

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя
Кафедра економічної кібернетики

МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ
для виконання практичних робіт
з дисципліни **“Дослідження операцій”**
ЗА ОСВІТНІМ СТУПЕНЕМ «БАКАЛАВР»
для студентів денної та заочної форм навчання
спеціальності 051 «Економіка»

Тернопіль 2022

Методичні рекомендації для виконання практичних робіт з дисципліни «Дослідження операцій» за освітнім ступенем «Бакалавр» для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 051 «Економіка» // Укл. Різник Н.М. – Тернопіль: ТНТУ ім. І. Пулюя, 2022. – 33 с.

Укладач: Різник Н.М., кандидат економічних наук,
доцент кафедри економічної кібернетики
ТНТУ ім. І. Пулюя,

Рецензент: Химич Ірина Григорівна, кандидат економічних наук,
доцент кафедри економіки та фінансів
ТНТУ ім. І. Пулюя

Методичні рекомендації розглянуто і затверджено на засіданні кафедри економічної кібернетики.

Протокол № 12 від 17.02.2022 р.

Схвалено на засіданні методичної комісії факультету економіки та менеджменту

Протокол № 6 від 16.03.2022 р.

ВСТУП

Методичні рекомендації для виконання практичних робіт з дисципліни “Дослідження операцій” за освітнім ступенем «Бакалавр» для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 051 «Економіка» призначений для надання допомоги студентам під час підготовки до практичних занять.

Мета вивчення навчальної дисципліни “Дослідження операцій” полягає у наданні фундаментальних знань з методології, концепцій, методів і технологій прийняття економічних рішень на основі системного аналізу, математичного моделювання та оптимізації діяльності суб’єктів господарювання в умовах ринкової економіки.

За результатами вивчення дисципліни студент повинен продемонструвати такі результати навчання:

- 1) оволодіння комплексом знань з основних методів економіко-математичного моделювання, лінійного програмування, динамічного програмування, дослідження задач управління запасами;
- 2) оволодіння комплексом знань з основних методів дослідження систем масового обслуговування, ; дослідження організаційно-управлінських задач щодо економічних об’єктів, що функціонують в умовах невизначеності та конфлікту
- 3) оволодіння комплексом знань з основних моделей та методів сіткової оптимізації;
- 4) вміти розв’язувати задачі лінійного, цілочисельного, динамічного програмування, оптимізаційні задачі управління ресурсами системи масового обслуговування, розв’язувати задачі з умовами невизначеності та конфлікту;

5) використовувати необхідні програмні продукти для аналізу і розв'язування економічних задач.

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у студентів компетентностей:

загальних:

- Уміння приймати виважені та обґрунтовані управлінські рішення щодо функціонування економічних об'єктів і брати за них відповідальність.
- Уміння відшукати, опрацювати, проаналізувати економічну інформацію та використати її у професійній діяльності.
- Готовність до узагальнення знань та умінь, здатність застосувати їх на практиці, мотивація до підвищення професійної компетентності в економічній галузі.
- Уміння використовувати в роботі економіста сучасні комп'ютерні інформаційні технології.

фахових:

- Глибоке розуміння взаємовпливу економічних явищ і процесів, усвідомлення соціальної важливості професії економіста.
- Здатність збирати, структурувати та аналізувати початкові якісні та кількісні дані, необхідні для розрахунку соціально-економічних показників економічних систем.
- Здатність розв'язувати аналітичні та прогнозні задачі за допомогою сучасних технічних засобів та інформаційних технологій та програмних продуктів .

- Здатність будувати моделі економічних процесів суб'єктів господарювання, галузей та економічних систем, знаходити оптимальні рішення.
- Здатність аналізувати надходження, розподіл і використання ресурсів підприємств, галузей економіки, державної економічної системи та прогнозувати наслідки соціально-економічного розвитку

Практична робота 1

Дослідження операцій як науковий підхід до аналізу економічних об'єктів і процесів та обґрунтування рішень

Питання для обговорення:

1. Історія становлення дослідження операцій як науки.
2. Визначні науковці в історії формування науки дослідження операцій. Наукові товариства, наукові видання з питань дослідження операцій.
3. Ціль, об'єкт, предмет, завдання дослідження операцій. Розділи дослідження операцій.
4. Прямі та зворотні задачі дослідження операцій.
5. Визначення прямої та зворотної задачі. Формулювання питань, на які відповідають пряма та зворотна задачі.
6. Загальна постановка задачі дослідження операцій в детермінованому та недетермінованому випадках.
7. Детермінована задача, задача з умовами ризику, задача з умовами невизначеності.
8. Основні поняття дослідження операцій.
9. Поняття операції, оперуючо сторони, зовнішнього середовища. Поняття цілі операції. Поняття ефективності операції. Показник ефективності операції. Структурна схема операції. Приклади операцій економічного характеру.
10. Етапи операційного дослідження. Визначення цілей. Формування плану розробки проекту. Формулювання проблеми. Побудова моделі. Вибір або розробка метода. Перевірка та коригування моделі. Реалізація результатів.

