ЛІТЕРАТУРА

НАВЧАЛЬНО–МЕТОДИЧНА

Міністерство освіти і науки України

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Кафедра технічної механіки та сільськогосподарських машин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних робіт (самостійної підготовки)
з дисципліни «Динаміка машин»
для студентів денної та заочної форм навчання
спеціальності
133 «Галузеве машинобудування»

для здобуття освітнього ступеня
«МАГІСТР»

Тернопіль – 2022

УДК 621.81
ББК 34.44
Б12

Б12 Бабій А.В., Цепенюк М.І. Методичні вказівки до виконання практичних робіт (самостійної підготовки) з дисципліни «Динаміка машин» для студентів денної та заочної форм навчання спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» для здобуття освітнього ступеня «Магістр». Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2022. – 60 с.

Пропоновані методичні вказівки до виконання практичних робіт (самостійної підготовки) з дисципліни «Динаміка машин» розроблені відповідно до навчальних планів, освітньо-професійних, освітньо-наукових програм підготовки студентів освітнього рівня «магістр» спеціальності 133 «Галузеве машинобудування.

Розглянуто й затверджено на засіданні кафедри технічної механіки та сільськогосподарських машин, протокол № _7_ від _31 січня_ 2022 р.

Схвалено й рекомендовано до друку на засіданні науково-методичної комісії факультету інженерії машин, споруд та технологій Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя, протокол № _8_ від _24 лютого_ 2022 р.

Укладачі: д.т.н., доцент Бабій А.В., к.т.н., доцент Цепенюк М.І.

Рецензент: к.т.н., доцент Сташків М.Я.

Відповідальний за випуск: Бабій А.В.

© Бабій А.В., Цепенюк М.І.
© Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ЗМІСТ

Загальні вказівки ---------- 4

Приклади завдань ---------- 5

Приклад розв’язування завдання ---------- 49

Перелік використаної літератури ---------- 55

Загальні вказівки

Сучасний науково-технічний прогрес в галузі машинобудування вимагає від інженера-механіка вміння проводити дослідження привідних механізмів і інженерних конструкцій з метою визначення оптимальних параметрів з точки зору їх міцності, надійності, економічності та ін. Освітні програми багатьох механічних спеціальностей включають дисципліни: теорія механізмів і машин, динаміка машин, основи наукових досліджень, наукові дослідження та теорія експерименту та ін., в яких студенти вивчають дані питання. На допомогу студентам і викладачам, які вивчають і, відповідно, викладають перелічені дисципліни, складені дані методичні вказівки для виконання практичних робіт (самостійної підготовки) як збірник завдань та приклад їх виконання.

Подані нижче технічні задачі охоплюють окремі розділи прикладної механіки, опору матеріалів, динаміки пружних систем, теорії коливань тощо та представляють собою елементарні дослідження зміни розрахункових величин в залежності від значень різних параметрів. У завданнях, як правило, передбачений однофакторний (однопараметричний) спосіб досліджень, але за вказівкою викладача можна використовувати і багатофакторний спосіб. Межі (рівні) варіювання змінних величин вказані в завданнях. Значення фіксованих змінних величин рекомендується приймати середніми арифметичними рівнями. Рекомендовані спрощення досліджень вказані в завданнях, але спроби знаходити більш строгі розв’язки з використанням комп’ютерної техніки повинні бути похвальними. Кожне завдання містить декілька варіантів вихідних даних, які приведені в таблицях.

Алгоритм оформлення розв’язку завдання повинен за формою відповідати алгоритму оформлення наукової праці. Ця вимога пов’язана із тим, що студент, виконуючи дане завдання, повинен не тільки навчитись розв’язувати конкретні технічні задачі, а також навчитись оформляти наукові дослідження. Таким чином, виконане завдання повинно включати зміст і аналіз задачі, її безпосередній розв’язок, висновки, рекомендації з можливого практичного використання отриманих результатів.

Більшість завдань запозичені з літератури, яка вказана в методичних вказівках. Деякі завдання, в яких досліджується динаміка приводних механізмів, є оригінальними і складені авторами роботи.

У кінці методичних вказівок приведений приклад розв’язку окремого завдання.

Приклади завдань

Задача 1

Дослідити взаємозв'язок між міцністю і жорсткістю консольної стальної балки прямокутного поперечного перерізу, навантаженої зосередженою силою F (рис. 1). Графічно знайти області, де виконуються умови міцності та жорсткості в координатах b, h. Визначити оптимальне співвідношення b і h при заданих параметрах: F, l, $[\sigma]$, $[\Delta]$ (таблиця 1).

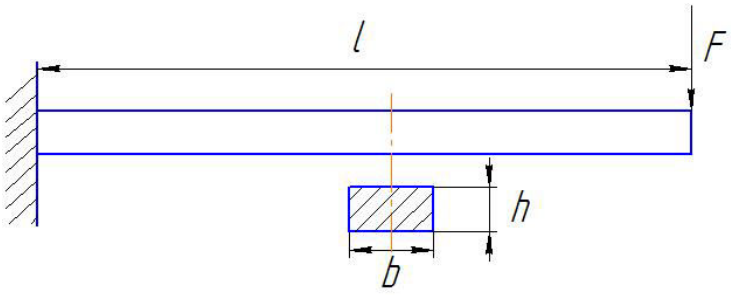

Рисунок 1

Таблиця 1

№ варіанту	F, Н	l, м	$[\sigma]$, МПа	$[\Delta]$, мм
1	100	1,0	160	0,5
2	200	1,5	160	1,0
3	300	2,0	160	1,5
4	400	2,5	160	2,0
5	500	3,0	160	2,5

Примітка. $[\sigma]$ – допустиме нормальне напруження;
$[\Delta]$ – допустимий максимальний прогин.

Задача 2

Дослідити зміну максимального пускового навантаження $M_{\max}$ приводного механізму (рис. 2) у функції моментів інерції ведучої і веденої мас. Модель дослідження – двомасова система. Моменти інерції ведучої і веденої мас J_1 та J_2 змінюються в межах від J_{i0} до J_{i1} $(i=1,2)$. Зведені моменти сил двигуна і зовнішнього опору $M_д$ і $M_о$, передаточне число редуктора u, коефіцієнт корисної дії $\eta = 0{,}8$ (таблиця 2). Пуск проводиться з передпусковим ступенем. Побудувати графіки $M_{\max} = f_1(J_1)$ і $M_{\max} = f_2(J_2)$, прийнявши відповідно $J_2 = \frac{J_{20} + J_{21}}{2}$ і $J_1 = \frac{J_{10} + J_{11}}{2}$.

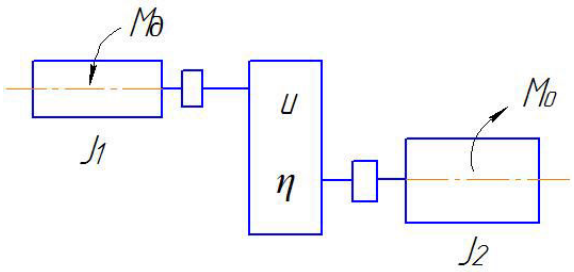

Рисунок 2

Таблиця 2

№ варіанту	$M_д$, кН·м	$M_о$, кН·м	J_{10}, кг·м^2	J_{11}, кг·м^2	J_{20}, кг·м^2	J_{21}, кг·м^2	u
1	5	4	0,5	1,5	4	12	2,0
2	6	5	1	3	9	20	2,2
3	7	6	2	4	17	52	2,4
4	8	7	2	6	27	81	2,6
5	9	8	3	7	45	135	2,8

Примітка. 1. Зведення моментів сил і моментів інерції мас проводити до валу двигуна.

2. Моментами інерції валів і передач знехтувати.

Задача 3

Дослідити зміну пускового навантаження трансмісійного валу вантажного візка з електроприводом (рис. 3) у залежності від значення його маси m, яка змінюється від m_1 до m_2. Пусковий момент двигуна $M_д$, сила опору руху $F = Gf$, де f – коефіцієнт опору, G – вага візка, Передаточне число редуктора u, діаметр ходових коліс $D_к$. Маховий момент ротора двигуна і муфти GD^2 (таблиця 3). Пуск без передпускового ступеня. Втрати на тертя не враховувати.

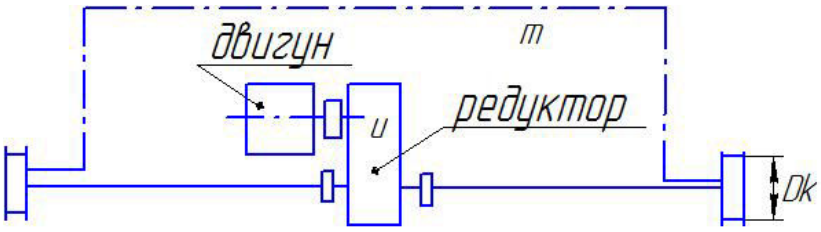

Рисунок 3

Таблиця 3

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	$M_д$, Н·м	GD^2, Н·м^2	u	$D_к$, мм	f
1	10	20	2,0	0,05	2,5	300	0,15
2	20	30	3,0	0,08	3.0	300	0,15
3	30	40	4,0	0,1	3,5	350	0,12
4	40	50	5,0	0,15	4,0	350	0,12
5	50	60	6,0	0,2	4,5	400	0,1

Примітка. Моментами інерції обертових частин редуктора, трансмісійного валу і ходових коліс знехтувати.

Задача 4

Дослідити зміну максимального навантаження M_{max} передач приводного механізму при гальмуванні в залежності від величини моменту інерції веденої маси J_2, який змінюється від J_{20} до J_{21}. Момент інерції ведучої маси J_1. Гальмо встановлене на ведучій масі (рис. 4). Побудувати графік $M_{max} = f(J_2)$. Моменти сил гальма і сил опору $M_г$ і $M_о$, передаточне число редуктора u, коефіцієнт корисної дії $\eta = 0{,}8$ (таблиця 4). Зведення моментів сил і моментів інерції мас проводити до валу гальма.

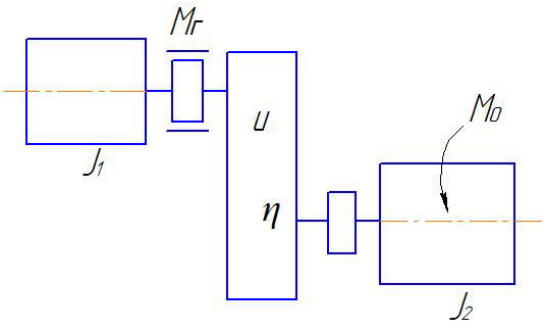

Рисунок 4

Таблиця 4

№ варіанту	$M_г$, Н·м	$M_о$, Н·м	J_1, кг·м^2	J_{20}, кг·м^2	J_{21}, кг·м^2	u
1	1	3	1	15	30	5,0
2	1,2	4	1,5	20	40	5,5
3	1,6	5	2,0	30	60	6,0
4	1,8	6	2,5	40	80	6,5
5	2,0	8	3,0	50	100	7,0

Задача 5

Дослідити зміну максимального навантаження M_{max} при гальмуванні приводного механізму в функції величини моменту інерції ведучої маси J_1, який змінюється від J_{10} до J_{11}. Момент інерції веденої маси J_2. Гальмо встановлене на веденій масі (рис. 5). Побудувати графік $M_{max} = f(J_1)$. Моменти сил гальма і сил опору $M_г$ і M_o, передатне число редуктора u, коефіцієнт корисної дії $\eta = 0{,}8$ (таблиця 5). Зведення моментів сил і моментів інерції мас проводити до валу гальма.

