

ЛІТЕРАТУРА



НАВЧАЛЬНО –
МЕТОДИЧНА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

**Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя**

Кафедра
конструювання верстатів,
інструментів та машин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичної роботи №1

та самостійної підготовки студентів з дисципліни
”Автоматизоване проектування машин” студентами денної та
заочної форм навчання

**Дослідження поступальних та обертових
систем за 2-м законом Ньютона**

Тернопіль - 2022

Методичні вказівки розроблені у відповідності до освітньої програми за напрямом 133 «Галузеве машинобудування» та робочою програмою дисципліни.

Методичні вказівки розробили: к.т.н., доцент Шанайда В.В.
к.т.н., доцент Склярів Р.А.
к.т.н. Гагалюк А.В.

Рецензент: к.т.н., доцент Лазарюк В.В.

Відповідальний за випуск: к.т.н., доцент Шанайда В.В.

Методичні вказівки розглянуті та затверджені на засіданні кафедри конструювання верстатів, інструментів та машин.

Протокол № 9 від 23 травня 2022 р.

Методичні вказівки розглянуті та рекомендовані до використання у навчальному процесі науково-методичною комісією ФМТ.

Протокол № 10 від 15 червня 2022 р.

Тема: Дослідження поступальних та обертових систем за 2-м законом Ньютона

Мета: сформувати практичні навички формування математичних моделей з опису руху технічної системи.

Теоретичні відомості:

1. Технічна система [Електронний ресурс]. – Режим доступу :
https://uk.wikipedia.org/wiki/Технічна_система.
2. Електронний посібник з дисципліни «Теорія технічних систем». – Луцьк. 2011 [Електронний ресурс]. – Режим доступу :
http://elib.lutsk-ntu.com.ua/book/tf/kpv_ta_tm/2011/11-84/page14.html.
3. Техническая система [Електронний ресурс]. – Режим доступу :
https://ru.wikipedia.org/wiki/Техническая_система.
4. Теорія технічних систем. Конспект лекцій. – Дніпропетровськ : НГУ, 2014 г. – 102 с.
5. Кузнецов Ю.М., Скляр Р.А., Прогнозування розвитку технічних систем: навч. посібник / Ю.М. Кузнецов, Р.А. Скляр; під ред. Ю.М. Кузнецова. – К.: ТОВ «ЗМОК» – ПП «ГНОЗИС», 2004. – 323 с.
6. https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D1%80%D1%83%D0%B3%D0%B8%D0%B9_%D0%B7%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD_%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD%D0%B0
7. https://uk.wikipedia.org/wiki/Другий_закон_Ньютона
8. <https://subject.com.ua/physics/cholpan/16.html>

Перелік питань, які розглядаються на занятті:

1. Теоретичні положення щодо застосування Другого закону Ньютона для поступальних та обертових технічних систем.
2. Алгоритм використання Другого закону Ньютона для дослідження поступальної системи.
3. Алгоритм використання Другого закону Ньютона для дослідження обертової системи.
4. Аналіз системи диференціальних рівнянь, які описують рух технічної системи.

Порядок виконання роботи:

1. Прослухати інструктаж викладача перед виконанням практичної роботи.
2. Отримати індивідуальне завдання на виконання.
3. Провести аналіз завдання, уточнити окремі аспекти щодо його виконання.
4. Виконати індивідуальне завдання згідно виданого варіанту.
5. Підготувати звіт про виконання індивідуального завдання.
6. Провести захист отриманих результатів.

Основні теоретичні положення

Другий закон Ньютона [6, 7] — диференціальний закон механічного руху, який описує залежність прискорення тіла від рівнодійної прикладених до тіла всіх сил і маси тіла. Основний закон динаміки. Об'єктом (тілом), про яке йдеться в другому законі Ньютона, є матеріальна точка, яка має невід'ємну властивість - інерцію, величина якої характеризується масою. У класичній (ньютонівській) механіці маса матеріальної точки вважається сталою в часі і не залежною від будь-яких особливостей її руху і взаємодії з іншими тілами. Другий закон Ньютона в його найпоширенішому формулюванні, справедливому для швидкостей, значно менших від швидкості світла, стверджує: в інерційних системах відліку прискорення, якого набуває матеріальна точка, прямо пропорційне силі, що його викликає, і не залежить від її природи, збігається з нею за напрямком і обернено пропорційне масі матеріальної точки.

