

УДК 621.791.052

М. Підгурський, канд. техн. наук; М. Сташків, канд. техн. наук
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ КІН ДЛЯ ДЕФЕКТНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ВІДКРИТОГО ПРОФІЛЮ

Розглянуто основи інженерних методів визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень для дефектних елементів відкритого профілю при згині. Побудовано математичні моделі та виведено залежності для розрахунку КІН за двома методами – через номінальні напруження у нетто-перетині та через зміну моменту інерції поперечного перетину профілю. Наведено узагальнюючі поправкові функції для ряду прокатних профілів – швелера, двотавра.

Умовні позначення

K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень, $МПа\sqrt{м}$;

$F(\varepsilon)$ – поправкова функція;

L – довжина тріщини, $м$.

Важливою областю розрахунків на міцність є прогнозування довговічності елементів машин із втомними тріщинами, що розвиваються, з позиції механіки руйнування. Ці методи знаходять практичне застосування в машинобудуванні стосовно елементів конструкції, які сприймають змінні в часі навантаження і стадія роботи яких після утворення тріщини є суттєвою для визначення ресурсу машини.

Досвід експлуатації зварних несучих конструкцій мобільних машин (у тому числі й сільськогосподарських) показує, що дефекти зварювання є осередками зародження

втомних тріщин [1, 2], а сам процес їх розвитку займає значну долю (від 50 до 90 %) ресурсу конструкції від початку експлуатації до граничного стану.

Отже, об'єктами розрахунку є зварні рами, балки мостів, кабінні, навісні системи, в яких розвиваються крайові та внутрішні наскрізні, а також поверхневі втомні тріщини. Розрахункова модель повинна враховувати, з одного боку, основні особливості реального об'єкта і фактори, що впливають на результати розрахунку, а з іншого боку - повинна дозволити виконати розрахунок існуючими на сьогоднішній день методами і засобами. Основними факторами, що впливають на довговічність, є геометрія конструктивного елемента та всієї конструкції, вид та параметри процесу навантаження, що визначають напружено – деформівний стан, механічні властивості (характеристики опору розвитку тріщини) матеріалу в зоні розвитку втомних тріщин.

У реальних конструкціях перерізи прокатних елементів можуть бути представлені у вигляді швелерів, двотаврів, таврів, кутників, замкнутих профілів та ін. У рамках лінійної механіки руйнування матеріалів дослідження напружено-деформівного стану рамних конструкцій при наявності в них тріщиноподібних дефектів зводиться до визначення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН). Подібні задачі з врахуванням реального навантаження та геометрії конструкцій достатньо складні в математичному плані, тому безпосереднє застосування аналітичних методів в інженерних задачах досить обмежене [3].

Перспективними в цьому плані є числові методи, найбільш ефективним серед яких є метод скінченних елементів (МСЕ), який завдяки своїй універсальності, досить простій інтерпретації і добре розробленому математичному забезпеченню дозволяє позбутись тих труднощів, які виникають при застосуванні аналітичних методів [4]. У той же час числові методи є досить неоперативними, трудомісткими та мають високу вартість обчислень.

Ряд дослідників [5, 6] визначають КІН для тріщин, що розвиваються у складних за формою елементах конструкцій, експериментально, із застосуванням методів тензометрії та ін. Такий метод заслуговує на увагу, особливо для відповідальних конструкцій, але його важко інтерпретувати для задач, скажімо, з іншою конфігурацією елемента.

Тому безпосередньо для інженерних задач, що наведені вище, доцільною є побудова відносно простих, нехай і менш точних залежностей для визначення КІН, в яких менша точність розрахунку окупиться малою трудомісткістю (метод граничної інтерполяції [7], метод перерізів [8]).

Аналіз експлуатації рамних конструкцій мобільних машин показує, що одним із основних типів навантаження є згинні моменти. Так, методом граничної інтерполяції проведено оцінку КІН для крайової тріщини, що виходить з полиці швелера [3, 9]. Така задача є несиметричною. При цьому розглядаються два граничних випадки: тріщина мала, порівняно з шириною полиці, та велика тріщина, що наближається до нейтральної осі. Для цих випадків інтерполюється поправкова функція для визначення КІН реальної тріщини, що розвивається в швелері при згині.

У роботах [3, 10] розглянуто розвиток тріщини у замкнутому елементі рами автомобільного крана. Тріщина є симетричною і розповсюджується в нижній стінці профілю спочатку як поверхнева (перша стадія), а згодом проростає в наскрізну і розвивається вздовж нижньої стінки (друга стадія). Потім тріщина переходить на вертикальні стінки елемента і розповсюджується вздовж них (третья стадія). Таким чином, тріщина має ламаний контур. Задача визначення КІН розглядається для кожної стадії окремо, причому перехід від однієї стадії до іншої між собою не пов'язаний. Незважаючи на відносну простоту методу, розв'язок задачі суттєво залежить від вибору відносної довжини тріщини, яка входить у поліном поправкової функції для КІН при розгляді окремих стадій поширення тріщини.

Для уникнення значної частини недоліків пропонуються доволі прості та наочні інженерні методи визначення КІН для профілів відкритого поперечного перетину:

- а) через номінальні напруження;
- б) через зміну моменту інерції поперечного перетину профілю, основи яких закладено відповідно в роботах [3, 11].

Суть розрахунку через номінальні напруження полягає в наступному. Як відомо, при розвитку тріщини в лонжеронах і поперечинах рамних конструкцій одним із домінуючих факторів є напруження при згині; при цьому тріщина розвивається в полиці елемента, а далі – в його стінці.

Розглянемо випадок, коли наскрізна тріщина розвивається в полиці швелера, двотавра, кутника або горизонтальній стінці закритого профілю, що сприймають напруження розтягу. Очевидно, що силова схема сформульованої задачі відрізняється від силової схеми розтягу смуги з тріщиною тільки конфігурацією поперечного перерізу. Тому КІН біля вершини тріщини в такій смугі буде відрізнятися від КІН в профільному перетині тільки значенням $\sigma_{ном}$.

Розглянемо інший випадок, коли тріщина заламується і займає полицю чи горизонтальну стінку перерізу і частину бокової (або бокових). Вершина тріщини перебуває в зоні згину. Очевидно, що силова схема згину балочного зразка з тріщиною відрізняється від силової схеми згину елемента складного перетину з тріщиною тільки конфігурацією. Тому КІН біля вершини тріщини в такій балці буде відрізнятися від КІН в профільному перетині тільки значеннями $\sigma_{ном}$. У підсумку задача зводиться до визначення $\sigma_{ном}$ в складному профілі, ослабленому тріщиною.

Номінальні напруження, які виникають безпосередньо в суцільному прямокутному перетині балки, ослабленому тріщиною, визначаються залежностями:

при розтягу:

$$\sigma_{ном}^{роз} = \frac{P}{A_{деф}} = \frac{P}{\delta \cdot (b-L)} = \frac{P}{\delta \cdot b \left(1 - \frac{L}{b}\right)} = \frac{P}{\delta \cdot b(1-\varepsilon)} = \frac{P}{A \cdot (1-\varepsilon)} = \frac{\sigma^{роз}}{(1-\varepsilon)}; \quad (1)$$

при згині:

$$\sigma_{ном}^{зг} = \frac{M}{W_{деф}} = \frac{6M}{\delta \cdot (b-L)^2} = \frac{6M}{\delta \cdot b^2 \cdot \left(1 - \frac{L}{b}\right)^2} = \frac{6M}{\delta \cdot b^2 \cdot (1-\varepsilon)^2} = \frac{6M}{\delta \cdot b^2} \cdot \frac{1}{(1-\varepsilon)^2} = \frac{\sigma^{зг}}{(1-\varepsilon)^2}, \quad (2)$$

звідки напруження в бездефектному перетині балки:

$$\sigma^{роз} = \sigma_{ном}^{роз} \cdot (1-\varepsilon); \quad \sigma^{зг} = \sigma_{ном}^{зг} \cdot (1-\varepsilon)^2, \quad (3)$$

де P, M – розтягуюче зусилля (H) та згинний момент ($H \cdot m$) відповідно;

$A_{деф}, W_{деф}$ - площа (m^2) та момент опору (m^3) поперечного перетину балки з тріщиною;

δ, b – товщина та ширина (розмір в напрямку росту тріщини) балки відповідно, м;

L – довжина тріщини, м;

$\sigma^{роз}, \sigma^{зг}$ - напруження розтягу та згину в бездефектному перетині балки, МПа;

$\varepsilon = \frac{L}{b}$ - відношення довжини тріщини до ширини балки.