Практична робота 2

Задачі лінійного програмування

Задача 1. Записати в канонічній формі таку задачу ЛП:

$$Z = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Розв'язування. Введемо відповідно допоміжні змінні x_3 і x_4 ($x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$) для першого і другого обмеження:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 10; \\ x_1 + x_2 - x_4 = 1; \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0.$$

Задача 2. Записати в канонічній формі таку задачу ЛП:

$$Z = 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

за умов

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 \geq -180 \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 100 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Розв'язування. Помножимо другу нерівність на (-1) і введемо відповідно допоміжні змінні x_4 і x_5 для другого та третього обмеження:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 10; \\ -x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 180; \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 100; \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, x_5 \geq 0. \end{cases}$$

Отже, ми звели дану задачу ЛП до канонічного виду.

Задача 3. Оптимізація виробничої програми підприємства

Підприємство може виробляти десять видів продукції. При їх виробництві використовується дефіцитна сировина трьох видів. Норми витрати сировини на одиницю продукції та максимально можливе постачання на місяць наведено у табл. 1.1 (номер варіанта видає викладач).

Таблиця 1.1

Показники використання та постачання сировини

Варіант	Сировина	Норми витрати сировини на 1 т продукції, т										макс постачання сировини, т/міс.
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	A		0,21	0,2	0,2	0,3		0,12	0,3	0,4	0,1	22
	B	0,2	0,37	0,15		0,21	0,2	0,2	0,5		0,2	22
	C	0,3		0,2	0,1	0,15	0,25		0,1		0,2	20
2	A	0,21		0,2	0,3	0,2		0,12	0,3	0,4	0,1	22,3
	B	0,37	0,2	0,15	0,21		0,2	0,2	0,5		0,2	21,3
	C		0,3	0,2	0,15	0,1	0,25		0,1		0,2	20
3	A	0,21		0,2		0,3	0,2	0,12	0,3	0,4	0,1	23
	B	0,37	0,2	0,15	0,2	0,21		0,2	0,5		0,2	21,3
	C		0,3	0,2	0,25	0,15	0,1		0,1		0,2	20
4	A		0,21	0,2	0,2		0,3	0,12	0,3	0,4	0,1	23
	B	0,2	0,37	0,15		0,2	0,21	0,2	0,5		0,2	20,3
	C	0,3		0,2	0,1	0,25	0,15		0,1		0,2	18
5	A		0,21	0,2	0,3	0,2		0,12	0,3	0,4	0,1	22
	B	0,2	0,37	0,15	0,21		0,2	0,2	0,5		0,2	21,5
	C	0,3		0,2	0,15	0,1	0,25		0,1		0,2	19
6	A		0,21	0,2		0,3	0,2	0,12	0,3	0,4	0,1	23
	B	0,2	0,37	0,15	0,2	0,21		0,2	0,5		0,2	21,3
	C	0,3		0,2	0,25	0,15	0,1		0,1		0,2	18,5
7	A		0,21	0,2	0,2		0,3	0,12	0,3	0,4	0,1	23
	B	0,2	0,37	0,15		0,2	0,21	0,2	0,5		0,2	21,3
	C	0,3		0,2	0,1	0,25	0,15		0,1		0,2	19,5
8	A	0,2	0,21		0,2	0,3		0,12	0,3	0,4	0,1	23,5
	B	0,15	0,37	0,2		0,21	0,2	0,2	0,5		0,2	21
	C	0,2		0,3	0,1	0,15	0,25		0,1		0,2	19
9	A	0,2		0,21	0,3	0,2		0,12	0,3	0,4	0,1	23
	B	0,15	0,2	0,37	0,21		0,2	0,2	0,5		0,2	22,3
	C	0,2	0,3		0,15	0,1	0,25		0,1		0,2	17,8
10	A	0,2		0,21		0,3	0,2	0,12	0,3	0,4	0,1	24
	B	0,15	0,2	0,37	0,2	0,21		0,2	0,5		0,2	21,3
	C	0,2	0,3		0,25	0,15	0,1		0,1		0,2	17,8

Виробництво продукції здійснюється на технологічній лінії (ТЛ). Норми витрати робочого часу ТЛ на 1 т кожного виду продукції та максимальний фонд робочого часу ТЛ на місяць подано у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2

Показники використання технологічної лінії

Варіант	Норми витрати робочого часу ТЛ на 1 т продукції, год										max фонд часу ТЛ, год/міс.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
1	3,1	3,5	4,6	3,1	4,4	2,5	3,7	3,8	3	4,5	336
2	3,5	3,1	4,6	4,4	3,2	2,5	3,7	3,8	3	4,5	320
3	3,5	3,1	4,6	2,5	4,4	3,1	3,7	3,8	3	4,5	336
4	3,5	3,1	4,6	3,1	2,5	4,4	3,7	3,8	3	4,5	320
5	3,1	3,5	4,6	4,4	3,2	2,5	3,7	3,8	3	4,5	336
6	3,1	3,5	4,6	2,5	4,4	3,1	3,7	3,8	3	4,5	320
7	3,1	3,5	4,6	3,1	2,5	4,4	3,7	3,8	3	4,5	336
	4,6	3,5	3,1	3,1	4,4	2,5	3,7	3,8	3	4,5	320
9	4,6	3,1	3,5	4,4	3,2	2,5	3,7	3,8	3	4,5	336
10	4,6	3,1	3,5	2,5	4,4	3,1	3,7	3,8	3	4,5	320

Підприємство має довгострокові контракти на постачання продукції 1,2,3- го виду у загальній кількості 60 т на місяць у довільному співвідношенні між ними. Надлишки цих видів продукції можуть надходити у вільний продаж.