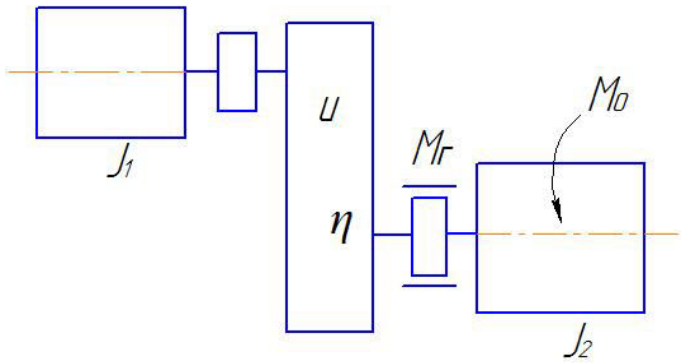

Рисунок 5

Таблиця 5

№ варіанту	$M_г$, Н·м	M_o, Н·м	J_2, кг·м^2	J_{10}, кг·м^2	J_{11}, кг·м^2	u
1	10	2	2	0,01	0,1	5
2	12	3	3	0,02	0,2	6
3	16	4	4	0,03	0,3	7
4	18	5	5	0,04	0,4	8
5	20	6	6	0,05	0,5	9

Задача 6

Дослідити зміну максимального навантаження M_{max} вала двигуна приводного механізму (рис. 6) при навантаженні веденої маси після розгону в функції часу (за лінійним законом) у залежності від зміни моменту інерції веденої маси J в межах від J_1 до J_2 і приведеної (до валу двигуна) жорсткості пружної ланки c в межах від c_1 до c_2. Статичне навантаження рівне M_o, передаточне відношення передачі u, час наростання навантаження t_1 (таблиця 6). Побудувати графіки $M_{max} = f_1(I)$ і $M_{max} = f_2(c)$ при постійних значеннях відповідно $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $J = \frac{J_1 + J_2}{2}$, визначити оптимальне значення часу t_1.

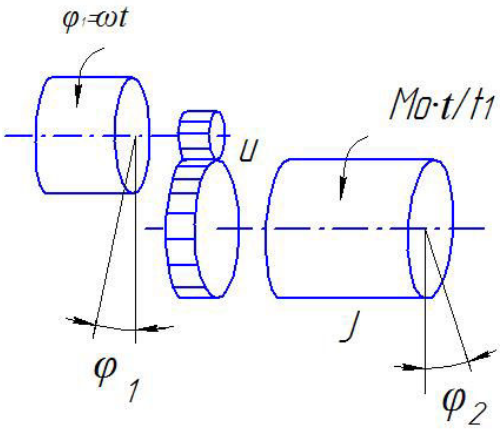

Рисунок 6

Таблиця 6

№ варіанту	J_1, кг·м^2	J_2, кг·м^2	c_1, Н/м	c_2, Н/м	M_o, Н·м	t, с	u
1	1	10	10	100	5,0	1	2,5
2	2	20	15	150	12	1,5	3,0
3	4	40	20	200	20	2,0	3,5
4	6	60	25	250	32	2,0	4,0
5	8	80	30	300	45	2,0	4,5

Примітка. Втратами від тертя знехтувати.

Задача 7

Дослідити процес навантаження приводного механізму (рис. 7) після його розгону при зростанні зовнішнього навантаження веденої маси (J) у функції кута повороту φ_c. Побудувати графік зміни максимального навантаження пружної ланки в залежності від кута φ_c при його зміні від φ_{c_1} до φ_{c_2} (таблиця 7). Знайти значення φ_c, при якому буде мінімальне навантаження передач механізму. Зведена (до валу веденої маси) жорсткість рівна c.

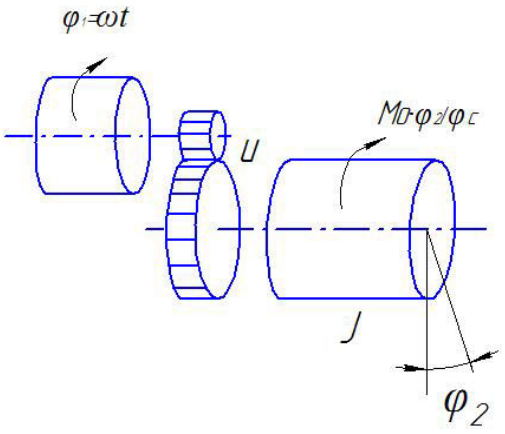

Рисунок 7

Таблиця 7

№ варіанту	M_o, кН·м	c, Н/м	J, кг·м^2	φ_{c_1}, рад	φ_{c_2}, рад	u	ω, с$^{-1}$
1	2,0	100	0,2	10	20	5	60
2	4,0	120	0,4	20	40	5	70
3	6,0	140	0,6	30	60	6	80
4	8,0	160	0,8	40	80	6	90
5	10,0	180	1,0	50	100	7	100

Примітка. Втратами від тертя знехтувати.

Задача 8

Важільний механізм (рис. 8) складається із стійки, закріпленої шарнірно одним кінцем і несучої на другому кінці вантаж масою m. Стійка вимушено переміщується в напрямку стрілки з кутовою швидкістю ω (таблиця 8). Система під дією моменту M обертається відносно вертикальної осі з кутовою швидкістю $\omega_0 = 0{,}1$ с$^{-1}$. Дослідити зміни потрібного моменту M в залежності від часу. Побудувати графік $M = f(t)$. Початковим прийняти горизонтальне положення стійки. Тертя в опорах не враховувати.

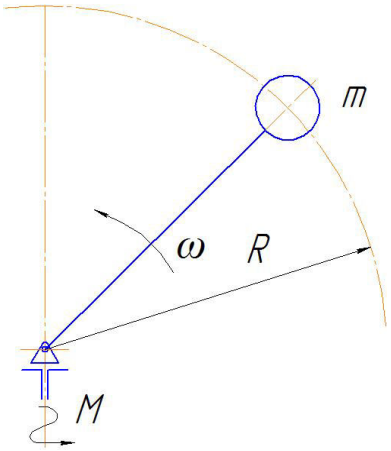

Рисунок 8

Таблиця 8

№ варіанту	m, кг	R, м	ω, с$^{-1}$
1	10	2,5	0,2
2	20	3,0	0,3
3	30	3,5	0,4
4	40	4,0	0,5
5	50	4,0	0,6

Задача 9

Механічна система (рис. 9) складається з гнучкого стержня, який закріплений шарнірно в точці A і несучого на кінцях вантажі масами m_1 і m_2. Жорсткості на згин кінців ділянок стержня з довжинами l_1 і l_2 відповідно c_1 і c_2. У місці розміщення шарніра до стержня миттєво прикладається постійний момент (таблиця 9). Дослідити зміни максимальних згинальних моментів M_1 і M_2 ділянок стержня у функції значень жорсткостей c_1 і c_2, які змінюються відповідно від c_{i0} до c_{i1} $(i=1,2)$. Побудувати графіки $M_1 = f_1(C_1)$ і $M_2 = f_2(C_1)$, прийнявши $c_2 = \dfrac{c_{20}+c_{21}}{2}$, а також $M_1 = f_3(C_2)$ і $M_2 = f_4(C_2)$, прийнявши $c_1 = \dfrac{c_{10}+c_{11}}{2}$.

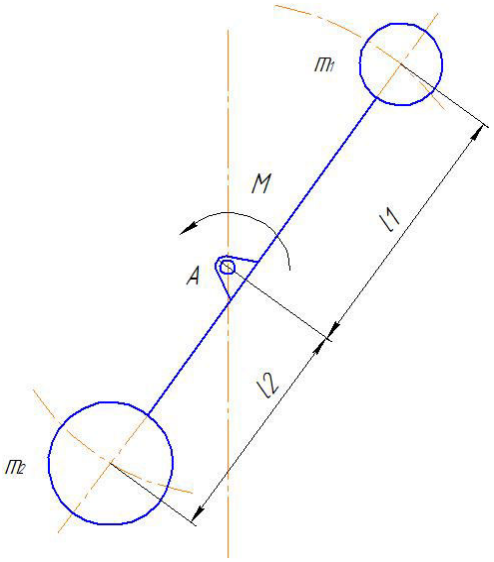

Рисунок 9

Таблиця 9

№ варіанту	M, Н·м	l_1, м	l_2, м	m_1, кг	m_2, кг	c_{10}, Н/м	c_{11}, Н/м	c_{20}, Н/м	c_{21}, Н/м
1	20	2,0	1,0	100	200	2500	5000	10000	20000
2	40	3,0	1,5	200	400	5000	10000	15000	320000
3	60	4,0	2,0	300	600	5000	10000	20000	40000

Продовження табл. 9

4	80	5,0	2,5	400	800	6000	12000	20000	40000
5	100	6,0	3,0	500	1000	7500	15000	25000	50000

Примітка. 1) Втратами на тертя в шарнірі знехтувати.
2) Дослідження проводити в межах відхилення стержня на ±45° від вертикалі.

Задача 10

Дослідити зміну ударного навантаження F буфера подвійної жорсткості (рис. 10) при зіткненні маси m з нерухомою стіною та при зміні її величини в межах від m_1 до m_2 і жорсткості одної з пружин буфера c в межах від c_1 до c_2. Побудувати графіки $F = f_1(m)$ і $F = f_2(c)$ при постійних значеннях відповідно $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$. Швидкість співудару v (таблиця 10).

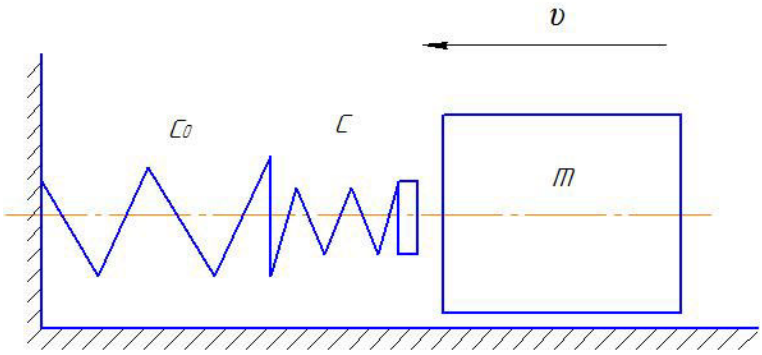

Рисунок 10

Таблиця 10

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м	c_0, Н/м	v, м/с
1	1,0	10	100	1000	2000	1
2	2,0	20	200	2000	4000	2
3	3,0	30	300	3000	6000	3
4	4,0	40	400	4000	8000	4
5	5,0	50	500	5000	10000	5

Задача 11

Дослідити зміну максимальної сили F удару маси m по пружині жорсткістю c (рис. 11) у залежності від величини маси, яка змінюється в межах від m_1 до m_2 і висоти падіння H, яка змінюється в межах від H_1 до H_2 (таблиця 11). Побудувати графіки $F = f_1(m)$ і $F = f_2(H)$ при постійних значеннях відповідно $H = \frac{H_1 + H_2}{2}$ і $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$.

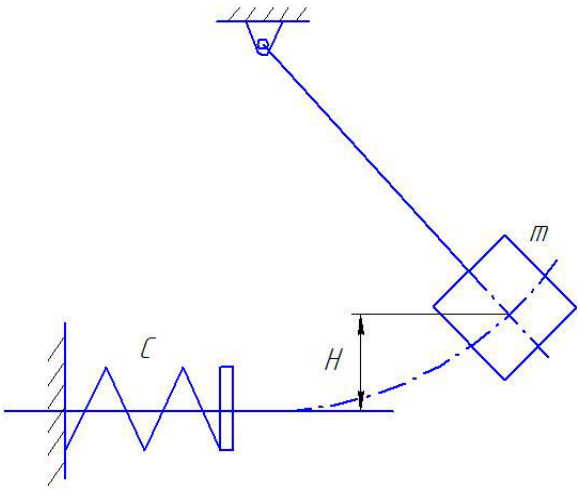

Рисунок 11

Таблиця 11

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	H_1, м	H_2, м	c, Н/м
1	0,1	1,0	0,1	1,1	100
2	0,2	2,0	0,2	1,2	200
3	0,3	3,0	0,3	1,3	300
4	0,4	4,0	0,4	1,4	400
5	0,5	5,0	0,5	1,5	500

Задача 12

Дослідити зміну навантаження тягових елементів вантажопідіймального механізму (рис. 12) при різкому відриванні вантажу від жорсткої основи в залежності від значення їх жорсткості c, яка змінюється від c_1 до c_2. Швидкість руху верхнього кінця тягового елементу постійна і рівна v (таблиця 12).

