревини сосни за одноразового короткочасного деформування до повної втрати міцності матеріалу. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. 2012. Вип. 23. С. 166–171.
4. Yasniy P., Gomon S., Gomon P. On approximation of mechanical condition diagrams of coniferous and deciduous wood species on compression along the fibers. Scientific Journal of Ternopil National Technical University. 2020. Vol. 97. No. 1. P. 57–64. DOI: https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2020.01.057
5. Yasniy P., Gomon S. Timber with improved strength and deformable properties. Scientific Journal of Ternopil National Technical University. 2020. Vol. 99. No. 3. P. 17–27. DOI: https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2020.03.017
6. Yasniy P., Homon S., Iasnii V., Gomon S. S., Gomon P., Savitskiy V. Strength properties of chemically modified solid woods. Procedia Structural Integrity. 2022. 36. P. 211–216. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.01.026>
7. Da Silva A., Kyriakides S. Compressive response and failure of balsa wood. International Journal of Solids and Structures. 2007. Volume 44. Issues 25–26. P. 8685–8717. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2007.07.003>
8. Zhou A., Bian Y., Shen Y., Huang D., Zhou M. Inelastic bending performances of laminated bamboo beams: experimental investigation and analytical study. Bio Resources. 2018. 13 (1). P. 131–146. DOI: <https://doi.org/10.15376/biores.13.1.131-146>
9. Гомон П. С. Апроксимація діаграми «момент-кривина» дерев'яних армованих та неармованих балок прямокутного перерізу. Містобудування та територіальне планування. 2021. № 78. С. 157–165. DOI: <https://doi.org/10.32347/2076-815x.2021.78.157-165>
10. Гомон П. С. Особливості побудови діаграми «момент-кривина» підсилених балок з деревини прямокутного перерізу. Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Серія «Технічні науки». 2021. Випуск 3 (95). С. 128–138.
11. Гомон П. С. Напруженно-деформований стан балок із деревини з комбінованим армуванням на різних рівнях завантажень. Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві. 2022. Випуск 17. С. 23–30.
12. Гомон П. С. Сумісність роботи арматури та деревини в балках, які працюють за поперечного згину. Сучасні проблеми архітектури та містобудування. 2022. Випуск 63. С. 327–335.
13. Гомон П. С. Моделювання роботи дерев'яної балки з послідовним завантаженням. Містобудування та територіальне планування. 2022. № 80. С. 159–165.
14. De la Rosa García P., Cobo Escamilla A., Nieves González García M. Bending reinforcement of timber beams with composite carbon fiber and basalt fiber materials. Compos. Part B Eng. 2013. 55. P. 528–536. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2013.07.016>
15. Wdowiak A., Brol J. Effectiveness of reinforcing bent non-uniform pre-stressed glulam beams with basalt fibre reinforced polymers rods. Materials 2019. 12. P. 31–41. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma12193141>
16. De Luca V., Marano C. Prestressed glulam timbers reinforced with steel bars. Constr. Build. Mater. 30. 2012. P. 206–217. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2011.11.016>
17. Usman A., Sugiri S. Analysis of the Strength of Timber and Glulam Timber Beams with Steel Reinforcement. Materials Science, 2015. DOI: <https://doi.org/10.5614/j.eng.technol.sci.2015.47.6.1>
18. Negrão J. H. Preliminary study on wire prestressing methods for timber pieces reinforcement. Constr. Build. Mater., 102. 2016. P. 1093–1100. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.11.050>
19. Donadon B. F., Mascia N. T., Vilela R., Trautwein L. M. Experimental investigation of glued-laminated timber beams with vectran-frp reinforcement. Eng. Struct. 2020. 202.109818. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109818>
20. Jasieńko J., Nowak T. P. Solid timber beams strengthened with steel plates – experimental studies. Constr. Build. Mater., 63. 2014. P. 81–88. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2014.04.020>
21. Гомон П. С., Олексін І. О. Визначення дотичних напружень в дерев'яних балках з врахуванням нелінійності деформування матеріалу. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. 2022. Вип. 41. С. 126–134.
22. Бабич В. Є., Гомон П. С., Пращур О. Шляхи підвищення жорсткості елементів з цільної та клееної деревини за поперечного згину. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. 2021. Вип. 40. С. 97–104.
23. Гомон П. С., Поліщук М. В. Прогини підсилених та непідсилених балок прямокутного перерізу з клееної деревини. Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини. 2022. Випуск 26. С. 88–96.

УДК 624.011

**ВИЗАЧЕННЯ ДОТИЧНИХ НАПРУЖЕНЬ В АРМОВАНИХ
ЗГИНАЛЬНИХ ДЕРЕВ'ЯНИХ ЕЛЕМЕНТАХ З УРАХУВАННЯМ
НЕЛІНІЙНОСТІ ДЕФОРМУВАННЯ МАТЕРІАЛУ**

Петро Гомон

*Національний університет водного господарства та
природокористування, Рівне, Україна*

Резюме. Проведено детальний аналіз наявних літературних джерел вітчизняних та закордонних авторів, які стосуються роботи згинальних армованих та неармованих дерев'яних елементів і конструкцій, при розрахунку яких враховується нелінійність деформування матеріалу. З попередніх досліджень зрозуміло, що армування деревини суттєво впливає на прогин згинальних дерев'яних елементів, зменшуючи його і підвищуючи його жорсткість. А дослідження підтверджують, що армування також підвищує несучу здатність нормальногоперерізу. При цьому досягнення граничного прогину елемента настає при суттєво менших розмірах поперечного перерізу, що дозволяє зберегти кількість матеріалу, необхідного для забезпечення жорсткості конструкції її випадку проектування, дозволяє перекривати більші прольоти. Саме через дані дослідження виникає необхідність визначення та перевірки дотичних напружень, що виникають по висоті балки від стисненої арматури до розтягненої. Для визначення таких дотичних напружень слід в існуючому елементі вирізати частину елемента й спроектувати внутрішні зусилля на осі. Наведено рівняння рівноваги таких елементів. Встановлено напруженено-деформований стан та розроблено основи для розрахунку армованих згинальних дерев'яних елементів із урахуванням нелінійності деформування деревини. Для запропонованого розрахунку використано оптимізовані діаграми деформування деревини (поліном 4-го ступеня). Наведено методику визначення дотичних напружень згинальних армованих дерев'яних елементів із урахуванням нелінійності деформування матеріалу.

Ключові слова: деревина, згинальний елемент, напруженено-деформований стан, дотичні напруження, оптимізована діаграма деформування деревини.

https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2022.02.125

Отримано 16.03.2022