Так, для системи з поступальною масою 2-ий закон Ньютон має вигляд:

$$F = m \cdot a$$

де: F – зовнішні сили, що діють на масу;

m – маса;

a – прискорення.

Вище наведену формулу можна представити у диференційній формі (згідно курсу «Теоретична механіка»):

$$F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot \ddot{x}$$

де: F – зовнішні сили, що діють на масу;

m – маса;

x – переміщення;

t – час;

\ddot{x} – прискорення.

Для обертової маси 2-ий закон Ньютона має вигляд:

$$M = I \cdot \varepsilon$$

де: M – момент сил;

I – момент інерції обертової маси;

ε – кутове прискорення.

Даний вираз можна представити в іншій формі (згідно курсу «Теоретична механіка»):

$$M = I \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} = I \cdot \ddot{\varphi}$$

де: M – момент сил;

I – момент інерції обертової маси;

φ – кут повороту;

t – час;

$\ddot{\varphi}$ – кутове прискорення.

Ці рівняння дозволяють описати математичну модель в результаті послідовного опису руху кожної із мас цієї системи.

Використання 2-го закону Ньютона для дослідження поступальної системи.

Завдання. Записати рівняння руху поступальної системи використовуючи рівняння 2-го закону Ньютона. Функціональна схема приведена на рис. 1.

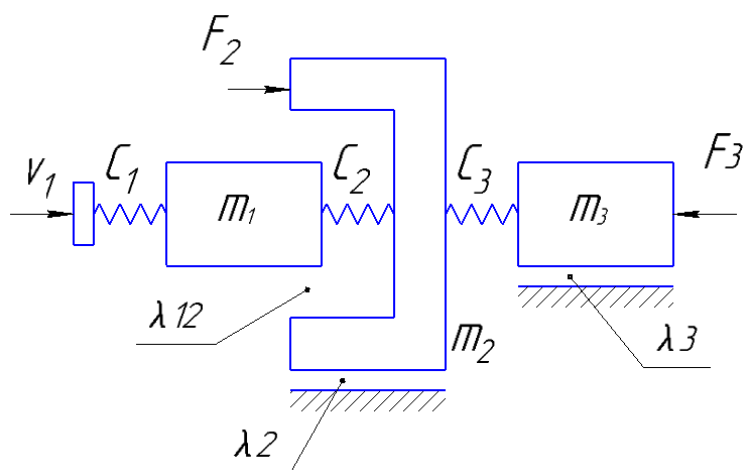


Рисунок 1. Функціональна схема для дослідження поступальної системи

Характеристика поступальної системи мас:

Розглядувана схема складається з трьох поступальних мас m_1 , m_2 , m_3 та джерела швидкості v_1 , які взаємодіють між собою через пружні зв'язки C_1 , C_2 і C_3 . Маси m_1 і m_2 взаємодіють між собою через в'язку тертя λ_{12} . Маси m_2 і m_3 взаємодіють із основою через в'язку тертя λ_2 та λ_3 відповідно. До мас m_2 і m_3 прикладені зовнішні силові фактори F_2 та F_3 .

Формування розрахункової схеми (рис. 2):

Систему координат пов'язуємо з основою. Позначимо переміщення поступальних мас m_1 , m_2 і m_3 через X_1 , X_2 та X_3 відповідно, а переміщення вільного кінця, до якого прикладене джерело швидкості V_0 , через X_0 . Позитивний напрямок переміщення мас позначено знаком "+".