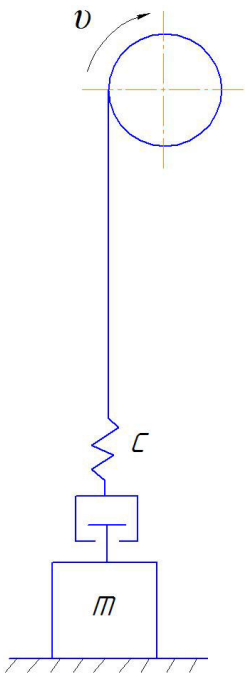

Рисунок 12

Таблиця 12

№ варіанту	m, кг	v, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м
1	100	1,0	2000	10000
2	150	0,8	3000	15000
3	200	0,7	4000	20000
4	300	0,6	5000	25000

Примітка. У момент відривання вантажу від опори вважати тягові елементи розтягнутими силою ваги вантажу.

Задача 13

Дослідити зміну навантаження F буфера (рис. 13) при посадці на нього вантажу вагою Q з постійною швидкістю V при зміні значення Q в межах від Q_1 до Q_1 і жорсткості буфера c в межах від c_1 до c_2 (таблиця 13). Побудувати графіки $F = f_1(Q)$ і $F = f_2(c)$ при постійних значеннях відповідно $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $Q = \frac{Q_1 + Q_2}{2}$. Пружністю каната знехтувати.

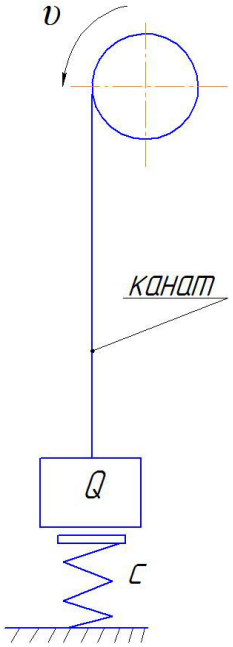

Рисунок 13

Таблиця 13

№ варіанту	Q_1, кН	Q_2, кН	c_1, Н/м	c_2, Н/м	v, м/с
1	100	1000	2000	10000	1,0
2	200	2000	3000	12000	2,0
3	300	3000	4000	16000	3,0
4	400	4000	5000	20000	4,0
5	500	5000	6000	24000	5,0

Задача 14

Дослідити зміну максимального ударного навантаження буфера маятникового механізму (рис. 14) при постійних значеннях мас m_1, m_2; довжини маятника l і швидкості v, але змінному значенні жорсткості c, яка змінюється від c_1 до c_2 (таблиця 14). Побудувати графік $F_{max} = f(c)$.

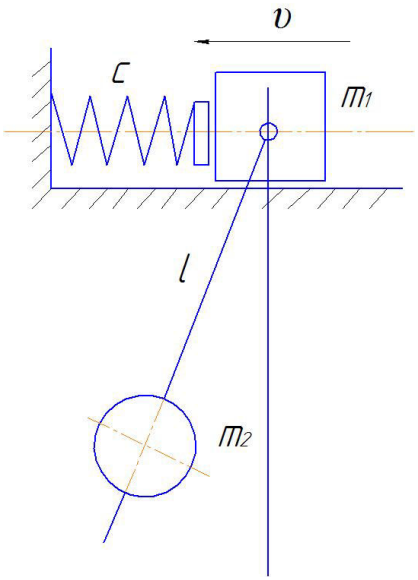

Рисунок 14

Таблиця 14

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	l, м	v, м/с	c_1, Н/м	c_2, Н/м
1	5	10	2	2,0	5000	10000
2	10	15	4	2,5	4000	8000
3	15	20	5	3,0	6000	12000
4	20	15	6	2,5	5000	20000
5	25	10	6	2,0	8000	30000

Примітка. Коливання маси m_2 вважати малими.

Задача 15

Дослідити максимальне навантаження F_{max} пружин клинового гасителя швидкості (рис. 15) в залежності від величини жорсткості пружин c, яка змінюється від c_1 до c_2 і значення кута клину φ, який змінюється від φ_1 до φ_2. Швидкість v і маса клину m_0 постійні (таблиця 15). Коефіцієнт тертя клина об направляючі рівний $f = 0{,}1$. Побудувати графіки $F_{max} = f_1(c)$ і $F_{max} = f_2(\varphi)$, прийнявши відповідно $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$ і $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$.

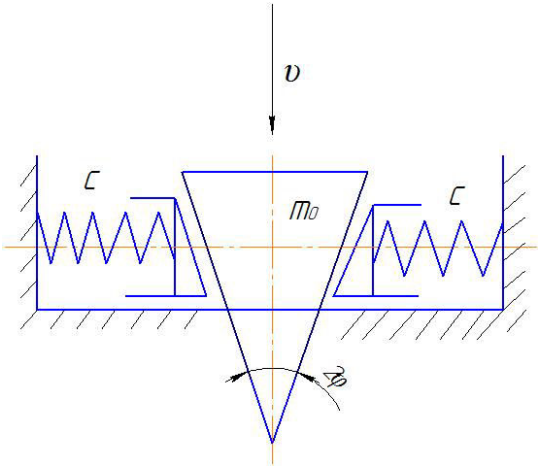

Рисунок 15

Таблиця15

№ варіанту	v, м/с	m_0, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м	φ_1, град	φ_2, град
1	4	5	150	800	5	10
2	5	6	200	1000	6	16
3	6	7	300	1200	5	12
4	7	8	400	1400	6	18
5	8	9	500	1500	7	20

Задача 16

Для заданої пружної системи дослідити зміну максимального ударного навантаження F_{max} пружної ланки 1 (рис. 16) при сталих значеннях мас m_1, m_2, жорсткості пружин c та швидкості v, але змінному значенні c_1 від c_{11} до c_{12} (таблиця 16). Побудувати графік $F_{max} = f(c_1)$.

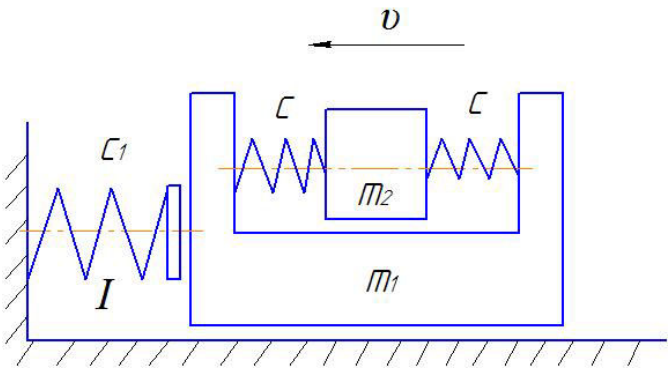

Рисунок 16

Таблиця 16

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c, Н/м	v, м/с	c_{11}, Н/м	c_{12}, Н/м
1	6	4	5000	4	20000	80000
2	8	6	8000	3	30000	90000
3	10	5	10000	3	40000	120000
4	12	4	12000	2	50000	150000
5	14	7	14000	1	60000	180000

Примітка. При русі маси m_2 ланки жорсткістю c повного розслаблення не мають (не зазнають розриву).

Задача 17

Опорна площадка гідропідйомника (рис. 17) рухається із сталою швидкістю v. У момент контакту опорної площадки з механічною системою, яка складається з мас m_1, m_2 і m_3, пружні ланки із жорсткостями c_1 і c_2 навантажені лише вагою відповідних мас. Дослідити зміни максимальних навантажень пружних ланок F_1 і F_2 у процесі підйому. Побудувати графіки $F_1 = f_1(c_1)$ і $F_2 = f_2(c_1)$. Жорсткість c_1 змінюється від c_{10} до c_{11} (таблиця 17).

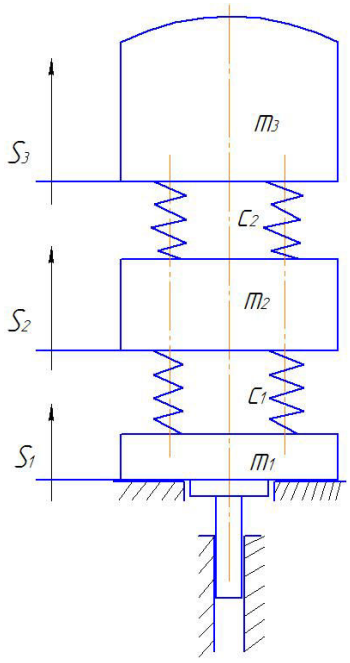

Рисунок 17

Таблиця 17

№ варіанту	c_2, Н/м	m_1, кг	m_2, кг	m_3, кг	c_{10}, Н/м	c_{11}, Н/м	v, м/с
1	3000	20	30	40	3000	6000	0,3
2	4000	30	40	40	4000	8000	0,3
3	5000	30	40	50	5000	10000	0,2
4	6000	40	50	50	6000	12000	0,2
5	7000	40	50	60	7000	14000	0,15

Задача 18

Ведена маса двомасової системи (рис. 18) приводиться в рух через кулачкову муфту. Ведуча маса рухається зі сталою кутовою швидкістю ω. При ввімкненні муфти відбувається ударне навантаження пружної ланки, що має жорсткість c. Дослідити зміну максимального значення крутного моменту в функції жорсткості c і моменту інерції веденої маси J. Середній радіус положення кулачків рівний R. Зовнішній момент опору – M_0 (таблиця 18).

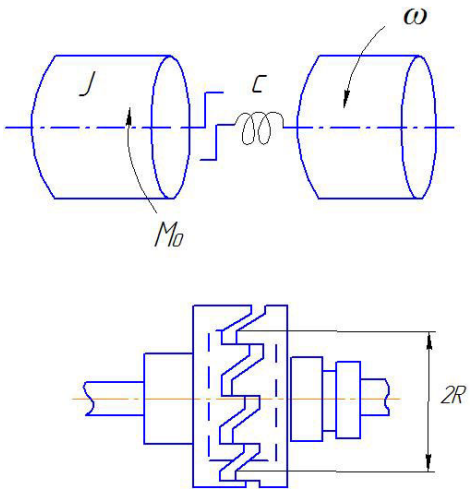

Рисунок 18

Таблиця 18

№ варіанту	ω, c^{-1}	c, Н·м/рад	J, кг $м^2$	R, м	M_0, Н·м
1	10	1000	5	0,06	5
2	20	1200	6	0,08	10
3	30	1400	8	0,10	15
4	40	1600	10	0,12	20
5	50	1800	12	0,15	25

Примітка. 1) При увімкненні муфти ведена маса нерухома.

2) Зовнішній момент опору M_0 діє лише після початку руху веденої маси.

Задача 19

Дослідити зміну частоти p власних коливань маси m (рис. 19) при зміні її величини в межах від m_1 до m_2 і жорсткості пружин c – в межах від c_1 до c_2 (таблиця 19). Побудувати графіки $p = f_1(m)$ і $p = f_2(c)$ при сталих значеннях відповідно $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$.

