

ЛІТЕРАТУРА



НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА

Міністерство освіти України
Тернопільський державний технічний
університет імені Івана Пулюя

Кафедра
графічного моделювання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання графічних робіт з курсу
“ІНЖЕНЕРНА ГРАФІКА”

ПЕРЕТИН ГРАННИХ ПОВЕРХОНЬ ПЛОЩИНОЮ

для студентів всіх спеціальностей

Тернопіль
1997 р.

Методичні вказівки розроблені у відповідності до навчальних планів всіх спеціальностей

Укладачі: Милик М.П., Пік А.І., Балабан С.М., Ковбашин В.І.,
Рассказов Ю.С., Маркович М.И.

Рецензенти: Підгурський М.І., Шанайда В.В.

Відповідальний за випуск: Пік А.І.

Методичні вказівки розглянуті на засіданні кафедри
графічного моделювання.

Протокол № 5 від 20.12.96 р.

Методичні вказівки схвалені та рекомендовані до друку на
засіданні методичної комісії механіко-технологічного факультету

Тернопільського державного технічного університету

ім. І.Пулля

Протокол № 1 від 20.03.97 р.

Методичні вказівки розглянуті та рекомендовані до друку
на засіданні методичної ради Тернопільського державного технічного
університету ім. І.Пулля.

Протокол № 1

Вказівки складені з врахуванням матеріалів літературних
джерел, приведених у списку.

При виконанні креслень деталей машин і приладів часто виникає необхідність розв'язувати задачі на побудову проєкцій ліній перетину поверхонь з площиною. Кожна така задача складається з розв'язання комплексу наступних питань:

- побудова проєкцій фігури перерізу;
- визначення натуральної величини фігури перерізу;
- побудова розгортки зрізаної фігури;
- побудова аксонометричного зображення зрізаної фігури.

Дані методичні вказівки розглядають приклади розв'язання задач на побудову перерізу призматичних та пірамідальних поверхонь площинами загального положення, що задані слідами. Програмою вивчення теми "Переріз гранчастих поверхонь площиною" передбачено розв'язання комплексу вищеперелічених питань, крім останнього.

1. ПЕРЕРІЗ ПІРАМІДИ ПЛОЩИНОЮ

Умова задачі. Побудувати проєкції, натуральну величину фігури плоского перерізу піраміди і розгортку поверхні зрізаного многогранника, утвореного даною поверхнею, січною площиною та горизонтальною площиною проєкції.

Розв'язання. При перерізі многогранника площиною утворюється многокутник, який лежить у січній площині. Вершини утвореного многокутника - це точки перетину ребер многогранника, а сторони - лінії перетину його граней з січною площиною. Тому проєкції фігури плоского перерізу можна будувати двома способами.

Перший спосіб полягає у визначенні точок перетину кожного ребра многогранника зі січною площиною - за типом визначення точки перетину прямої з площиною. За другим способом визначають лінії перерізу кожної грані з січною площиною, тобто розв'язують задачу побудови лінії перерізу двох площин.

Користуючись першим способом, визначаємо точку перетину ребра c з площиною α (рис.1).

Для цього через ребро c проводимо допоміжну фронтально проєктуючу площину β , фронтальний слід f_β , якої збігається з фронтальною проєкцією c_2 ребра c , а горизонтальний - h_β