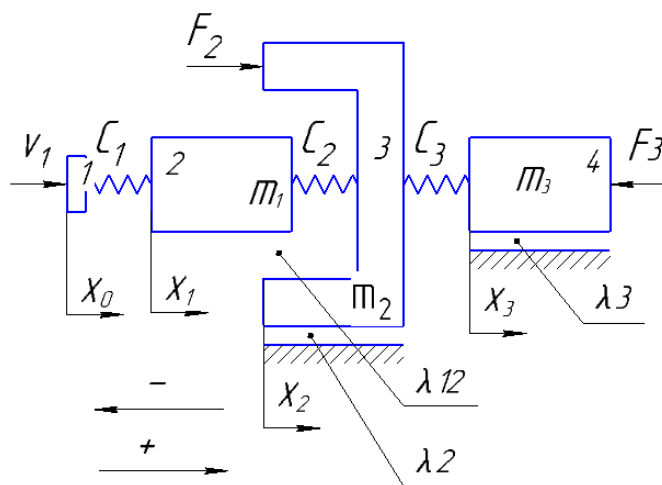


Рисунок 2. Розрахункова схема для дослідження поступальної системи

При формуванні розрахункової схеми приймаємо допущення – незалежно від напрямку вектора дії активних силових факторів встановлюємо єдиний напрям переміщення мас і приймаємо його за позитивний напрям. У довільний момент часу такі переміщення можуть бути різнонаправленими, але про характер таких переміщень ми дізнаємося після розв'язування системи диференціальних рівнянь. Переміщення довільної маси зумовлене результуючою дією всіх силових факторів, які діють на цю масу. Серед таких факторів виділяємо: активні силові фактори F_2 та F_3 ; сили, які спричинені стиском-розтягом пружних зв'язків C_1 , C_2 і C_3 ; сили тертя, які спричинені контактними навантаженнями у зонах тертя мас з основою та між собою.

Попередньо проведений аналіз дозволяє записати систему диференціальних рівнянь, які описують рух розглядуваної системи поступальних мас:

$$\begin{cases} m_1 \cdot \ddot{X}_1 = -C_1 \cdot (X_1 - X_0) - C_2 \cdot (X_1 - X_2) - \lambda_{12} \cdot (\dot{X}_1 - \dot{X}_2) \\ m_2 \cdot \ddot{X}_2 = -C_2 \cdot (X_2 - X_1) - C_3 \cdot (X_2 - X_3) - \lambda_{12} \cdot (\dot{X}_2 - \dot{X}_1) - \lambda_2 \cdot \dot{X}_2 + F_2 \\ m_3 \cdot \ddot{X}_3 = -C_3 \cdot (X_3 - X_2) - \lambda_3 \cdot \dot{X}_3 - F_3 \\ \dot{X}_0 = V_0 \end{cases}$$

Використання 2-го закону Ньютона для дослідження обертової системи

Завдання. Записати рівняння руху обертової системи використовуючи рівняння 2-го закону Ньютона. Функціональна схема приведена на рис. 3.

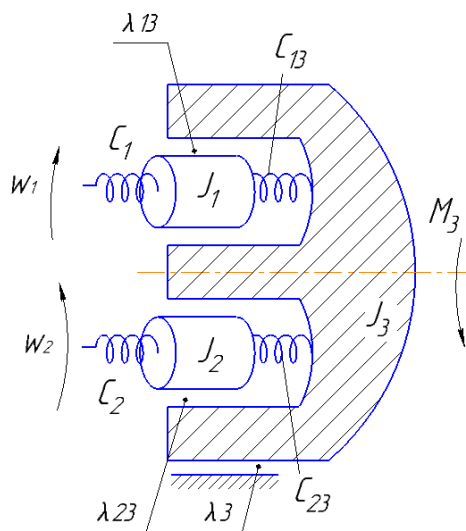


Рисунок 3. Функціональна схема для дослідження обертової системи

Характеристика обертової системи мас:

Розглядувана схема складається з трьох обертових мас з моментами інерції J_1 , J_2 та J_3 , які взаємодіють між собою через пружні зв'язки C_{13} , C_{23} . В системі має місце в'язке тертя (λ_{13} – між першою обертовою масою і третьою, λ_{23} – між другою обертовою масою і третьою та λ_3 – між третьою масою та основою). До третьої обертової маси прикладено крутний момент M_3 . До обертових мас з моментами інерції J_1 та J_2 через пружні зв'язки C_1 та C_2 , прикладені джерела кутової швидкості ω_1 і ω_2 відповідно.

