

УДК 531.374; 539.213; 539.3

М.Михайлишин, к. ф.-м. н., доц.; Г.Семенишин.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

УЗАГАЛЬНЕННЯ ФІЗИЧНИХ СПІВВІДНОШЕНЬ ДЕФОРМАЦІЙНОЇ ТЕОРІЇ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТІ НА ВИПАДОК ВРАХУВАННЯ РОЗВАНТАЖЕННЯ.

М. Mykhailyshyn, PhD, Assoc. Prof.; G. Semenyshyn.

GENERALIZATION OF STRESS-STRAIN RELATIONS OF DEFORMATION THEORY OF THERMAL PLASTICITY IN CASE OF UNLOADING TAKEN INTO ACCOUNT.

В багатьох технологічних процесах елементи конструкцій піддаються значним силовим і температурним навантаженням, в результаті яких виникають незворотні пластичні деформації в деяких областях конструкції. Після повного зняття навантаження в таких конструкціях виникають залишкові напруження і деформації, які можуть мати значний вплив на експлуатаційні властивості таких конструкцій. Тому проблема кількісної оцінки полів залишкових напружень і деформацій, які виникають в деяких процесах термообробки, при зварюванні, відновлюванні експлуатаційних властивостей шляхом наплавлення, дуже актуальна..

Для моделювання процесів пружнопластичного деформування пропонуємо використовувати теорію малих термопружнопластичних деформацій, узагальнену на випадок врахування розвантаження [1].

Фізичні співвідношення малих пружнопластичних деформацій можуть бути записані у вигляді [1]

$$\tilde{s}_{ij} = \frac{2G(T)}{\tilde{\psi}} \tilde{e}_{ij}, \quad (1)$$

$$\tilde{\psi} = 3G(T) \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{\tilde{\sigma}_i}, \quad (2)$$

де

$$\tilde{s}_{ij} = \frac{G(T)}{G(T_1)} s_{ij}^{(1)} - s_{ij}, \quad \tilde{e}_{ij} = e_{ij}^{(1)} - e_{ij}, \quad (3)$$

причому $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma_0$, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \delta_{ij}\varepsilon_0$ – компоненти девіаторів напружень і деформацій. Середні напруження і деформація $\sigma_0 = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$, $\varepsilon_0 = \frac{1}{3}\varepsilon_{ii}$ зв'язані залежністю $\varepsilon_0 = \sigma_0/K + \varepsilon^T$, в якій $K = \frac{2G(1+\nu)}{(1-2\nu)}$ – модуль всестороннього об'ємного стиску, $G = E/2(1+\nu)$ – модуль зсуву, $\varepsilon^T = \alpha_t T^* = \alpha_t(T - T_0)$ – середня температурна деформація, α_t – коефіцієнт лінійного температурного розширення матеріалу. $s_{ij}^{(1)}$, $e_{ij}^{(1)}$ – компоненти девіаторів напружень і деформацій, які були досягнуті в даній точці середовища в момент початку розвантаження. Останні величини рівні нулю, якщо в даній точці ще не спостерігалось розвантаження. T_1 – значення температури, яке було зафіксоване в даній точці в момент початку розвантаження. Величини $\tilde{\sigma}_i$ і $\tilde{\varepsilon}_i$ – інтенсивності напружень \tilde{s}_{ij} і \tilde{e}_{ij} , які обчислюються за формулами

$$\tilde{\sigma}_i = \sqrt{\frac{3}{2} \tilde{s}_{ij} \tilde{s}_{ij}}, \quad (4)$$

$$\tilde{\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3} \tilde{e}_{ij} \tilde{e}_{ij}}. \quad (5)$$

Очевидно, що якщо в даній точці ще розвантаження не спостерігалось, то величини $\tilde{\sigma}_i$ і $\tilde{\varepsilon}_i$ перетворюються в звичайні інтенсивності напружень σ_i і ε_i .

У формулі (1) $\tilde{\psi}$ – параметр пластичності, який визначається за формулою (2), причому вважається, що існує однозначна залежність між інтенсивностями $\tilde{\varepsilon}_i$ і $\tilde{\sigma}_i$, яка не залежить від виду напруженого стану і може бути знайдена на основі експериментальних даних для найпростіших однорідних напружених станів.