У загальному випадку, КІН для смуги при розтязі та згині, відповідно, можуть визначатися залежностями [12]:

$$K_I^{(роз)} = p \cdot \sqrt{\pi \cdot L} \cdot [1.12 - 0.231\varepsilon + 10.55\varepsilon^2 - 21.72\varepsilon^3 + 30.39\varepsilon^4] = \sigma^{роз} \cdot \sqrt{\pi \cdot L} \cdot F; \quad (4)$$

$$K_I^{(зг)} = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot L} \cdot [1.122 - 1.4\varepsilon + 7.33\varepsilon^2 - 13.08\varepsilon^3 + 14\varepsilon^4] = \sigma^{зг} \cdot \sqrt{\pi \cdot L} \cdot F. \quad (5)$$

Таким чином, для складного перетину, враховуючи вирази (3), КІН можна записати:

$$K_I^{(роз)} = \sigma_{ном}^{роз} \cdot (1-\varepsilon) \cdot \sqrt{\pi \cdot L_i} \cdot F_i(\varepsilon), \quad (6)$$

$$K_I^{(зг)} = \sigma_{ном}^{зг} \cdot (1-\varepsilon)^2 \cdot \sqrt{\pi \cdot L_j} \cdot F_j(\varepsilon), \quad (7)$$

де $\sigma_{ном}$ – номінальні напруження в складному нетто-перетині, МПа;
 $F_{i,j}(\varepsilon_{i,j})$ – поправкова функція, що враховує геометрію складного нетто-перетину;
 $\varepsilon_{i,j}$ – параметр, що представляє відношення площі тріщини до сумарної площі елементів поперечного перетину профілю.

У відомих роботах з дослідження балок з тріщиною (прямокутного перетину з постійною по висоті товщиною) параметр ε розглядається як відношення довжини тріщини L до ширини балки b . Оскільки складний перетин балки містить елементи різної товщини, то параметр ε розглядаємо як відношення площі тріщини до сумарної площі елементів поперечного перетину профілю.

Розглянемо задачу визначення КІН через зміну моментів інерції поперечного перетину тіла. Відомо, що в процесі навантаження тіла зовнішні сили здійснюють роботу. Причому в пружних системах вся робота зовнішніх сил переходить в потенціальну енергію пружних деформацій. Остання накопичується в тілі при збільшенні деформацій, викликаних дією навантаження.

В процесі розвантаження тіла потенціальна енергія виявляється у вигляді роботи, яка здійснюється внутрішніми силами (силами пружності), що діють в системі (наприклад, згинними і крутними моментами, поздовжніми і поперечними силами в поперечних перетинах елементів стержневої системи). Отже, потенціальна енергія деформації чисельно дорівнює роботі зовнішніх сил при навантажуванні системи або роботі внутрішніх сил у процесі розвантаження.

На основі закону збереження енергії можна вважати, що вся робота зовнішніх сил дорівнює потенціальній енергії U деформації бездефектної системи [14], тобто

$$U = \int_l \frac{M_y^2 ds}{2EI_y} + \int_l \frac{M_z^2 ds}{2EI_z} + \int_l \frac{M_{кр}^2 ds}{2GI_{кр}} + \int_l \frac{N^2 ds}{2EF} + \int_l k_y \frac{Q_y^2 ds}{2GF} + \int_l k_z \frac{Q_z^2 ds}{2GF}, \quad (8)$$

де N – осьова сила, Н;

Q_y, Q_z – поперечні сили, Н;

M_y, M_z – згинні моменти, Н·м;

$M_{кр}$ – крутний момент, Н·м.

k – коефіцієнт, який залежить від форми поперечного перетину.

Розглянемо потенціальну енергію бездефектної балки при поперечному згині.

З формули (8), зберігаючи силові фактори, що відповідають плоскому згину:

$$U = \int \frac{M^2(x) dx}{2EI} + k \int \frac{Q^2(x) dx}{2GA}. \quad (9)$$

Другий член у дужках характеризує вплив поперечної сили. При звичайних розмірах балок $\left(\frac{b}{l} \geq \frac{1}{5}\right)$ він не перевищує 2...3% [15]. У зв'язку з цим при згинанні

балки впливом поперечної сили при обчисленні потенціальної енергії нехтуємо.

Нехай балка довжиною l навантажується згинним моментом M . При цьому бездефектна балка має згинну жорсткість EI_1 , а дефектна балка в місці надрізу – згинну жорсткість EI_2 , де моменти інерції визначають за формулами:

$$I_1 = \frac{\delta \cdot b^3}{12}; \quad I_2 = \frac{\delta \cdot (b-L)^3}{12}, \quad (10)$$

де E – модуль пружності першого роду (модуль Юнга), МПа.

Очевидно, що зміна потенціальної енергії ΔU балки з наскрізним надрізом, де ширина надрізу змінюється від 0 до Δh (рис. 1), буде:

$$\Delta U = -M \left[\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ EI_1 & EI_2 \end{array} \right] \cdot \frac{\Delta h}{2}. \quad (11)$$

Тоді швидкість вивільнення енергії:

$$\frac{\partial U}{\partial h} = -2 \cdot \frac{M^2}{EI} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ EI & -EI \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

де U – пружна (потенціальна) енергія балки, Дж.

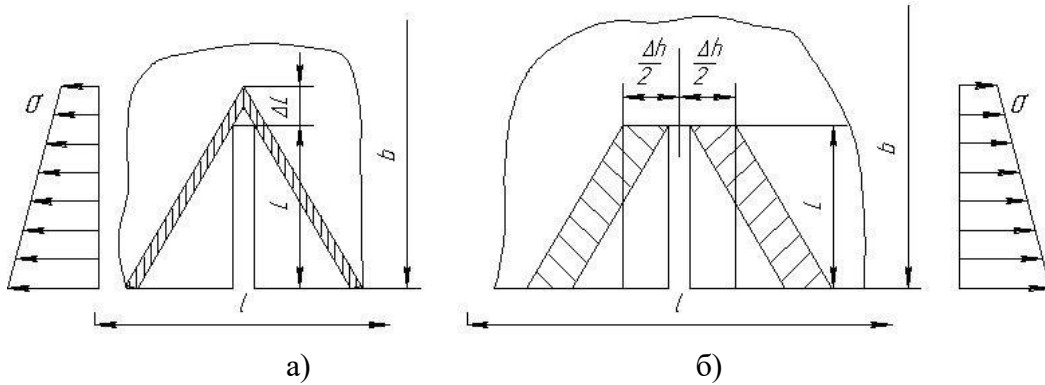


Рисунок 1 - Модельне представлення вивільнення енергії при підростанні тріщини (а) і збільшенні надрізу (б)

З іншого боку, швидкість вивільнення енергії G при просуванні тріщини визначають за формулою [16]:

$$G = -\frac{1}{t} \cdot \frac{\partial U}{\partial a}. \quad (13)$$

У публікації [11] встановлено залежність між швидкостями вивільнення енергії для обох випадків:

$$\frac{\partial U}{\partial a} = 2 \frac{\partial U}{\partial h}. \quad (14)$$

Здійснюючи перехід від енергетичних характеристик до силових (критерій Ірвіна при плоскому напруженому стані), отримують [16]:

$$G = \frac{K^2}{E}, \quad (15)$$

і, враховуючи рівняння (12-14), отримаємо:

$$K = M \sqrt{\frac{1}{\delta} \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)}. \quad (16)$$

Зведемо рівняння (16) до виду:

$$K = \frac{6M}{\delta \cdot b^2} \cdot \sqrt{\pi \cdot L} \cdot \frac{\delta \cdot b^2}{6\sqrt{\pi \cdot L} \sqrt{\delta \left(\frac{1}{I_1} - \frac{1}{I_2} \right)}} = \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot L} \cdot F, \quad (17)$$