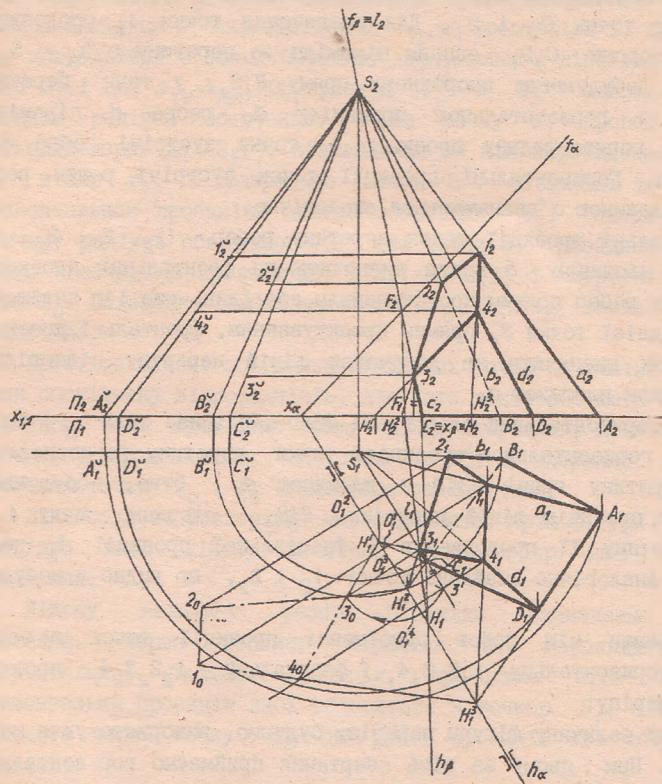


Рис. 1

проходить через точку збігу слідів X_{β} , перпендикулярно до осі проєкцій $x_{1,2}$. Далі будемо проєкції l_1, l_2 лінії перерізу l з площинами α і β : $l = \alpha * \beta$. Для цього будемо проєкції F_2 і F_1 , H_1 і H_2 точок перетину P і N слідів площин α і β і, зполучивши F_1 з H_1 , одержуємо l_1 . Перетин горизонтальної проєкції ребра c з горизонтальною проєкцією l_1 лінії перерізу l визначить горизонтальну проєкцію 3 , шуканої точки 3 .

Горизонтальні проєкції точок перетину решти ребер ($1_1, 2_1, 4_1$) визначимо способом споріднення (гомології), яка визначається центром споріднення S_1 , віссю споріднення $S_0 = h_1$ і парю відповідних точок C_1 і 3_1 . Для визначення точки 4_1 продовжимо проєкцію сторони C_1D_1 основи піраміди до перетину з $h_\alpha = S_0$ у точці H'_1 . Побудувавши споріднену пряму H'_13_1 , у точці перетину останньої з горизонтальною проєкцією d_1 ребра d піраміди, визначимо горизонтальну проєкцію 4_1 точки зустрічі ребра d з площиною α . Горизонтальні проєкції точок зустрічі решти ребер піраміди площиною α визначаються аналогічно.

Фронтальні проєкції точок перетину ребер ($1_2, 2_2, 3_2, 4_2$) пірамід з площиною α можна визначити на фронтальних проєкціях відповідних ребер прямим проєктуванням або (див. рис.1) знайшовши проєкцію однієї точки 3_2 прямим проєктуванням, фронтальні проєкції решти точок визначити за допомогою ліній перерізу відповідних граней січною площиною α .

Так, горизонтальний слід грані $C34D$ перетинає слід h_α у точці H'_1 , яка в горизонтальній проєкції точки перетину горизонталі з лінією перетину грані $C34D$ з площиною α . Отже, побудувавши фронтальну проєкцію лінії перерізу H'_23_2 , одержимо точку 4_2 у місці перетину її продовження і фронтальної проєкції d_2 ребра піраміди. Аналогічно знайдені точки 1_2 і 2_2 , що видно з побудови на рис.1.

З'єднавши між собою одноіменні проєкції точок прямими, одержимо горизонтальну $1_12_13_14_1$ і фронтальну $1_22_23_24_2$ проєкції фігури перерізу.

Дійсну величину фігури перерізу будемо, використовуючи метод обертання. При цьому за вісь обертання приймаємо горизонтальний слід h_α . Об'єктами обертання є вершини фігури перерізу 1234 , які обертаємо до суміщення з горизонтальною площиною проєкцій P_1 . Площинами обертання для кожного з об'єктів обертання є площини, що перпендикулярні до осі обертання і проходять через даний об'єкт обертання. Отже, через горизонтальні проєкції об'єктів обертання ($1_1, 2_1, 3_1, 4_1$) перпендикулярно до h_α проводимо сліди площин обертання (прямі $1_1O_1^1, 2_1O_1^2, 3_1O_1^3, 4_1O_1^4$). Центри обертання - точки перетину осі обертання з площинами обертання точок $1, 2, 3, 4$ ($O_1^1, O_1^2, O_1^3, O_1^4$). Радіусами обертання є відрізки прямих, що сполучають об'єкти обертання з відповідними центрами обертання (прямі $1O_1^1, 2O_1^2, 3O_1^3, 4O_1^4$). Відповідно відрізки $1_1O_1^1, 2_1O_1^2, 3_1O_1^3, 4_1O_1^4$ є горизонтальними проєкціями радіусів обертання.