На етапі початкового деформування з ненапруженого і недеформованого стану в точках, в яких здійснюється активне навантаження, інтенсивність повної деформації дорівнює сумі інтенсивностей пружної і пластичної складових деформацій

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^p + \varepsilon_i^e.$$

Фізичні співвідношення (1) на цьому етапі мають вигляд

$$s_{ij} = \frac{2G(T)}{\psi} e_{ij}, \quad (6)$$

$$\psi = 3G(T) \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i}. \quad (7)$$

Залежність між інтенсивностями напружень і деформацій на цьому етапі для більшості конструктивних матеріалів можна записати у вигляді

$$\sigma_i = \Phi'(\varepsilon_i, T) = \begin{cases} \sigma_s(T) \cdot \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{is}}, & \varepsilon_i \leq \varepsilon_{is} = \frac{\sigma_s(T)}{3G(T)}, \\ \sigma_s(T) \cdot \left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{is}}\right)^\gamma, & \varepsilon_i > \varepsilon_{is}, \end{cases} \quad (8)$$

де $\sigma_s(T)$ – границя текучості матеріалу, яка залежить від температури. Аналогічну залежність $\tilde{\sigma}_i = \Phi(\tilde{\varepsilon}_i, T)$ можна отримати на основі принципу Мазінга [2], якщо його узагальнити на неізотермічні процеси деформування. В результаті такого узагальнення знайдемо [3]

$$\tilde{\sigma}_i = \begin{cases} 2\sigma_s(T) \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{\tilde{\varepsilon}_{is}}, & \tilde{\varepsilon}_i \leq \tilde{\varepsilon}_{is} = 2\varepsilon_{is}, \\ 2\sigma_s(T) \left(\frac{\tilde{\varepsilon}_i}{\tilde{\varepsilon}_{is}}\right)^\gamma, & \tilde{\varepsilon}_i > \tilde{\varepsilon}_{is}. \end{cases} \quad (9)$$

Фізичні співвідношення (2) можна подати розв'язаними відносно компонент тензора деформацій

$$\varepsilon_{ij} = -\frac{\tilde{\psi}}{2G} \left[\frac{G}{G_1} \sigma_{ij}^{(1)} - \sigma_{ij} - \frac{(1+\nu)\tilde{\psi} - (1-2\nu)}{(1+\nu)\tilde{\psi}} \delta_{ij} \left(\frac{G}{G_m} \sigma_0^{(1)} - \sigma_0 \right) \right] - \delta_{ij} (\varepsilon^{T(1)} - \varepsilon^T) + \varepsilon_{ij}^{(1)}, \quad (10)$$

або відносно компонент тензора напружень

$$\sigma_{ij} = \frac{G}{G_1} \sigma_{ij}^{(1)} - \frac{2G}{\tilde{\psi}} \left[\varepsilon_{ij}^{(1)} - \varepsilon_{ij} + \frac{\tilde{\psi}(1+\nu)}{1-2\nu} \delta_{ij} \left[(\varepsilon_0^{(1)} - \varepsilon_0) - (\varepsilon^{T(1)} - \varepsilon^T) \right] - \delta_{ij} (\varepsilon_0^{(1)} - \varepsilon_0) \right]. \quad (11)$$

Пластичні деформації при цьому визначаються за формулами

$$\varepsilon_{ij}^p = \varepsilon_{ij}^{p(1)} - \frac{(\tilde{\psi}-1)}{\tilde{\psi}} \left[\varepsilon_{ij}^{(1)} - \varepsilon_{ij} + \delta_{ij} (\varepsilon_0^{(1)} - \varepsilon_0) \right]. \quad (12)$$

Введемо такі ж позначення для звичайних компонент тензорів напружень і деформацій, які введені раніше для девіаторних компонент