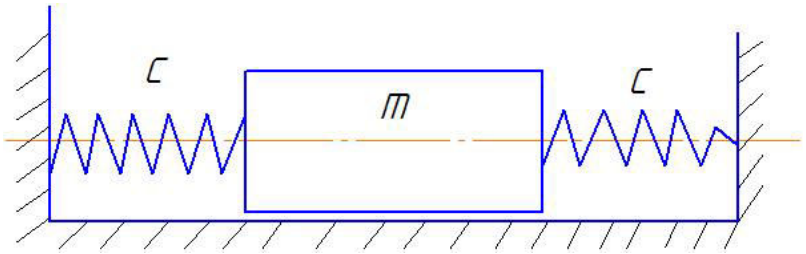

Рисунок 19

Таблиця 19

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м
1	0,1	1,0	100	1000
2	0,2	2,0	200	2000
3	0,3	3,0	300	3000
4	0,4	4,0	400	4000
5	0,5	5,0	500	5000

Задача 20

Дослідити зміну власної частоти p коливань маси m (рис. 20) при зміні її величини в межах від m_1 до m_2 і жорсткості пружин c – в межах від c_1 до c_2 (таблиця 20). Побудувати графіки $p = f_1(m)$ і $p = f_2(c)$ при сталих значеннях відповідно $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$.

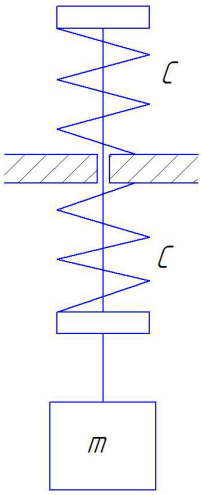

Рисунок 20

Таблиця 20

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м
1	1	10	1000	10000
2	2	20	2000	20000
3	3	30	3000	30000
4	4	40	4000	40000
5	5	50	5000	50000

Задача 21

Дослідити зміну частоти p власних коливань двомасової системи (рис. 21), яка складається із мас з моментами інерції J_1 і J_2, з'єднаних пружною ланкою жорсткістю c при змінах J_1 в межах від J_{10} до J_{11} та жорсткості в межах від c_1 до c_2 (таблиця 21). Побудувати графік $p = f_1(J_1)$ і $p = f_2(c)$ при сталих значеннях відповідно $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $J = \frac{J_{10} + J_{11}}{2}$.

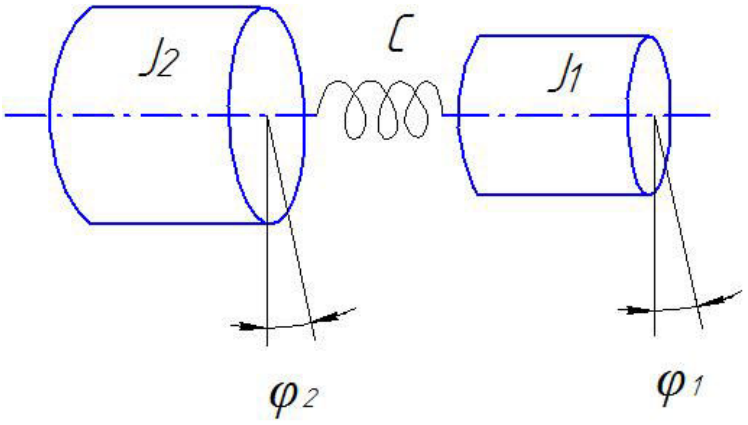

Рисунок 21

Таблиця 21

№ варіанту	J_{10}, кг·м^2	J_{11}, кг·м^2	c_1, Н/м	c_2, Н/м	J_2, кг·м^2
1	0,1	1,0	10	100	1,0
2	0,2	2,0	20	200	2,0
3	0,3	3,0	30	300	3,0
4	0,4	4,0	40	400	4,0
5	0,5	5,0	50	500	5,0

Задача 22

Дослідити зміну частоти p власних малих коливань маси m (рис. 22) при зміні її величини в межах від m_1 до m_2 і від жорсткості пружин c, яка змінюється в межах від c_1 до c_2 (таблиця 22). Побудувати графіки $p = f_1(m)$ і $p = f_2(c)$ при сталих значеннях відповідно $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$.

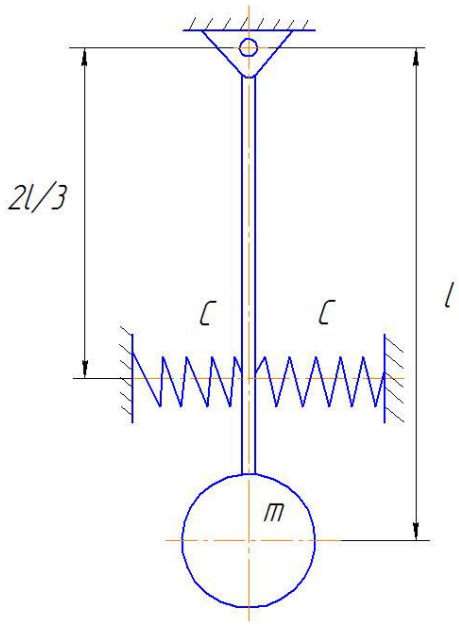

Рисунок 22

Таблиця 22

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м	l, м
1	0,1	1,0	10	100	1
2	0,2	2,0	20	200	2
3	0,3	3,0	30	300	3
4	0,4	4,0	40	400	4
5	0,5	5,0	50	500	5

Задача 23

Дослідити зміни кругових частот коливань двомасової системи (рис. 23) при постійних значеннях m_1, m_2, c_0 і c_1, але змінній жорсткості c_2 в межах від c_{21} до c_{22} (таблиця 23). Побудувати графіки $p_1 = f_1(c_2)$ і $p_2 = f_2(c_2)$.

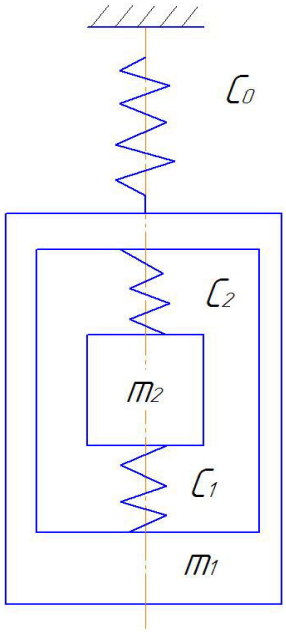

Рисунок 23

Таблиця 23

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_0, Н/м	c_1, Н/м	c_{21}, Н/м	c_{22}, Н/м
1	0,1	0,2	10000	10000	7000	14000
2	0,2	0,2	20000	20000	8000	16000
3	0,3	0,1	30000	30000	9000	18000
4	0,4	0,2	40000	40000	10000	20000
5	0,5	0,2	50000	50000	12000	24000

Примітка. При русі маси m_2 ланки жорсткістю c_1 і c_2 повного розслаблення не мають (не зазнають розриву).

Задача 24

Дослідити зміни кругових частот коливань двомасової системи (рис. 23) при постійних значеннях мас m_1, m_2; жорсткостей c_1 і c_2, але змінній жорсткості c_0 в межах від c_{01} до c_{02} (таблиця 24). Побудувати графіки $p_1 = f_1(c_0)$ і $p_2 = f_2(c_0)$.

Таблиця 24

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м	c_{01}, Н/м	c_{02}, Н/м
1	1	0,1	7000	7000	5000	10000
2	2	0,2	8000	8000	6000	12000
3	3	0,3	9000	9000	7000	14000
4	4	0,4	10000	10000	8000	16000
5	5	0,5	12000	12000	9000	18000

Примітка. При русі маси m_2 розриви пружних зв'язків відсутні.

Задача 25

Дослідити зміни кругових частот коливань двомасової системи (рис. 23) при постійних значеннях маси m_2, жорсткостей c_0, c_1 та c_2, але змінній масі m_1 в межах від m_{11} до m_{12} (таблиця 25). Побудувати графіки $p_1 = f_1(m_1)$ і $p_2 = f_2(m_1)$.

Таблиця 25

№ варіанту	m_2, кг	c_0, Н/м	c_1, Н/м	c_2, Н/м	m_{11}, кг	m_{12}, кг
1	0,5	10000	4000	4000	0,5	5,0
2	0,6	12000	5000	5000	0,6	6,0
3	0,7	14000	6000	6000	0,7	7,0
4	0,8	16000	7000	7000	0,8	8,0
5	0,9	18000	8000	8000	0,9	9,0

Примітка. 1) Розриви пружних ланок відсутні.

Задача 26

Дослідити зміни кругових частот коливань двомасової системи (рис. 23) при постійних значеннях маси m_1, жорсткостей c_0, c_1 і c_2 та змінній масі m_2 в межах від m_{21} до m_{22} (таблиця 26). Побудувати графіки $p_1 = f_1(m_2)$ і $p_2 = f_2(m_2)$.

Таблиця 26

№ варіанту	m_1, кг	c_0, Н/м	c_1, Н/м	c_2, Н/м	m_{21}, кг	m_{22}, кг
1	1,0	10000	7000	7000	0,1	1,0
2	2,0	12000	8000	8000	0,2	2,0
3	3,0	14000	9000	9000	0,3	3,0
4	4,0	16000	10000	10000	0,4	4,0
5	5,0	18000	12000	12000	0,5	5,0

Примітка. 1) Розриви пружних зв'язків відсутні.

Задача 27

Дослідити зміни кругових частот коливань маятникового пристрою (рис. 24) при постійних значеннях мас m_1, m_2, довжини l та змінному значенні жорсткості c в межах від c_1 до c_2 (таблиця 27). Побудувати графіки $p_1 = f_1(c)$ і $p_2 = f_2(c)$.

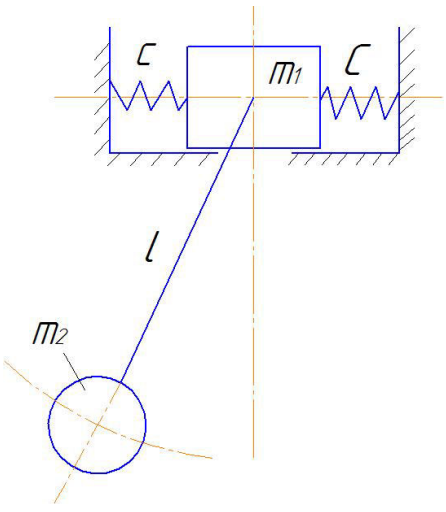

Рисунок 24

Таблиця 27

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	l, м	c_1, Н/м	c_2, Н/м
1	10	2,0	1,0	4000	10000
2	20	4,0	1,5	5000	10000
3	30	5,0	2,0	6000	12000
4	35	5,5	2,5	7000	14000
5	40	6,0	3,0	8000	16000

Примітка. 1) Розриви пружних ланок відсутні.

2) Коливання маятника вважати малими.

Задача 28

Дослідити зміни частот власних коливань маятникового пристрою (рис. 24) при постійних значеннях мас m_1, m_2 і жорсткості c та змінному значенні довжини l в межах від l_1 до l_2 (таблиця 28). Побудувати графіки $p_1 = f_1(l)$ і $p_2 = f_2(l)$.

Таблиця 28

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c, Н/м	l_1, м	l_2, м
1	10	2	4000	0,5	2,0
2	20	3	5000	0,6	2,2
3	30	4	6000	0,7	2,4
4	30	5	7000	0,8	3,0
5	40	6	8000	1,0	3,2

Примітка. 1) Розриви пружних ланок відсутні.

2) Коливання маятника вважають малими.

Задача 29

Дослідити зміни кругових частот коливань маятникового пристрою (рис. 24) при постійних значеннях маси m_1, жорсткості c, довжини l та змінній масі m_2 в межах від m_{21} до m_{22} (таблиця 29). Побудувати графіки $p_1 = f_1(m_2)$ і $p_2 = f_2(m_2)$.