де $\sigma = \frac{6M}{\delta \cdot b^2}$ - нормальні напруження згину, МПа,

для порівняння його з виразом (5) для визначення КІН при згині [12] (рис. 2):

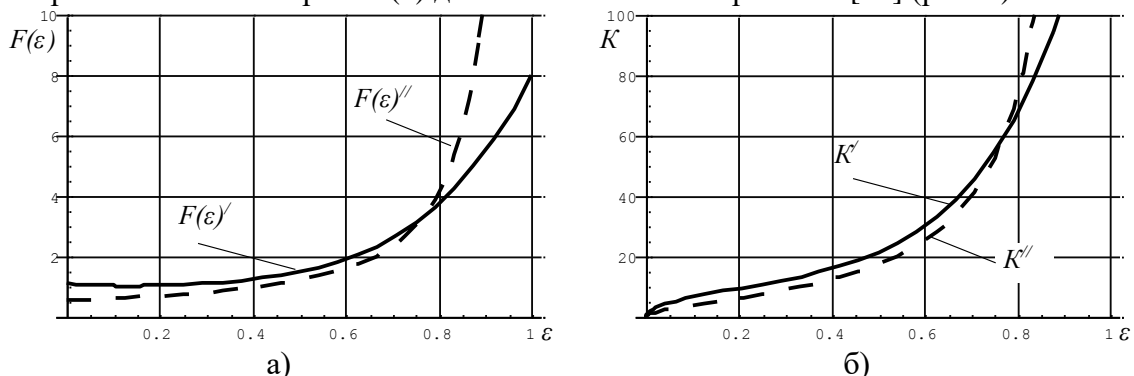


Рисунок 2 - Порівняння поправкових функцій (а) і значень КІН (б) для смуги з тріщиною при згині: $F(\epsilon)'$; K' - точний розв'язок [12]; $F(\epsilon)''$; K'' - наближений розв'язок (метод різниці моментів інерції)

На рис. 2, а наведено порівняння поправкової функції $F(\varepsilon)'$ для дефектної смуги при згині (точний розв'язок [12]) із отриманою функцією $F(\varepsilon)''$ (через зміну моментів інерції); на рис. 2, б – порівняння значень КІН, обчислених за рівняннями (5) та (17) при поперечних розмірах зразка $\delta=5$ мм, $b=100$ мм та $\sigma=36$ МПа.

Результати порівнянь поправкових функцій показують, що в межах $0,2 < \varepsilon < 0,8$ розходження не перевищують 30 %.

Аналіз експлуатації рамних конструкцій показує [17, 18], що основним видом їх навантаження є згинні напруження. В зв'язку з цим розглянемо основні положення розрахунку КІН для тріщин, що розвиваються в реальних профільних елементах рамних конструкцій, зокрема, у швелері та двотаврі, при дії лише згинного моменту M .

Виділимо дві характерні стадії розвитку тріщини у швелерному профілі: наскрізна тріщина зароджується на краю горизонтальної полиці і розвивається вздовж неї (рис. 3,а); тріщина розвивається у вертикальній стінці швелера (рис. 3,б).

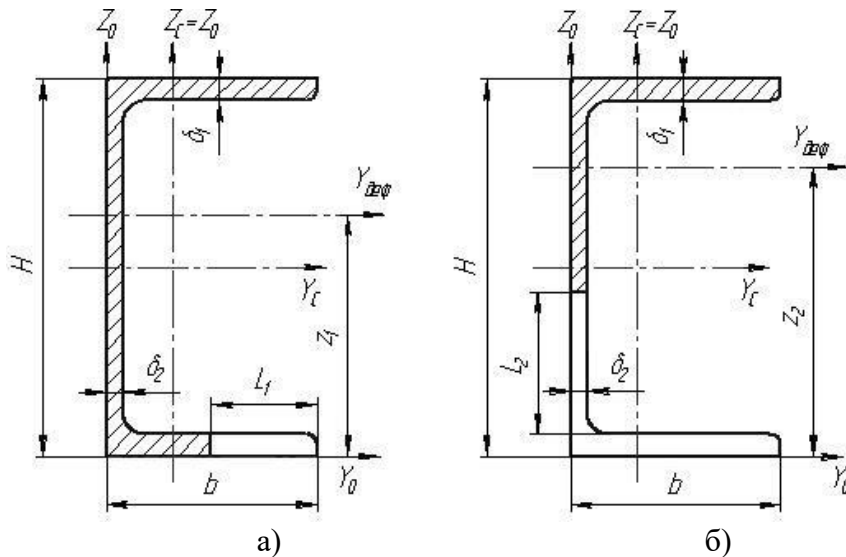


Рисунок 3 - Характерні стадії росту тріщини у швелері

Визначимо КІН для розглянутих випадків двома методами: через номінальні напруження та через зміну моменту інерції поперечного перетину профілю.

Метод розрахунку через номінальні напруження (швелер)

Нехай у швелерному профілі в нижній полиці розвивається крайова тріщина довжиною L_1 . Відомо, що при поперечному згині тонкостінного стержня, на відміну від суцільного перетину, суттєвого значення набувають величина і закони розподілу дотичних напружень, проте переважаючими залишаються нормальні напруження, і ними, в основному, визначається міцність профілю [19]. Отже, знехтуємо дотичними напруженнями в перерізі тонкостінного профілю.

Номінальні напруження у вершині тріщини визначатимуться зміною моменту інерції та координат центру мас нетто-перетину швелера. Розрахунки показують, що суттєвий вплив має вертикальна координата Z , тоді як координата Y центру мас змінюється незначно (не більше $0,08b$) і суттєвого впливу на номінальні напруження не чинить. Крутним моментом, який виникає при зміщенні центру мас, нехтуємо.

Для першої стадії розвитку тріщини номінальні напруження визначаються залежностями:

$$\sigma_1 = \frac{M \left(\left| z_1 - \frac{\delta_1}{2} \right| \right)}{I_{Y1}}, \quad (18)$$

$$z_1 = \frac{(b-L)\delta_1 + (H-2\delta_1)\delta_2 + b\delta_1}{(b-L)\delta_1 + (H-2\delta_1)\delta_2 + b\delta_1} \left(\frac{H-\delta_1}{2} \right), \quad (19)$$

$$I_{Y1} = \frac{\delta_1 (H-2\delta_1)^3}{12} + \delta_2 \frac{(H-2\delta_1)^2}{12} + \frac{b\delta_1^3}{12} + b\delta_1 \left(\frac{H-\delta_1}{2} \right)^2 + \frac{b\delta_1}{12} \left(H - z_1 - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{b-L}{12} \delta_1 \left(z_1 - \frac{1}{2} \right)^2, \quad (20)$$

де z_1 - відстань від нижнього краю профілю (вісь Y_0) до центру мас нетто-перетину (біжуча вісь Y_{def}), м;

I_{Y1} - момент інерції поперечного перетину швелерного профілю з тріщиною, м⁴.

Решта позначень вказані на рис. 3.

При визначенні КІН задача зводиться до розтягу смуги, ослабленою крайовою тріщиною довжиною L_1 , причому смуга в кінцевій точці має підсилення у вигляді ребра, яким є стінка швелера. Така задача розв'язана в [13].

Тоді на основі формули (6) та даних [13] можна записати:

$$K_I^{poz} = \sigma_1 (1 - \varepsilon_1) \sqrt{\pi L_1} \cdot \left(1.12 + 0.038\varepsilon_1 - 0.669\varepsilon_1^2 + 1.297\varepsilon_1^3 - 1.859\varepsilon_1^4 \right), \quad (21)$$

де $\varepsilon_1 = \frac{L_1 \delta_1}{(H-2\delta_1)\delta_2 + 2b\delta_1}$ - відношення площі тріщини до площі бруто-перетину швелера.