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij} &= \frac{G}{G_1} \sigma_{ij}^{(1)} - \sigma_{ij}, \quad \tilde{\varepsilon}_{ij} = \varepsilon_{ij}^{(1)} - \varepsilon_{ij}, \\ \tilde{\sigma}_0 &= \frac{G}{G_1} \sigma_0^{(1)} - \sigma_0, \quad \tilde{\varepsilon}_0 = \varepsilon_0^{(1)} - \varepsilon_0, \quad \tilde{\varepsilon}^T = \varepsilon^{T(1)} - \varepsilon^T. \end{aligned} \quad (13)$$

Тоді залежність (10) запишеться так

$$\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{\tilde{\psi}}{2G} \left(\tilde{\sigma}_{ij} - \frac{(1+\nu)\tilde{\psi} - (1-2\nu)}{(1+\nu)\tilde{\psi}} \delta_{ij} \tilde{\sigma}_0 \right) + \delta_{ij} \tilde{\varepsilon}^T. \quad (14)$$

Ввівши також позначення $\tilde{\varepsilon}_{ij}^{p(k)} = \varepsilon_{ij}^{p(1)} - \varepsilon_{ij}^p$, формула (10) перепишеться так

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\psi - 1}{\psi} \tilde{\varepsilon}_{ij}. \quad (15)$$

Можна також показати, що

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{2G} \tilde{\sigma}_{ij}, \quad (16)$$

де $\tilde{\varepsilon}_{ij}^e = e_{ij}^{e(1)} - e_{ij}^e$.

Для лінеаризації приведених фізичних залежностей використовується метод додаткових деформацій (МДД). Продемонструємо цей метод для випадку, коли здійснюється розвантаження з розвитком пластичних деформацій.

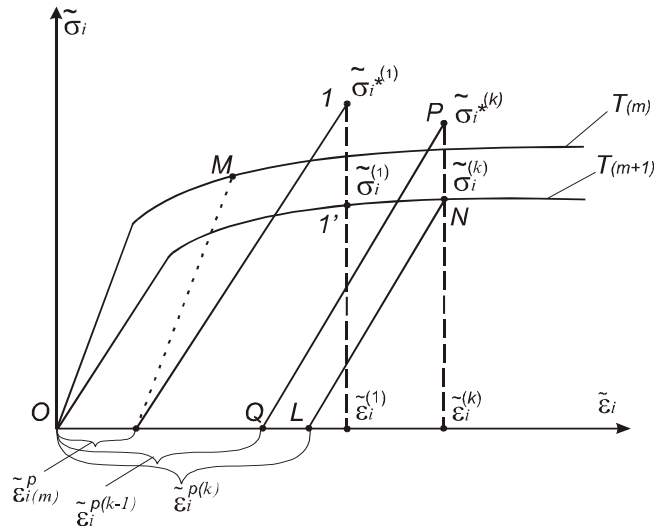


Рис.1. Ілюстрація застосування методу додаткових деформацій для етапу розвантаження з розвитком пластичних деформацій

Припустимо, що на початку деякого k -го кроку ми маємо $\tilde{\epsilon}_{ij}^{p(k-1)}$ і цим деформаціям відповідає т. Q на рис.1. Зауважимо, що для наглядності ми сумістили початки осей координат $\tilde{\epsilon}_i, \tilde{\sigma}_i$ для двох різних температур.

Процес послідовних наближень згідно методу додаткових деформацій здійснюємо за формулами

$$\tilde{e}_{ij}^{(k)} = \tilde{e}_{ij*}^{e(k)} + \tilde{e}_{ij}^{p(k-1)} = \frac{1}{2G} \tilde{s}_{ij}^{*(k)} + \tilde{\epsilon}_{ij}^{p(k-1)} \quad (17)$$