Таблиця 29

№ варіанту	m_1, кг	c, Н/м	l, м	m_{21}, кг	m_{22}, кг
1	10	4000	1,0	1,0	2,0
2	20	5000	1,5	2,0	4,0
3	30	6000	2,0	3,0	6,0
4	35	7000	2,5	4,0	8,0
5	40	8000	3,0	5,0	10,0

Примітка. 1) Розриви пружних ланок відсутні.

2) Коливання маятника вважають малими.

Задача 30

Горизонтальний сейсмограф складається із похилого стояка та вантажу масою m (рис. 25). Визначити власну частоту p коливань вантажу залежно від його маси, що змінюється від m_1 до m_2 і кута α, який змінюється від α_1 до α_2 (таблиця 30). Побудувати графіки $p_1 = f_1(m)$, прийнявши $\alpha = \dfrac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$ і $p_2 = f_2(\alpha)$, прийнявши $m = \dfrac{m_1 + m_2}{2}$.

Примітка. 1. Масою стояка і підкосів знехтувати.

2. Коливання вантажу вважати малими.

3. Вантаж вважати зосередженим на плечі l.

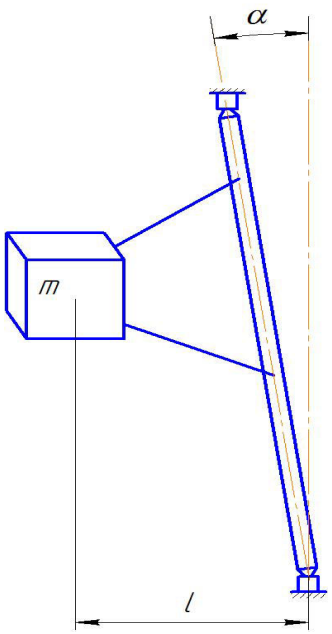

Рисунок 25

Таблиця 30

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	α_1	α_2	l, м
1	0,1	0,2	1^0	2^0	0,5
2	0,2	0,4	1^020	2^020	0,6
3	0,3	0,6	1^030	2^030	0,7
4	0,4	0,8	1^040	2^040	0,8
5	0,5	1,0	1^050	2^050	0,9

Задача 31

У прорізі диска, що обертається, затиснута пружинами маса m (рис. 26). Визначити частоту вільних коливань p маси в залежності від жорсткості c і маси m, які змінюються від c_1 до c_2 та від m_1 до m_2 відповідно (таблиця 31). Диск крутиться з постійною кутовою швидкістю ω. Побудувати графіки $p_1 = f_1(c)$ при $m = \dfrac{m_1 + m_2}{2}$ і $p_2 = f_2(m)$ при $c = \dfrac{c_1 + c_2}{2}$.

Примітка. 1. Повне розслаблення пружин відсутнє.

2. Площина диска горизонтальна.

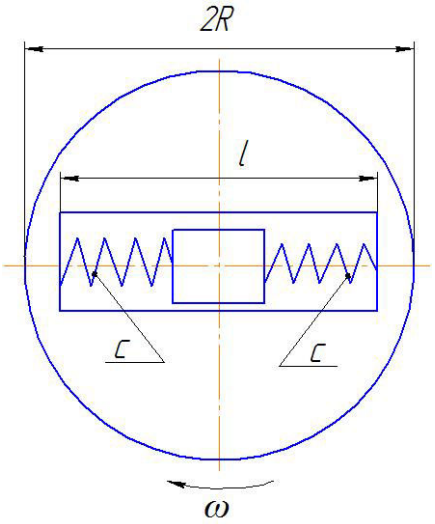

Рисунок 26

Таблиця 31

№ варіанту	ω, c^{-1}	c_1, Н/м	c_2, Н/м	m_1, кг	m_2, кг	l, м
1	100	100	200	0,1	1,0	0,2
2	100	150	300	0,2	2,0	0,3
3	150	200	400	0,3	3,0	0,4
4	150	200	400	0,4	4,0	0,5
5	200	300	500	0,5	5,0	0,6

Задача 32

У прорізі диска, що обертається, затиснута пружинами маса m (рис. 27). Визначити частоту вільних коливань p маси в залежності від змінної жорсткості c в межах від c_1 до c_2 і змінної маси m від m_1, до m_2 (таблиця 32). Диск обертається з постійною кутовою швидкістю ω. Побудувати графіки $p_1 = f_1(c)$ при $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$ і $p_2 = f_2(m)$ при $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$.

Примітка. 1. Повне розслаблення пружин відсутнє.

2. Площина диска горизонтальна.

3. Значення e прийняти рівним 0,3l.

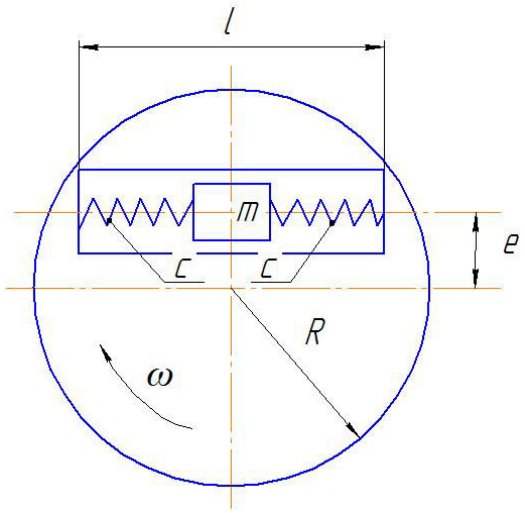

Рисунок 27

Таблиця 32

№ варіанту	ω, c^{-1}	c_1, Н/м	c_2, Н/м	m_1, кг	m_2, кг	l, м
1	100	100	200	0,1	1,0	0,2
2	100	150	300	0,2	2,0	0,3
3	150	200	400	0,3	3,0	0,4
4	150	200	400	0,4	4,0	0,5
5	200	300	500	0,5	5,0	0,6

Задача 33

Дослідити зміну частоти власних коливань p вантажів регулятора швидкості (рис. 28) залежно від значень розмірів товщини h і ширини b прямокутного поперечного перерізу пружних елементів, що змінюються відповідно від h_1 до h_2 і від b_1 до b_2 (таблиця 33). Побудувати графіки $p_1 = f_1(h)$ при $b = \frac{b_1 + b_2}{2}$ і $p_2 = f_2(b)$ при $h = \frac{h_1 + h_2}{2}$.

Примітка. 1. Коливання вважати малими, тобто, $l = const$.

2. Кривизною пружних елементів знехтувати.

3. Матеріал пружних елементів сталь.

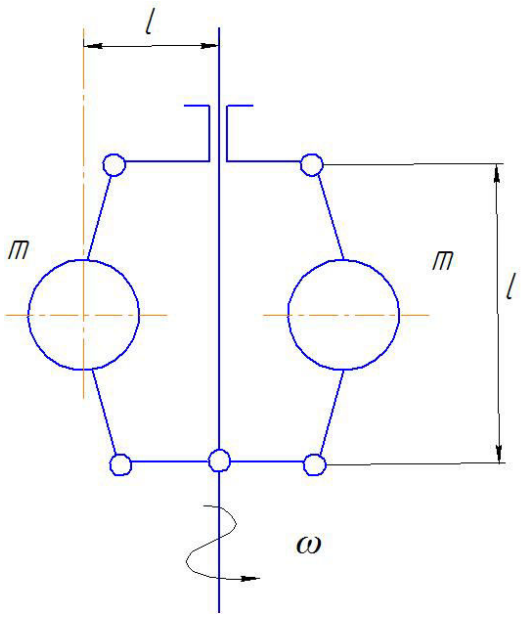

Рисунок 28

Таблиця 33

№ варіанту	m, кг	l, м	ω, c^{-1}	b_1, мм	b_2, мм	h_1, мм	h_2, мм
1	0,08	0,10	200	10	20	0,5	1,0
2	0,12	0,14	220	15	30	1,0	2,0
3	0,16	0,16	240	20	40	1,5	3,0
4	0,20	0,20	260	25	50	2,0	4,0
5	0,24	0,24	300	30	60	2,5	5,0

Задача 34

Відцентровий тахометр складається з двох куль масами m, стержня і спіральної пружини жорсткості c (рис. 29). Визначити власну частоту коливань куль p в залежності від жорсткості c і маси m, що змінюються відповідно від c_1 до c_2 і від m_1 до m_2 (таблиця 34). Побудувати графіки $p_1 = f_1(c)$, прийнявши $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$ і $p_2 = f_2(m)$, прийнявши $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$.

Примітки. 1. Коливання вважати малими, тобто $l = const$.

2. Масою стержня і пружини знехтувати.

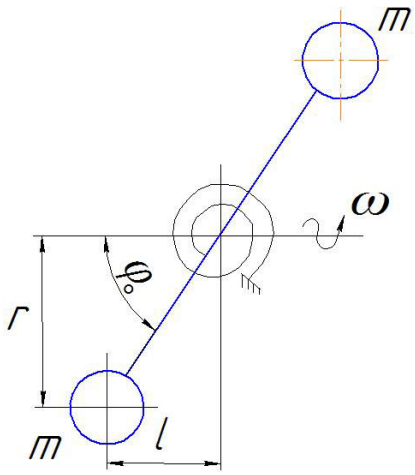

Рисунок 29

Таблиця 34

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н·м/рад	c_2, Н·м/рад	l, м	l, м
1	0,01	0,020	50	100	0,03	0.04
2	0,012	0,024	60	120	0,04	0,04
3	0,014	0,028	70	140	0,05	0,05
4	0,016	0,032	80	160	0,06	0,05
5	0,02	0,04	90	180	0,07	0,06

Задача 35

Дослідити зміну частоти власних коливань балансу (рис. 30) залежно від значень розмірів товщини h і ширини b прямокутного перерізу спіральної пружини, що змінюються відповідно від h_1 до h_2 та від b_1 до b_2 (таблиця 35). Вага балансу G, довжина пружини L. Побудувати графіки $p_1 = f_1(b)$ при $h = \frac{h_1 + h_2}{2}$ і $p_2 = f_2(h)$ при $b = \frac{b_1 + b_2}{2}$.

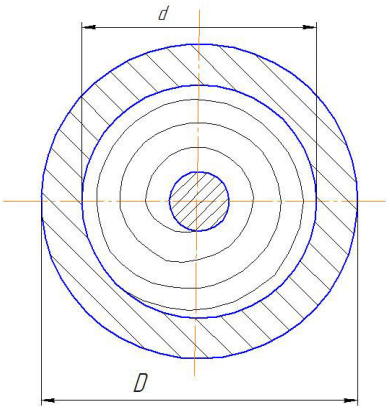

Рисунок 30

Таблиця 35

№ варіанту	G, Н	L, м	D, мм	d, мм	b_1, мм	b_2, мм	h_1, мм	h_2, мм
1	1,0	0,8	18	10	2,0	4,0	0,2	0,8
2	1,5	1,0	22	12	3,0	6,0	0,3	1,0
3	2,0	1,2	26	14	4,0	6,0	0,4	1,2
4	2,5	1,4	30	16	5,0	7,0	0,5	1,6
5	3,0	1,6	34	18	6,0	10,0	0,6	2,0

Задача 36

Торсіонна підвіска (рис. 31) складається із валу, жорсткого коромисла і пружини. Дослідити зміну частоти власних коливання p вантажу масою m від діаметра валу d, що змінюється від d_1 до d_2 і його довжини l, що змінюється від l_1 до l_2 (таблиця 36). Жорсткість пружини рівна c. Побудувати графіки $p_1 = f_1(d)$ при $l = \dfrac{l_1 + l_2}{2}$ і $p_2 = f_2(l)$ при $d = \dfrac{d_1 + d_2}{2}$.

