Навчально-методична література

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. ІВАНА ПУЛЮЯ

Кафедра автоматизації технологічних процесів і виробництв

І.Р. Козбур, Г.В. Козбур, П.О. Марущак, В.Б. Савків

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторної роботи по дисципліні

«ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ»

«ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕПЕРЕРВНИХ, ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ»

для студентів 3 курсу спеціальності

151 «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології»

Тернопіль 2022

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи «Дослідження часових характеристик неперервних лінійних систем», по курсу «Теорія автоматичного управління», для студентів 3 курсу спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Авт.: Козбур І.Р., Козбур Г.В. Марущак П.О., Савків В.Б. – Тернопіль: ТНТУ, ФПТ, каф. АВ, – 2022. – 19 с.

Укладачі: ст. викл. каф. АВ Козбур І.Р.,
доц. каф. КН, к.т.н. Козбур Г.В.,
проф. каф. АВ, д.т.н., Марущак П.О.,
доц. каф. АВ, к.т.н. Савків В.Б.

Схвалено кафедрою «Автоматизації технологічних процесів і виробництв», протокол № 10 від «5» лютого 2022 р.

Рекомендовано науково-методичною радою ФПТ, протокол № 6 від «26» березня 2022 р.

Лабораторна робота
ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕПЕРЕРВНИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

Мета роботи: визначити та дослідити перехідні характеристики лінійних неперервних систем, експериментально виміряти амплітудні і часові параметри вхідної і вихідної дії, порівняти експериментально отримані часові характеристики з теоретично одержаними часовими характеристиками.

1. Основні теоретичні відомості.

Часові характеристики і функції в теорії автоматичного управління (ТАУ) належать до динамічних параметрів систем автоматичного управління (САУ), які передбачають вивчення поведінки САУ та окремих функціональних елементів при динамічних змінах вхідних впливів або сигналів. Сигнали та впливи є функціями часу (рис 1.).

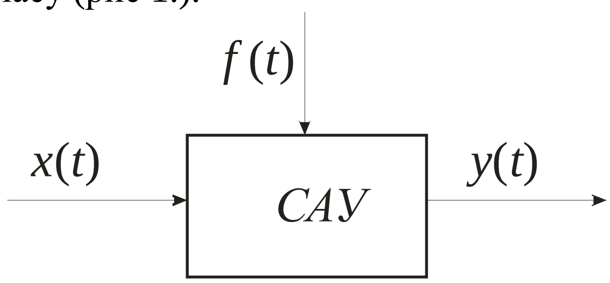


Рисунок 1. – Узагальнений вигляд системи автоматичного управління, з позначенням вхідних і вихідних впливів (сигналів).

Вхідні впливи: $x(t)$ – задаючий вхідний вплив; $f(t)$ – збурюючий вхідний вплив. Вихідний керований параметр – $y(t)$. Аргументом сигнальних вхідних і вихідних функцій є t, – час.

Визначення часових характеристик зводиться до знаходження функціональної залежності

$$y(t)=F\left(x(t);f(t);\langle C_i\rangle\right), \qquad (1)$$

вихідного керованого сигналу від вхідних динамічно змінних впливів $x(t), f(t)$. Значення вихідного параметру $y(t)$ знаходять у вигляді параметрично заданої функції, функціоналу, аргументами якого є часові функції вхідних впливів. $\langle C_i\rangle$ – множина технічних, експлуатаційних параметрів функціонального елемента або САУ в цілому.

В загальному випадку рівняння (1) зводять з двохпараметричного до однопараметричного вигляду:

$$y(t)=F\left(x(t);\langle C_i\rangle\right), \qquad (2)$$

При цьому вважають що $f(t)=const$, або приймає нульове значення.

Рівняння (2) вважають узагальненою формою рівняння динаміки, яке при певних формах часової функції вхідного впливу $x(t)$ визначають як часову функцію або характеристику.

Часовою характеристикою ланки або САУ називають графік зміни вихідної величини $y(t)$ при визначеному закону зміни в часі $x(t)$ та при умові, що до прикладення зовнішньої дії ланка була в стані спокою.

Часові характеристики залежать від властивостей системи і від характеру зовнішньої дії, для якої вони визначаються. Можна розглядати ці характеристики по вхідній дії $x(t)$ і по збуренню $f(t)$. При визначенні часових характеристик по якій-небудь зовнішній дії інші дії дорівнюють нулю або є незмінними в часі.

Закон зміни вхідного впливу зводять до типових сигналів.

$x(t)=1(t-t_0)$ – одинична ступенева функція (функція Хевісайда);

$x(t)=\delta(t-t_0)$ – одиничний імпульс, дельта-функція (функція Дірака);

Степеневі стимулюючі впливи, – $x(t)=k\cdot t$; $x(t)=k\cdot t^2$; $x(t)=k\cdot t^3$, та їх різновиди

$x(t)=k\cdot(t-t_0)\cdot 1(t-t_0)$ – скачок швидкості;

$x(t)=k\cdot(t-t_0)^2\cdot 1(t-t_0)$ – скачок прискорення.

У даній лабораторній роботі розглядають часові характеристики тільки по вхідній величині $x(t)$, яка змінюється по закону одиничної сходинкової дії, або по закону дельта-функції.

Часові характеристики ланки при цих законах зміни зовнішніх дій називаються відповідно перехідними характеристиками і імпульсними перехідними характеристиками системи або ланки.

Перехідною характеристикою називається графік зміни в часі вихідної величини ланки або системи, коли на вхід подається одинична сходинкова дія. Одинична сходинкова дія – це дія, яка миттєво змінюється від нуля до одиниці і надалі залишається незмінною.

На рис.2 показані перехідні характеристики різних систем.