Розв'язавши задачу при фізичних співвідношеннях (17), ми знайдемо розв'язок $\tilde{e}_{ij}^{(k)}, \tilde{\sigma}_{ij}^{*(k)}$, якому відповідає точка P на рис.1. За відомими значеннями компонент $\tilde{e}_{ij}^{(k)}$ обчислюємо інтенсивність повних деформацій $\tilde{\epsilon}_i^{(k)}$. Використовуючи рівняння поверхні $\tilde{\sigma}_i = \tilde{\Phi}(\tilde{\epsilon}_i, T)$ для заданого значення температури T для даного етапу і значення $\tilde{\epsilon}_i^{(k)}$, знаходимо інтенсивність напружень $\tilde{\sigma}_i^{(k)}$ (точка N на рисунку). Це дає можливість знайти за формулою $\tilde{\psi}^{(k)} = 3G \frac{\tilde{\epsilon}_i^{(k)}}{\tilde{\sigma}_i^{(k)}}$ значення параметра пластичності $\tilde{\psi}^{(k)}$ для даного наближення і за формулами $\tilde{e}_{ij}^{p(k)} = \frac{\tilde{\psi}^{(k)} - 1}{\tilde{\psi}^{(k)}} \tilde{e}_{ij}^{(k)}$ підрахувати компоненти пластичної надлишкової деформації цього ж k -го наближення, які можна використовувати в формулах методу додаткових деформацій (17) в наступному наближенні.

Формули методу додаткових деформацій в даному випадку можна також записати так

$$\tilde{\epsilon}_{ij}^{(k)} = \frac{1}{2G} \left(\tilde{\sigma}_{ij}^{*(k)} - \frac{3\nu}{1+\nu} \delta_{ij} \tilde{\sigma}_0^{*(k)} \right) + \delta_{ij} \tilde{\epsilon}^T + \tilde{\epsilon}_{ij}^{p(k-1)}, \quad (18)$$

$$\tilde{\epsilon}_{ij}^{p(k)} = \frac{\tilde{\psi}^{(k)} - 1}{\tilde{\psi}^{(k)}} \left(\tilde{\epsilon}_{ij}^{(k)} - \delta_{ij} \tilde{\epsilon}_0^{(k)} \right), \quad (19)$$

$$\tilde{\psi}^{(k)} = 3G \frac{\tilde{\epsilon}_i^{(k)}}{\tilde{\sigma}_i^{(k)}}. \quad (20)$$

Весь процес навантаження (нагріву, охолодження) розбивається на окремі етапи. Задаючи значення компонент пластичності деформації для нульового наближення в (18)

рівними цим компонентам, які були досягнуті для попереднього етапу навантаження (при деформуванні з початкового недеформованого стану вони приймаються нульовими) розв'язується пружна задача з додатковими деформаціями. За знайденими повними деформаціями в k -му наближенні обчислюються інтенсивності $\tilde{\varepsilon}_i^{(k)}$ і $\tilde{\sigma}_i^{(k)}$. Далі за формулою (20) для кожної точки конструкції обчислюється k -те наближення параметра пластичності $\tilde{\psi}^{(k)}$ і за формулою (20) компоненти пластичності деформації, які використовуються далі в формулах (18) в наступному наближенні для знаходження компонент $\tilde{\varepsilon}_{ij}^{(k+1)}$. Ітераційний процес продовжується до його повної збіжності, після цього здійснюється перехід до наступного етапу навантаження.

Слід зауважити, що початково на кожній ітерації в кожній точці конструкції припускається таке деформування, яке здійснювалося в ній на попередньому етапі навантаження, тобто початкове пружне чи пластичне деформування, пружне розвантаження чи розвантаження з розвитком повторних пластичних деформацій. Після збіжності процесу ітерацій здійснюється перевірка в кожній точці конструкції, чи дійсно мало місце таке деформування. Якщо в деяких точках характер деформування не відповідав прийнятому на основі інформації з попереднього етапу навантаження, то етап повністю перераховується з попередньою заміною в таких точках характеру деформування на протилежний.

За даною методикою розв'язано ряд практичних задач, зокрема таких як зварювання тонкостінних елементів конструкцій, наплавлення з метою зміцнення чи відновлювання експлуатаційних властивостей.

Так, наприклад, розв'язана задача моделювання процесу зварювання двох циліндричних оболонок круговим швом при умові, що зварювання здійснюється одночасно по всій довжині шва. Отримані результати повністю узгоджуються з аналогічними результатами, знайденими в роботі [4] з використанням набагато складнішої теорії пластичної течії. Результати моделювання дали можливість знайти поля залишкових напружень, деформацій і переміщень, дослідити кінетику напружено-деформованого стану в процесі зварювання, дослідити діаграму деформування в різних точках конструкції. Для прикладу приведемо розподіл залишкових напружень, пружних деформацій, а також залишковий прогин оболонки.