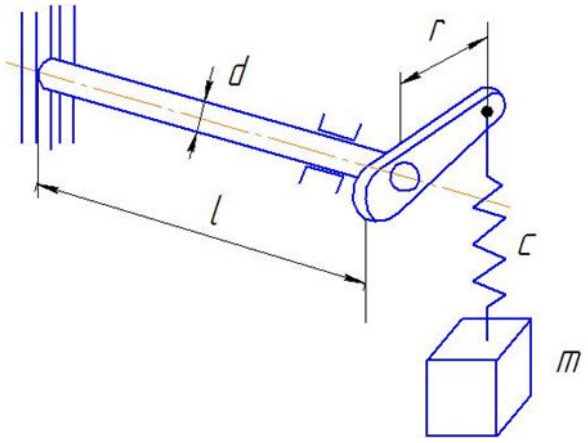

Рисунок 31

Таблиця 36

№ варіанту	m, кг	c, кН/м	r, мм	d_1, мм	d_2, мм	l_1, мм	l_2, мм
1	1,0	10	80	10	20	200	400
2	2,0	20	120	15	25	300	500
3	4,0	30	160	20	30	400	600
4	6,0	40	200	25	35	500	700
5	10,0	50	220	30	40	600	800

Задача 37

Дослідити зміну частоти власних коливань p двомасової системи (рис. 32), що складається з мас m_1 і m_2 та пружних елементів з жорсткостями c_1 і c_2, в залежності від зміни c_2 в межах від c_{20} до c_{21} (таблиця 37). Побудувати графік $p_1 = f_1(c_2)$ і $p_2 = f_2(c_2)$.

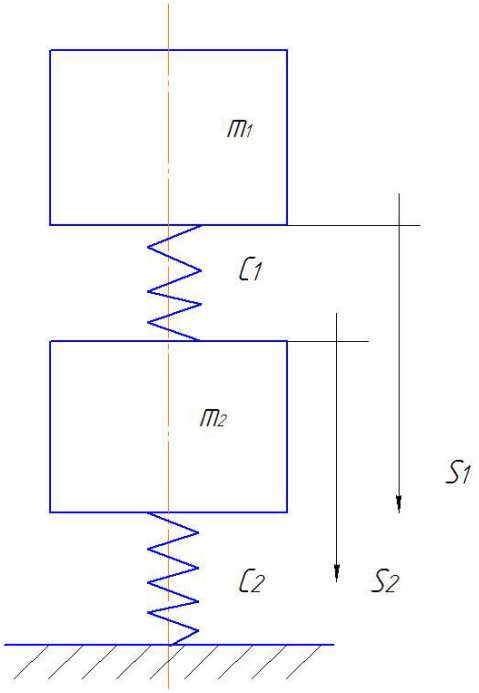

Рисунок 32

Таблиця 37

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_{20}, Н/м	c_{21}, Н/м
1	10	20	5000	5000	10000
2	20	40	6000	6000	12000
3	40	60	7000	7000	14000
4	60	80	8000	8000	16000
5	80	100	9000	9000	18000

Задача 38

Дослідити зміну частоти власних коливань основного тону p кабіни підйомника (рис. 33) від висоти l при постійному значенні швидкості розповсюдження пружної хвилі v. Погонна вага канатів дорівнює q, вага кабіни з вантажем Q. Побудувати графік $p = f(l)$ при зміні l від l_1 до l_2 (таблиця 38).

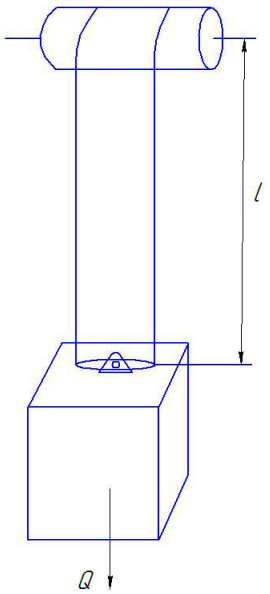

Рисунок 33

Таблиця 38

№ варіанту	Q, Н	q, Н/м	v, м/с	l_1, м	l_1, м
1	1000	20	4000	10	100
2	2000	40	4000	20	120
3	3000	60	5000	30	140
4	4000	80	5000	40	160
5	5000	100	5000	50	180

Задача 39

Стержень із закріпленим шарнірно маятником (рис. 34) обертається відносно вертикальної осі з кутовою швидкістю ω. Визначити частоту вільних коливань p в залежності від довжини l і швидкості ω, які змінюються від l_1 до l_2 та від ω_1 до ω_2 (таблиця 39). Побудувати графіки $p_1 = f(l)$ і $p_2 = f(\omega)$, прийнявши $\omega = \dfrac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ та $l = \dfrac{l_1 + l_2}{2}$.

Примітка.1. Коливання вважати малими.

2. Тертям в шарнірі знехтувати.

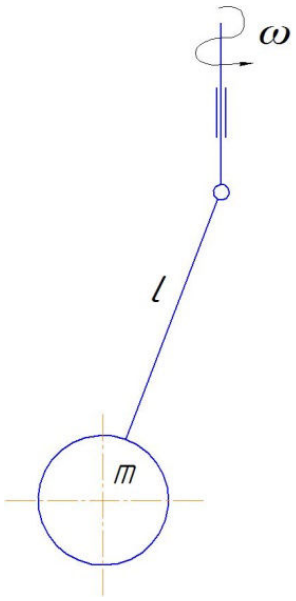

Рисунок 34

Таблиця 39

№ варіанту	l_1, м	l_2, м	ω_1, c^{-1}	ω_2, c^{-1}	m, кг
1	0,1	0,2	5	10	0,1
2	0,15	0,3	5	10	0,2
3	0,2	0,4	4	8	0,3
4	0,25	0,45	4	8	0,4
5	0,3	0,6	3	6	0,5

Задача 40

Вертикальний сейсмограф складається із рамки маси m і пружини з жорсткістю c (рис. 35). Визначити частоту p власних коливань маси m в залежності від її величини і від жорсткості c, які змінюються від m_1 до m_2 та від c_1 до c_2 відповідно (таблиця 40). Побудувати графіки $p_1 = f_1(m)$ при $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $p_2 = f_2(c)$ при $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$. Коливання рахувати малими, тобто l і l_0 постійні.

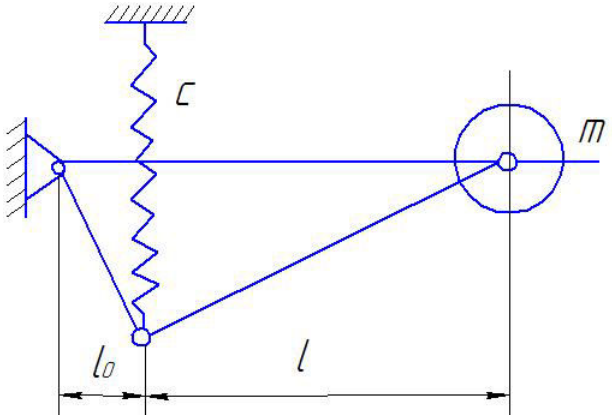

Рисунок 35

Таблиця 40

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_1, Н/м	l_0, м	l, м
1	0,1	0,2	1000	2000	0,2	0,4
2	0,2	0,4	2000	3000	0,3	0,6
3	03	0,6	3000	4000	0,4	0,8
4	0,4	0,8	5000	6000	0,5	1,0
5	0,5	1,0	7000	8000	0,6	1,2

Задача 41

Двоколісний причіп рухається по горизонталі з постійною швидкістю v (рис. 36). У деякий момент часу причіп наїжджає на періодичні нерівності (виступи). Визначити максимальне навантаження ресор і умови резонансу, якщо надресорна маса рівна m, жорсткість ресор c, висота нерівностей h, крок нерівностей l (таблиця 41). Побудувати графік зміни максимального навантаження ресор від швидкості $F = f(v)$ при постійних інших параметрах. Значення v змінюється в межах від 0,5 м/с до 1,5 м/с.

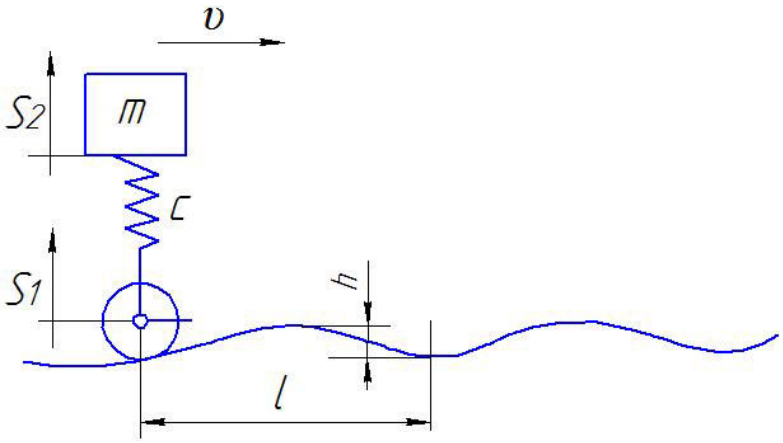

Рисунок 36

Таблиця 41

№ варіанту	m, кг	c, Н/м	l, м	h, м
1	20	20000	0,5	0,1
2	40	25000	0,5	0,1
3	60	30000	0,6	0,15
4	80	50000	0,6	0,15
5	100	10000	0,7	0,2

Задача 42

Вантажний візок масою m_1 приводиться в рух миттєвим прикладанням сили F (рис. 37). Опір пересуванню візка рівний W_1. На візку розміщений вантаж масою m_2, опір руху вантажу відносно візка рівний W_2. На відстані l від вантажу на візку встановлений буфер з жорсткістю c. Потрібно визначити максимальну силу удару вантажу об буфер F_1 і побудувати графік $F_1 = f(F)$ при постійних значеннях інших параметрів. Величина F змінюється від F_{11} до F_{12} (таблиця 42).

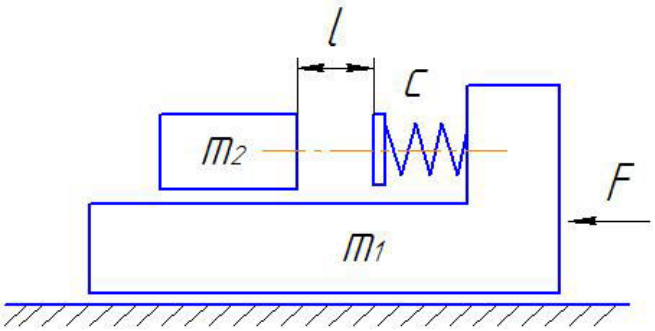

Рисунок 37

Таблиця 42

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	l, м	c, Н/м	F_{11}, Н	F_{12}, Н	W_1, Н	W_2, Н
1	100	50	0,5	1000	1000	2000	100	50
2	200	100	0,6	1500	2000	4000	200	100
3	300	150	0,8	3000	3000	6000	400	200
4	400	200	1,0	3500	4000	8000	600	300
5	500	250	1,2	4000	5000	10000	1000	400

Задача 43

Зубчасте колесо масою m_1 з жорстко скріпленим з ним водилом масою m_2 лежить на зубчастій рейці (рис. 38). До вільного кінця водила прикріплені без натягу пружини жорсткістю c кожна. Визначити власну частоту p малих коливань системи в залежності від значень жорсткості c і маси m_1, які змінюються відповідно в межах від c_1 до c_2 і від m_{11} до m_{12} (таблиця 43).

Побудувати графіки $p = f(c)$ при $m = \dfrac{m_1 + m_2}{2}$ і $p = f(m_1)$ при $c = \dfrac{c_1 + c_2}{2}$.