Формування розрахункової схеми (рис. 4):

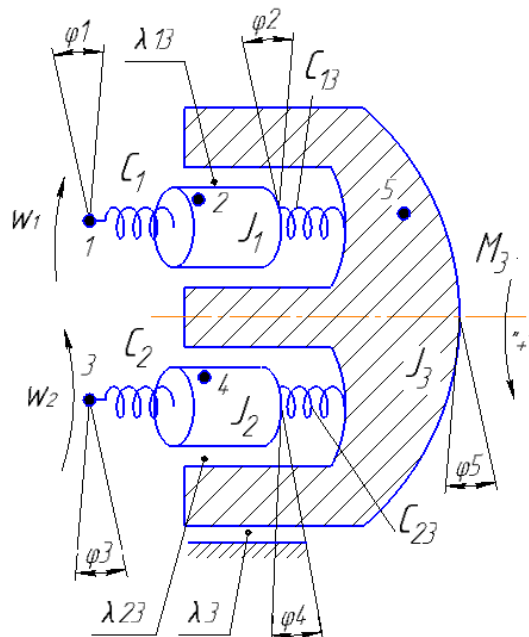


Рисунок 4. Розрахункова схема для дослідження обертової системи

Систему координат пов'язуємо з основою. Позначимо на рисунку вузлові точки (1-5) та кути повороту обертових мас φ_2 , φ_4 та φ_5 , кути повороту вільних кінців до яких прикладені джерела кутової швидкості φ_1 та φ_3 . Позитивний напрямок кутів повороту позначено знаком "+". На рис. 4. представлено розрахункову схему з прийнятими позначеннями.

При формуванні розрахункової схеми приймаємо допущення – незалежно від напрямку вектору дії активних силових факторів встановлюємо єдиний напрям повороту мас і приймаємо його за позитивний напрям. У довільний момент часу такі переміщення можуть бути різнонаправленими, але про

характер таких переміщень ми дізнаємося після розв'язування системи диференційних рівнянь. Переміщення довільної маси зумовлене результуючою дією всіх силових факторів, які діють на цю масу. Серед таких факторів виділяємо: активні силові фактори - крутний момент M_3 ; сили, які спричинені скручуванням чи розкручуванням пружних зв'язків C_{13} , C_{23} та C_1 та C_2 ; сили тертя, які спричинені контактними навантаженнями у зонах тертя мас з основою та між собою,

Попередньо проведений аналіз дозволяє нам записати наступну систему диференційних, які описують рух розглядуваної системи обертових мас:

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 \cdot \ddot{\varphi}_2 = -C_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) - C_{13} \cdot (\varphi_2 - \varphi_5) - \lambda_{13} \cdot (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_5) \\ J_2 \cdot \ddot{\varphi}_4 = -C_2 \cdot (\varphi_4 - \varphi_3) - C_{23} \cdot (\varphi_4 - \varphi_5) - \lambda_{23} \cdot (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_5) \\ J_3 \cdot \ddot{\varphi}_5 = -C_{13} \cdot (\varphi_5 - \varphi_2) - C_{23} \cdot (\varphi_5 - \varphi_4) - \lambda_{13} \cdot (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_2) - \lambda_{23} \cdot (\dot{\varphi}_5 - \dot{\varphi}_4) - \lambda_3 \cdot \dot{\varphi}_5 + M_3 \\ \dot{\varphi}_1 = -\omega_1 \\ \dot{\varphi}_3 = \omega_2 \end{array} \right.$$

Перелік питань для самоконтролю:

1. Запишіть 2-й закон Ньютона у диференційній формі для поступального руху.
2. Запишіть 2-й закон Ньютона у диференційній формі для обертового руху.
3. Охарактеризуйте складові рівняння 2-го закону Ньютона у диференційній формі для поступального руху.
4. Охарактеризуйте складові рівняння 2-го закону Ньютона у диференційній формі для обертового руху.
5. Які силові фактори спричиняють рух сконцентрованої маси у поступальній системі?
6. Які силові фактори спричиняють рух сконцентрованої маси в обертовій системі?
7. Що являє собою потенційна енергія в системі мас?
8. Що являє собою в'язке тертя і яка його роль в системі рухомих мас?
9. Які закономірності у записі індексів векторів переміщень і швидкості в системі диференційних рівнянь ви можете сформулювати?
10. Чому при формуванні розрахункової моделі приймають єдиний напрям переміщення (обертання) сконцентрованих мас?
11. Чи можуть бути силові фактори представлені функціональними залежностями?

Перелік практичних завдань для самостійного виконання

№ вар.	Поступальна система	Обертова система
1		
2		
3		
4		
5		
6		

№ вар.	Поступальна система	Обертова система
7		
8		
9		
10		
11		

№ вар.	Поступальна система	Обертова система
12		
13		
14		
15		
16		
17		

№ вар.	Поступальна система	Обертова система
18		
19		
20		
21		
22		