Аналітичним виразом для перехідної характеристики є перехідна функція, яка позначається $h(t)$. Аналітичним виразом одиничної сходинкової дії є одинична сходинкова функція, яка позначається $1(t)$ і може бути описана таким виразом:

$$1(t-t_0)=\begin{cases}0, & \text{при } t<t_0\\ 1, & \text{при } t\ge t_0\end{cases}, \text{ для } t_0=0 \;\; 1(t)=\begin{cases}0, & \text{при } t<0\\ 1, & \text{при } t\ge 0\end{cases}$$

Таким чином, $h(t)$ – це вираз для $y(t)$ при $x(t)=1(t)$, – $y(t)=F\left(1(t);\langle C_i\rangle\right)$

Але слід зауважити, що одиничну сходинкову функцію Хевісайда для неперервних, лінійних САУ отримують як:

$$1(t-t_0)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\cdot\lim_{\beta\to\infty}\left[\arctan\left(\beta\cdot(t-t_0)\right)\right] \qquad (3)$$

Відповідно одиничну сходинкову функцію Хевісайда приводять до неперервного вигляду:

$$1(t-t_0)=\begin{cases}0, & \text{при } t<t_0\\ 1/2 & \text{при } t=t_0\\ 1, & \text{при } t>t_0\end{cases} \qquad (4)$$

Для одиничної сходинкової функції Хевісайда визначають основну властивість, яку називають релейною.

$$f(t)\cdot 1(t-t_0)=\begin{cases}0, & \text{при } t<t_0\\ f(t), & \text{при } t\geq t_0\end{cases} \qquad (5)$$

Поряд з перехідною характеристикою використовується імпульсна перехідна характеристика, яка є реакцією системи або ланки на одиничний імпульс. Одиничний імпульс – це математична ідеалізація гранично короткого імпульсного сигналу. Одиничний імпульс – це імпульс, площа якого дорівнює одиниці при тривалості, що прямує до нуля і висоті, прямуючій до нескінченності.
На рис.3 цей імпульс умовно показаний в вигляді потовщення на осі ординат. На цьому ж малюнку зображені різні типові форми імпульсних перехідних характеристик.

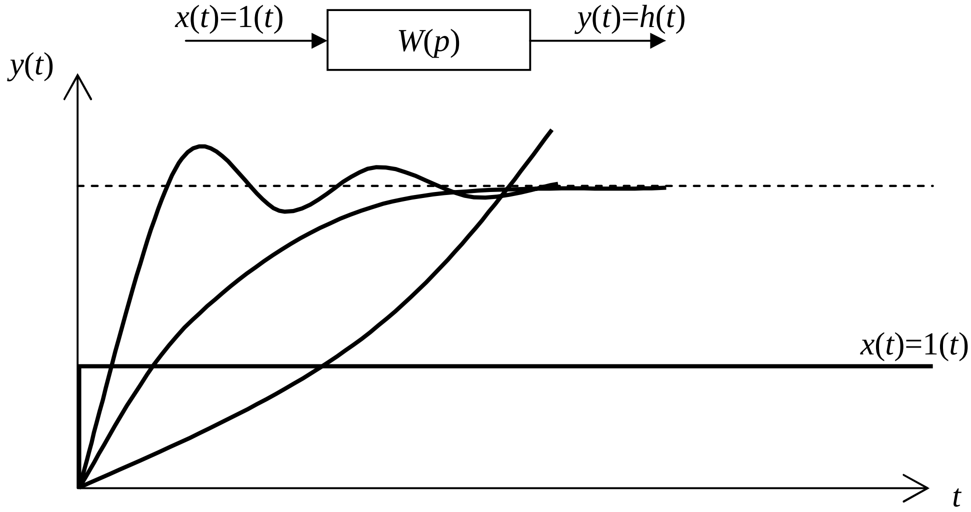


Рисунок 2. – Види перехідних характеристик.

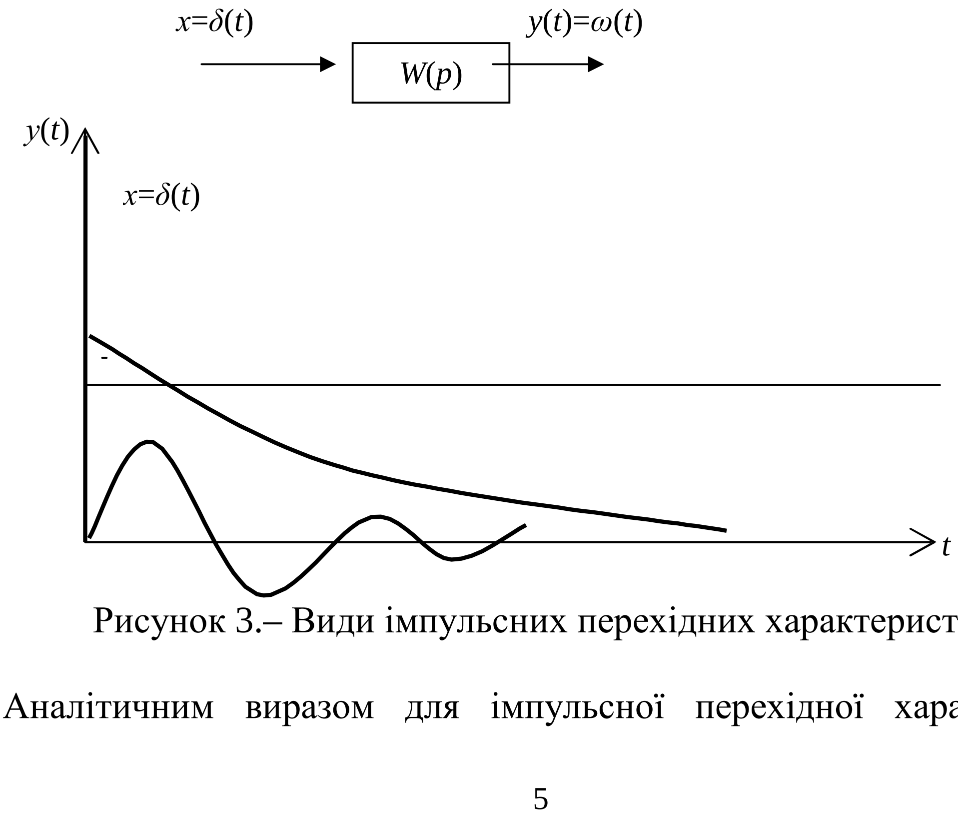


Рисунок 3.– Види імпульсних перехідних характеристик.