Відомо, що продукція 4-, 5- та 6-го виду реалізується тільки у комплекті, причому на одиницю продукції 4-го виду продається 1,5 одиниці продукції 5-го та 2-і одиниці продукції 6-го виду.

Прибуток, який приносить підприємству реалізація 1 т продукту кожного виду, вказано у таблиці 1.3

Необхідно визначити місячну виробничу програму, що максимізує його прибуток. Виробнича програма визначає яку продукцію та в якій кількості підприємству виробляти протягом певного періоду часу, у розглядуваному випадку протягом місяця

Таблиця 1.3

Прибуток підприємства на 1 т продукції

Варіант	Прибуток на 1 т продукції, грн									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<i>1</i>	163	160	172	191	172	150	180	200	140	170
<i>2</i>	160	163	172	172	191	150	180	200	140	170
<i>3</i>	160	163	172	150	172	191	180	200	140	170
<i>4</i>	160	163	172	191	150	172	180	200	140	170
<i>5</i>	163	160	172	172	191	150	180	200	140	170
<i>6</i>	163	160	172	150	172	191	180	200	140	170
<i>7</i>	163	160	172	191	150	172	180	200	140	170
<i>8</i>	172	160	163	191	172	150	180	200	140	170
<i>9</i>	172	163	160	172	191	150	180	200	140	170
<i>10</i>	172	163	160	150	172	191	180	200	140	170

У висновках необхідно дати відповіді на наступні питання:

1. Які види продукції та в якій кількості забезпечать максимальний прибуток підприємству при заданих обмеженнях?
2. Чому дорівнює максимальний прибуток підприємства при заданих обмеженнях?
3. Які обмеження визначають максимальний прибуток підприємства? Які ресурси (під ресурсами тут розуміється постачання сировини *A*, *B*, *C* та фонд робочого часу ТЛ) будуть дефіцитними?
4. Чому дорівнюють залишки недефіцитних ресурсів?
5. Які види продукції не увійшли у оптимальне рішення?

Практична робота № 3

Розв'язок транспортної задачі з використанням ППП Excel

Загальна постановка транспортної задачі полягає в визначенні оптимального плану перевезень деякого однорідного вантажу з m пунктів відправлення A_1, A_2, \dots, A_m в n пунктів призначення B_1, B_2, \dots, B_n . При цьому в якості критерію оптимальності, як правило, береться мінімальна вартість перевезень всього вантажу, або мінімальний час його доставки. Розглянемо транспортну задачу, в якій, в якості критерію оптимальності використано мінімальну вартість перевезень всього вантажу. Позначимо c_{ij} тарифи перевезення одиниці вантажу з i -го пункту відправлення в j -й пункт призначення, через a_i – запаси вантажу в i -му пункті відправлення, через b_j – потреби в вантажі в j -му пункті призначення, а через x_{ij} – кількість одиниць вантажу, перевезеного з i -го пункту відправлення в j -й пункт призначення. Математична постановка задачі в даному випадку полягає в визначенні мінімального значення функції:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (1)$$

за наступних умов:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n. \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m. \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n \quad (4)$$

Оскільки змінні $x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n$ задовольняють системи лінійних рівнянь (2) і (3) і граничні умови (4), то забезпечується доставка необхідної кількості вантажу в кожний з пунктів призначення,

вивіз наявного вантажу зі всіх пунктів відправлення, а також виключаються зворотні перевезення.

Загальна наявність вантажів в постачальників складає $\sum_{i=1}^m a_i$, а загальна потреба в вантажі в пунктах призначення дорівнює $\sum_{j=1}^n b_j$ одиниць.

Якщо загальна потреба у вантажах в пунктах призначення дорівнює запасу вантажів в пунктах відправлення, тобто:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j. \quad (5)$$

то модель такої транспортної задачі називається закритою. Якщо наведена вище умова не виконуються – відкритою.

В випадку перевищення запасу над потребою, тобто:

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$$

вводиться фіктивний $(n + 1)$ споживач (або пункт призначення) з потребою рівною b_{n+1} , а відповідні транспортні тарифи від всіх постачальників до фіктивного споживача приймаються рівними нулю. Одержують закриту транспортну задачу, для якої виконується рівність (5).

В випадку перевищення потреби певного споживача над загальними запасами, тобто

$$\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$$

вводиться фіктивний $(m + 1)$ пункт відправлення з запасом вантажу в ньому, який рівний потребі $a_{m+1} = \sum_{j=1}^m b_j - \sum_{i=1}^m a_i$, а відповідні транспортні тарифи від фіктивного постачальника до всіх споживачів приймаються рівними нулю.

Отримана задача стає закритою транспортною задачею, для якої виконується рівність (5).

Варіант № 1.

