

УДК 621.8

А.Курко, канд. техн. наук

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ГРАФІЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ МЕХАНІЗМІВ З КОНІЧНИМИ ЗУБЧАСТИМИ КОЛЕСАМИ

Розглянуто дослідження планетарного механізму з конічними зубчастими колесами двома способами: наведено векторні рівняння та їх графічний розв'язок (побудовано плани кутових швидкостей ланок); обґрунтовано побудову картин лінійних і кутових швидкостей для графічного дослідження механізмів з конічними зубчастими колесами. Побудову планів векторів кутових швидкостей і картини кутових швидкостей для зручності порівняння виконано в одному масштабі.

Умовні позначення

- h – водило (рухома вісь сателіта);
- A, B, C, a, b, c – точки графічних побудов;
- 1, 2, 2', 3 – нумерація конічних зубчастих коліс;
- AC, OB, OA, OC – лінії графічних побудов;
- V_A, V_C, V_B – модулі лінійних швидкостей ланок;
- $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_h$ – модулі кутових швидкостей ланок;
- $\bar{V}_A, \bar{V}_B, \bar{V}_C, \bar{V}_{BA}$ – вектори переносних і відносних швидкостей точок;
- $[O1], [O2], [Oh], [O2_1]$ – масштабні відрізки кутових швидкостей ланок

Графічне дослідження простих планетарних механізмів з конічними зубчастими колесами, зазвичай, обмежується побудовою плану кутових швидкостей. Таке дослідження ґрунтується на використанні миттєвих осей обертання конічних коліс, що паралельні до обрисових твірних їхніх ділильних конусів. Застосуємо його до диференціального планетарного механізму, зображеного на рис. 1, с.

Розглянемо окремі точки ланок цього механізму:

- A – полюс зачеплення конічного зубчастого колеса z_1 із сателітом z_2 ;
- B – точка перетину лінії AC з віссю сателіта (водилом) h .
- C – полюс зачеплення зубчастого колеса z_3 із сателітом z_2 .

Доцільно, за аналогією до аналітичного методу, накреслити також і схему перетвореного механізму (рис. 1, е), тобто механізму з нерухомими осями обертання ланок (в якому водило h є нерухомою ланкою, а конічні зубчасті колеса z_1, z_3 та блок конічних зубчастих коліс $z_{22'}$ обертаються навколо своїх геометричних осей). Це графічно доповнює пояснення подальших дій. Передаточне відношення в конічному зачепленні визначається через синуси кутів твірних конусів, тобто можемо записати:

$$u_{12} = \frac{\sin \hat{A}OB}{\sin \hat{A}OO_1}; \quad (1)$$

$$u_{23} = \frac{\sin \hat{C}OB}{\sin \hat{C}OO_3}. \quad (2)$$

Швидкість точок сателітного блоку $z_{22'}$ змінюється лінійно вздовж прямої AC , що з'єднує полюси зачеплення відповідних конічних зубчастих коліс. Перетин цієї лінії з віссю водила h (рис. 1, а) визначає спільну, для обох ланок, точку B , через лінійну швидкість якої V_B можна визначити кутову швидкість

води́ла ω_h планетарного механізму. Стосовно перетвореного механізму очевидно, що у відносному русі конічні зубчасті колеса z_1 і z_2 обертатимуться навколо миттєвої вісі OA , а конічні зубчасті колеса z_2' і z_3 – навколо миттєвої вісі OC , тому, враховуючи формули (1) і (2), можемо записати:

$$u_{12} = \frac{BF}{O_1F}; \quad (3)$$

$$u_{23} = \frac{O_3D}{DB}. \quad (4)$$

Таким чином, відрізки, що одержані на перпендикулярах, проведених з точки B спочатку до миттєвих, а потім до геометричних осей обертання конічних зубчастих коліс, визначають передаточне відношення перетвореного механізму, тобто

$$u_{13} = u_{12}u_{23} = \frac{BF}{O_1F} \cdot \frac{O_3D}{DB}. \quad (5)$$

При побудові векторного плану кутових швидкостей вектори кутових швидкостей конічних зубчастих коліс z_1 і z_3 направляють так, щоб з кінців цих векторів було видно обертання відповідних коліс проти годинникової стрілки.

Для визначення кутової швидкості сателітного блоку z_{22}' складаємо векторні рівняння

$$\left. \begin{aligned} \overline{\omega}_2 &= \overline{\omega}_1 + \overline{\omega}_{21}; \\ \overline{\omega}_2 &= \overline{\omega}_3 + \overline{\omega}_{23}, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де $\overline{\omega}_{21}$ – вектор кутової швидкості сателітного блоку z_{22}' відносно конічного зубчастого колеса z_1 ;

$\overline{\omega}_{23}$ – вектор кутової швидкості сателітного блоку z_{22}' відносно конічного зубчастого колеса z_3 .