Аналітичним виразом для імпульсної перехідної характеристики є

імпульсна перехідна функція або вагова функція (функція ваги), яка позначається $\omega(t)$. Вираз для одиничного імпульсу називається одиничною імпульсною функцією або дельта-функцією (функцією Дірака) і позначається $\delta(t)$. Таким чином, $\omega(t)$ – це $y(t)$ при $x(t)=\delta(t)$.
Математично дельта-функцію можна записати так:

$$\delta(t-t_0)=\begin{cases}0, & \text{при } t\neq t_0\\ \infty, & \text{при } t=t_0\end{cases} \tag{6}$$

При умові $t_0=0$ запис зводиться до наступного вигляду:

$$\delta(t)=\begin{cases}0, & \text{при } t\neq 0\\ \infty, & \text{при } t=0\end{cases} \tag{7}$$

Дельта-функція має наступні властивості:

1. Площа обмежена дельта-функцією рівна 1.

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)dt=1.$$

Площу можна інтерпретувати як кількість функції в часі, або як сигнал одиничної потужності.

2. Добуток дельта-функції $\delta(t-t_0)$ на довільну функцію $f(t)$ знаходять як:

$$f(t)\cdot\delta(t-t_0)=f(t_0) \tag{8}$$

Дельта-функція просто зв'язана з одиничною сходинковою дією:

$$\delta(t)=\frac{d}{dt}[1(t)]=1'(t). \tag{9}$$

Дельта-функцію знаходять як похідну по часу від одиничної сходинкової функції, або похідна по часу від функції Хевісайда дає функцію Дірака.

Аналітичний зв'язок між перехідною і ваговою функціями лінійних ланок можна записати у вигляді:

$$w(t)=h'(t),$$

$$h(t)=\int_0^t w(t)dt$$

Перехідну функцію можна визначити експериментально або обчислити теоретично, використовуючи передавальну функцію W(s).

Якщо система в загальному описана лінійним диференціальним рівнянням в операторному вигляді:

$$\left(a_0p^n+a_1p^{n-1}+\ldots+a_n\right)\cdot y(p)=\left(b_0p^m+b_1p^{m-1}+\ldots+b_m\right)\cdot x(p) \tag{10}$$

або

$$Q(p)\cdot y(p)=R(p)\cdot x(p),$$

де оператор $p\equiv\frac{d}{dt}$ – символ диференціювання по часу, то передавальною функцією в операторній формі називається відношення оператора дії $R(p)$ до власного оператора $Q(p)$ і позначається

$$W(p)=\frac{R(p)}{Q(p)} \tag{11}$$

В зображеннях Лапласа рівняння (10) має вигляд

$$Q(s)\cdot Y(s)=R(p)\cdot X(s) \tag{12}$$

Передавальною функцією в формі зображення Лапласа називається відношення зображення вихідної величини до зображення вихідної величини при нульових початкових умовах.

$$W(s)=\frac{R(s)}{Q(s)}=\frac{Y(s)}{X(s)} \tag{13}$$

Якщо досліджувана система або функціональний елемент (ланка) описується передавальною функцією $W(s)$, то враховуючи, що зображення по Лапласу одиничної сходинкової функції $L\{1(t)\}=\frac{1}{s}$, тоді відповідне зображення Лапласа перехідної функції має вигляд $H(s)=W(s)\cdot\frac{1}{s}$

Звідки, часова форма перехідної функції – $h(t)=L^{-1}\left\{\frac{W(s)}{s}\right\}$

Тобто, часова форма перехідної функції є зворотнім перетворенням Лапласа від передавальної функції поділеної на s.

Оригінал часової форми перехідної функції можна визначити, як суму лишок в особливих точках по кореням характеристичного рівняння. Характеристичне рівняння для передавальної функції визначають як її знаменник прирівняний до нуля $Q(s)=0$.

Для випадку, коли всі корені характеристичного рівняння $Q(s)=0$ різні, –

$$h(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{R(s_i)}{Q'(s_i)}\cdot e^{s_i\cdot t}, \tag{14}$$

коли знаменник функції $H(s)$ має один нульовий корінь, –

$$h(t)=\frac{R(0)}{Q(0)}+\sum_{i=1}^{n}\frac{R(s_i)}{s_i\cdot Q'(s_i)}\cdot e^{s_i\cdot t} \tag{15}$$

в загальному випадку, –

$$h(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(n_i-1)!}\cdot\lim_{s\to s_i}\left[H(s)\cdot(s-s_i)^{n_i}\cdot e^{s\cdot t}\right]. \tag{16}$$

де: $R(s)$ поліном чисельника $H(s)$; $Q^{'}(s)$ – похідна від полінома знаменника $H(s)$; s_i – полюси функції $H(s)$, тобто корені характеристичного рівняння $Q(s)=0$; l – кількість різних коренів; n_i – кількість однакових коренів.

Результати обчислень перехідної функції представляють у вигляді графіка, побудованого в координатах (h, t). Конкретні графіки функції $h(t)$ (монотонні, коливні, аперіодичні) залежать від властивостей системи (ланки) і можуть бути самими різними.

Початкові (при $t \to 0_+$) і кінцеві (при $t \to \infty$) значення перехідної функції можна визначити без обчислення самої функції *h(t)*.

