

УДК 519.86

В.П. Марценюк, докт. техн. наук, проф.

Університет в Бельсько Бяла, кафедра обчислювальної техніки та автоматики, Польща

А.С. Сверстюк, докт. техн. наук, доцент

Тернопільський державний медичний університет імені І.Я. Горбачевського,
кафедра медичної інформатики, Україна

Н.В. Козодій, аспірант

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, кафедра
кібербезпеки, Україна

АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ В ЕКОНОМІЦІ НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

V.P. Martsenyuk, Dr., Prof.

A.S. Sverstiuk, Dr., Assoc. Prof

N.V.Kozodii

ANALYTICAL REVIEW OF MATHEMATICAL MODELS IN ECONOMICS BASED ON DIFFERENTIAL EQUATIONS

Застосування диференціальних рівнянь зараз використовуються у моделюванні процесів та змін у всіх галузях науки таких як фізика, біологія та навіть соціальних науках як економіка. Теорія диференціальних рівнянь стала важливим інструментом економічного аналізу, особливо з тих пір, коли комп'ютер став загальнодоступним.

Вивчаючи теорію диференціальних рівнянь для застосування їх в економіці та для точного визначення об'єкта дослідження ми можемо дати їй таке визначення.

У роботі [1] розглянуто модель Харрода-Домара, яка пов'язує зміну норми інвестицій на рік ($I(t)$) із зростанням економіки, представленим нормою потоку доходів на рік $Y(t)$ і використана для пояснення оцінювання економічного зростання.

Взаємозв'язок між ставкою інвестицій на рік та рівнем потоку доходу за рік виражається як співвідношення:

$$Y'(t) = \frac{I'(t)}{s} \quad (1)$$

константа s - це постійна частка загального обсягу виробництва в економіці, яка зберігається для використання у складі капіталу; заощадження вважаються інвестиціями. Це рівняння передбачає, що зростання економіки визначається темпами, за допомогою яких здійснюються інвестиції, де заздалегідь визначена константу, яка визначає, яка частина інвестицій йде на зростання економіки. Простіше кажучи, рівняння показує, скільки інвестицій веде до зростання економіки. У моделі були уперше інтегровані процеси мультиплікації і акселерації.

Приклад графічної інтерпретація ефектів мультиплікатора і акселератора для моделі Харрода-Домара представлений на рисунку 1

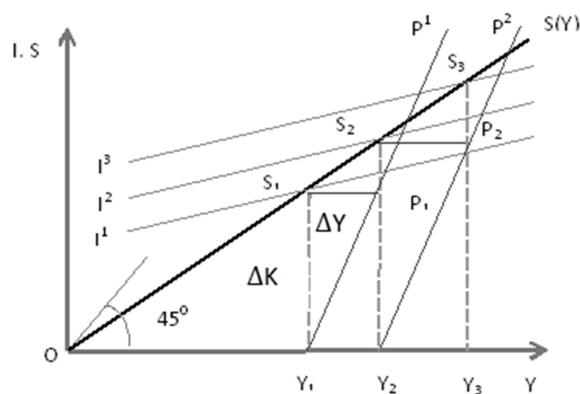


Рисунок 1. Приклад графічної інтерпретація ефектів мультиплікатора і акселератора для моделі Харрода-Домара

У роботі [2] розглянуто динамічна модель IS-LM у якій дохід та процентна ставка визначаються перетином між кривою IS та кривою LM. Крива IS представляє комбінації виробництва та процентної ставки, які є такими, що ринок товарів та послуг знаходиться у рівновазі. Пропозиція випуску продукції повинна дорівнювати попиту на випуск продукції, який зростає із збільшенням доходу та зменшується із збільшенням процентної ставки. Позначаючи через y натуральний логарифм реального виробництва (або доходу), проста формула виглядає наступним чином:

$$y = \beta_0 + \beta_y - \gamma r \text{ (IS)} \quad (2)$$

Крива LM складається з таких комбінацій випуску та процентної ставки, що грошовий ринок знаходиться у рівновазі. Реальна грошова маса повинна дорівнювати попиту на реальні залишки, який збільшується в доходах і зменшується в номінальній процентній ставці. Позначаючи через m натуральний логарифм реальної грошової маси та через π^e очікувану швидкість інфляції, простий варіант кривої LM записується так:

$$m = ky - \alpha(r + \pi^e) \text{ (LM)} \quad (3)$$

Графічне представлення динамічної моделі IS-LM відображене на рисунку 2

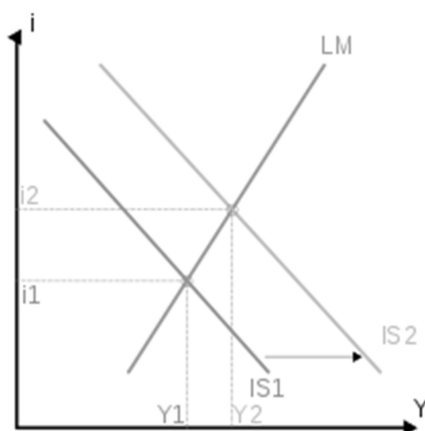


Рисунок 2. Графічне представлення динамічної моделі IS-LM

У роботі [3] розглянуто Модель Солоу економічного зростання, яка моделює зростання коефіцієнта капіталу працювати за наведеними раніше припущеннями.

Стандартна модель в теорії зростання враховує лише один сектор і два фактори виробництва: працю (L) та капітал (K), Q - обсяг виробництва в економіці. Наявна технологія визначає, яка кількість однорідного товару може бути вироблена у залежності від кількості використаного капіталу та праці.

$$Q = F(K, L) \quad (4)$$

Припустимо, що F має, використовуючи економічну термінологію, постійну віддачу від масштабу.

Модель зростання Солоу предсталена у вигляді рівняння:

$$\frac{dk}{dt} = sg(k) - \lambda k \quad (5)$$

Графічне зображення моделі Солоу у стаціонарному стані представлено на рисунку 3

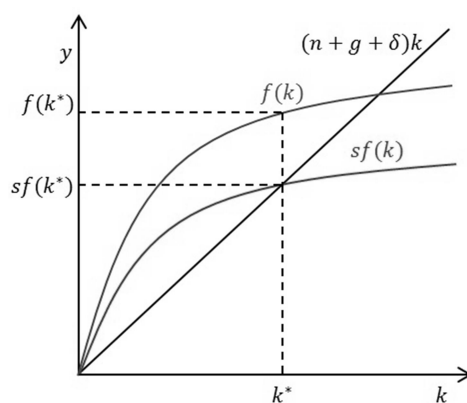


Рисунок 3. Модель зростання Солоу у стаціонарному стані

Проведено огляд існуючих математичних моделей, які використовуються в економіці на основі диференціальних рівнянь. Можна зробити висновок, що методи моделювання за допомогою диференціальних рівнянь широко застосовуються для вирішення економічних процесів.

У подальших дослідженнях необхідно розробити математичну модель на основі диференціальних рівнянь, яка буде вирішувати економічні задачі такі, як визначення обсягу виробництва та формування ціни на продукцію і враховувати функції прогнозування попиту та пропозиції.

Література:

1. Le Ngoc Thong, Nguyen Thi Hao, The Harrod – Domar Growth Model and its Implications for Economic Development in Vietnam, International Journal of Humanities Social Sciences and Education (IJHSSE) Volume 6, Issue 4, pp. 11-17, 2019.
2. Mario Sportelli, Luigi De Cesare, Maria T. Binetti, A dynamic IS-LM model with two time delays in the public sector, Applied Mathematics and Computation, Volume 243, pp.728-739, 2014.
3. RodrigoMunguía, Jessica Davalos, Sarquis Urzua, Estimation of the Solow-Cobb-Douglas economic growth model with a Kalman filter: An observability-based approach, Heliyon, Volume 5, Issue 6, 2019.