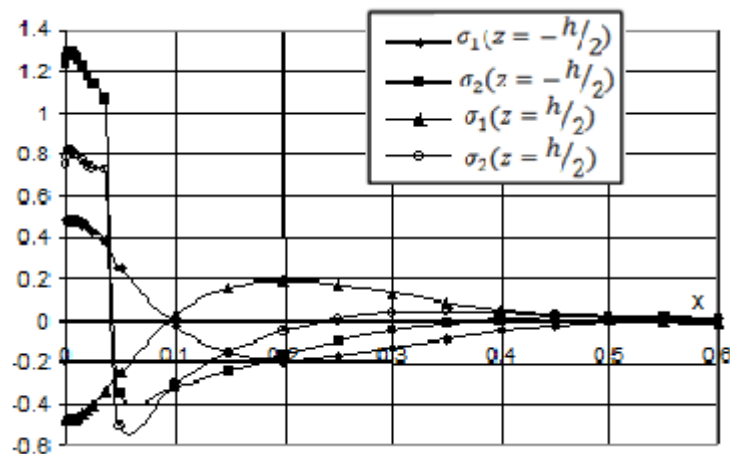


Рис. 2 Розподіл залишкових зварювальних напружень в циліндричній оболонці.

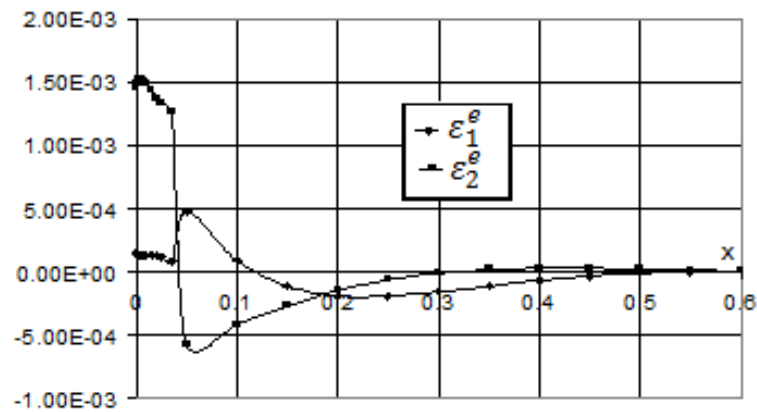


Рис. 3 Розподіл пружних залишкових деформацій.

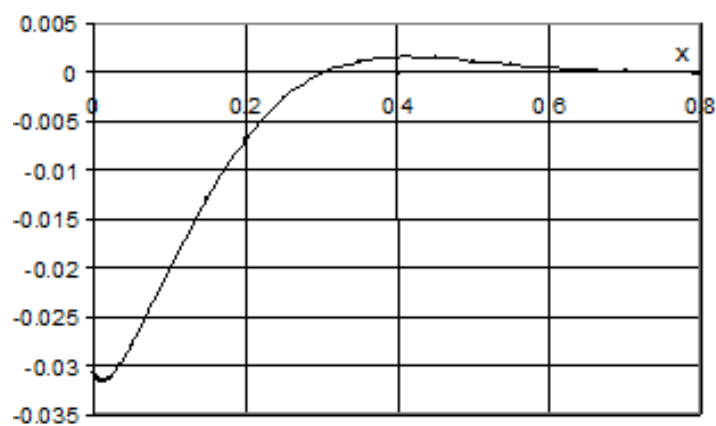


Рис. 4 Залишковий прогин.

Література

1. Михайлишин М. Узагальнення принципу Мазінга на випадок неізотермічних процесів навантаження. Вісник Тернопільського державного технічного університету. – Тернопіль.: № 2, 2006 –С. 12-20.
2. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагрузениях. Изд-во МГУ, М.,1965.-263с.
3. Шевченко Ю.Н. Термопластичность при переменных нагрузениях. – К.:Наукова думка, 1970.-287 с.
4. Махненко В.И. Расчетные методы исследования кинетики сварочних напряжений и деформаций.-К.: Наук.думка,1976.-320 с.