За теоремою про початкове значення:

$$h(0_+) = \lim_{s \to \infty} s \cdot H(s) = \underset{s \to \infty}{W(s)}.$$

За теоремою про кінцеве значення:

$$h(\infty) = \lim_{s \to 0} s \cdot H(s) = \underset{s \to 0}{W(s)}.$$

Для лінійних систем (ланок) при неодиничному стрибку вхідної величини $x(t)=A \cdot 1(t)$ вихідна величина буде змінюватися на закон $y(t)=A \cdot h(t)$, де A=const.

Функцію ваги можна визначити теоретично або експериментально. Для експериментального визначення $\omega(t)$ осцилографується процес зміни вихідної величини при вхідній дії в вигляді реального імпульса довільної форми, площа якого дорівнює одиниці.

Методична похибка буде тим менша, чим менша тривалість вхідного імпульса в порівнянні з часом перехідного процесу в досліджувальній ланці. Для ланки з передавальною функцію $W(p)$ з врахуванням того, що

$L\{\delta(t)\} = 1$, зображення функції ваги має вигляд $L\{\omega(t)\} = W(s)$.

Звідки видно, що функція ваги є зворотнім перетворенням Лапласа від передавальної функції ланки $\omega(t) = L^{-1}\{W(s)\}$.

Функцію ваги обчислюють так само, як і оригінал перехідної функції.

Початкове і кінцеве значення функції ваги можуть бути визначені по формулах відповідно:

$$w(0_+) = \lim_{s \to \infty} s \cdot W(s),$$

$$w(\infty) = \lim_{s \to 0} W(s)$$

Якщо на вхід лінійної ланки подається неодинична дельта-функція $x(t)=A \cdot \delta(t)$, де A=const, реакція ланки на цей сигнал дорівню $y(t)=A \cdot w(t)$.

Графік функції ваги будується в координатах (w, t). Характер графіка $w(t)$ залежить від властивостей ланки.

Зв'язок між перехідною функцією і функцією ваги можна визначити на основі теореми про зображення похідної

$$L\{h'(t)\} = s \cdot H(s) - h(0_+) = W(s) - h(0_+)$$

звідки

$$W(s) = L\{h'(t)\} + h(0_+).$$

Перехід від зображення до оригіналів дає таку залежність:

$$w(s) = \frac{dh(t)}{dt} + h(0_+) \cdot S(t)$$

2. Рекомендації до виконання лабораторної роботи.

Лабораторна робота дослідження часових характеристик лінійних неперервних систем виконується в прикладних пакетах програмного забезпечення MathCad, VisSim.

Mathcad — система комп'ютерної алгебри з класу систем автоматизованого проєктування, орієнтована на підготовку інтерактивних документів з обчисленнями і візуальним супроводженням.

Mathcad містить оператори і вбудовані функції для вирішення різних технічних завдань. Програма дозволяє виконувати чисельні і символьні обчислення, проводити операції з скалярними величинами, векторами і матрицями, автоматично переводити одні одиниці вимірювання в інші.

Mathcad має такі можливості:

- Розв'язання диференціальних рівнянь, в тому числі і чисельними методами.
- Побудова двовимірних і тривимірних графіків (в різних системах координат, контурні, векторні тощо).
- Використання грецького алфавіту (верхній і нижній регістр) як в тексті, так і у рівняннях.
- Символьні обчислення.
- Операції з векторами і матрицями.
- Символьне розв'язання систем рівнянь.
- Згладжування кривих.
- Виконання підпрограм.
- Знаходження коренів функцій і поліномів.
- Статистичні функції і розподіли ймовірностей.
- Пошук власних значень і власних векторів.
- Обчислення з розмірностями.
- Інтеграція із САПР, використання результатів обчислень для параметричного управління.

Система динамічного моделювання VisSim призначена для дослідження та аналізу перехідних процесів у будь-яких динамічних системах, у тому числі і в автоматичних системах з використанням візуальних засобів структурного моделювання.

Інтерпретатор VisSim-а дозволяє автоматично генерувати код мовою С+. На основі результатів лінеаризації моделі, VisSim забезпечує виконання кореневого та частотного аналізів.

Базова бібліотека блоків VisSim не вимагає подальшого розширення. Розширення пакета містять бібліотеки з моделями пристроїв електроприводу, систем зв'язку та математичних обчислень. Користувач може створити власну бібліотеку моделей. Програма VisSim має розвинений графічний інтерфейс, використовуючи який можна створити моделі з віртуальних елементів. Це дозволяє досліднику розробляти, досліджувати та оптимізувати моделі систем різної складності та призначення.

VisSim автоматично створює та вирішує диференціальні рівняння за запропонованою структурою системи та параметрами її елементів. Результати рішення виводяться у графічній формі.

Крім моделювання систем управління у VisSim можна розв'язувати диференціальні рівняння.

За допомогою Mathcad та VisSim при виконанні лабораторної роботи проводимо моделювання часових характеристик, – перехідної та імпульсної перехідної, для заданого рівняння динаміки та передавальної функції.

2.1 Робоче завдання.

Передавальна функція пропонована для отримання її часових характеристик описується диференціальним рівнянням у вигляді:

$$a_0\frac{d^2y(t)}{dt}+a_1\frac{dy(t)}{dt}+a_2y(t)=b_0\frac{dx(t)}{dt}+b_1x(t).$$

Операторна форма диференціального рівняння відповідно матиме вигляд:

$$\left(a_0\cdot p^2+a_1\cdot p+a_2\right)\cdot Y(p)=\left(b_0\cdot p+b_1\right)\cdot X(p).$$

Зображення Лапласа:

$$\left(a_0\cdot s^2+a_1\cdot s+a_2\right)\cdot Y(s)=\left(b_0\cdot s+b_1\right)\cdot X(s).$$

Відповідна передавальна функція пропонованої для моделювання системи запишеться у вигляді:

$$W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_0\cdot s+b_1}{a_0\cdot s^2+a_1\cdot s+a_2},$$

де $a_0=T^2,\quad a_1=2\cdot T\cdot\xi,\quad a_1=1,\quad b_0=k\cdot T\cdot\xi.$

$k,\ T,\ \xi,\ b_1$ – задано як константи в завданні. Числові значення параметрів задані в таблиці 1.