-7-

Для знаходження положення суміщеної точки 3_0 необхідно знайти дійсну величину радіуса обертання $3O^3$, використавши метод прямокутного трикутника. Будуємо фронтальну проекцію радіуса обертання точки 3. Оскільки O^3 знаходиться на h_3 , то фронтальна її проекція O_2^3 буде знаходитися в точці перетину вертикальної лінії, що проходить через O_1^3 , і осі $x_{1,2}=h_{a2}$. Сполучаємо O_2^3 з 3_2 і одержуємо шукану проекцію радіуса обертання. Через точку 3_1 проводимо пряму перпендикулярну до $3_1O_1^3$, відкладаємо на ній перевищення точки 3_2 над віссю $x_{1,2}$ і одержуємо точку $3'$. З'єднавши точку $3'$ з горизонтальною проекцією центра обертання O_1^3 , одержимо дійсну величину радіуса обертання O_1^33' для точки 3. Знайденим радіусом робимо засічку на продовженні відрізка $3_1O_1^3$ і одержуємо суміщену точку 3_0 . Положення суміщених точок $1_0, 2_0, 4_0$ можна знаходити аналогічно.

Простіше шукане положення суміщених точок одержати, використавши споріднену відповідність, для чого достатньо мати одну точку суміщеною. Тоді проводимо пряму $H'3_0$, споріднену прямій $4,H'$, до перетину з продовженням відрізка $4_1O_1^4$ і одержимо точку 4_0 . Положення точок 2_0 і 1_0 знаходимо аналогічно.

Для побудови розгортки многогранника, крім фігури перерізу, необхідно мати дійсну величину всіх ребер та їх взаємне розміщення.

Дійсну величину ребер піраміди визначаємо методом обертання. Через вершину піраміди S , перпендикулярно до горизонтальної площини проєкцій, проводимо вісь обертання, горизонтальна проєкція якої збігається з точкою S_1 , а фронтальна проходить через точку S_2 (на рис.1 проєкції осі обертання не показані).

Горизонтальна площина Π , є площиною обертання для всіх точок основи, тому горизонтальна проєкція центра обертання збігається також з точкою S_1 (на рис.1 не показано). Радіус обертання для кожної точки основи збігається з горизонтальною проєкцією відповідного ребра, а тому і користуємося ними як радіусами обертання. Отже, обертаючи горизонтальні проєкції ребер навколо точки S_1 до положення, паралельного осі $x_{1,2}$, на фронтальній площині проєкцій одержуємо дійсні величини ребер піраміди $S_2A_2^0, S_2B_2^0, S_2C_2^0, S_2D_2^0$.

Для визначення дійсної величини ребер зрізаної частини піраміди досить точки $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ перенести паралельно осі $x_{1,2}$ на відповідні дійсні величини ребер піраміди. одержимо

2

точки $1_2^1, 2_2^2, 3_2^3, 4_2^4$ і дійсні величини ребер зрізаної піраміди $A_2^1, B_2^2, C_2^3, D_2^4$.

Розгортку поверхні зрізаної піраміди виконуємо у наступному порядку. На вільному місці аркуша (рис.2) вибираємо точку S (вершину майбутньої розгортки) з розрахунку, щоб можна було розмістити розгортку повної поверхні піраміди.