Векторні рівняння (6) розв'язуються графічно. Для цього (рис. 1, *d*) від довільної точки ω (полюсу плану) на лінії, що паралельна до центральної вісі планетарного механізму, відкладаємо вектор $\overline{\omega 1}$, що зображає у вибраному (довільному) масштабі кутову швидкість $\overline{\omega}_1$ конічного зубчастого колеса z_1 .

Через кінець цього вектора (точку 1) проводимо лінію вектора $\overline{\omega}_{21}$ відносної кутової швидкості, що паралельна до миттєвої вісі обертання OA сателітного блоку z_{22}' навколо конічного зубчастого колеса z_1 .

З полюса плану ω відкладаємо вектор $\overline{\omega 3}$, що зображає в масштабі кутову швидкість $\overline{\omega}_3$ конічного зубчастого колеса z_3 . Через кінець цього вектора (точку 3) проводимо лінію вектора $\overline{\omega}_{23}$ відносної кутової швидкості, що паралельна до миттєвої вісі обертання OC сателітного блоку z_{22}' навколо конічного зубчастого колеса z_3 .

Графічний розв'язок векторного рівняння (6) – точка $2;2'$, в яку сходяться вектори $\overline{\omega}_{21}$ і $\overline{\omega}_{23}$ відносних кутових швидкостей сателітного блоку z_{22}' .

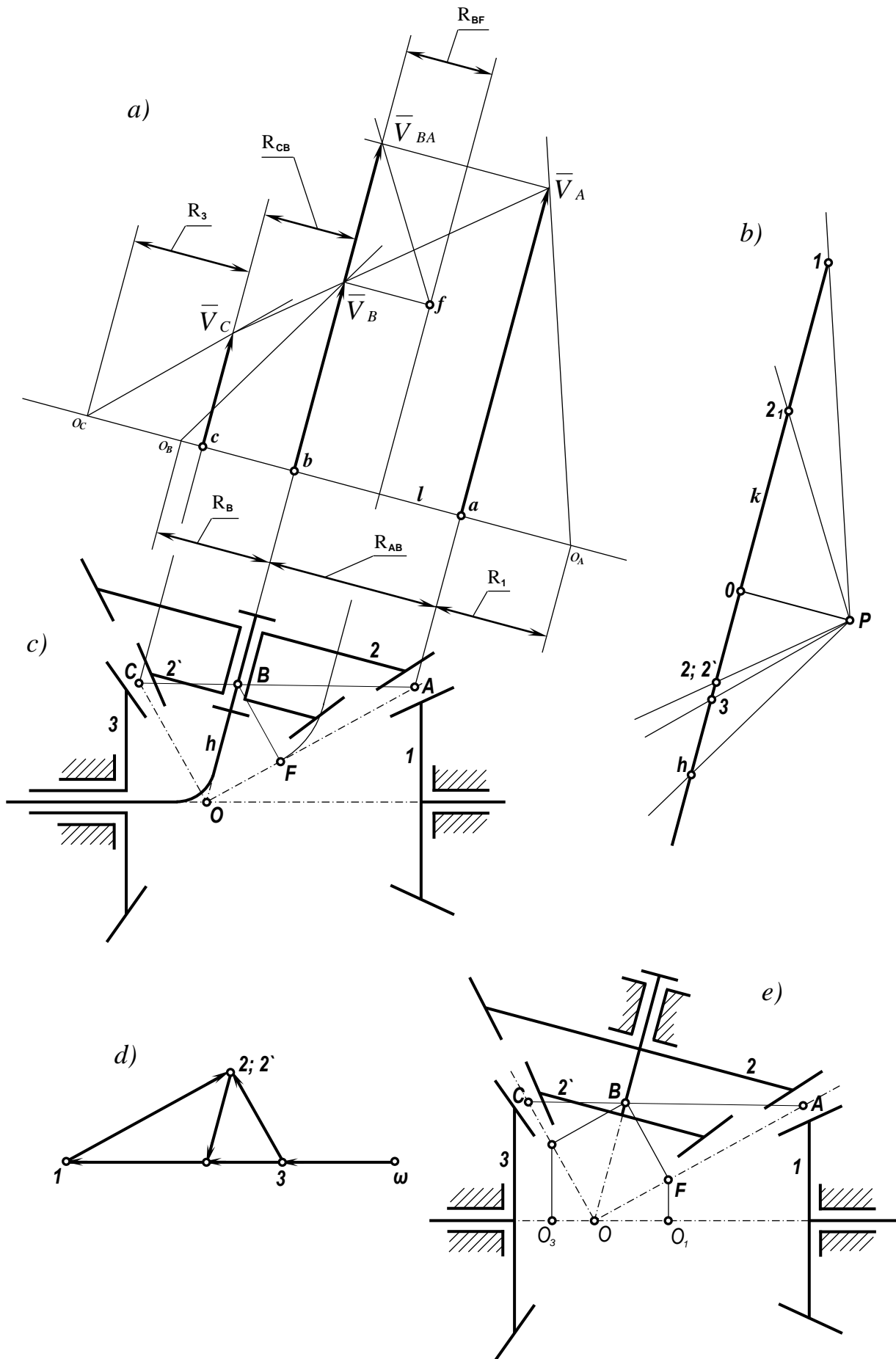


Рис. 1. Графічне дослідження диференціального планетарного механізму з конічними зубчастими колесами