В лабораторній роботі дослідження часових характеристик лінійних неперервних систем необхідно:

1. Отримати осцилограму перехідної функції досліджуваної системи.
2. Отримати осцилограму імпульсної перехідної функції досліджуваної системи.

2.2 Виконання робочого завдання в середовищі VisSim

Для побудови перехідної характеристики системи із заданою передавальною функцією, засобами **VisSim** створюється наступна схема:

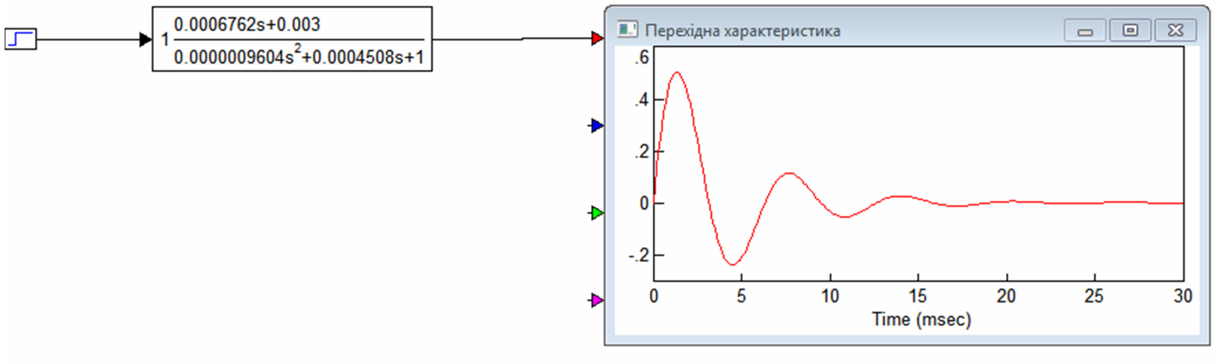


Рисунок 4 – Побудова перехідної характеристики

Для цього спочатку з меню "Blocks -> Signal Producer" вибирається блок "step".

Потім з меню "Blocks -> Linear System" блок "transferFunction". Після того, як блок розташований на листі діаграми, клацанням правої кнопки миші викликається вікно налаштувань цього блоку (див. рис. 5) і встановлюються відповідні значення.

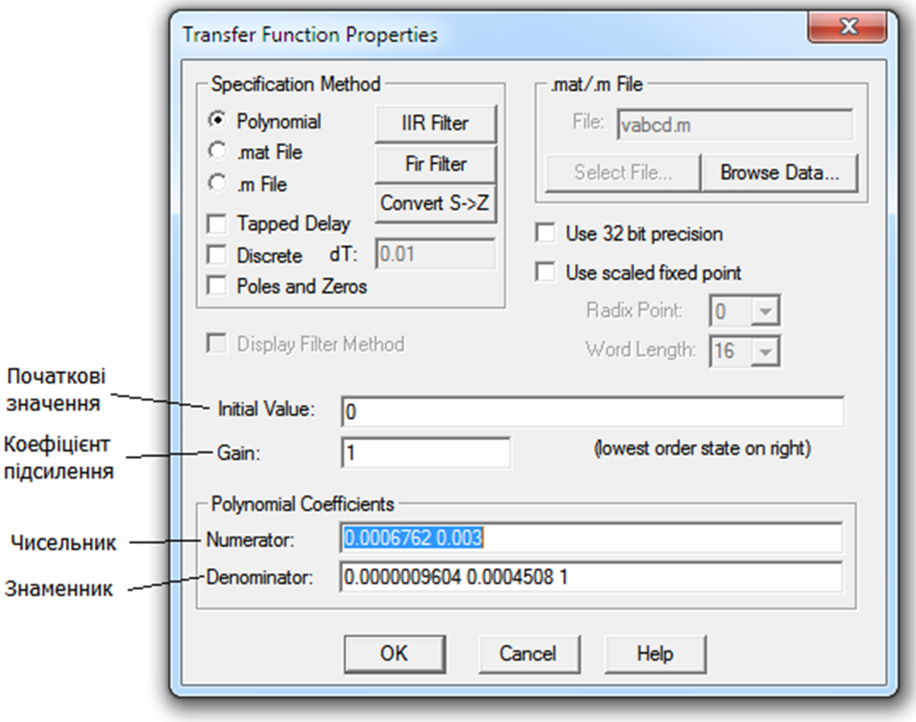


Рисунок 5 – Властивості передавальної функції

Останній блок – блок графіків "plot" з меню "Blocks -> Signal Consumer".

Розташовані блоки з'єднуються лініями функціональних зв'язків. У налаштуваннях моделювання "Simulate -> Simulation Properties".

встановлюється час початку, кінця моделювання і крок (рис. 6).

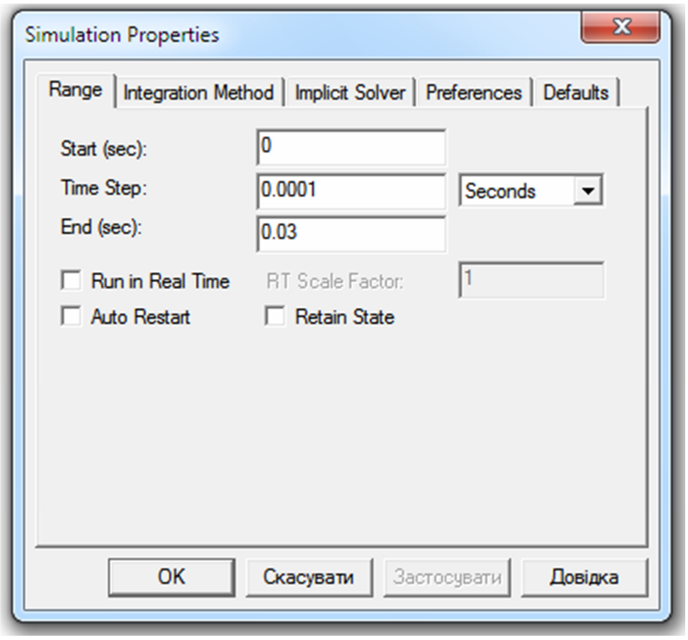


Рисунок 6 – Налаштування моделювання

Модель запускається на виконання (командою "Simulation -> Go" або натисненням клавіші F5 клавіатури або натисненням кнопки Go панелі інструментів). Результат представлений на рис. 1.

