

УДК 621.71

В.В. Васильків, д. т. н., проф.; Л.М. Данильченко, к. т. н., доц.;

Д.Л. Радик, к. т. н., доц.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ КРИСТАЛІЗАЦІЇ ВИЛИВОК

V.V. Vasykiv, Dr., Prof.; L.M. Danylchenko, Ph.D., Assoc. Prof.;

D.L. Radyk, Ph.D., Assoc. Prof.

MATHEMATIC SIMULATION OF CASTINGS' CRYSTALLIZATION PROCESS

Abstract. The mathematical model for calculating the content of the solid phase, taking into account the change in thermophysical parameters of the alloy during cooling and solidification, is presented, which provides the possibility of solving the problem by computer thermal analysis (CCA-methods). The use of simulation modeling of foundry processes allows to reduce the costs of developing technologies for the production of defect-free castings.

Створення конкурентоспроможних литих деталей, які володіють високою якістю та мінімальною вартістю виготовлення, значною мірою забезпечується на стадії проектування технологічного процесу їх виробництва. Інтенсивний розвиток методів та засобів комп'ютерного моделювання дозволяє зменшити витрати часу та матеріальних ресурсів при використанні спеціалізованих програм моделювання ливарних процесів. Моделювання процесу кристалізації (затвердіння) повинно враховувати всі особливості формування кінцевої структури та властивостей виливків. При цьому операції модифікування та використання вторинних матеріалів істотно змінюють характер затвердіння виливків з кольорових сплавів.

Моделювання процесів формування виливків може здійснюватися за допомогою різних спеціалізованих програм, таких як LVMFlow, ProCAST, QuikCAST, MagmaSoft, WinCast, SolidCast, NovaSolidFlow та ін. [1]. Вирішення задач охолодження та кристалізації виливків у системах імітаційного моделювання пов'язане з розв'язком нестационарного рівняння теплопровідності з функцією тепловиділення:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div}(\lambda(T)\operatorname{grad}T) + \rho(T)L\frac{\partial f_s}{\partial t}, \quad (1)$$

де T – температура, К; λ – теплопровідність, Вт/(м·К); ρ – щільність, кг/м³; c – питома теплоємність, Дж/(кг·К); t – час, с; L – питома теплота кристалізації, Дж/кг; f_s – об'ємна частка твердої фази, яка виділяється в розплаві.

Для кольорових сплавів, що зазнають фазового переходу з рідкого в твердий стан, вирішення задач моделювання затвердіння неможливе без попереднього визначення функції тепловиділення, зумовленої утворенням і зростанням твердої фази f_s в розплаві. Особливості технології лиття кольорових сплавів впливають на значення теплофізичних параметрів і на процес формування усадкових дефектів. У цьому випадку важливим є адекватний облік нерівномірності тепловиділення та утворення твердої фази в інтервалі температур затвердіння. Вміст твердої фази при затвердінні розплаву можна оцінювати різними способами: методом виливання рідкого залишку; за допомогою металографічного аналізу; методом вимірювання фізичних величин, які корелюють із вмістом твердої фази в розплаві; непрямыми методами вимірювання; методами диференціального термічного аналізу або термодинамічного моделювання. Проте, всі ці методи не знайшли широкого застосування з властивих їм певних обмежень.

У завданнях моделювання теплових процесів ливарних систем частка виділеної твердої фази f_s як функція часу не може бути розрахована через відсутність прямих

залежностей. Проблему визначення вмісту твердої фази при моделюванні теплових процесів або упускають, наприклад, для чистих металів або евтектичних сплавів, або припускають, що значення f_s лінійно змінюється від температури в межах фіктивного діапазону затвердіння, або значення f_s розраховують за залежностями, які описують процеси утворення та зростання кристалів з урахуванням отриманих експериментальних даних про переохолодження, кількості зерен в об'ємі виливки тощо.

Найчастіше для термодинамічного розрахунку використовують правило «важіля» і рівняння Шейла, засновані на використанні рівноважних фазових діаграм (CALPHAD методи), які забезпечують визначення температурної залежності твердої фази [2]. Так, функція виділеної твердої фази f_s при рівноважному затвердінні відповідно до правила «важіля» описується наступними залежностями:

$$f_s = \frac{1}{1-k_p} \frac{T_L - T}{T_m - T}, \quad k = \frac{T_m - T_L}{T_m - T_s}, \quad (2)$$

де k_p - коефіцієнт розподілу бінарного сплаву; T_m - температура плавлення металу.