Підставляючи у (21) залежності (18-20) та здійснивши перетворення, отримаємо:

$$K_I^{(1)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi L_1} F(\varepsilon_1), \quad (22)$$

де L_1 - визначається із залежності ε_1 ;

$M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} = \sigma$ - нормальні напруження у бездефектному перетині швелера, МПа;

I_Y - момент інерції поперечного перетину бездефектного швелера, м⁴:

$$I_Y = \frac{\delta_2 (H-2\delta_1)^3}{12} + 2 \left(\frac{b\delta_1^3}{12} + b\delta_1 \left(\frac{H-\delta_1}{2} \right)^2 \right). \quad (23)$$

За аналогічними міркуваннями для другої стадії (рис. 3, б) номінальні напруження визначаються залежностями:

$$\sigma_2 = \frac{M(z_2 - \delta_1 - L_2)}{I_{Y2}}, \quad (24)$$

$$z_2 = \frac{b\delta_1 \left(\frac{H-\delta_1}{2} \right) + (H-2\delta_1-L)\delta_2}{b\delta_1 + H-2\delta_1-L} \left(\frac{H-L_2-2\delta_1+\delta_1}{2} \right), \quad (25)$$

$$I_{Y2} = \frac{\delta_2 (H-2\delta_1-L)^3}{12} + \delta_2 (H-2\delta_1-L) \left[\frac{z_2 - \left(\frac{H-L-2\delta_1}{2} + \delta_1 \right)}{2} \right]^2 + \frac{b\delta_1^3}{12} + b\delta_1 \left(\frac{H-\delta_1}{2} \right)^2. \quad (26)$$

При визначенні КІН для тріщини, що розповсюджується в стінці швелера, задача зводиться до згину смуги, ослабленої крайовою тріщиною L_2 .

Тоді, на основі формули (7) та значення поправкової функції [12], отримаємо:

$$K_I^{32} = \sigma_2 (1 - \varepsilon_2)^2 \sqrt{\pi (L_2 + b)} \left(1.122 - 1.40\varepsilon_2 + 7.33\varepsilon_2^2 - 13.08\varepsilon_2^3 + 14\varepsilon_2^4 \right), \quad (27)$$

$$\text{де } \varepsilon_2 = \frac{L_2 \delta_2 + b\delta_1}{(H-2\delta_1)\delta_2 + 2b\delta_1}. \quad (28)$$

Підставляючи у (27) вирази (24-26) та здійснюючи перетворення, отримаємо:

$$K_I^{(2)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi(L_2 + b)F_2(\varepsilon)}, \quad (29)$$

де L_2 визначається із залежності (28).

Вирази функцій $F_1(\varepsilon_1)$ та $F_2(\varepsilon_2)$ не наводяться через їх громіздкість. Графічно ці функції для швелера №10 представлено на рис. 4.

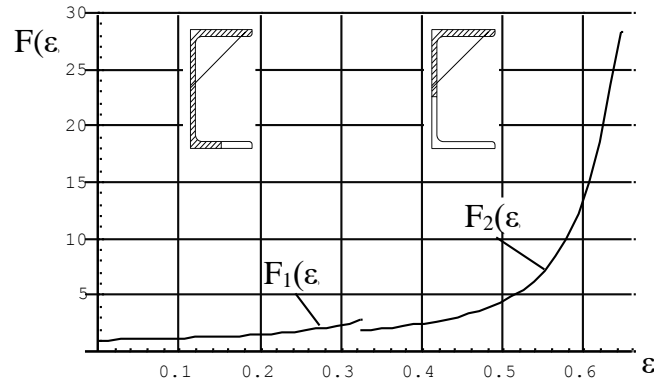


Рисунок 4 - Графічне зображення поправкових функцій для швелера №10 з тріщиною

Як показали розрахунки, для ряду стандартного швелерного прокату від №10 до №24 масив значень поправкових функцій (для $0 < \varepsilon < 0,8$) можна апроксимувати узагальноною кривою (перша та друга стадія):

$$F_{1,2}^{(\sigma)} = 1.036 + 3.189\varepsilon + 4.481\varepsilon^2 - 173.864\varepsilon^3 + 309.338\varepsilon^4 + 10999.103\varepsilon^5 - 80602.932\varepsilon^6 + 232137.410\varepsilon^7 - 306266.279\varepsilon^8 + 154375.438\varepsilon^9. \quad (30)$$

Графічно масиви точок для ряду швелерів від №10 до № 24 та узагальнюючу функцію $F_{1,2}^{(\sigma)}$ представлено на рис. 5.

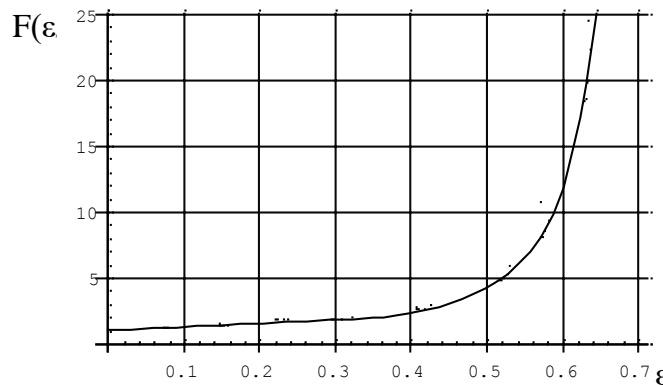


Рисунок 5 - Узагальнююча поправкова функція $F_{1,2}$ для ряду швелерів від №10 до №24

Метод розрахунку через зміну моменту інерції поперечного перетину (швелер)

При розвитку крайової тріщини в полиці швелера (перша стадія) момент інерції поперечного перетину дефектного профілю визначається залежностями (18-20), а бездефектного профілю – за формулою (23).

Тоді на основі залежності (16) можна записати формулу для визначення КІН:

$$K_I^{(1)} = M \sqrt{\frac{1}{\delta_1} \left(\frac{1}{I_{Y1}} - \frac{1}{I_Y} \right)}. \quad (31)$$

Здійснюючи перетворення, як у рівнянні (17), отримаємо залежність:

$$K_I^{(1M)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi L_1 F_{1M}}. \quad (32)$$

Аналогічно для другої стадії момент інерції поперечного перетину дефектного профілю визначатиметься залежностями (24-26), а КІН для тріщини:

$$K_I^{(2)} = M \sqrt{\frac{1}{\delta_2} \left(\frac{1}{I_{Y2}} - \frac{1}{I_Y} \right)}. \quad (33)$$

Здійснюючи перетворення, як у рівнянні (17), отримаємо залежності:

$$K_I^{(2M)} = M \frac{H}{2 I_Y} \sqrt{\pi(L_2 \mp b)} F_{2M}. \quad (35)$$

Вирази функцій F_{1M} та F_{2M} не наводяться через їх громіздкість. Графічно ці функції для швелера №10 представлено на рис. 6.

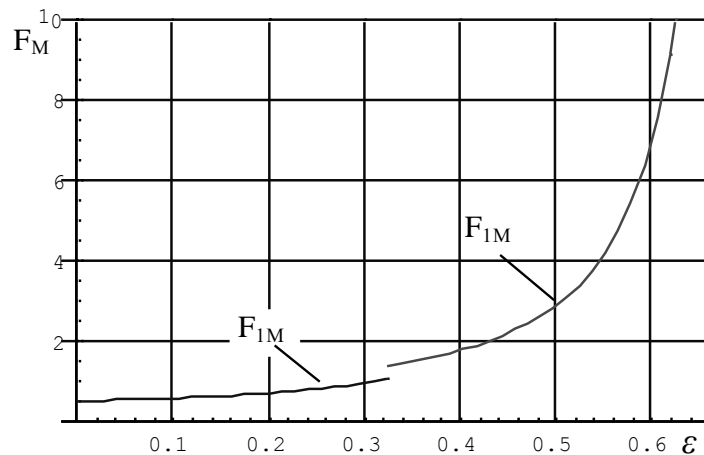


Рисунок 6 - Графічне зображення поправкових функцій для швелера №10 з тріщиною

Як показали розрахунки, для ряду стандартного швелерного прокату від №10 до №24 масив значень поправкових функцій можна апроксимувати узагальненою функцією для сумарної тріщини (перша та друга стадія):

$$F_{1,2}^{(M)} = 0.535 + 2.559\varepsilon - 65.419\varepsilon^2 + 783.346\varepsilon^3 - 4384.664\varepsilon^4 + 13139.579\varepsilon^5 - 19656.429\varepsilon^6 + 11509.650\varepsilon^7. \quad (35)$$

Графічно масиви точок для ряду швелерів від № 10 до № 24 та узагальнена функція $F_{1,2}^{(M)}$ представлено на рис. 7.