Для роздруку перехідних кривих на принтері слід збільшити вікно графіків "plot" в увесь екран і дати команду "File -> Print". чи натиснути на кнопку "Print" панелі інструментів.

В звіт необхідно подати збільшене в увесь екран та коректно змасштабоване вікно графіків "plot".

Для побудови імпульсної перехідної характеристики системи, необхідно на вхід системи подати дельта-функцію. Для цього копіюємо схему з файлу "Delta.vsm" і з'єднуємо її вихід з входом досліджуваної системи (див. рис. 7).

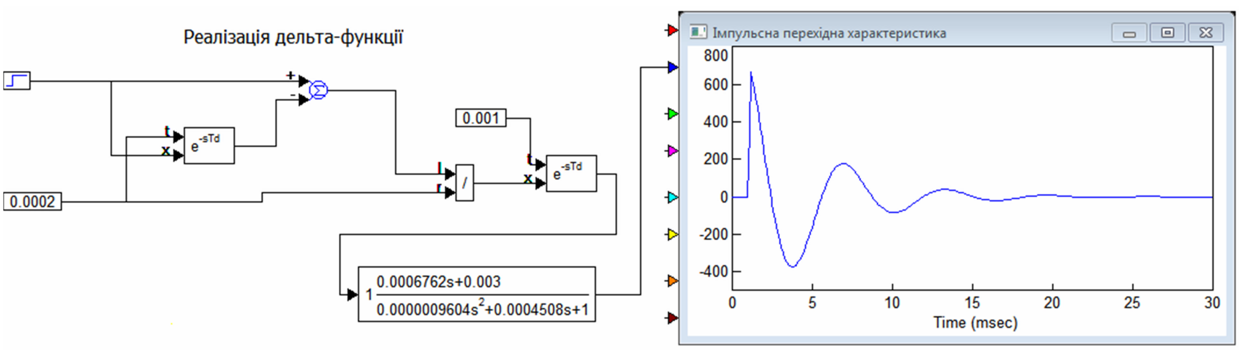


Рисунок 7 – Побудова імпульсної перехідної характеристики

Порівняти результати, отримані в результаті моделювання з теоретично одержаними часовими характеристиками. Пояснити одержані результати (висновки).

2.3 Приклад виконання попередніх завдань для обчислень в середовищі MathCad

Часове диференціальне рівняння динаміки:

$$a_0 \frac{d^2 y(t)}{dt} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = b_0 \frac{dx(t)}{dt} + b_1 x(t).$$

Операторна форма диференціального рівняння:

$$\frac{d}{dt} \equiv p, \quad \left(a_0 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_2\right) \cdot Y(p) = \left(b_0 \cdot p + b_1\right) \cdot X(p).$$

Зображення Лапласа:

$$\left(a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2\right) \cdot Y(s) = \left(b_0 \cdot s + b_1\right) \cdot X(s).$$

Відповідна передавальна функція пропонованої для моделювання системи запишеться у вигляді:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 \cdot s + b_1}{a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2},$$

де $a_0 = T^2, \quad a_1 = 2 \cdot T \cdot \xi, \quad a_1 = 1, \quad b_0 = k \cdot T \cdot \xi.$

Враховуючи, що відповідні зображення Лапласа одиничної ступеневої функції та одиничного імпульсу (функції Хевісайда та Дірака);

$$L\left[1(t)\right] = \frac{1}{s}, \quad L\left[\delta(t)\right] = 1$$

Використовуючи перетворене рівняння динаміки в зображенні Лапласа:

$$Y(s) = W(s) \cdot X(s)$$

Підставляючи відповідні зображення Лапласа для вхідного впливу у вигляді одиничної ступеневої функції та одиничного імпульсу та використовуючи зворотне перетворення Лапласа отримаємо відповідні часові форми перехідних характеристик та функцій.

Перехідна функція – $h(t) = L^{-1}\left[W(s) \cdot \frac{1}{s}\right] = L^{-1}\left[\frac{b_0 \cdot s + b_1}{a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2} \cdot \frac{1}{s}\right].$

Імпульсна перехідна функція – $w(t) = L^{-1}\left[W(s) \cdot 1\right] = L^{-1}\left[\frac{b_0 \cdot s + b_1}{a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2}\right]$

Відповідний приклад запису умов в середовищі MathCad.