Необхідно розв'язати транспортну задачу мінімізувавши витрати на доставку продукції замовникам зі складів фірми. Враховуючи витрати на доставку однієї одиниці продукції, обсяг замовлення і кількість продукції, що зберігається на кожному складі. Тарифи на перевезення одиниці продукції, обсяги запасів продукції на складах, а також обсяги замовленої продукції наведені в таблиці:

Склад	Магазини – замовники					Запаси на складі (од. прод.)
	“Анна”	“Вада”	“Єва”	“Алла”	“Мех”	
<i>Паланка</i>	1	3	4	5	2	20
Вишківці	2	1	1	4	5	15
Забужжа	1	3	3	2	1	40
Брацлав	3	1	4	2	3	15
Обсяг замовлення (од. прод.)	15	10	25	5	9	

Варіант № 2

Необхідно розв'язати транспортну задачу, мінімізувавши витрати на доставку продукції замовникам зі складів фірми, з огляду на наступні витрати на доставку однієї одиниці продукції: обсяг замовлення і кількість продукції, що зберігається на кожному складі на основі таблиці тарифів на перевезення продукції, обсягів запасів на складі та замовлень:

Магаз./склад.	“Укртек”	“Шер”	“ТК”	“Мода”	“Віта”	Запаси на складі (од. пр.)
Бровари	12	14	32	20	3	54
Київ	8	10	12	24	12	32
Ірпінь	6	8	12	24	8	85
Васильків	10	18	4	8	9	162
Обсяг замовлення (од. прод.)	100	70	30	45	50	

Варіант № 3

Необхідно розв’язати транспортну задачу: мінімізувати витрати на доставку продукції замовникам зі складів фірми, з огляду на витрати на доставку однієї одиниці продукції, обсяг замовлення і кількість продукції, що зберігається на кожному складі.

Таблиця тарифів на перевезення продукції, обсяг запасів на складі та замовлень:

Магаз/склад.	“Все для дому”	“Здоровий сон”	“Фея”	“Нічне сяйво”	“Мех”	Запаси на складі (од. пр.)
Микулинці	1	3	4	5	2	20
Хоростків	2	1	1	4	5	15
Дружба	1	3	3	2	1	40
Кровінка	3	1	4	2	3	15
Обсяг замовлення (од.прод)	15	10	25	5	9	

Варіант № 4

Необхідно вирішити транспортну задачу: мінімізувати витрати на доставку продукції замовникам зі складів фірми, з огляду на наступні витрати на доставку однієї одиниці продукції, обсяг замовлення і кількість продукції, що зберігається на кожному складі.

**Таблиця тарифів на перевезення продукції та обсяг запасів на складі та
замовлень:**

Магаз/склад у місті	«Ксенія »	«Львів»	«Кор жик»	«24Н»	«У Макси ма»	Запаси на складі (од. прод.)
Кутківці	10	8	3	15	16	60
Домаморичі	7	5	9	4	6	30
Івачів	2	10	14	5	20	40
Обсяг замовлення (од.прод)	10	20	40	30	65	

Варіант № 5.

Необхідно вирішити транспортну задачу: мінімізувати витрати на доставку продукції замовникам зі складів фірми, з огляду на наступні витрати на доставку однієї одиниці продукції, обсяг замовлення і кількість продукції, що зберігається на кожному складі.

**Таблиця тарифів на перевезення продукції, обсяг запасів на складі та
замовлень:**

Магаз/склад.	«Ксенія»	«Рукавич- ка»	«Молоко»	«АТВ »	Запаси на складі (ед.прод)
Хмельницький	5	3	7	2	25
Ужгород	2	6	4	5	36
Львів	3	7	1	9	40
Тернопіль	6	4	8	3	50
Обсяг замовлення (од.прод)	20	45	15	25	

Практична робота 4

Задачі динамічного програмування

Задача про маршрутизацію. Використовуючи метод динамічного програмування, знайти найкоротший шлях з пункту 0 в пункт 9 на орієнтованій сітці, що має 10 пунктів (зображена на рис.1). Відстані D_{ij} з i -го пункту в j -й задані в таблиці.

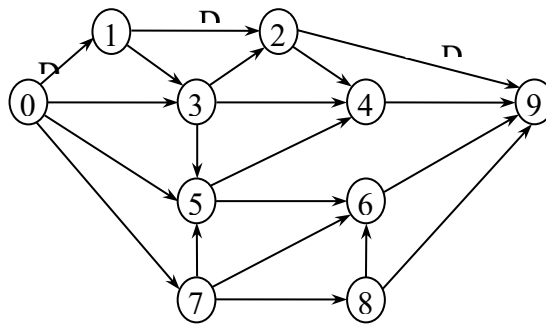


Рис.1

Відстані між пунктами D_{ij} ($i=0,1,\dots,8; j=1,2,\dots,9$).

N	D_{ij}	Остання цифра шифру									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	D_{01}	4	8	5	7	4	6	4	10	5	9
2.	D_{03}	7	6	7	8	8	10	7	9	8	11
3.	D_{05}	8	7	9	13	8	11	9	7	8	6
4.	D_{07}	9	8	9	12	10	9	8	13	10	7
5.	D_{12}	11	5	12	10	11	15	12	13	14	10
6.	D_{13}	7	9	7	8	10	7	8	14	7	6
7.	D_{23}	5	10	6	7	5	4	5	6	6	8
8.	D_{24}	10	11	10	5	11	13	10	9	11	15
9.	D_{29}	16	15	17	9	16	5	17	15	16	13