З використанням рівняння Шейла вміст твердої фази як функцію від температури можна обчислити за формулою:

$$f_s = 1 - \left(\frac{T_m - T}{T_m - T_L} \right)^{1/(1-k_p)}. \quad (3)$$

Для моделювання теплових процесів виливків широко використовуються методи аналізу кривих охолодження (ССА-методи) або комп'ютерного аналізу кривих охолодження (СА-ССА-методи) через низьку вартість, високу оперативність і точність. Використання експериментальних даних термічного аналізу (кривих охолодження) сплавів є простим та маловитратним методом визначення вмісту твердої фази f_s металів і сплавів як функції від часу та температури [3]. Суть ССА-методів полягає у вимірюванні та обробленні даних термічного аналізу технологічної проби розплаву за допомогою термопар, тобто залежності «температура-час» при її затвердінні для розрахунку функції твердої фази. Розрахунок функції твердої фази реалізується шляхом математичних перетворень рівняння теплового балансу проби розплаву:

$$\frac{dQ_L}{dt} - V\rho C_p \left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} = \alpha_{cc} F (T_{cc} - T_\theta), \quad (4)$$

де Q_L - кількість теплоти кристалізації, виділеної при затвердінні, Дж; V - об'єм проби розплаву, м³; ρ - щільність розплаву, кг/м³; T_{cc} - температура, яка вимірюється термопарою, (індекс cc позначає криву охолодження); C_p - теплоємність, Дж/(кг К); t - час, с; α_{cc} - ефективний коефіцієнт теплопередачі, який описує втрати тепла при ньютонівському охолодженні металу через форму у навколишнє середовище, Вт/(м² К); F - площа поверхні технологічної проби, м²; T_θ - температура довкілля.

За відсутності фазових перетворень рівняння балансу теплових потоків має вигляд:

$$-V\rho C_p \left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc} = \alpha_{zc} F (T_{zc} - T_\theta), \quad (5)$$

або

$$\left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc} = \frac{-\alpha_{zc} F (T_{zc} - T_\theta)}{V\rho C_p}, \quad (6)$$

де індекс zc означає «базову лінію» яка відповідає таким умовам, коли фазові перетворення в сплаві відсутні.

Нехтуючи змінами теплофізичних властивостей в інтервалі кристалізації сплаву, отримуємо залежність для розрахунку теплоти і питомої кристалізації:

$$Q_L = V\rho C_p \int_0^t \left(\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right) dt, \quad L = \frac{Q_L}{V\rho} = C_p \int_0^t \left(\left(\frac{dT}{dt} \right)_{cc} - \left(\frac{dT}{dt} \right)_{zc} \right) dt.$$

Вміст твердої фази в розплаві визначаємо як функцію від часу: $f_s = \frac{L'(t)}{L}$.

Функцію «базової лінії» знаходимо наближено, визначаючи моменти початку та завершення кристалізації, припустивши, що температура проби розплаву за відсутності фазових перетворень змінюється за експонентним законом. Тоді рівняння балансу теплових потоків проби розплаву запишемо у вигляді:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{-\alpha F (T - T_\theta)}{mC_p}. \quad (7)$$

Ввівши позначення $k = \alpha F / (mC_p)$, рівняння (7) матиме вигляд:

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_\theta), \quad (8)$$

розв'язком якого за початкової умови $T(t=0)=T_H$ у випадку, коли параметр k (комплексний теплофізичний коефіцієнт Ньютона-Ріхмана) приймається за постійну величину, є залежність експонентного виду: $T(t) = T_0 + (T_H - T_0)ke^{-kt}$.

Диференціюванням рівняння (9) отримуємо залежність експонентного виду:

$$\frac{dT}{dt} = (T_0 - T_H)ke^{-kt}. \quad (9)$$

Аналіз рівняння (8) показує, що значення коефіцієнта k у будь-який момент часу для однофазних ділянок експериментально отриманої кривої охолодження сплаву (до початку кристалізації та після затвердіння проби) визначаються з виразу:

$$k(t) = \frac{dT / dt}{T - T_0}. \quad (10)$$

Використовуючи рівняння (10), можна визначити значення параметра k для різних моментів часу до початку та після закінчення затвердіння сплаву, використовуючи чисельну схему розрахунку похідної кривої охолодження:

$$k(t_i) = \frac{T(t_{i+1}) - T(t_{i-1}))}{(t_{i+1} - t_{i-1})(T(t_i) - T_0)}. \quad (11)$$

Температурну залежність значень коефіцієнта k для однофазних ділянок кривої охолодження можна отримати, застосовуючи чисельну схему оброблення даних термічного аналізу (11), а в інтервалі кристалізації – методом найменших квадратів з використанням отриманих даних термічного аналізу для однофазних ділянок сплаву.

Література

1. Danylchenko L. (2021) Comparative analysis of computer systems for casting processes simulation. In: Ternopil National Ivan Puluj Technical University, Proceedings of the International Conference Advanced Applied Energy and Information Technologies, Ternopil, December 15-17, 2021, pp. 105-113.
2. Danylchenko L., Radyk D. Simulation of processes of manufacturing workpieces by sheet metal forming / Book of abstract of the International scientific and technical conference “Fundamental and applied problems of modern technologies” 22th-24th of May 2018. – Ternopil: TNTU, 2018. - С.98-99.
3. Vasylyk V., Danylchenko L. Simulation of springback processes in sheet metal parts forming / Book of abstract of the XXI-th scientific conference of Ternopil Ivan Pul’uj National Technical University 16th-17th of May 2019. – Ternopil: TNTU, 2019. – P. 9-10.