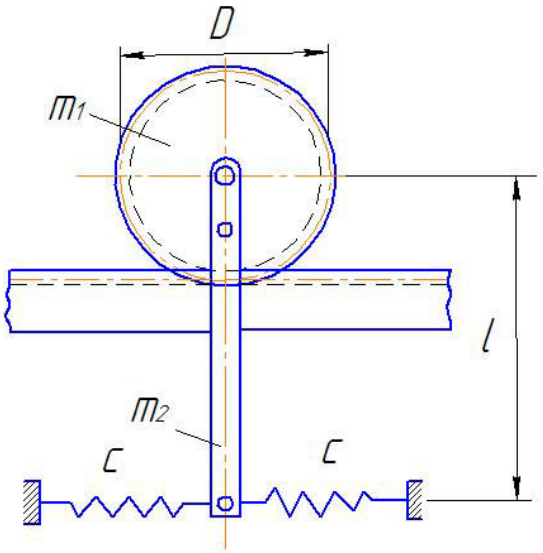

Рисунок 38

Таблиця 43

№ варіанту	c_1, Н/м	c_2, Н/м	m_{11}, кг	m_{12}, кг	m_2, кг	D, м	l, м
1	1000	2000	3	9	1	0,1	0,2
2	1000	2000	4	12	2	0,2	0,4
3	2000	4000	5	15	3	0,3	0,6
4	2000	4000	6	18	4	0,4	0,8
5	3000	6000	7	21	5	0,5	1,0

Задача 44

Важкий циліндр вагою Q, радіусом r лежить на вгнутій поверхні, що має радіус кривизни R (рис. 39). До верхньої точки циліндра прикріплені пружини-розтяжки жорсткістю c кожна. Визначити власну частоту p малих коливань циліндра в залежності від значень радіусу R і жорсткості c, які змінюються відповідно в межах від R_1 до R_2 і від c_1 до c_2 (таблиця 44). Побудувати графіки $p = f(R)$ при $c = \frac{c_1 + c_2}{2}$ і $p = f(c)$ при $R = \frac{R_1 + R_2}{2}$.

Примітка. Проковзування циліндра по поверхні відсутнє.

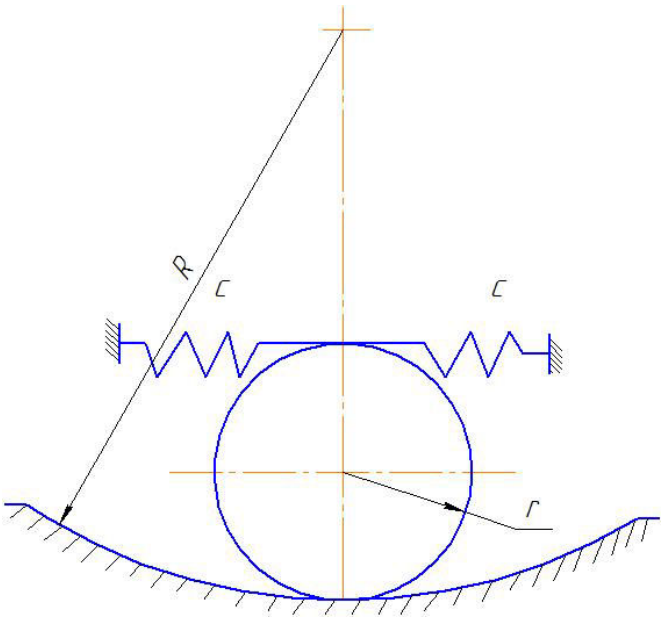

Рисунок 39

Таблиця 44

№ варіанту	Q, Н	r, м	R_1, м	R_2, м	c_1, Н/м	c_2, Н/м
1	200	0,10	0,5	2,0	500	1000
2	300	0,15	0,6	4,0	500	1000
3	400	0,20	0,8	6,0	600	1200
4	500	0,25	0,9	6,0	600	1200
5	600	0,30	1,0	8,0	600	1600

Задача 45

Вантаж масою m закріплений на гнучкій стальній стійці жорсткістю на згин El_x, підтримуваною двома пружинами жорсткістю c кожна (рис. 40). Визначити власну частоту p малих коливань вантажу в залежності від його маси і жорсткості пружин, що змінюються відповідно в межах від m_1 до m_2 і від c_1 до c_2 (таблиця 45). Побудувати графіки $p = f(m)$ при $c = \dfrac{c_1 + c_2}{2}$ і

$p = f(c)$ при $m = \frac{m_1 + m_2}{2}$. Вважати масу стійки і пружин малими в порівнянні з масою вантажу. Впливом сили ваги вантажу на згин стійки нехтувати.

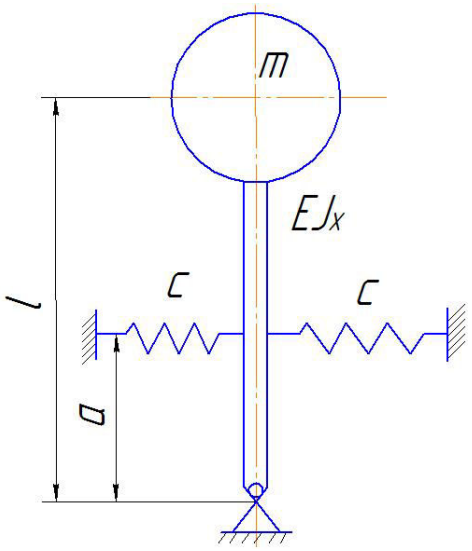

Рисунок 40

Таблиця 45

№ варіанту	m_1, кг	m_2, кг	c_1, Н/м	c_2, Н/м	El_x, Нм^2	l, м	a, м
1	1	4	500	2000	2000	1	0,5
2	2	8	1000	4000	4000	1	0,5
3	2	8	1500	6000	6000	2	0,8
4	3	12	2000	8000	8000	2	0,8
5	3	12	2500	10000	10000	2	1,0

Задача 46

Стальний циліндр радіусом r, масою m_1 (рис. 41) може котитися без проковзування по горизонтальній площині. До осі циліндра підвішений маятник, який складається із стержня довжиною l і масою m_2 на кінці. Визначити власні частоти p_1 і p_2 малих коливань системи в залежності від маси m_1 і довжини l, що змінюються відповідно в межах від m_{11} до m_{12} та від

l_1 до l_2. (таблиця 46). Побудувати графіки $p_i = f(m_1)$ при $l = \frac{l_1 + l_2}{2}$ і $p_i = f(l)$ при $m = \frac{m_{11} + m_{12}}{2}$, $i = 1,2$. Вважати стержень невагомим.

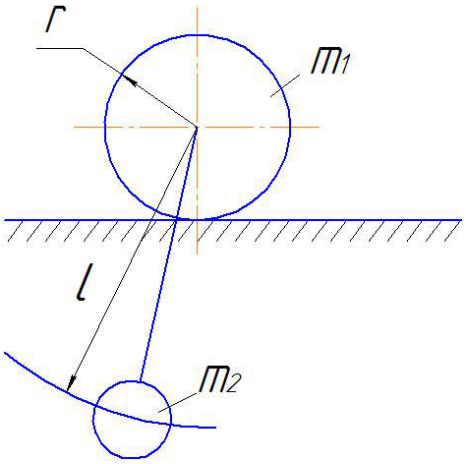

Рисунок 41

Таблиця 46

№ варіанту	m_{11}, кг	m_{12}, кг	l_1, м	l_2, м	r, м	m_2, кг
1	10	40	1,0	2	0,1	1
2	15	60	1,5	3	0,1	1
3	20	60	2,0	4	0,2	2
4	20	80	2,5	5	0,2	2
5	25	80	3,0	6	0,2	2

Приклад розв'язування завдання

Сучасне народне господарство характеризується неперервною інтенсифікацією технологічних процесів, що пов'язано із збільшенням робочих швидкостей. При вирішенні технологічних процесів важливу роль відіграють перекидачі, які практично застосовуються у всіх галузях народного господарства: гірничо-видобувній, будівельній, транспортній, сільськогосподарській та ін.

Перекидачі постійно працюють в динамічних режимах роботи, притому зміна навантаження тут проходить, як правило, миттєво, що приводить до великих динамічних навантажень, які діють на пружні елементи механізмів.

Враховуючи викладене вище, була розв'язана задача дослідження зміни максимального пускового навантаження $M_{\max}$ в пружних ланках перекидача (рис. 42) у функції маси m перекидуваного вантажу, що змінюється в межах від m_1 до m_2. Момент інерції ротора двигуна J_1, пусковий момент двигуна $M_д$. Передаточне число редуктора u, коефіцієнт корисної дії η. Пуск проводиться без передпускового ступеня.

Примітка.

1. Приведення моментів сил і моментів інерції мас проводити до валу двигуна.

2. Моментами інерції валів і передач, а також моментами від сил тертя в передачах нехтувати.

3. Момент двигуна прийняти $M_д = const$.

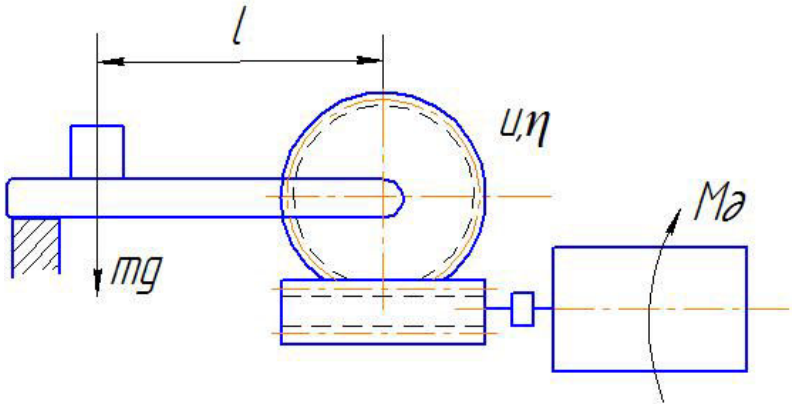

Рисунок 42

Послідовність розв'язування

Розрахункову схему перекидача приймемо у вигляді двомасової системи (рис. 43)

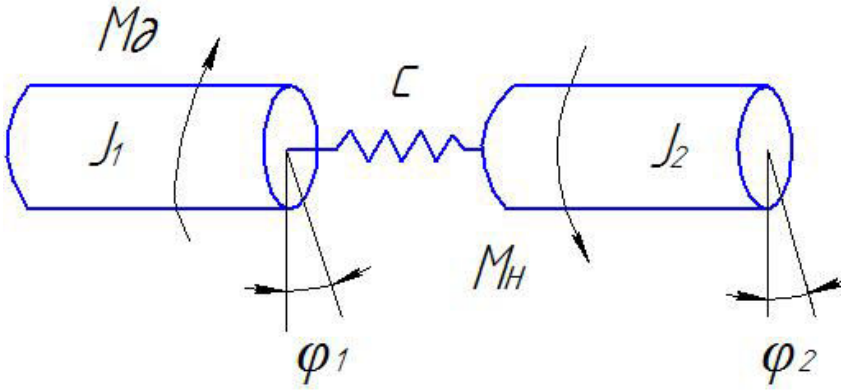

Рисунок 43

Тут позначені: J_1, J_2 – момент інерції ротора двигуна і зведений момент інерції веденої маси; $M_д$, $M_н$ – момент двигуна і зведений момент навантаження; c – зведена жорсткість пружних ланок.

Зведений до валу двигуна момент інерції перекидуваного вантажу визначаємо за формулою

$$J_2 = \frac{ml^2}{u^2}. \qquad (1)$$

Зведений момент навантаження від сили ваги вантажу дорівнює

$$M_{н} = \frac{mgl}{\eta u}. \tag{2}$$

Рівняння руху досліджуваної двомасової системи складаємо на основі рівняння Лагранжа другого роду

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \varphi'}\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \varphi}\right) + \left(\frac{\partial П}{\partial \varphi}\right) = \mathrm{F}, \tag{3}$$

де T, $П$ – кінетична і потенціальна енергії системи; φ – узагальнена координата; F – узагальнена сила.