Розгортка поверхні зрізаної піраміди

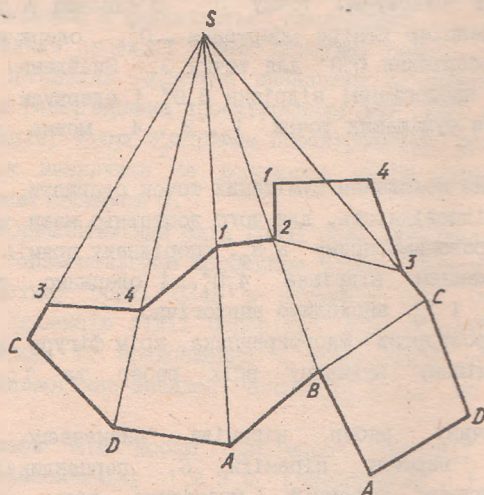


Рис. 2

Через вибрану точку S проводимо пряму, на якій відкладаємо дійсну величину найкоротшого ребра (в нашому прикладі SC). Всі інші елементи розгортки будуємо способом засічок. Для цього розхилом циркуля, рівним сусідньому ребру S_2B_2 , із точки S , як центра, описуємо дугу. Із точки з розхилом циркуля, рівним C_1B_1 , на проведеній дузі робимо засічку і відзначаємо точку B , яку відповідними лініями з'єднуємо з C і S , і одержуємо натуральну величину грані SCB . Аналогічно прибудовуємо, послідовно до першої грані, грані SBA , SAD і SDC і одержуємо розгортку бічної поверхні піраміди.

Потім на кожному повному ребрі розгортки, починаючи з основи, відкладаємо відповідні дійсні величини ребер зрізаної піраміди і одержуємо розгортку бічної поверхні зрізаної піраміди $CPAD4123$. До

-9-

розгортки бічної поверхні зрізаної піраміди способом засічок прибудовуємо основу піраміди $ABCD$ та дійсну величину фігури перерізу 1234 і одержуємо розгортку повної поверхні зрізаної піраміди.

Для економії матеріалу розріз поверхні при побудові розгортки слід робити по найкоротшому ребрі, а нижню і верхню основи прибудовувати до найдовших сторін.

2. ПЕРЕРІЗ ПРИЗМИ ПЛОЩИНОЮ

Умова задачі. Побудувати проєкції, натуральну величину фігури плоского перерізу призми і розгортку поверхні зрізаного многогранника, утвореного даною поверхнею, січною площиною та горизонтальною площиною проєкцій.

Розв'язання. Проєкції і натуральну величину фігури плоского перерізу призми площиною α будувемо аналогічно до випадку перерізу піраміди площиною α . Приклад такої побудови приведений на рис.3.

Для побудови розгортки поверхні зрізаної похилої призми необхідно мати крім дійсних величин фігури перерізу і основи дійсні величини всіх ребер та нормального (перпендикулярного до ребер) перерізу. Для визначення дійсної величини ребер призми використовуємо метод заміни площин проєкцій. При цьому фронтальну площину проєкцій P_2 заміняємо на площину P_4 , що перпендикулярна до площини P_1 і паралельна до ребер призми. Внаслідок такої заміни, всі ребра призми проєктуються на нову площину P_4 в дійсну величину.

Практична побудова натуральної величини ребер призми виконується у наступній послідовності. На вільному місці креслярського паперу, паралельно до горизонтальних проєкцій ребер призми на довільній відстані від них проводимо вісь x_4 нової системи площин проєкцій P_1, P_4 і проєctuємо на неї під прямим кутом точки основи піраміди, внаслідок чого одержимо нову проєкцію цієї основи $A_4B_4C_4D_4$. Для побудови проєкції фігури перерізу у новій площині P_4 з горизонтальних проєкцій відповідних точок проводимо перпендикулярні прямі до осі x_4 (лінії проєкційного зв'язку) і на їх продовженні відкладаємо перевищення точок 1, 2, 3, 4 над площиною P_1 - одержуємо точки $1_4, 2_4, 3_4, 4_4$. З'єднуємо між собою відповідні точки фігури перерізу і основи призми, одержуємо дійсні величини ребер призми

$(A_4^1, B_4^2, C_4^3, D_4^4)$.