Для визначення кутової швидкості ω_h водила складаємо векторне рівняння:

$$\overline{\omega}_h = \overline{\omega}_{22'} + \overline{\omega}_{h2}, \quad (7)$$

де $\overline{\omega}_{22'}$ – визначена графічно кутова швидкість сателітного блоку $z_{22'}$;

$\overline{\omega}_{h2}$ – вектор кутової швидкості водила h відносно сателітного блоку $z_{22'}$.

Векторне рівняння (7) теж розв'язується графічно. Для цього через точку $2;2'$ плану кутових швидкостей проводимо лінію вектора $\overline{\omega}_{h2}$ відносної кутової швидкості, що паралельна до геометричної вісі OB обертання сателітного блоку $z_{22'}$. На перетині з прямою, що проходить через полюс ω паралельно до центральної осі планетарного механізму, одержуємо розв'язок – точку H , в яку сходяться вектори $\overline{\omega}_{h2}$ та $\overline{\omega}_h$ відносної і абсолютної швидкостей водила h .

Вади дослідження планетарних механізмів з конічними зубчастими колесами методом плану векторів кутових швидкостей очевидні: відсутня наочна інформація про кутові і лінійні швидкості будь-яких точок ланок механізму. Тому, враховуючи оперативність і наочність графічного дослідження, спробуємо застосувати „класичний” підхід, що аналогічний до графічного аналізу планетарних механізмів з циліндричними зубчастими колесами, в основі якого лежать побудови картин лінійних швидкостей ланок. Для цього необхідно накреслити план механізму (рис. 1, с).

В планетарному механізмі перерозподіл швидкостей ланок здійснюється сателітом.

Лінійна швидкість точки A полюса зачеплення зубчастих конічних коліс z_1 і z_2 легко визначається аналітично:

$$V_A = \omega_1 R_1, \quad (8)$$

де ω_1 – кутова швидкість конічного зубчастого колеса z_1 (вважається відомою);

R_1 – радіус обертання точки A навколо центральної вісі механізму.

Лінійна швидкість \overline{V}_C полюса зачеплення зубчастих конічних коліс z_2 і z_3 теж визначається аналітично:

$$V_C = \omega_3 R_3, \quad (9)$$

де ω_3 – кутова швидкість конічного зубчастого колеса z_3 (вважається відомою);

R_3 – радіус обертання точки C навколо центральної вісі механізму.

Лінійна швидкість точки B , що належить водилу h , може бути виражена формулою

$$V_B = \omega_h R_B, \quad (10)$$

де ω_h – кутова швидкість водила h ;

R_B – радіус обертання точки B навколо центральної вісі механізму.

Розглядаючи рух точки A навколо миттєвої вісі обертання OB , одержуємо:

$$\overline{V}_A = \overline{\omega}_h R_B + \overline{\omega}_2 R_{AB}, \quad (11)$$

де ω_2 – кутова швидкість сателітного блоку $z_{22'}$;

R_{AB} – радіус обертання точки A навколо миттєвої вісі OB .

На підставі формул (8), (9), (10) і (11) маємо можливість побудувати картину лінійних швидкостей точок сателітного блоку $z_{22'}$ при його русі навколо миттєвої вісі обертання OB (рис. 1, а).

Розглянемо площину AOC , що утворюється миттєвими осями OA , OB , OC обертання сателітного блоку $z_{22'}$ у відносному та абсолютному рухах. Очевидно, що при обертанні навколо будь-якої з вказаних осей вектори лінійних швидкостей лежатимуть в площинах, що перпендикулярні до площини AOC . Так, при русі навколо миттєвої вісі обертання OB лінійні швидкості точок сателітного блоку $z_{22'}$ лежатимуть в площинах, що перпендикулярні до цієї вісі та площини AOC . Це дає можливість спроектувати без спотворення вектори лінійних швидкостей точок A , B , і C на довільну площину, що перпендикулярна до площини AOC і вісі OB . Повернемо цю площину до суміщення з площиною AOC , щоб показати вектори лінійних швидкостей точок A , B , і C . Для цього на вільному полі креслення перпендикулярно до лінії OB плану механізму проводимо пряму l , на яку ортогонально проектуємо точки A , B , і C – одержуємо точки a , b і c . З точки a паралельно до лінії OB відкладаємо в довільному масштабі вектор \bar{V}_A лінійної швидкості полюса A зачеплення конічних зубчастих коліс z_1 і z_2 . З точки c паралельно до лінії OB відкладаємо в цьому ж масштабі вектор \bar{V}_C лінійної швидкості полюса C зачеплення конічних зубчастих коліс z_2 і z_3 . Очевидно, що лінія, яка з'єднує кінець вектора \bar{V}_A з кінцем вектора \bar{V}_C , є картиною лінійних швидкостей точок сателітного блоку $z_{22'}$. Провівши з точки b прямої l лінію, що паралельна до лінії OB плану механізму, на перетині з картиною швидкостей сателітного блоку $z_{22'}$ одержуємо кінець вектора \bar{V}_B швидкості точки B . Цього достатньо, щоб побудувати картини швидкостей точок інших ланок механізму.