10.	D ₃₄	10	6	10	11	11	10	10	13	11	5
11.	D ₃₅	12	15	13	12	12	10	12	9	13	16
12.	D ₄₅	16	14	16	13	17	15	17	15	16	10
13.	D ₄₉	8	9	9	10	8	12	8	7	9	12
14.	D ₅₆	15	16	15	14	16	16	15	13	16	14
15.	D ₅₇	6	8	7	9	6	7	7	6	6	7
16.	D ₆₇	11	10	11	8	12	13	11	15	12	9
17.	D ₆₈	9	7	10	12	9	8	9	14	10	11
18.	D ₆₉	4	9	5	13	5	9	4	7	6	8
19.	D ₇₈	12	14	13	15	12	15	12	10	13	6
20.	D ₈₉	14	16	14	12	15	17	13	12	15	17

Практична робота 5

Теорія ігор

Задача 1. Нехай виграш гравця А(і відповідно програш гравця В) представлений наступною платіжною матрицею:

<i>Стр.А\Стр.В</i>	1	2	3	4
1	10	40	12	59
2	17	16	13	14
3	23	8	10	25

Визначити оптимальні стратегії для обох гравців.

Задача 2. Підприємства А та В виробляють два конкуруючих види продукції. У певний час кожний вид продукції «контролює» 50% ринку.

Покращивши якість продукції, обидва підприємства планують розгорнути рекламні заходи.

Якщо обидва підприємства не будуть цього робити, то стан ринку не зміниться.

Обстеження ринку показує, що 50 % потенційних покупців отримують інформацію через телебачення, 30 % – через інтернет й останні 20 % – через радіомовлення.

Мета кожного підприємства – вибрати ефективні засоби реклами. Задачу необхідно сформулювати як гру двох осіб з нульовою сумою й знайти оптимальні стратегії для обох підприємств.

Задача 3. Для гри двох осіб з нульовою сумою і заданою платіжною матрицею визначити змішані стратегії для обох гравців. Розв’язок знайти за допомогою команди „Поиск решения” пакета прикладних програм Excel. Платіжну матрицю вибирати за останньою цифрою в списку журналу викладача, причому n – передостання цифра в списку:

$$1. \begin{pmatrix} 1+n & 5 & -9 \\ 7+n & 2 & 3 \\ -1+n & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} -3+n & -9 & 0 \\ -9+n & -11 & -3 \\ 3+n & 0 & 2 \\ 7+n & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 9+n & 2 & 1 & 3 \\ 6+n & 3 & 0 & 2 \\ 4+n & 8 & 6 & 7 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 2+n & 4 & 3 \\ -7+n & 5 & 4 \\ 3+n & 8 & 2 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} -1+n & 3 & -1 & 0 \\ -4+n & 2 & 3 & 7 \\ n & 7 & 0 & -2 \\ 7+n & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} 3+n & 2 & 6 \\ 5+n & 4 & 2 \\ 2+n & 5 & 9 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 9+n & 23 & 6 & 17 \\ 7+n & 12 & 10 & 13 \\ 3+n & 27 & 9 & 22 \\ 11+n & 10 & 8 & 19 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 2+n & -3 & 0 \\ 1+n & -4 & 5 \\ 4+n & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 3+n & 8 \\ 12+n & 1 \\ 9+n & 6 \end{pmatrix}$$

$$0. \begin{pmatrix} 1+n & -1 & 0 \\ -1+n & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Практична робота № 6

Прийняття рішень в умовах невизначеності

Завдання. Для заданої матриці прибутку (витрат)

$$\begin{array}{c|cccc} & \theta_1 & \theta_2 & \dots & \theta_n \\ \hline a_1 & v(a_1, \theta_1) & v(a_1, \theta_2) & \dots & v(a_1, \theta_n) \\ a_2 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_m & v(a_m, \theta_1) & v(a_m, \theta_2) & \dots & v(a_m, \theta_n) \end{array},$$

де a_i ($i = \overline{1,5}$) можливі способи дії, θ_j ($j = \overline{1,6}$)— можливі стани економічного середовища, знайти оптимальну дію, виходячи з умови максимізації прибутку (мінімізації витрат) на основі критеріїв:

- 1) Лапласа
- 2) Вальда
- 3) Севіджа
- 4) Гурвіца

Номер варіанта вибрати за останньою цифрою в списку журналу викладача, причому вважати, що задана матриця є матрицею прибутку, якщо остання цифра парна, і матрицею витрат, якщо непарна. При використанні критерію Гурвіца прийняти $\alpha = N/10$, де N — передостання цифра шифру. Якщо $N = 0$, то прийняти $\alpha = 0,5$.

Вихідні дані:

$$\mathbf{1.} \begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 3 & 2 & 4 & -2 \\ 5 & 6 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 2 & -3 & -3 & -5 & 6 \\ 7 & -4 & 5 & 5 & 7 & 8 \end{vmatrix} \quad \mathbf{2.} \begin{vmatrix} 5 & 2 & -5 & 4 & 5 & -2 \\ 4 & 3 & 5 & 3 & 6 & 7 \\ 6 & -1 & 4 & -5 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 5 & 6 & -7 & 8 \\ -5 & 2 & 6 & 4 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{3.} \begin{vmatrix} 5 & -1 & 6 & 7 & 0 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \\ 5 & 6 & 7 & 2 & -3 & 5 \\ 4 & 3 & -2 & -5 & 1 & 7 \\ -6 & 5 & 3 & -3 & 1 & -8 \end{vmatrix} \quad \mathbf{4.} \begin{vmatrix} -2 & 5 & 2 & -4 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 5 & 6 & -7 \\ 5 & 8 & 4 & 6 & 4 & 7 \\ -3 & 6 & -2 & -4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 3 & 5 & -6 & -4 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{5.} \begin{vmatrix} -3 & 0 & 6 & 8 & 2 & -5 \\ 4 & 5 & 3 & 33 & 2 & 6 \\ -2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & -1 & -4 \\ 5 & 7 & -2 & 1 & 0 & 3 \end{vmatrix} \quad \mathbf{6.} \begin{vmatrix} 3 & -1 & 4 & 2 & 8 & -5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 0 & 7 & -2 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & 2 & 3 & 4 & 1 \\ 5 & -1 & 5 & -3 & 2 & 7 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{7.} \begin{vmatrix} -2 & 3 & 4 & 2 & 6 & 7 \\ 5 & 6 & -2 & 2 & 4 & 5 \\ -7 & 8 & 6 & 2 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 4 & 3 & 6 & 4 \\ -2 & 3 & 4 & 1 & 5 & -6 \end{vmatrix} \quad \mathbf{8.} \begin{vmatrix} 5 & 6 & 5 & 7 & 8 & 5 \\ 4 & 6 & 4 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & -5 & 8 & 4 & -1 \\ 2 & 5 & -3 & 6 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -5 & -1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{9.} \begin{vmatrix} 5 & 3 & 5 & -3 & 3 & 2 \\ 6 & 2 & 4 & -2 & 5 & 5 \\ 7 & -1 & 3 & 0 & 4 & 6 \\ 5 & 4 & 8 & 3 & 5 & 5 \\ 4 & 3 & 9 & 3 & 9 & 9 \end{vmatrix} \quad \mathbf{0.} \begin{vmatrix} 5 & -1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & -6 & 7 & -5 & 8 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & -5 & 6 & 7 \\ 4 & -2 & 1 & 3 & -8 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 5 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

Практична робота № 7

Теорія управління запасами

Задача. Нехай підприємцю потрібно поставляти своєму замовнику 24000 одиниць продукції в рік. Оскільки одержувана продукція використовується безпосередньо у виробництві і замовник не має для неї спеціальних складів, постачальник повинен щодня відвантажувати денну норму. У випадку порушення постачання постачальник ризикує втратити замовлення. Тому недостача продукції неприпустима, тобто штраф при недостачі можна вважати нескінченним. Зберігання одиниці продукції за місяць коштує 0,1 у.о. Вартість запуску у виробництво однієї партії продукції складає 350 у.о.

Потрібно визначити оптимальний розмір партії q_0 , оптимальний період t_0 і обчислити мінімум загальних очікуваних річних витрат.

Розв'язання. У даному випадку $T=12$ місяців, $R=24000$ одиниць, $C_1 = 0,1$ у.о./місяць, $C_2=350$ у.о./партія.

Оптимальний розмір партії визначимо за формулою

$$q_0 = \sqrt{\frac{2RC_2}{TC_1}}$$

Для даної задачі

$$q_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 24000 \cdot 350}{12 \cdot 0,1}} = 3740 \text{ од.}$$

Визначимо оптимальний період

$$t_0 = \sqrt{\frac{2TC_2}{RC_1}}, \text{ годі}$$

$$t_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 12 \cdot 350}{24000 \cdot 0,1}} \approx 1,87 \text{ місяця} \approx 44 \text{ дні.}$$

При цьому загальні витрати визначимо за формулою

$$Q_0 = \sqrt{2RTC_1C_2}.$$

Для даної за задачі

$$Q_0 = \sqrt{2 \cdot 24000 \cdot 12 \cdot 0,1 \cdot 350} = 4490 \text{ у. о./рік.}$$

Результати моделі Уілсона можуть бути узагальнені для детермінованої багато продуктової моделі управління запасами.

Для незалежних груп продуктів відповідно до формули (3) оптимальний розмір партії замовлення при постійному інтенсивному попиті і миттєвій поставці визначається за формулою:

$$q_{0i} = \sqrt{\frac{2R_i C_{2i}}{TC_{1i}}}.$$

Мінімальні витрати на обслуговування запасів багатомноменклатурного складу при постійному попиті для взаємно незамінних груп товарів:

$$F(q_0) = \sum_{i=1}^k \sqrt{2R_i C_{1i} C_{2i}},$$

де k – кількість продуктів на складі,

C_{1i} — витрати на зберігання одиниці i -тої продукції за одиницю часу,

C_{2i} — витрати на оформлення і доставку партії замовлень q_i .

На збережену на складі продукцію можуть накладатись обмеження типу:

- сумарна вартість запасу продукції не повинна бути менше за величину W_1 ;
- не перевищувати обмеженої складської площі W_2 і т. ін.

У цьому випадку необхідно розв'язувати задачу умовної оптимізації, для якої можна використати метод множників Лагранжа, а при єдиному обмеженні ефективним є метод Беллмана.

Практична робота № 8

Теорія масового обслуговування

Задача. Системи масового обслуговування з відмовами.

Досліджується робота деякої туристичної агенції. Значна частина попередньої роботи з укладання договорів на придбання туристичних путівок здійснюється менеджерами фірми по телефону. Для забезпечення цього процесу агенція може мати від однієї до декількох телефонних ліній. У середньому на протязі одного робочого дня до туристичної агенції надходить N запитів (телефонних дзвінків). Середній час одного розмови менеджера фірми з клієнтом по телефону становить \bar{t} , при цьому один менеджер обслуговує тільки одну лінію. Тривалість робочого дня становить T годин.