Для визначення дійсної величини нормального перерізу перпендикулярно до площини проєкцій Π_4 і дійсних величин ребер призми вводимо нову площину проєкцій Π_5 . При цьому вісь x_{45} нової системи площин проєкцій $\Pi_4 \Pi_5$ проводимо перпендикулярно до A_4^1 (див. рис.3).

Переріз призми площиною загального положення

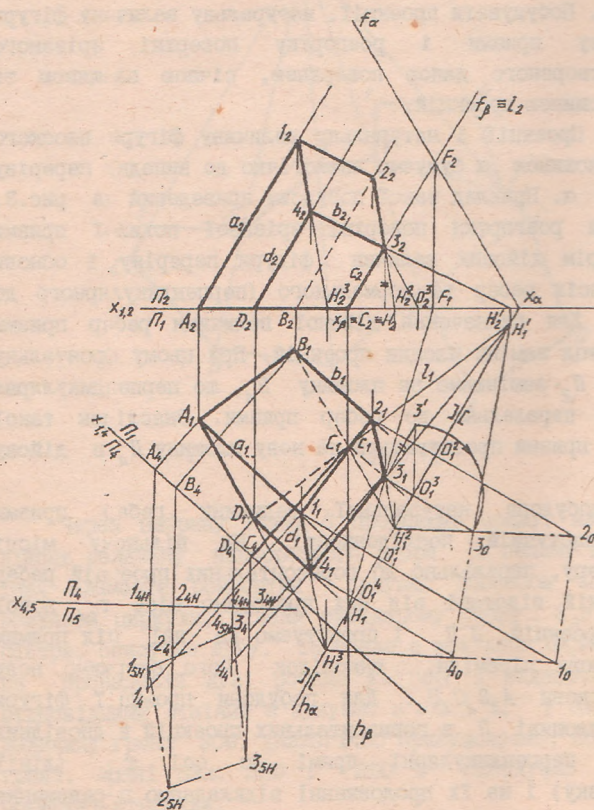


Рис. 3

Проекція нормального перерізу $1_H 2_H 3_H 4_H$ на площину Π_4 збігається з віссю x_{45} ($1_{4H} 2_{4H} 3_{4H} 4_{4H}$). Проекцію нормального перерізу на площину Π_5 будемо на лініях проєкційного зв'язку, що проходять через вершини проєкцій многогранника $1_{4H} 2_{4H} 3_{4H} 4_{4H}$ і збігаються з проєкціями відповідних ребер призми, відклавши перевищення відповідних точок над площиною Π_4 (віддалі від осі $x_{1,4}$ до точок $(1, 2, 3, 4)$). Одержана проєкція $1_{5H} 2_{5H} 3_{5H} 4_{5H}$ є натуральною величиною нормального перерізу призми.

Розгортку поверхні зрізаної призми виконуємо у наступному порядку. На вільному місці аркуша (рис.4) проводимо пряму лінію з розрахунку, щоб можна було розмістити повну розгортку поверхні зрізаної призми (у випадку, коли розгортка за браком вільного місця суміщається з видом, її наложена проєкція виконується потовщеною штрихпунктирною лінією).