$T := 9.8 \cdot 10^{-4}$ $\zeta := 0.23$ $k := 3$ $b1 := 0.003$ $a0 := T^2$ $a1 := 2 \cdot \zeta \cdot T$

$b0 := k \cdot \zeta \cdot T$ $x := 1$ $a2 := 1$

Given

$a0 \cdot x^2 + a1 \cdot x + a2 = 0$

$\mathrm{Find}(x) \rightarrow (-234.694 - 993.052i \quad -234.694 + 993.052i)$

$R(s) := b0 \cdot s + b1$ $Q(s) := a0 \cdot s^2 + a1 \cdot s + a2$ $i := \sqrt{-1}$

$\frac{R(0)}{Q(0)} = 3 \times 10^{-3}$

$Q'(s) := \frac{d}{ds} Q(s)$ $Q'(s) \rightarrow 0.0000019208 \cdot s + 0.0004508$

$R\left(-2.347 \times 10^2 - 9.931i \times 10^2\right) \rightarrow -0.15570414 - 0.67153422i$

$Q'\left(-2.347 \times 10^2 - 9.931i \times 10^2\right) \rightarrow -1.176\text{e-}8 - 0.00190754648i$

$$H2 := \frac{R\left(-2.347 \times 10^2 - 9.931i \times 10^2\right)}{\left(-2.347 \times 10^2 - 9.931i \times 10^2\right) \cdot Q'\left(-2.347 \times 10^2 - 9.931i \times 10^2\right)} \cdot e^{\left(-2.347 \times 10^2 - 9.931i \times 10^2\right) \cdot t}$$

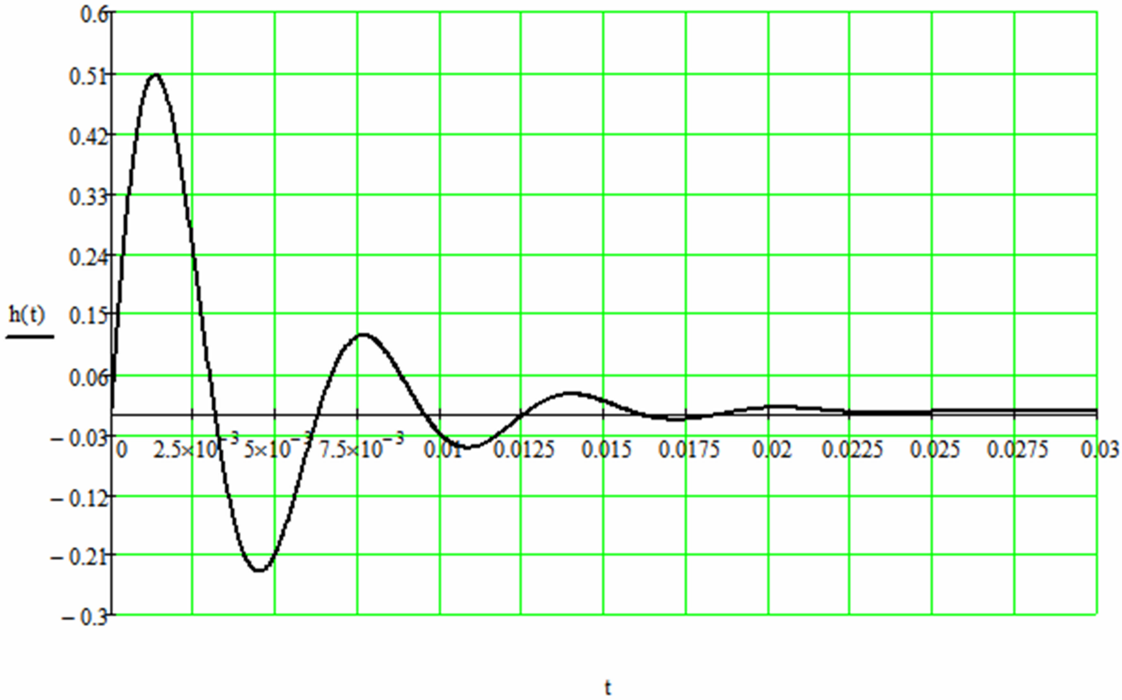
$H2 \rightarrow -(0.0015020407876922536279 - 0.35413230345333151813i) \cdot e^{-(234.7+993.1i) \cdot t}$

$p1 := \mathrm{Re}\left(1.502 \times 10^{-3} - 3.541i \times 10^{-1}\right)$ $p2 := \mathrm{Im}\left(1.502 \times 10^{-3} - 3.541i \times 10^{-1}\right)$

$p1 = 1.502 \times 10^{-3}$ $\quad p2 = -3.541 \times 10^{-1}$ $\quad 2\cdot\sqrt{p1^2 + p2^2} = 7.082 \times 10^{-1}$ $\quad \frac{p2}{p1} = -2.358 \times 10^{2}$

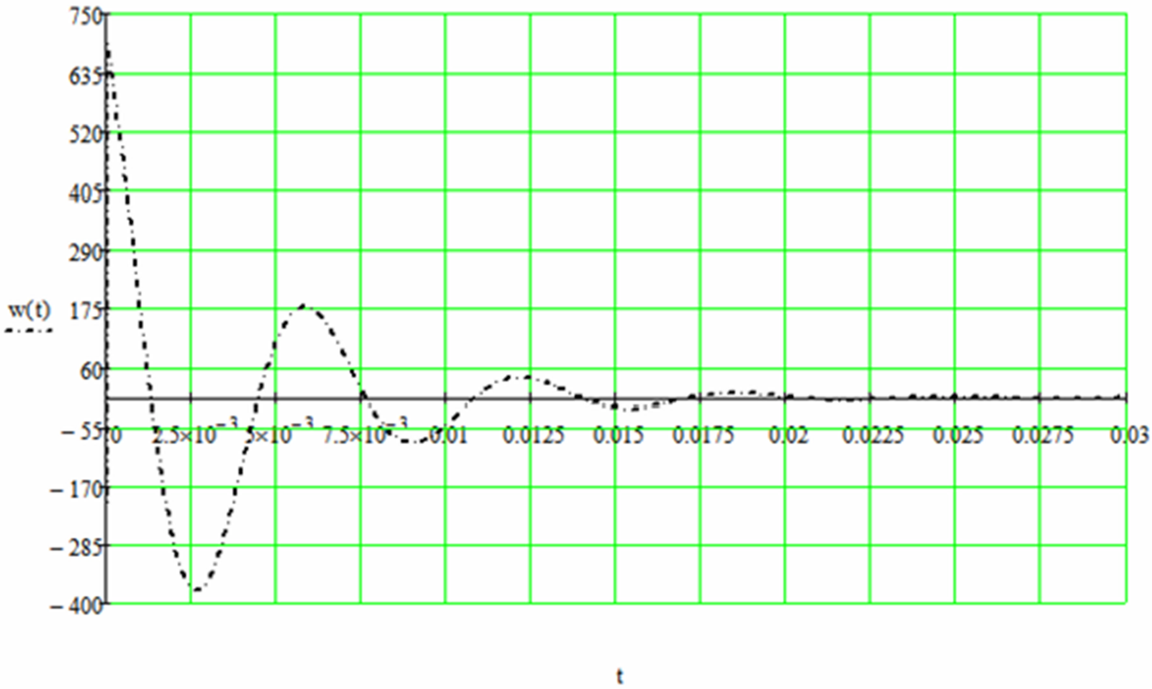
$\phi1 := \operatorname{atan}\left(\frac{p2}{p1}\right)$ $\quad \phi1 \rightarrow -1.5665546126126745528$