Вважається, що вхідний потік запитів і потік обслуговування є найпростішими і що кожна розмова з клієнтом закінчується подальшим підписанням договору і придбанням путівки. Середня вартість однієї путівки становить P гривень. Питомі витрати, пов'язані з утриманням однієї телефонної лінії становлять C_1 грн/год, зарплата одного менеджер за одну годину робочого часу у середньому становить C_2 грн/год.

Визначити:

1. Показники ефективності даної системи для випадку, коли кількість телефонних ліній $n=1$. Дати оцінку ефективності роботи системи і зробити відповідні висновки.
2. Показники ефективності системи для випадку, коли кількість телефонних ліній буде збільшена до $n=2$. Оцінити ефективність роботи системи і порівняти її з попереднім випадком.
3. Оптимальну кількість телефонних ліній з умови мінімізації загальних питомих втрат, пов'язаних з відмовою в обслуговуванні, утриманням телефонних ліній і оплатою праці менеджерів.

Варіанти вихідних даних

$$N = 10 + k;$$

$$\bar{t} = 15;$$

$$T = 8;$$

$$P = 500 + k;$$

$$C_1 = 30;$$

$$C_2 = 15;$$

де k- число, яке утворюють дві останні цифри залікової книжки.

Розглянемо алгоритм розв'язання задач такого типу:

1. Визначається середня інтенсивність вхідного потоку запитів λ

$$\lambda = \frac{N}{T} \text{ (запитів/год.)}$$

2. Визначається середня інтенсивність потоку обслуговування μ

$$\mu = \frac{1}{\bar{t}} \text{ (запитів/год.)}$$

3. Коефіцієнт завантаження обчислюється за формулою ρ

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

4. Вважаючи, що кількість телефонних ліній $n=1$, визначаються наступні показники ефективності одноканальної СМО з відмовами :

- ймовірність відмови в обслуговуванні запиту (всі канали зайняті)

$P_{\text{відм}}$

$$P_{\text{відм}} = \frac{\lambda}{\lambda + \mu},$$

- відносна пропускна спроможність телефонної лінії Q

$$Q = \frac{\mu}{\lambda + \mu},$$

- ймовірність простою всіх ліній (всі канали вільні)

$$P_0 = Q,$$

- абсолютна пропускна спроможність телефонної лінії **A**

$$A = \lambda Q \text{ (запитів/год.) ,}$$

- середня кількість телефонних ліній ,зайнятих обслуговуванням

клієнтів

$$\bar{N}_3 = \frac{A}{\mu} ,$$

- середня кількість телефонних ліній, які простоюють

$$\bar{N}_n = n - \bar{N}_3 ,$$

5. На основі обчислених показників ефективності дається оцінка роботи системи і робляться відповідні висновки.

6. Для числа каналів обслуговування **n=2, 3, 4, 5, 6** (кількість телефонних ліній) визначаються наступні показники ефективності обслуговування :

- ймовірність простою обох телефонних ліній (ймовірність відсутності запитів на обслуговування)

$$p_0 = \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^n}{n!} \right)^{-1} ,$$

- ймовірність відмови в обслуговуванні (ймовірність того, що обидві телефонні лінії зайняті)

$$p_{\text{відм}} = \frac{\rho^n}{n!} p_0 ,$$

- відносна пропускна спроможність телефонних ліній **Q**

$$Q = 1 - p_{\text{відм}} ,$$

- абсолютна пропускна спроможність телефонних ліній **A**

$$A = \lambda Q \text{ (запиту/год.) ,}$$

- середня кількість телефонних ліній ,зайнятих обслуговуванням

клієнтів

$$\bar{N}_3 = \frac{A}{\mu} ,$$

- середня кількість телефонних ліній, які простоюють

$$\bar{N}_n = n - \bar{N}_3,$$

7. На основі визначених показників ефективності дається оцінка ефективності системи, робиться порівняння цих показників з випадком одноканальної системи і робляться відповідні висновки.

8. Виконується оптимізація роботи системи масового обслуговування (системи телефонного зв'язку на фірмі) з умови мінімізації загальних питомих втрат, пов'язаних з відмовою в обслуговуванні, утриманням телефонних ліній і оплатою праці менеджерів.

З цією метою необхідно задатися декількома значеннями каналів обслуговування (телефонних ліній) $n \geq 1$ і для кожного значення n визначити такі показники ефективності як p_0 , $p_{\text{відм}}$, Q , A , \bar{N}_3 , \bar{N}_n , а також питомі втрати C , які для даного випадку визначаються за наступною залежністю:

$$C = C_n \cdot \bar{N}_n + C_{\text{відм}} \cdot p_{\text{відм}} \cdot \lambda \text{ (грн/год)},$$

де : C_n – вартість втрат від простою однієї телефонної лінії за одну годину роботи, яка дорівнює :

$$C_n = C_1 + C_2,$$

а $C_{\text{відм}}$ – вартість втрат від відмови в обслуговуванні однієї запиту, яка дорівнює у нашому випадку

$$C_{\text{відм}} = P,$$

де: P – середня вартість однієї пугівки.