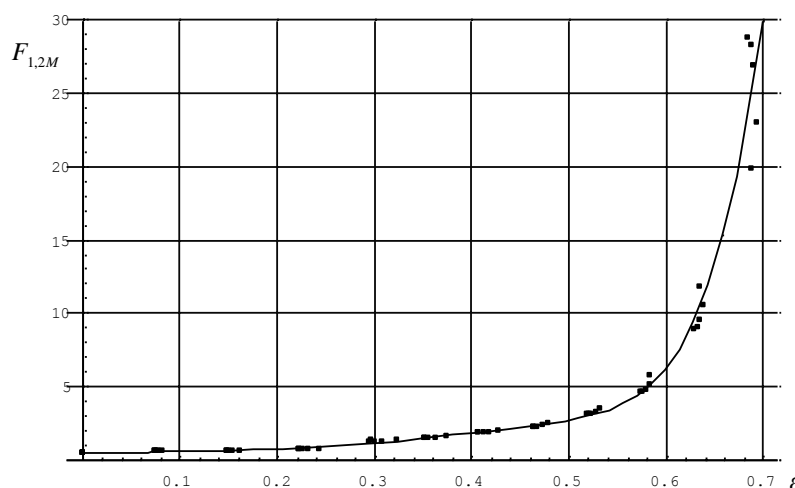


Рисунок 7 - Узагальнююча поправкова функція $F_{1,2M}$ для ряду швелерів від №10 до №24

З метою експериментальної перевірки основних положень запропонованих методик визначення КІН проведемо їх порівняння з результатами напівнатурних випробувань несучих вузлів рам сільськогосподарських машин [20].

Для випробування були вибрані зразки із швелера №10 довжиною 1 м із жорсткозашемленими торцями. Зразок навантажувався силами, прикладеними у центрі згину швелерного перетину, з метою уникнення деформацій, властивих крученню. Для цього в середній частині зразка приварювалися два горизонтальні кронштейни, через які прикладались зусилля від захватної частини випробувальної машини УДМПУ–200 з частотою 300 цикл/хв, коефіцієнтом асиметрії $R=0.1$, $\sigma_{\max}=150$ МПа. Крайова тріщина ініціювалась в середній частині зразка посередині між кронштейнами в нижній полиці швелера (в зоні розтягуючих напружень), і під дією циклічного навантаження тріщина розвивалась вздовж полиці.

Вважаючи, що характеристики циклічної тріщинотривкості є константами матеріалу, на основі отриманої швидкості розвитку тріщини за кінетичною діаграмою втомного руйнування сталі Ст5Гпс визначили КІН для певної довжини тріщини (подібно до методики [6]). Отримані результати КІН (ряд точок на рис. 8) зіставлені із аналітичними залежностями КІН, визначеними через номінальні напруження (1), через зміну моменту інерції (2) та методом, отриманим у 3.

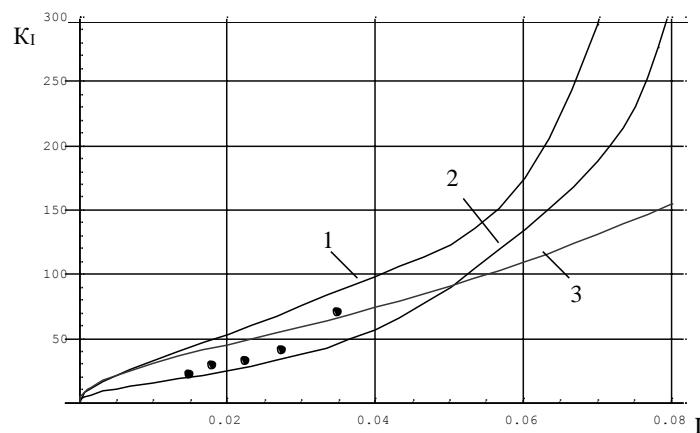


Рисунок 8 - Порівняння результатів обчислення КІН для швелера № 10

Аналіз показує, що результати експериментальних досліджень із визначення КІН у швелері займають проміжне положення і знаходяться між кривими, отриманими за номінальними напруженнями (1) та за зміною моменту інерції (2). Слід відзначити, що результати експериментальних досліджень стосуються розвитку тріщини в полиці швелера.

Розглянемо двотавровий профіль і виділимо характерні стадії розвитку тріщини: наскрізна тріщина розповсюджується з краю однієї із полиць і розповсюджується вздовж неї (рис. 9, а); тріщина розповсюджується одночасно у полиці та стінці двотавра (рис. 9, б); тріщина займає повністю одну із полиць і продовжує розвиватись у стінці двотавра (рис. 9, в).

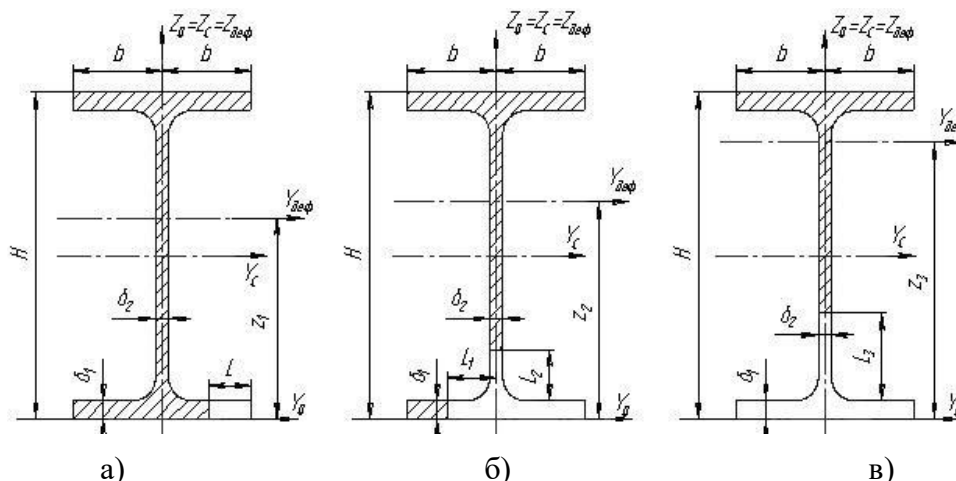


Рисунок 9 - Характерні стадії росту тріщини у двотаврі

Визначимо КІН для розглянутих випадків двома методами: методом номінальних напружень та методом різниці моментів інерції за аналогією із швелерним профілем.

Метод розрахунку через номінальні напруження (двотавр)

Нехай у двотавровому профілі розвивається крайова тріщина довжиною L . Беремо до уваги, що при згині елемента з тріщиною в поперечному перетині виникають номінальні напруження, які визначатимуться зміною моменту інерції та координат центру мас нетто-перетину двотавра. Результати розрахунків показують, що суттєвий вплив має вертикальна координата Z , тоді як координата Y центру мас змінюється незначно ($0,1 b$) і суттєвого впливу на номінальні напруження не має.

Для першої стадії розвитку тріщини номінальні напруження визначаються залежностями:

$$\sigma_1 = \frac{M \left(z_1 - \frac{\delta_1}{2} \right)}{I_{Y1}}, \quad (36)$$

$$z_1 = \frac{b\delta_1 + (b-L)\delta_2 + \frac{I_{Y1}}{H-2\delta_1}}{b\delta_1 + b-L\delta_2 + H-2\delta_1}, \quad (37)$$

$$I_{Y1} = \frac{\delta_2(H-2\delta_1)^3}{12} + \delta_2(H-2\delta_1)\left(z_1 - \frac{H}{2}\right)^2 + \frac{2b\delta_1^3}{12} + 2b\delta_1\left(H - z_1 - \frac{\delta_1}{2}\right)^2 + \frac{b\delta_1^3}{12} + b\delta_1\left(z_1 - \frac{\delta_1}{2}\right)^2 + \frac{(b-L)\delta_2^3}{12} + (b-L)\delta_2\left(z_1 - \frac{\delta_2}{2}\right)^2, \quad (38)$$

де z_1 - відстань від нижнього краю профілю (вісь Y_0) до центру мас нетто-перетину (біжуча вісь Y_{def}), м;

I_{Y1} - момент інерції нетто-перетину швелерного профілю відносно осі Y_{def} , що проходить через біжучий центр його мас, m^4 .