Формули для визначення кінетичної і потенціальної енергії записуємо на основі розрахункової схеми (рис. 43)

$$\mathrm{T} = \frac{J_1}{2}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 + \frac{J_2}{2}\left(\frac{d\varphi_2}{dt}\right)^2; \quad П = \frac{\mathrm{c}(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}. \tag{4}$$

Підставляючи (4) в рівняння (3) і враховуючи, що на першому етапі розгону приводу без передпускового ступеня рухається тільки ведуча маса $(\varphi_2 = 0)$, отримаємо рівняння руху системи

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + c\varphi_1 = M_{д}. \tag{5}$$

Розв’язок даного рівняння має вигляд

$$\varphi_1 = A_1 \sin\sqrt{\frac{c}{J_1}}t + B_1 \cos\sqrt{\frac{c}{J_1}}t + \frac{M_{д}}{c} \tag{6}$$

Підставляючи початкові умови (при $t = 0$, $\varphi_1 = 0$, $\frac{d\varphi_1}{dt} = 0$), отримаємо

$$\varphi_1 = \frac{M_\partial}{c}(1 - \cos\sqrt{\frac{c}{J_1}}t).$$

Тоді швидкість ведучої маси рівна

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{M_\partial}{c}\sqrt{\frac{c}{J_1}}\sin\sqrt{\frac{c}{J_1}}t. \qquad (7)$$

Враховуючи, що в кінці першого етапу момент пружних сил рівний моменту навантаження ($\varphi_1 c = M_н$), отримаємо

$$M_\partial\left(1 - \cos\sqrt{\frac{c}{J_1}}t_1\right) = M_н,$$

де t_1 – час першого етапу руху системи.

Звідси знаходимо

$$t_1 = \sqrt{\frac{J_1}{c}}\arccos\frac{M_\partial - M_н}{\mathrm{M}_\partial}. \qquad (8)$$

Підставляючи вираз (8) в рівняння (7), отримаємо

$$\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)_1 = \frac{M_\partial}{c}\sqrt{\frac{c}{J_1}}\sin\left(\arccos\frac{M_\partial - M_н}{\mathrm{M}_\partial}\right). \qquad (9)$$

Після перетворення вираз (9) матиме вигляд

$$\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)_1 = \sqrt{\frac{M_н(2M_∂ - M_н)}{J_1 c}}. \qquad (10)$$

Використовуючи рівняння Лагранжа другого роду (3) і вирази (4), записуємо рівняння руху системи на другому етапі розгону

$$J_1 \frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + c(\varphi_1 - \varphi_2) = M_∂;$$

$$J_2 \frac{d^2\varphi_2}{dt^2} - c(\varphi_1 - \varphi_2) = -M_н. \qquad (11)$$

Позначивши деформацію пружної ланки $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi$, розв'язок рівнянь (11) отримаємо у вигляді

$$\varphi = A\sin\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t + B\cos\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t + \frac{(M_∂ - M_н)J_2}{c(J_1 + J_2)} + \frac{M_н}{c}. \qquad (12)$$

Початкові умови, починаючи новий відлік часу від початку другого етапу, мають вигляд

$$t = 0,\ \varphi = \frac{M_н}{c};\ \frac{d\varphi}{dt} = \left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right) = \sqrt{\frac{M_н(2M_∂ - M_н)}{J_1 c}}.$$

Використовуючи початкові умови, із виразу (12) визначаємо невідомі коефіцієнти

$$A = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{M_н(2M_∂ - M_н)J_2}{J_1 + J_2}};\ B = -\frac{(M_∂ - M_н)J_2}{\mathrm{c}(J_1 + J_2)}.$$

Підставляючи значення коефіцієнтів A і B в рівняння (12), отримаємо

$$\varphi = \frac{1}{c}\sqrt{\frac{M_н(2M_∂ - M_н)J_2}{I_1 + I_2}}\sin\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t - \frac{(M_∂ - M_н)J_2}{c(J_1 + J_2)} \times$$
$$\times\cos\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t + \frac{(M_∂ - M_н)J_2}{c(J_1 + J_2)} + \frac{M_н}{c}.$$

Тоді крутний момент в пружній ланці рівний

$$\mathrm{M} = \sqrt{\frac{M_н(2M_∂ - M_н)J_2}{J_1 + J_2}}\sin\sqrt{\frac{c(I_1 + I_2)}{J_1 J_2}}t - \frac{(M_∂ - M_н)J_2}{J_1 + J_2}\cos\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t + \\ + \frac{(M_∂ - M_н)J_2}{J_1 + J_2} + M_н. \qquad (13)$$

Для визначення максимального значення пружного моменту візьмемо похідну по часу від виразу (13) і прирівняємо її до нуля. Тоді отримаємо

$$\sqrt{\frac{M_н(2M_∂ - M_н)J_2}{J_1 + J_2}}\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}\cos\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t + \\ + \frac{(M_∂ - M_н)J_2}{J_1 + J_2}\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}\sin\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t = 0. \qquad (14)$$

Поділивши вираз (14) на $\cos\sqrt{\frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}t$, знайдемо час t_m, який відповідає максимальному пружному моменту

$$t_{\max} = \sqrt{\frac{J_1 J_2}{c(J_1 + J_2)}}\left(\pi - arctg\left(\frac{\sqrt{M_н(2M_∂ - M_н)J_2(J_1 + J_2)}}{J_2(M_∂ - M_н)}\right)\right). \qquad (15)$$

Підставивши вираз (15) в рівняння (13), отримаємо залежність для визначення максимального пружного моменту

$$M_{max} = \sqrt{\frac{M_н(2M_д - M_н)J_2}{J_1 + J_2} + \left(\frac{(M_д - M_н)J_2}{J_1 + J_2}\right)^2} + \frac{(M_д - M_н)J_2}{J_1 + J_2} + M_н. \qquad (16)$$

Використовуючи отриману формулу (16), будуємо графік залежності $M_{max} = f(m)$ (рис. 44), прийнявши наступні значення параметрів системи: $J_1 = 10$ кг·м^2; m_1=4 кг; m_2=10 кг; $M_д = 50$ Н·м; $u = 8$; $l = 1{,}2$ м; $\eta = 0{,}7$. $J_2 = \frac{ml^2}{u^2}$; $M_i = \frac{mgl}{\eta u}$.

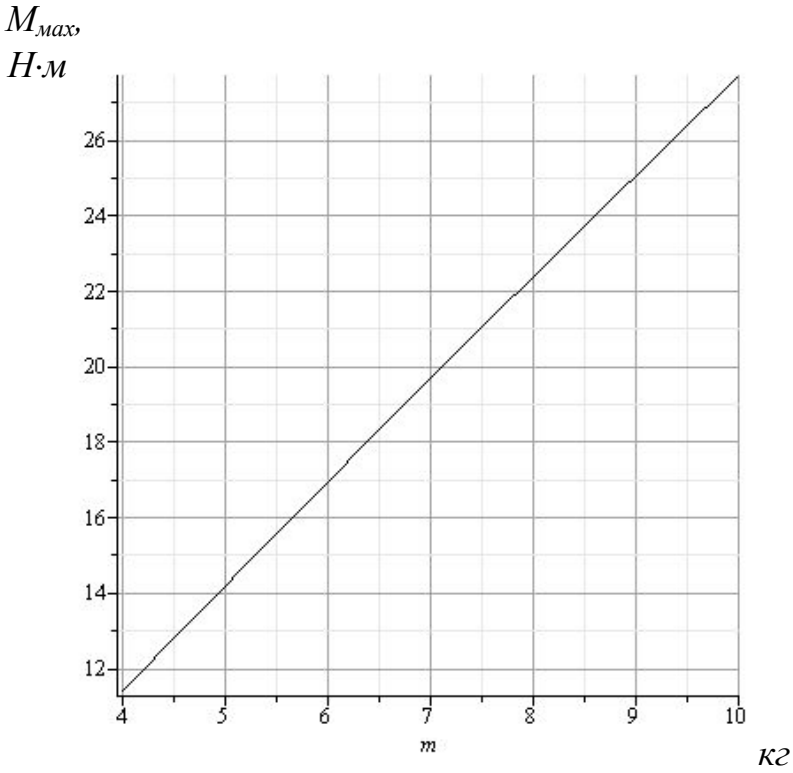

Рисунок 44

Побудований графік вказує на значне зростання динамічного навантаження в пружних елементах перекидача при зростанні маси перекидуваного вантажу.

Отримана формула дає можливість дослідити залежність максимального пружного моменту від інших параметрів механізму, що важливо при його проєктуванні.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Babii A. (2019) Parameters investigation for independent pendular suspension of sprayer boom. Scientific Journal of TNTU (Tern.), vol 96, no 4, pp. 90–100.

2. Babii A. (2020) Important aspects of the experimental research methodology. Scientific Journal of TNTU. Tern. : TNTU, 2020. Vol 97. No 1. P. 77–87.

3. Бабій А.В., Бабій М.В. Динамічна модель енергозберігаючого приводного механізму косарки. Вісник ХНТУСГ. Випуск 145. “Проблеми надійності машин та засобів механізації сільськогосподарського виробництва”. Харків, 2014. С.112–118.

4. Бабій А.В., Рибак Т.І., Бабій М.В Обґрунтування конструктивних особливостей енергозберігаючого приводного механізму косарки. Вісник ХНТУСГ. Випуск 134 “Технічний сервіс машин для рослинництва”. Харків, 2013. С.116–122.

5. Бабій А.В., Цепенюк М.І. Підвищення ефективності різання при роботі сегментно-пальцевого різального апарату. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин, вип. 47, ч.І. Кропивницький: ЦНТУ, 2017. С. 59-64.

6. Бабій М. В., Бабій А.В. Дослідження роботи енергозберігаючого приводного механізму косарки. Вісник ТНТУ. Тернопіль : ТНТУ, 2015. Том 77. № 1. С. 149-161.

7. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний: Учебник для вузов. М.: Высш. школа, 1980. 408 с.

8. Иванченко Ф. К. Механика приводов технологических машин. К.: Выща школа, 1986. 152 с.

9. Кожевников С. Н. Динамика нестационарных процессов в машинах. К.: Наукова думка, 1986. 288 с.

10. Комаров М.С. Динамика механизмов и машин. М.: Машиностроение, 1969.

11. Комаров М.С. Основы научных исследований. Львов: ЛГУ, 1982.

12. Комаров М.С., Цепенюк М.І. Задания к выполнению расчетно-графических работ по курсу “Основы научных исследований” для студентовв механических специальностей. Львов: ЛПІ, 1982.

13. Лурье А.Б. и др. Моделирование сельскохозяйственных агрегатов и их систем управления. Л.: Колос, Ленингр. отд, 1979. 312 с.

14. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. Учебное пособие для вузов. М. «Наука», 1980. 272 с.

15. Светлицкий В.А. Случайные колебания механических систем. М.: Машиностроение, 1976 (Биб-ка расчетчика). 216 с.

16. Свєтлицкий В.А., Стасенко І.В. Сборник задач по теории колебаний. М.: Высшая школа, 1973.

17. Сурьянинов Н.Г. Теоретические основы динамики машин. Учебн. Пособие / Сурьянинов Н.Г., Дашенко А. Ф., Белоус П.А. Одесса, ОГПУ, 2000. 302 с.

18. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Цирер У. Колебания в инженерном деле. Пер. с англ. М., Машиностроение, 1985. 472 с.

Для нотаток

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

Кафедра технічної механіки та сільськогосподарських машин

Бабій Андрій Васильович,
Цепенюк Михайло Іванович

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ РОБІТ (САМОСТІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ)

з дисципліни «Динаміка машин»

для студентів денної та заочної форм навчання

спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»

для здобуття освітнього ступеня

«МАГІСТР»

Формат 60х90 Папір ксероксний.
Обл. вид. арк. ___

Тернопільський національний
технічний університет імені Івана Пулюя

вул. Руська, 56, м. Тернопіль, 46001

© Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
Навчально-методична література