Оптимальне значення $n_{\text{опт}}$ буде відповідати варіанту з мінімальним значенням C . Розрахунки оптимальної кількості телефонних ліній $n_{\text{опт}}$ зручно виконувати у табличній формі, як наприклад, наведено нижче.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
10												
11												
12	Середня інтенсивність вхідного потоку запитів, запитів/год	λ	1,625									
13	Середня інтенсивність потоку обслуговування, запитів/год	μ	4									
14	Коефіцієнт завантаження	ρ	0,40625									
15												
16				Кількість телефонних ліній n								
17		Показник ефективності	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6				
18	Ймовірність простою всіх ліній (всі канали вільні)	P_0	0,711111	0,671696	0,66669	0,66619	0,66615	0,66614				
19	Ймовірність відмови в обслуговуванні (всі канали зайняті)	$P_{відм}$	0,288889	0,055428	0,00745	0,00076	6,1E-05	4,2E-06				
20	Відносна пропускна спроможність телефонних ліній (відносна продуктивність СМС)	Q	0,711111	0,944572	0,99255	0,99924	0,99994	1				
21	Абсолютна пропускна спроможність телефонних ліній (абсолютна продуктивність СМС), запитів/год	A	1,155556	1,534929	1,61289	1,62377	1,62377	1,62499				
22	Середня кількість телефонних ліній, зайнятих обслуговуванням клієнтів	N_s	0,288889	0,383732	0,40322	0,40594	0,40594	0,40625				
23	Середня к-сть телефонних ліній, які простоюють	$N_{пр}$	0,711111	1,616268	2,59678	3,59406	4,59406	5,59375				
24	Питомі втрати	C грн/год	268,1306	118,0375	122,944	162,351	206,783	251,722				
25												
26				Аналіз								
27				Вважаємо, що для даної туристичної агенції оптимальним є встановлення двох телефонних ліній.								
28												
29												
30												
31												
32												
33												

Література

1. Дослідження операцій і методи оптимізації: Навч. посіб. / М. Є. Корольов, В. І. Павленко, О. В. Савіна, А. Г. Тимошенко.— К.: Університет «Україна», 2007.— 177 с.
2. Карагодова О.О., Кігель В.Р., Рожок В.Д. Дослідження операцій: Навч. посібник.— К.: Центр учбової літератури, 2007 — 256 с.
3. Кобиляцький Л. С. Управління проектами / Л. С. Кобиляцький. – К. : Наукова думка, 2002. – 198 с.
4. Математичні моделі в менеджменті та маркетингу : навч. посібн. – Луганськ : СПД Резніков В. С., 2010. – 311 с.
5. Методы исследования операций : учебн. пособ. / Т. С. Клебанова, В.А. Забродский, Е.В. Раевна и др. – Х. : ХГЭУ, 1999. – 160 с.
6. Михайлишин М. Методичні вказівки до виконання самостійних завдань з курсу «Дослідження операцій» для студентів напрямків «Менеджмент організацій», «Економіка і підприємництво» денної та заочної форми навчання / М.Михайлишин. – Тернопіль:ТДТУ, 2008. – 36 с.
7. Моделирование экономики : учебн. пособ. / Т. С. Клебанова, В. А. Забродский, О. Ю. Полякова и др. – Х. : ХГЭУ, 2001. – 140 с.
8. Нелінійні моделі та аналіз складних систем : навч. посібн. : в 2 ч. / М. Є. Рогоза, С. К. Рамазанов, Е. К. Мусаєва та ін. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – 300 с.
9. Опорний конспект лекцій з дисципліни «Дослідження операцій» за освітнім ступенем «Бакалавр» для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 051 «Економіка» / Укл. Різник Н.М. Тернопіль: ТНТУ ім. І. Пулюя, 2021. 44 с. URL: <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/39431>

- 10.Різник Н.М. Оптимізація ефективного розміщення підприємств промисловості будівельних матеріалів. Формування ринкової економіки в Україні. Вип. 27. 2012. С.246-250.
- 11.Різник, Н. М. (2021). Методика оптимізація виробничої програми підприємства. Тези доповідей II міжнародної науково-практичної конференції молодих учених та студентів „Цифрова економіка як фактор інновацій та сталого розвитку суспільства“, 82-83.
- 12.Різник, Н., Гарматій, С., & Макогон, А. (2019). Аналіз динаміки страхового ринку національної економіки та визначення основних кластерів інструментарієм економіко-математичного моделювання. Галицький економічний вісник Тернопільського національного технічного університету, 60(5), 27-39.
- 13.Федишин, Б. П. Факторний аналіз потенціалу розвитку промисловості будівельних матеріалів регіону. Формування ринкових відносин в Україні: зб. наук. праць.–Вип, 10, 93-99.
- 14.Хемди А. Таха Введение в исследование операций / А. Хемди. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2005. – 912 с.
- 15.Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе : учебн. пособ. для вузов / С. И. Шелобаев. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 367 с.
- 16.Шикин Е. В. Исследование операций : учебн. пособ. / Е. В. Шикин, Г. Е. Шикина. – М. : Изд. Проспект, 2006. – 280 с. 32
- 17.Kovalchuk, A. Оптимізація планування діяльності підприємств дорожнього господарства. Вісник Львівського університету. Серія економічна, (50).