Тоді КІН для тріщини в смузї з підсиленням у вигляді ребра, яким є стінка двотавра, на основі формули (6) та залежностей [13] можна записати:

$$K_I^{poz} = \sigma_1(1-\varepsilon_1)\sqrt{\pi L} \cdot (1.12 + 0.038\varepsilon_1 - 0.669\varepsilon_1^2 + 1.297\varepsilon_1^3 - 1.859\varepsilon_1^4), \quad (39)$$

де $\varepsilon_1 = \frac{L\delta_1}{4b\delta_1 + (H-2\delta_1)\delta_2}$ - співвідношення площі тріщини до площі бруutto-перетину двотавра.

Підставляючи у (39) вирази (36-38) та здійснюючи перетворення, отримаємо:

$$K_I^{(1)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_X} \sqrt{\pi L F_1}, \quad (40)$$

де L визначається із залежності ε .

$M \frac{H}{2} = \sigma$ - нормальні напруження у бездефектному перетині двотавра, МПа.

$I_Y = \frac{\delta_2(H-2\delta_1)^3}{12} + \frac{2b\delta_1^3}{12} + 2\left(\frac{2b\delta_1^3}{12} + 2b\delta_1\left(\frac{H-\delta_1}{2}\right)^2\right)$ - момент інерції поперечного перетину бездефектного двотавра, m^4 .

У другій стадії тріщина одночасно розвивається у двох взаємно перпендикулярних напрямках: вздовж полиці під дією напружень розтягу та в стінці під дією згинних напружень (рис. 9, б). Тоді за аналогією до першої стадії розвитку тріщини запишемо:

$$\sigma_{21} = \frac{M \left(z_2 - \frac{\delta_1}{2} \right)}{I_{X2}}, \quad \sigma_{22} = \frac{M(z_1 - \delta_1 - L)}{I_{X2}}, \quad (41)$$

$$z_2 = \frac{(b-L)\delta_1 + (H-2\delta_1-L)\delta_2}{(H-L)^2} + 2b\delta_1 \left(\frac{H-\delta_1}{2} \right), \quad (42)$$

$$I_{Y2} = \frac{\delta_1 (H-2\delta_1-L)^3}{12} + \delta_2 \left(\frac{H-2\delta_1-L}{2} \right)^2 \left(z_2 - \left(\frac{H-L-2\delta_1}{2} + L_2 + \delta_1 \right) \right)^2 + \frac{2b\delta_1^3}{12} + 2b\delta_1 \left(\frac{H-\delta_1}{2} \right)^2 + \frac{(b-L)\delta_1^3}{12} + (b-L)\delta_1 \left(\frac{\delta_1}{2} \right)^2, \quad (43)$$

де σ_{21} та σ_{22} - номінальні напруження у полиці та стінці двотавра, відповідно, МПа.

Решта позначень – на рис. 9, б.

Таким чином, задача зводиться до визначення КІН K_I^{poz} для смуги при розтягу (тріщина розвивається в полиці двотавра) та КІН K_I^{3z} для смуги при згині (тріщина розвивається у стінці двотавра):

$$K_I^{poz} = \sigma_{21} (1 - \varepsilon_{21}) \sqrt{\pi(L_1 + b)} \left(1.122 - 0.231\varepsilon_{21} + 10.55\varepsilon_{21}^2 - 21.72\varepsilon_{21}^3 + 30.39\varepsilon_{21}^4 \right), \quad (44)$$

$$K_I^{3z} = \sigma_{22} (1 - \varepsilon_{22})^2 \sqrt{\pi(L_2 + b)} \left(1.122 - 1.40\varepsilon_{22} + 7.33\varepsilon_{22}^2 - 13.08\varepsilon_{22}^3 + 14\varepsilon_{22}^4 \right), \quad (45)$$

де

$$\varepsilon_{21} = \frac{L_1\delta_1 + b\delta_1}{(H-2\delta_1)\delta_2 + 4b\delta_1}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{L_2\delta_2 + b\delta_1}{(H-2\delta_1)\delta_2 + 4b\delta_1}. \quad (46)$$

Підставляючи у (44), (45) вирази (41-43) та здійснюючи перетворення, отримаємо залежності:

$$K_I^{(21)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi(L_1 + b)} F_{21}(\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}); \quad (47)$$

$$K_I^{(22)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi(L_2 + b)} F_{22}(\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22}), \quad (48)$$

де $F_{21}(\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22})$, $F_{22}(\varepsilon_{21}, \varepsilon_{22})$ - двопараметричні поправкові функції для тріщини у полиці та стінці двотавра відповідно.

Діаграми двопараметричних поправкових функцій показані на рис. 10.

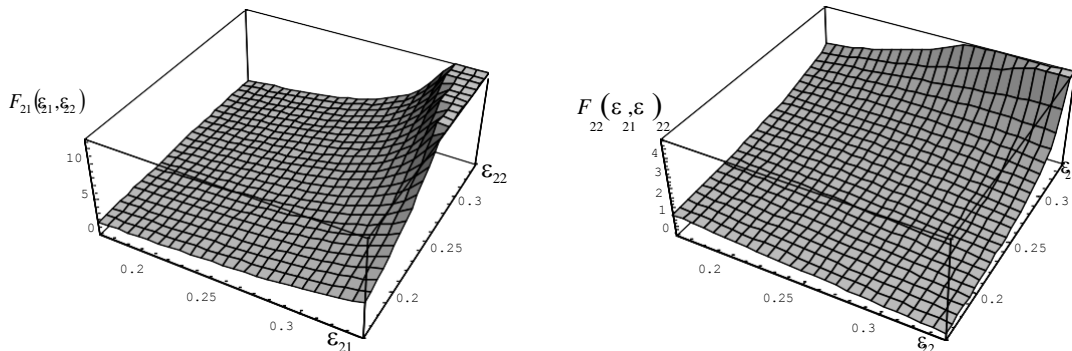


Рисунок 10 - Діаграми двопараметричних поправкових функцій для двотавра №12

Надалі узагальнену поправкову функцію виведено з припущення, що $\varepsilon_{22} = \varepsilon_{21}$, тобто тріщина розвивається рівномірно за площею проростання у двох взаємоперпендикулярних напрямках.

Аналогічно для третьої стадії розвитку тріщини (рис. 9, в) запишемо:

$$\sigma_3 = \frac{M(z_3 - \delta_1 - L_3)}{I_{Y3}}, \quad (49)$$

$$z_3 = \frac{(H - 2\delta_1 - L) \delta_1 \left(\frac{H + L_3}{2} \right) + 2b\delta_1 \left(H - \frac{\delta_1}{2} \right)}{\left(\frac{H - 2\delta_1 - L_3}{2} \right)^2 + 2b\delta_1 \left(H - \frac{\delta_1}{2} \right)}, \quad (50)$$

$$I_{Y_3} = \frac{\delta_1 (H - 2\delta_1 - L)^3}{12} + \delta_2 (H - 2\delta_1 - L_3) \left[z_3 \frac{\left(\frac{H - 2\delta_1 - L_3}{2} \right)^2 + 2b\delta_1 \left(H - \frac{\delta_1}{2} \right)}{12} + 2b\delta_1 \left(H - \frac{\delta_1}{2} - z_3 \right) \right]. \quad (51)$$

Тоді КІН для тріщини, що розвивається в смузі на основі формули (6):

$$K_I^{32} = \sigma_3 (1 - \varepsilon_3)^2 \sqrt{\pi(L_3 + 2b)} (1.122 - 1.40\varepsilon_3 + 7.33\varepsilon_3^2 - 13.08\varepsilon_3^3 + 14\varepsilon_3^4), \quad (52)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{L_3 \delta_2 + 2b\delta_1}{(H - 2\delta_1)\delta_2 + 4b\delta_1}. \quad (53)$$

Підставляючи у (52) вирази (49-51) та здійснюючи перетворення, отримаємо залежність:

$$K_I^{(3)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi(L_3 + 2b)} F_3. \quad (54)$$

Вирази функцій F_1 , F_{21} , F_{22} та F_3 не наводяться через їх громіздкість. Графічно ці функції для двотавра №12 представлено на рис. 11.