Розгортка зрізаної поверхні призми

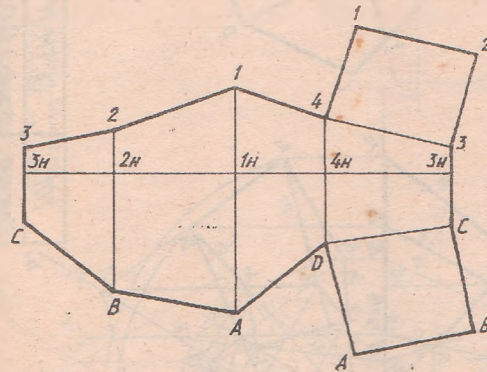
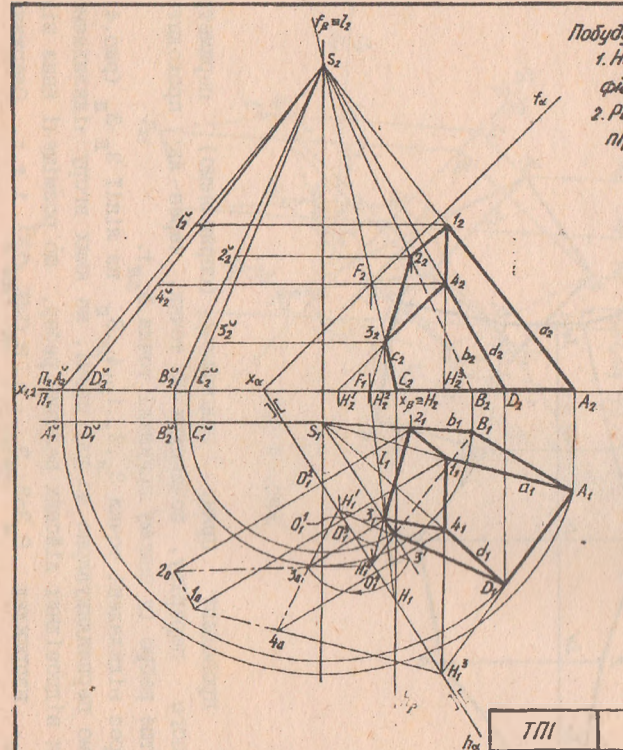


Рис. 4

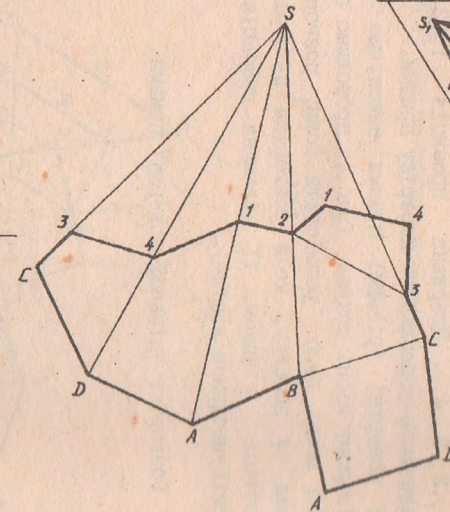
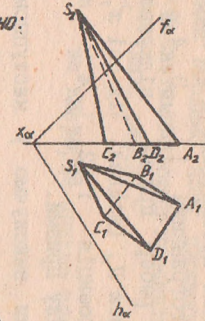
На проведену пряму наносимо (спрямляємо) периметр нормального перерізу, починаючи з точки, через яку проходить найкоротше ребро (у нашому прикладі точка 3_{5H}).

Через відкладені точки $3_H, 2_H, 1_H, 4_H, 3_H$ на лінії $3_H 3_{5H}$ (рис.4) проводимо перпендикулярно до неї прямі, на яких вгору відкладаємо відрізки відповідних дійсних величин ребер, що розміщені вниз від осі x_{45} , наприклад $3_H 3 = 3_H 3_{4H}$, а $3_H C = 3_H C_{4H}$ і т.д. Одержана



Побудувати:
1. Натуральну величину
фігури плоского перерізу.
2. Розгортку повної поверхні
піраміди.

Дано:



ТПІ	Гр. ТМ-11	Переріз піраміди площиною.	М 2:1
Креслив	Іванко А.І.	Розгортка	
Перевірив		Енур Т	

