УДК 620.171.3

Г. В. Козбур, к. т. н., доц., О. К. Шкодзінський, к. т. н., доц., І. Р. Козбур
Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДІАГРАМИ ДЕФОРМУВАННЯ ПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА СКЛАДНОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ

H. V. Kozbur, Ph.D. Assoc. Prof., O. K. Shkodzinsky, Ph.D. Assoc. Prof., I. R. Kozbur

MATHEMATICAL MODEL OF THE STRESS-STRAIN DIAGRAM FOR PLASTIC MATERIALS UNDER COMPLEX STRESS STATE

Abstract. A new mathematical model of the generalized stress-strain diagram for isotropic plastic materials in the strengthening area is proposed. The model contains the parameter p, which is determined from several simple experiments through optimization. The constructed curve can be used to predict the values of critical loads for structural elements under arbitrary principal stress ratios. The use of the generalized curve will allow to increase the accuracy of forecast values of critical stresses and deformations that occur in structural elements at the moment of local plastic deformations appearance.

Прогнозування граничних напружень і деформацій в матеріалі здійснюють, апроксимуючи експериментальні дані до вигляду деформаційних кривих або граничних поверхонь міцності. Для нових конструкційних матеріалів зростають вимоги до ефективності їх використання в конструкційних елементах, зменшення матеріалоємності підвищує вимоги до точності експериментальної та розрахункової частин. Експериментальні дослідження повного переліку напружено-деформованих станів зразків конструкційних елементів вимагають великої кількості дослідів з руйнуванням зразків, розробки та утримання вартісного обладнання. Тому актуальною задачею є пошук ефективних методів розрахунку прогнозних значень критичних навантажень для елементів конструкцій, визначення для них реальних коефіцієнтів запасу. Підвищення достовірності та точності прогнозних значень забезпечується через удосконалення методик їх розрахунку із застосуванням сучасної обчислювальної техніки.

У даному дослідженні увагу зосереджено на ділянці деформаційного зміцнення кривої деформування, оскільки поведінка навантажених конструкцій, для яких допускається пластичне деформування, є найменш дослідженою та представляє найбільший науковий інтерес. Для цього випадку, критичним називають напруження, при перевищенні якого в зразку розвиваються локальні пластичні деформації. Досі складно знайти узагальнені деформаційні криві для пластичних металевих матеріалів, за якими можна прогнозувати великі рівномірні пластичні деформації при різних видах складного напруженого стану.

Для інженерних розрахунків та прогнозування складних напружених станів використовують гіпотези, котрі замінюють складнонапружений стан еквівалентним йому одноосним напруженим станом. Згідно з запропонованою гіпотезою «єдиної кривої» підбирають такі еквівалентні координати, в яких деформаційна крива буде інваріантною щодо типу прикладеного навантаження [1]. Як показують результати експериментів, для певної частини металевих матеріалів спостерігається краще узгодження експериментальних даних з однією із розрахункових «класичних» узагальнених кривих, для іншої частини є краща відповідність результатів при використанні тієї чи іншої форми усереднення. Тому запропоновано універсальну методику побудови узагальненої кривої зміцнення для пластичних матеріалів, яка б узгоджувалась із класичними та враховувала відхилення від них експериментальних даних для класу пластичних ізотропних металевих матеріалів. Для цього розроблено методику знаходження сталої матеріалу для побудови моделі узагальненої кривої деформування.

Для отримання універсального аналітичного опису єдиної, інваріантної щодо виду напруженого стану кривої деформування в [2] запропоновано узагальнити обидва класичні підходи та ввести еквівалентні координати у вигляді (1), (2).

$$\sigma_{eq}=\frac{p}{2}\left[\frac{|\sigma_1-\sigma_2|^p+|\sigma_2-\sigma_3|^p+|\sigma_1-\sigma_3|^p}{2}\right]^{\frac{1}{p}}, \tag{1}$$

$$\varepsilon_{eq}=\frac{p}{2(p+1)}\left[\frac{|\varepsilon_1-\varepsilon_2|^p+|\varepsilon_2-\varepsilon_3|^p+|\varepsilon_1-\varepsilon_3|^p}{1/2}\right]^{\frac{1}{p}}, \tag{2}$$

де σ_{eq} – еквівалентні напруження, ε_{eq} – еквівалентні деформації, *p* – деяке додатне число, параметр матеріалу, котрий відображає ступінь відхилення властивостей реального конструкційного матеріалу від властивостей ідеалізованого матеріалу, для якого можна отримати єдину криву деформування в координатах $\tau_{\max}-\gamma_{\max}$ чи $\sigma_i-\varepsilon_i$. При $p=1$ з (1), (2) отримуються формули для визначення найбільших дотичних напружень та кутових деформацій $\tau_{\max}$, $\gamma_{\max}$, при $p=2$ – інтенсивності напружень і деформацій σ_i, ε_i.

Параметр *p* визначався з первинних даних деформування пластичних матеріалів, отриманих в головних напруженнях та деформаціях для кількох видів плоского напруженого стану. В системі еквівалентних координат $\sigma_{eq}-\varepsilon_{eq}$ було побудовано точки, що відповідають експериментальним, обчислені для різних значеннь *p* ($0{,}5<p<2{,}5$). Отримано діаграми розсіювання точок у координатах $\tau_{\max}-\gamma_{\max}$ (при $p=1$), в координатах $\sigma_i-\varepsilon_i$ (при $p=2$), та розраховано для інших значень *p* зі вказаного проміжку з кроком перерахунку Δp = 0,001; 0,01; 0,05.