Для побудови картини лінійних швидкостей точок водила h необхідно від точки b відкласти на лінії l відстань, що дорівнює радіусу R_B обертання точки B відносно центральної вісі механізму, а далі одержану точку o_B слід з'єднати прямою з кінцем вектора \bar{V}_B .

Для побудови картини лінійних швидкостей конічного зубчастого колеса z_1 від точки a на лінії l необхідно відкласти відстань, що дорівнює радіусу R_1 обертання точки A навколо центральної вісі механізму, а далі одержану точку o_A слід з'єднати прямою з кінцем вектора \bar{V}_A .

Для побудови картини лінійних швидкостей точок конічного зубчастого колеса z_3 від точки c прямої l відкладаємо відстань, що дорівнює радіусу R_3 обертання точки C навколо центральної вісі механізму і одержану точку o_C з'єднуємо прямою з кінцем вектора \bar{V}_B в точці b на прямій l .

Для побудови картини лінійних швидкостей точок сателітного блоку $z_{22'}$ відносно конічного зубчастого колеса z_1 необхідно визначити геометричну різницю \bar{V}_{BA} швидкостей точок B і A : провести паралельно до прямої l лінію з кінця вектора \bar{V}_A до перетину з лінією вектора \bar{V}_B . З кінця вектора \bar{V}_B відкласти відрізок BF (паралельно до прямої l) і з'єднати точку f з кінцем вектора \bar{V}_{BA} .

Картина лінійних швидкостей точок сателітного блоку $z_{22'}$ відносно кінцевого зубчастого колеса z_3 будується аналогічно (на рис. 1 не показано).

Побудова картини кутових швидкостей (рис. 1, *b*) починається з побудови на вільному полі креслення лінії k , що паралельна до лінії OB плану механізму. На довільній відстані від цієї лінії будуємо точку P , в яку з попередньої побудови паралельно зносимо картини лінійних швидкостей ланок даного механізму. Точки 1, 2 і h перетину картин лінійних швидкостей з лінією k є кінцями відрізків, довжина яких пропорційна до відповідних кутових швидкостей ланок: $[01]$ – в масштабі зображує кутову швидкість ω_1 кінцевого зубчастого колеса z_1 ; $[02]$ – в масштабі зображує кутову швидкість ω_2 сателітного блоку $z_{22'}$; $[03]$ – в масштабі зображує кутову швидкість ω_3 кінцевого зубчастого колеса z_3 ; $[0h]$ – в масштабі зображує кутову швидкість ω_h водила H ; $[02_1]$ – в масштабі зображує відносну кутову швидкість ω_{21} сателітного блоку $z_{22'}$ відносно кінцевого зубчастого колеса z_1 .

Виконані графічні побудови дають можливість співставити два методи графічного дослідження (план кутових швидкостей ланок даного механізму виконано в такому ж масштабі, що й картина кутових швидкостей). Порівняння, по-перше, підтверджує правильність одержаних результатів і, по-друге, переконливо демонструє наочність (при достатній точності) запропонованого графічного дослідження планетарних механізмів з кінчними зубчастими колесами.

Investigation of the planetary mechanism with conic gear wheels is carried out in two ways: vectorial equations and their graphic scheme are presented (angle links velocity plans are built); the linear and angle velocity picture construction for the graphical research of mechanisms with the conic gear wheels is investigated. The construction of vector angle velocities and pictures of the angle velocities plans are carried out in the same scale for the convenience.

Література

1. Артоболевский И. И. Механизмы в современной технике. Т.3. Зубчатые механизмы. М.: Машиностроение, 1973. – 576 с.: ил.
2. Крайнев А. Ф. Механика от греческого *mechanice* (*techné*) – искусство построения машин: Фундаментальный словарь./А. Ф. Крайнев. – М.: Машиностроение, 2000. – 904 с.: ил.

Одержано 10.04.2002 р.