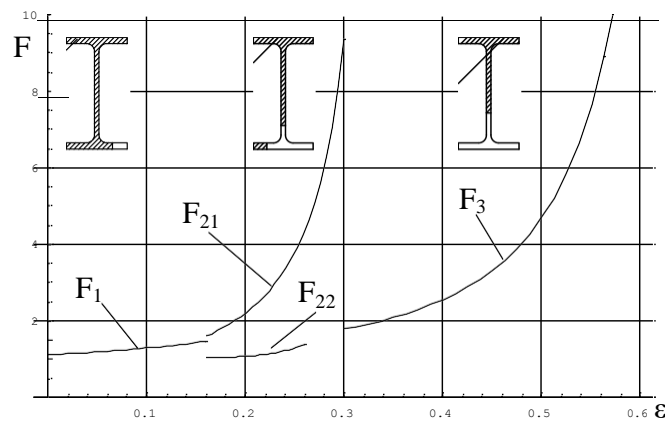


Рисунок 11 - Графічне зображення поправкових функцій для двотавра №12 з тріщиною

Для ряду стандартного двотаврового прокату від №12 до №24 масив значень поправкових функцій апроксимується узагальненими функціями:

- узагальнена функція $F_{1,2}^{(\sigma)}$ для сумарної тріщини (перша та друга стадія):

$$F_{1,2}^{(\sigma)} = 1.118 + 1.464\varepsilon - 26.993\varepsilon^2 + 508.769\varepsilon^3 + 6037.150\varepsilon^4 - 197422.532\varepsilon^5 + 1688532.956\varepsilon^6 - 5981591.385\varepsilon^7 + 7735093.965\varepsilon^8; \quad (55)$$

- узагальнена функція $F_{1,3}^{(\sigma)}$ для сумарної тріщини (перша та третя стадія):

$$F_{1,3}^{(\sigma)} = 1.125 + 0.919\varepsilon - 3.148\varepsilon^2 + 117.736\varepsilon^3 + 594.737\varepsilon^4 - 11636.332\varepsilon^5 + 50187.549\varepsilon^6 - 87874.519\varepsilon^7 + 55781.902\varepsilon^8. \quad (56)$$

Графічно масиви точок для ряду двотаврів від №12 до № 24 та узагальнюючі функції представлено на рис. 12.

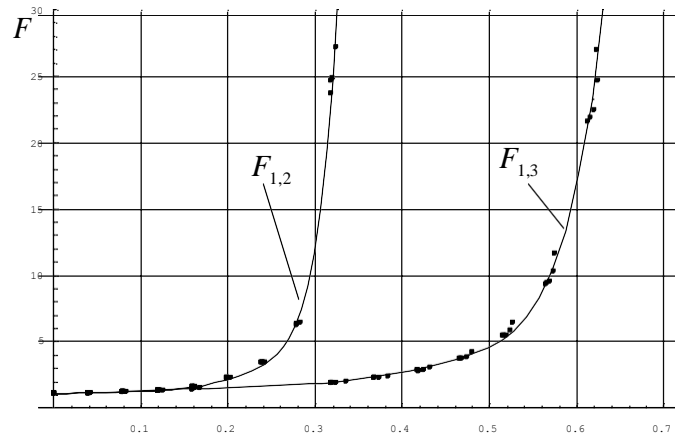


Рисунок 12 - Узагальнюючі поправкові функції для ряду двотаврів від №12 до №24

Метод розрахунку через зміну моменту інерції поперечного перетину (двотавр)

При розвитку крайової тріщини в полиці швелера (перша стадія, рис. 9,а) момент інерції поперечного перетину дефектного профілю визначатиметься залежностями (36-38), а бездефектного профілю – із формули (40).

Тоді на основі залежності (16) можна записати вираз для визначення КІН:

$$K_I^{(1)} = M \sqrt{\frac{1}{\delta_1} \left(\frac{1}{I_{Y1}} - \frac{1}{I_Y} \right)}. \quad (57)$$

Здійснюючи перетворення, як у рівнянні (17), отримаємо залежність:

$$K_I^{(1M)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi L F_{1M}}. \quad (58)$$

Аналогічно для другої стадії момент інерції поперечного перетину дефектного профілю визначатиметься залежностями (42-43), а КІН для взаємно перпендикулярних тріщин наступними формулами:

$$K_I^{(21)} = M \sqrt{\frac{1}{\delta_1} \left(\frac{1}{I_{Y2}} - \frac{1}{I_Y} \right)}, \quad (59)$$

$$K_I^{(22)} = M \sqrt{\frac{1}{\delta_2} \left(\frac{1}{I_{Y2}} - \frac{1}{I_Y} \right)}. \quad (60)$$

Здійснюючи перетворення, як у рівнянні (17), отримаємо залежності:

$$K_I^{(21M)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi (L_1 + b) F_{21M}}, \quad (61)$$

$$K_I^{(22M)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi (L_2 + b) F_{22M}}. \quad (62)$$

Аналогічно для третьої стадії момент інерції поперечного перетину дефектного профілю визначатиметься виразами (50-51), а КІН - за формулою:

$$K_I^{(3M)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi (L_3 + 2b) F_{3M}}. \quad (63)$$

Вирази функцій F_{1M} , F_{2M} та F_{3M} не наводяться через їх громіздкість. Графічно ці функції для двотавра №12 представлено на рис. 13.

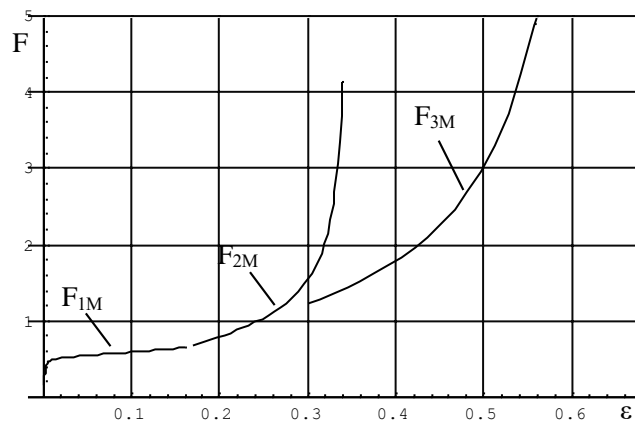


Рисунок 13 - Графічне зображення поправкових функцій для двотавра №12 з тріщиною

Як показали розрахунки, для ряду стандартного двотаврового прокату від №12 до №24 масив значень поправкових функцій можна апроксимувати узагальненою кривою.

Узагальнена функція $F_{1,2}^{(M)}$ для сумарної тріщини (I та II стадія) має вигляд:

$$F_{1,2}^{(M)} = 0.424 + 7.926\varepsilon - 153.720\varepsilon^2 + 1364.254\varepsilon^3 - 5286.693\varepsilon^4 + 7796.755\varepsilon^5. \quad (64)$$

Узагальнена функція $F_{1,3}^{(M)}$ для сумарної тріщини (I та III стадія) має вигляд:

$$F_{1,3}^{(M)} = 0.504 + 3.546\varepsilon - 47.929\varepsilon^2 + 52.907\varepsilon^3 - 2728.055\varepsilon^4 + 17850.245\varepsilon^5 + 48719.192\varepsilon^6 - 63505\varepsilon^7 + 32795.177\varepsilon^8. \quad (65)$$

Графічно масиви точок для ряду двотаврів від №12 до № 24 та узагальнюючі функції представлено на рис. 14.