Дис. 5

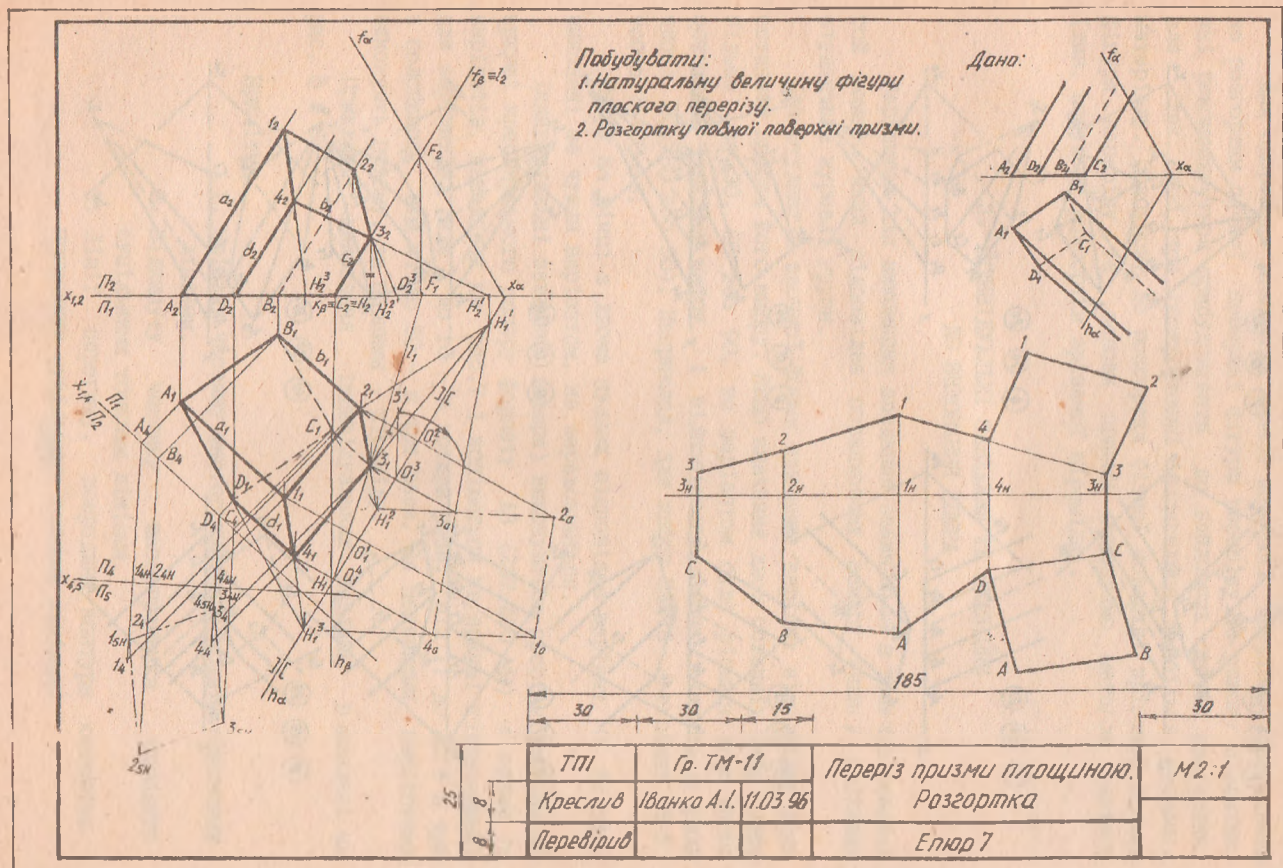


Рис. 6

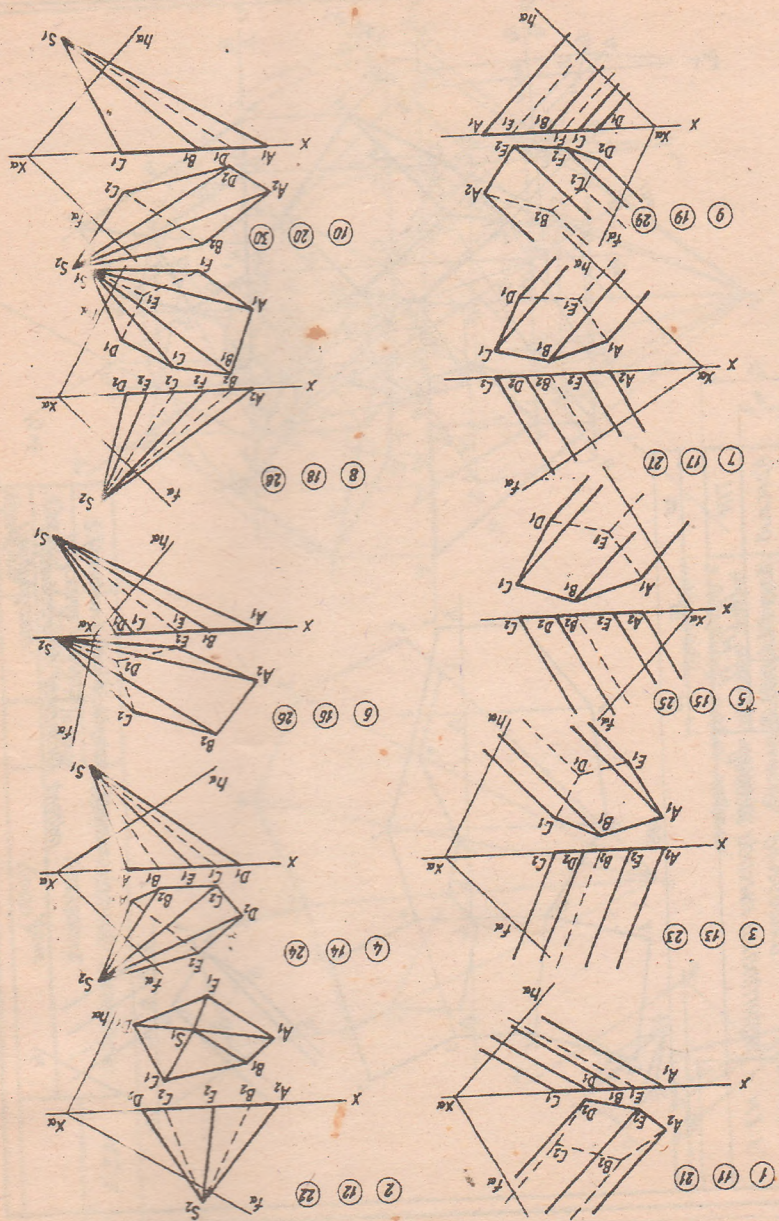


Рис. 7

-15-

фігура C3214CDABC є розгорткою бічної поверхні зрізаної призми.

Для одержання розгортки повної поверхні потрібно прибудувати до розгортки бічної поверхні фігури перерізу та основи піраміди, які рекомендується прибудовувати до найдовших сторін розгортки, але так, щоб при розкриванні досягалася найбільша економія матеріалу. Прибудову до розгортки бічної поверхні зрізаної призми фігури перерізу та основи призми виконуємо методом засічок (див. побудову розгортки зрізаної піраміди).

3. ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ ТА ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЕПЮРА

Варіантом для виконання завдання вважається в таблиці завдань той номер, який відповідає порядковому номеру запису прізвища студента в журналі групи.

Для студентів заочної форми навчання варіант відповідає двом останнім цифрам його шифру. Якщо значення двох останніх цифр шифру більше за 30, 60 або 90, то варіантом буде різниця між двома останніми цифрами шифру і відповідного числа, взятого з ряду чисел 30, 60 або 90). Наприклад, для шифру 34276 - варіант 16-й, тобто $76-60=16$.

Шифру на кінці з двома нулями відповідає варіант 0. Роботи, виконані за чужим варіантом, не зараховуються.

Індивідуальні завдання (епюри) виконуються простим олівцем на аркуші креслярського паперу формату А3 (297×420 мм) за одним із варіантів, наведених на рис.7 і копіюються на аркуші збільшеними: для варіантів від 1 до 10 - в чотири рази; від 11 до 20 - в три з половиною, від 21 до 30 - в три рази. За непарними варіантами виконують призму, за парними - піраміду.

Приклади виконання індивідуальних завдань приведені на рис. 5 і 6.

Примітки.

1. Зрізану частину многогранника обводити основними лініями.
2. Відкинуту частину многогранника обводити суцільними тонкими лініями.
3. Лінії перегину, всередині контура розгортки, проводити суцільними тонкими лініями.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии.- М.: Наука, 1988. 248 с.
2. Бубенников А.В. Начертательная геометрия.- М.: ВШ, 1985. 145 с.
3. Короев Ю.И. Начертательная геометрия.- М.: Стройиздат, 1987. 187 с.
4. Михайленко В.С., Евстафев М.Ф., Ковальов О.М., Кашенко О.В. Нарисна геометрія.- К.: Вища школа, 1993. 221 с.