$h(t) := 3 \times 10^{-3} + 7.082 \times 10^{-1}\cdot e^{-234.7t}\cdot\cos(993.1t - 1.567)$



$w(t) := \frac{d}{dt}h(t)$

$w(t) \rightarrow -166.21454\cdot e^{-234.7\cdot t}\cdot\cos(993.1\cdot t - 1.567) + -703.31342\cdot e^{-234.7\cdot t}\cdot\sin(993.1\cdot t - 1.567)$



3. Попередні завдання для обчислень.

Передавальна функція пропонована для отримання її часових характеристик описується диференціальним рівнянням у вигляді:

$$a_0 \frac{d^2 y(t)}{dt} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = b_0 \frac{dx(t)}{dt} + b_1 x(t).$$

Операторна форма диференціального рівняння відповідно матиме вигляд:

$$\left(a_0 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_2\right) \cdot Y(p) = \left(b_0 \cdot p + b_1\right) \cdot X(p).$$

Зображення Лапласа:

$$\left(a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2\right) \cdot Y(s) = \left(b_0 \cdot s + b_1\right) \cdot X(s).$$

Відповідна передавальна функція пропонованої для моделювання системи запишеться у вигляді:

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{b_0 \cdot s + b_1}{a_0 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_2},$$

де $a_0 = T^2$, $a_1 = 2 \cdot T \cdot \xi$, $a_1 = 1$, $b_0 = k \cdot T \cdot \xi$.

k, T, ξ, b_1 – задано як константи в завданні. Числові значення параметрів задані в таблиці 1. У лабораторній роботі дослідження часових характеристик неперервних лінійних систем потрібно виконати:

1. Записати вираз для перехідної функції системи згідно заданого варіанту (Таблиця 1).
2. Записати вираз для імпульсної перехідної функції вказаної системи.

Таблиця 1 – Варіанти даних

Варіант	$T \cdot 10^{-4}\ ^{1}/_{c}$	ξ	k	b_1
1	9,4	0,263	2,8	0
2	9,3	0,271	2,9	0,001
3	9,2	0,280	2,95	0,002
4	9,1	0,290	3,0	0,003
5	9,0	0,295	3,1	0,004
6	8,9	0,3	3,2	0,005
7	8,8	0,31	3,3	0,006
8	8,7	0,32	3,4	0,007
9	8,6	0,33	3,5	0,008
10	9,5	0,26	2,83	0
11	9,6	0,25	2,89	0,001
12	9,7	0,24	2,93	0,002
13	9,8	0,23	3,00	0,003
14	9,9	0,22	3,1	0,002
15	10	0,23	2,8	0,003
16	10,1	0,25	2,7	0,002
17	10,2	0,26	2,9	0,001
18	9,3	0,27	3,0	0,002
19	9,2	0,3	3,2	0,001
20	9,1	0,33	3,3	0,002
21	9,0	0,34	3,0	0
22	9,6	0,28	3,1	0,001
23	9,7	0,31	3,4	0,002
24	9,8	0,30	2,9	0,003
25	10	0,25	3,0	0,006

4. Порядок оформлення звіту

Звіт оформляється відповідно до вимог ЄСКД на білому папері формату А4. На титульному аркуші вказуються назви міністерства, вузу, кафедри, роботи, прізвище студента, прізвище викладача.

Звіт повинен містити наступні матеріали:

1) тему і мету роботи;
2) початкові дані;
3) виконане попереднє завдання для обчислень;
4) схему змодельованої САК;
5) отримані в результаті моделювання перехідні криві;
6) висновки.

5. Контрольні питання і завдання

1. Дайте визначення перехідної характеристики і перехідної функції.
2. Дайте визначення імпульсної перехідної характеристики (функції ваги).
3. Назвіть типові форми перехідної характеристики.
4. Дайте визначення передавальної функції в операторній формі і формі перетворення Лапласа.
5. Дайте визначення одиничної дії і одиничного імпульсу і їх аналітичних виразів.
6. Запишіть в загальному вигляді формулу теорем розкладу в випадку коли всі корені різні і коли один з коренів дорівнює нулю.

Рекомендована література

1. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 1997. – 544 с.
2. Теория автоматического управления. Ч.1. Теория линейных систем автоматического управления / под ред. А. А. Воронова. 2-е изд М.:Высш. шк., 1986. – 367 с.
3. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического управления. 3-е изд., испр. М.: Физматгиз, 1975. – 768 с.
4. Юревич Е. И. Теория автоматического управления. 2-е изд. Л.: Энергия, 1975. – 416 с.
5. Лабораторный практикум по теории автоматического управления. Харьковский государственный политехнический институт, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.
6. Дьяконов В. П. VisSim+MathCAD+MATLAB. Визуальное математическое моделирование. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 384 с.
7. Макаров Е. Г. MathCAD: Учебный курс (+CD) – СПб.: Питер, 2009. – 384 с.

Додаток 1.

Перехідні функції типових ланок.