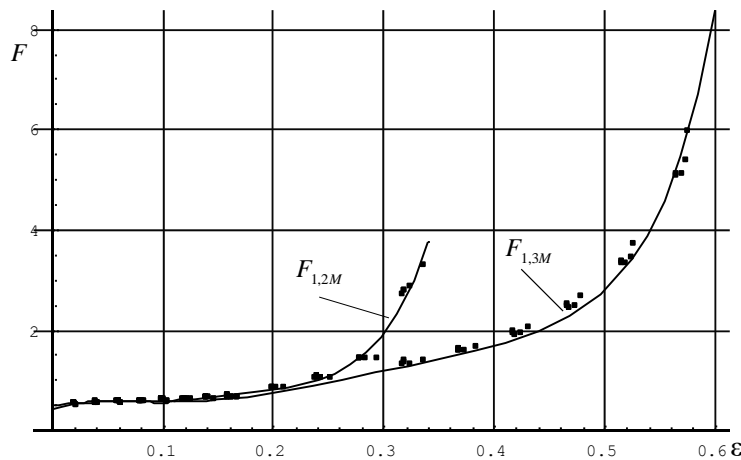


Рисунок 14 - Узагальнюючі поправкові функції для ряду двотаврів від №12 до №24

Вирази для визначення КІН матимуть вигляд:

- для горизонтальної тріщини довжиною $0 < L_1 < 2b$:

$$K_I^{(1,2)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi L_1} F_{1,2}, \quad (66)$$

$$\varepsilon_1 = \frac{L_1 \delta_1}{(H - 2\delta_1)\delta_2 + 4b\delta_1}, \quad (67)$$

звідки

$$L_1 = \frac{\varepsilon_1((H - 2\delta_1)\delta_2 + 4b\delta_1)}{\delta_1}; \quad (68)$$

- для вертикальної тріщини довжиною $0 < L_3 < H$:

$$K_I^{(1,3)} = M \frac{H}{2} \frac{1}{I_Y} \sqrt{\pi L_3} F_{1,3}, \quad (69)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{L_3 \delta_2 + b \delta_1}{(H - 2\delta_1) \delta_2 + 4b \delta_1}, \quad (70)$$

звідки
$$L_3 = \frac{\varepsilon_2 ((H - 2\delta_1) \delta_2 + 4b \delta_1) - b \delta_1}{\delta_2}. \quad (71)$$

Тут поправкові функції $F_{1,2}$ та $F_{1,3}$ визначаються за формулами (55) та (56) при розрахунку за номінальними напруженнями у нетто-перетині і залежностями (64) та (65) при розрахунку за зміною моменту інерції поперечного перетину профілю.

На рис. 15 представлені значення КІН, обчислені за формулами (66), (69) обома методами для двотавра № 16 при $\sigma=20$ МПа. Для порівняння наведено результати розрахунку КІН, отримані у роботі [21], при розгляді задачі розвитку тріщини в стінці двотавра (менші точки) та уточнений розрахунок МСЕ (більші точки).

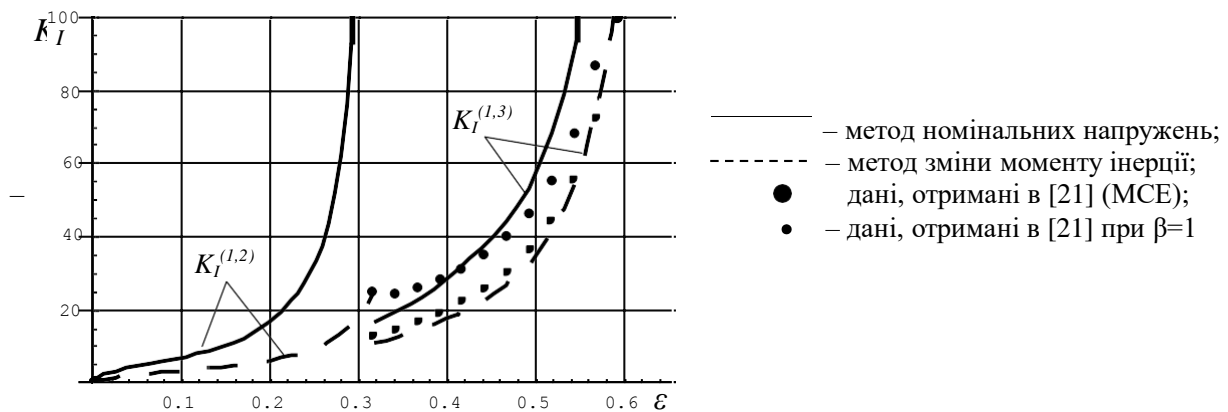


Рисунок 15 - Порівняння КІН для двотавра № 16

Висновок. Отримані в даній статі результати з визначення КІН для тріщин, що розвиваються в складних за конфігурацією перетинах, дозволяють більш обґрунтовано підійти до визначення ресурсу та підвищення надійності роботи конструкцій з тонкостінних елементів відкритого профілю.

У перспективі доцільно розглянути поведінку дефектних відкритих та замкнутих профілів при дії інших силових факторів (крутних моментів, бімоментів).

The bases of engineering methods of determination of stress intensity factors (SIF) are considered for the elements with cracks of the opened type. Mathematical models are built and SIF is explored using two methods – through nominal tensions in netto-section and through the change of moment of inertia of the transversal crossing of elements. Correctional functions for thin-walled profiles are given.

Література

1. Винокуров В.А., Куркин С.А., Николаев Г.А. Сварные конструкции. Механика разрушения и критерии работоспособности. – М.: Машиностроение, 1996. – 576 с.
2. Підгурський М.І. Застосування критеріїв механіки втомного руйнування до оцінки початкової дефектності зварних з'єднань сільськогосподарських машин // Труды 10-ой Международной научн.-технич. конф. «Физические и компьютерные технологии». – Харьков, 2004. – С. 153 – 156.
3. Андрейкив А.Е., Дарчук А.И. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – К.: Наук. думка, 1992. – 184 с.
4. Еременко С.Ю. Методы конечных элементов в механика деформируемых тел. – Харьков: Основа, 1991. – 272 с.
5. Злочевский А.Б. Экспериментальные методы в строительной механике. – М.: Стройиздат, 1983. – 192 с.
6. Прокопенко А.В. Экспериментальное определение коэффициентов интенсивности напряжений для трещин с криволинейным фронтом в сложных деталях (лопатках ГТД) // Проблемы прочности, 1981. - № 4. – С. 105 – 111.
7. Андрейкив А.Е. Пространственные задачи теории трещин. – К.: Наук. думка, 1982. – 348 с.
8. Партон В.З., Морозов Е.М. Механика упругопластического разрушения. – М.: Наука, 1985. – 504 с.
9. Т.И. Рыбак. Методы оценки несущей способности и долговечность машин для химической защиты в растениеводстве. – К.: Наук. думка, 1985. – 232 с.
10. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – К.: Наук. думка, 1992. – 416 с.

11. Kienzler R., Hermann G. An Elementary Theory of Defective Beams // Acta Mecanica, 1986. – V 62. – p. 37-46.
12. Механика разрушения и прочность материалов / Под ред. Панасюка В.В. – Т.2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.
13. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / Под ред. Мураками Ю. – М.: Мир, 1990. – Т. 1, 2. – 1013 с.
14. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. – К.: Вища школа, 2004. – 655 с.
15. Дарков А.В. Строительная механика. - М.: Высш. школа, 1976. – 600 с.
16. Брок Д. Основы механики разрушения. - М.: Высш. школа, 1980. – 368 с.
17. Волков П.М., Тененбаум М.М. Основы теории и расчета сельскохозяйственных машин на прочность и надежность. – М.: Машиностроение, 1977. – 310 с.
18. Підгурський М.І., Сташків М.Я., Павлов Я.А. Розрахунок і вдосконалення несучих конструкцій бурякозбиральних комбайнів // Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування нової техніки і технологій для сільського господарства України: Збірник наукових праць. – Дослідницьке, 2005. – Випуск 8 (22), кн. 1. – С. 284 – 291.
19. Феодосьев В.И. Соппротивление материалов. - М.: Наука, 1986. – 512 с.
20. Створення основних несучих і функціональних органів машин, оптимізованих по матеріаломісткості з прогнозованим ресурсом роботи / Рибак Т.І., Семчишин С.Г., Підгурський М.І. та ін. Деп. ДНТБ України, № 0193U039356. – 1993. – 158 с.
21. Dunn M., Suwito W., Hunter B. Stress Intensity Factor Cracked I-Beams. – Engineering Fracture Mechanics, 1997. – v.57. - №6. – pp. 609-615.

Одержано 10.03.2006 р.