Оскільки ділянка зміцнення кривої деформування для пластичних матеріалів має форму, близьку до прямої, то як функціонал якості при знаходженні оптимального значення *p* було вибрано максимум коефіцієнта кореляції Пірсона. Коефіцієнт кореляції Пірсона *R* розраховувався для всієї множини точок для кожного значення параметра *p*:

$$R=\frac{1}{n-1}\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\varepsilon_{eq}\right)_i-\overline{\varepsilon_{eq}}\right)\left(\left(\sigma_{eq}\right)_i-\overline{\sigma_{eq}}\right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\varepsilon_{eq}\right)_i-\overline{\varepsilon_{eq}}\right)^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\sigma_{eq}\right)_i-\overline{\sigma_{eq}}\right)^2}}, \tag{3}$$

де $\overline{\sigma_{eq}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sigma_{eq}\right)_i$, *n* – кількість спостережень.

Як міру відносного розсіювання експериментальних точок при кожному значенні *p* обчислювалось усереднене значення показника варіації *V*. Вхідні дані розбито на *m* часткових інтервалів з однаковою довжиною. Для кожного *p* обчислювались значення коефіцієнта варіації V_j на часткових інтервалах з подальшим усередненням значень. Усереднене значення коефіцієнта варіації для кожної величини параметра *p* знаходилось як:

$$V=\frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\frac{(STD)_j}{\left(\overline{\sigma_{eq}}\right)_j}, \tag{4}$$

де $(STD)_j$ – стандартне відхилення значень напружень $\left(\sigma_{eq}\right)_i$ з j-го проміжку від середнього значення на цьому проміжку $\left(\overline{\sigma_{eq}}\right)_j$, m – кількість інтервалів.

Експериментальні дані з двоосного розтягу зразків ізотропних металевих конструкційних матеріалів за нормальних умов було взято з [3, 4], де проаналізовано дані для вуглецевих та легованих сталей. Результати обробки даних та знаходження значень p для вуглецевої сталі 0,37%С, високоякісної вуглецевої сталі 45, а також високолегованої сталі 15Х2НМФА приведено в [5]. Для апроксимації кривої деформування в еквівалентних координатах було взято степеневу модель:

$$\sigma_{eq}^{\ *} = A\cdot\left(\varepsilon_{eq}\right)^{B}, \tag{5}$$

де A, B – параметри моделі: модуль та показник зміцнення відповідно.

На рис. 1 зображено апроксимаційні криві деформування, побудовані на ділянках зміцнення при $p(R_{\max})$ та стандартне відхилення експериментальних точок від розрахункової кривої.

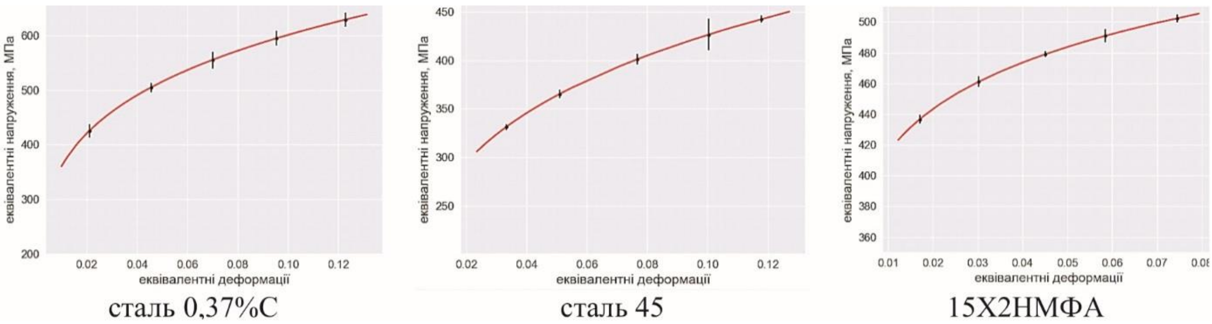

Рис. 1. Апроксимаційні криві зміцнення при оптимальних значеннях p

Апроксимаційні криві, що були побудовані на основі логарифмічної моделі $\sigma_{eq}^{\ *} = A + B\ln\varepsilon_{eq}$, дали співрозмірні показники якості.

Література

1. Людвиг П. Основы технологической механики. Расчеты на прочность. Машиностроение. 1970. Вып. 15. С. 130–166.
2. Шкодзінський, О.К., Козбур, Г.В., Костишин, С.О. (2004). Методика узагальнення діаграми деформування ізотропних матеріалів для складного напруженого стану. Вісник Тернопільського державного технічного університету, 10(1), 25-30.
3. Каминский А.А., Бастун В.Н. Деформационное упрочнение и разрушение металлов при переменных процессах нагружения. К.: Наук.думка, 1985. 168 с.
4. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / Лебедев А.А., Ковальчук Б.И., Гигиняк Ф.Ф., Ламашевский В.П. Киев: Издательский дом “Ин Юре”, 2003. 540 с.
5. G. Kozbur, O. Shkodzinsky, O. Hlado, Methods of construction of the generalized hardening curve.: Proceedings of Odessa Polytechnic University, Issue 2(61), 2020, p 78–85. DOI: 10.15276/opu.2.61.2020.09